Příprava laboratorních úloh pro předmět Identifikace náhodných procesů

Preparation of laboratory tasks for course identification of random processes

Radim Horňák

Bakalářská práce

2010

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
akademický rok: 2009/2010

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Radim HORŇÁK**
Osobní číslo:	**A06151**
Studijní program:	**B 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor:	**Informační a řídicí technologie**

Téma práce:	**Příprava laboratorních úloh pro předmět Identifikace náhodných procesů**

Zásady pro vypracování:

1. **Proměřte reálnou tepelnou soustavu pomocí generátoru PNBS a náhodného signálu.**
2. **Vyhodnoťte statistické charakteristiky vstupních a výstupních signálů.**
3. **Soustavu aproximujte modelem druhého řádu a proveďte odhad parametrů modelu regresními metodami na základě naměřených vstupních a výstupních signálů.**
4. **Proveďte odhad impulsní funkce metodami korelační analýzy.**
5. **Navrhněte zadání laboratorních úloh a vypracujte vzorové protokoly.**

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **Kubalčík M.: Cvičení z předmětu identifikace systémů,UTB ve Zlíně, 2006, 80-7318-497-4**

2. **Bobál V.: Identifikace systémů, UTB ve Zlíně, 2009,978-80-7318-888-7**

3. **Mikleš J., Fikar M.: Identifikácia systémov, STU Bratislava , 1999, 80-227-1177-2**

4. **Noskievič P.: Modelování a identifikace systémů, Montanex, 1999, 80-7225-030-2**

5. **Balátě, J.: Automatické řízení, BEN, 2003, ISBN 80-7300-020-2**

Vedoucí bakalářské práce:	**doc. Ing. Marek Kubalčík, Ph.D.** Ústav řízení procesů
Datum zadání bakalářské práce:	**5. března 2010**
Termín odevzdání bakalářské práce:	**1. června 2010**

Ve Zlíně dne 5. března 2010

L.S.

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan

doc. Ing. Ivan Zelinka, Ph.D.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Cílem bakalářské práce byla formulace a vzorové vypracování laboratorních úloh z předmětu Identifikace náhodných procesů. Úlohy jsou zaměřeny na vyhodnocení základních statistických vlastností náhodných signálů a na využití náhodných signálů pro identifikaci dynamických systémů.

Klíčová slova: Náhodný signál, generátor PNBS, statistické charakteristiky, regresní metody, metoda nejmenších čtverců, korelační analýza.

ABSTRACT

The main aim of the Bachelor thesis is formulation and prefigurative elaboration of laboratory tasks for the course Identification of random processes. The tasks are focused in evaluation of basic statistical properties of random signals and utilization of random signals in identification of dynamical systems.

Keywords: Random signal, generator PNBS, statistical characteristics, regression methods, least squares method, correlation analysis.

Dovoluji si tímto poděkovat vedoucímu bakalářské práce panu Ing. Marku Kubalčíkovi, Ph.D, za odborné vedení, rady a za čas, který mi věnoval při zpracování této bakalářské práce.

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně ……..……………….

Radim Horňák

OBSAH

ÚVOD

Bakalářská práce bude zaměřena na návrh úloh pro předmět Identifikace náhodných procesů a jejich vzorové vypracování. Úlohy budou zaměřeny na vyhodnocení základních statistických vlastností náhodných signálů a využití náhodných signálů pro identifikaci dynamických systémů. Součástí práce je vytvoření vzorových protokolů.

Náhodné procesy se využívají v řadě disciplín. Například v matematice se používají k numerickému výpočtu integrálů nebo diferenciálních rovnic, v biologii k popisu šíření chorob anebo v ekonomii k modelování řad cen akcií. Tato bakalářská práce je zaměřena na vyhodnocení statistických vlastností nasimulovaných a naměřených náhodných signálů a jejich využití pro analýzu dynamických vlastností reálné tepelné soustavy, která je k dispozici v laboratoři, kde probíhá výuka daného předmětu.

V úlohách se využívá také pseudonáhodný binární signál (PNBS), který má řadu vhodných vlastností. Má výhodné vlastnosti pro experimentální určení impulsní odezvy u dynamické soustavy. Jednou z nejdůležitějších vlastností těchto signálů je, že zjednodušují statistickou identifikaci soustavy odstraněním potíží s počítáním Wienerovy-Hopfovy rovnice. Tyto signály se snadno generují a umožňují zjednodušení přístrojové techniky potřebné pro uskutečnění experimentu.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 STATISTICKÉ METODY IDENTIFIKACE SYSTÉMŮ

Identifikací [1] se rozumí poznávací proces, kdy naše poznatky a vědomosti o zkoumaném objektu ztotožňujeme s jeho skutečnými vlastnostmi. Statistické metody identifikace využívají náhodných procesů na vstupu a výstupu zkoumaného objektu. Vyhodnocení se provádí s využitím metod matematické statistiky. Nejpoužívanější jsou korelační a regresní metody.

1.1 Náhodné procesy

Náhodný proces [3] je funkce času, která nabývá náhodných hodnot, o kterých předem nevíme jaké to budou hodnoty. Průběh náhodného procesu je tedy dílem náhody. Příkladem náhodného procesu můžou být fyzikální veličiny , které naměříme. Důvodem je to, že na měřené veličiny působí různé poruchy a šum.

Vlastnosti náhodných procesů můžou být popsány pomocí matematické statistiky a teorie pravděpodobností. Náhodné procesy nelze pospat analyticky. Nemůžeme určit přesnou hodnotu, ale jen rozmezí hodnot ve kterém se nachází náhodná veličina. Náhodné veličiny dělíme na spojité a diskrétní.

1.2 Základní statistické charakteristiky

Statistické charakteristiky dělíme na dvě skupiny. První skupinou jsou statistické charakteristiky prvního řádu. Postihují pouze okamžité hodnoty náhodných veličin, ale nejsou schopny postihnout rychlost náhodných změn v průběhu realizace náhodného procesu. Mezi tyto charakteristiky patří střední hodnota, rozptyl, kovariance, kovarianční matice. Druhou skupinu nazýváme statické charakteristiky druhého řádu. Mezi tyto charakteristiky patří korelační funkce, kovarianční funkce a výkonová spektrální hustota.

1.2.1 Statistické charakteristiky prvního řádu

Nejznámější statistickou charakteristikou prvního řádu je střední hodnota. Je definována pomocí vzorce:

$$\hat{\mu}_u = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} u(k) \qquad 1$$

Rozptyl je definován jako střední hodnota kvadrátů odchylek od střední hodnoty. U rozptylu se můžeme v praxi setkat také s označením variace nebo disperze. Pro rozptyl používáme označení σ^2.

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}[u(k) - \hat{\mu}_u]^2 \tag{2}$$

Kovariancí označujeme střední hodnotu součinu odchylek dvou náhodných veličin od jejich středních hodnot. Při výpočtech raději používáme koeficient korelace, který je definován vztahem:

$$\hat{r}(U,Y) = \frac{\hat{C}(U,Y)}{\hat{\sigma}_u\hat{\sigma}_y} \tag{3}$$

$$\hat{C}(U,Y) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(u(k) - \hat{\mu}_u\right)\left(y(k) - \hat{\mu}_y\right) \tag{4}$$

kde $\hat{C}(U,Y)$ je kovariance náhodných veličin U,Y a $\hat{\sigma}_u, \hat{\sigma}_y$ jsou směrodatné odchylky (odmocnina z rozptylu).

Kovarianční matice je definována vztahem:

$$C(X) = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_u^2 & C(U,Y) \\ C(U,Y) & \hat{\sigma}_y^2 \end{bmatrix}, \qquad X^T = [U,Y] \tag{5}$$

kde $\hat{C}(U,Y)$ a $\hat{C}(Y,U)$ je kovariance náhodných veličin U,Y .

1.2.2 Statistické charakteristiky druhého řádu

Do těchto charakteristik patří korelační funkce, která je definována vztahy:

$$\hat{R}_{uu}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i}u(k).u(k+i) \qquad i = 0,1,\ldots,m \tag{6}$$

$$\hat{R}_{yy}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i}y(k).y(k+i) \qquad i = 0,1,\ldots,m \tag{7}$$

dále potom vzájemná korelační funkce:

$$\hat{R}_{uy}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i} u(k)y(k+i) \qquad i = 0,1,\ldots,m \tag{8}$$

kovarianční funkce:

$$\hat{C}_{uu}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i}\left(u(k)-\hat{\mu}_u\right)\left(u(k+i)-\hat{\mu}_u\right) \qquad i = 0,1,\ldots,m \tag{9}$$

$$\hat{C}_{yy}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i}\left(y(k)-\hat{\mu}_y\right)\left(y(k+i)-\hat{\mu}_y\right) \qquad i = 0,1,\ldots,m \tag{10}$$

a vzájemná kovarianční funkce:

$$\hat{C}_{uy}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i}\left(u(k)-\hat{\mu}_u\right)\left(y(k+i)-\hat{\mu}_y\right) \qquad i = 0,1,\ldots,m \tag{11}$$

Další ze statistických charakteristik druhého řádu je spektrální výkonová hustota je charakteristika vyjádřena ve frekvenční oblasti a je definována jako Fourierova transformace autokorelační funkce:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau \tag{12}$$

Zpětná Fourierova transformace má tvar:

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(j\omega)e^{j\omega\tau}d\omega \tag{13}$$

Integrál ze spektrální výkonové hustoty je přímo úměrný rozptylu a druhé mocnině střední hodnoty.

1.3 Pseudonáhodný binární signál - PNBS

Signál PNBS [5] je nutné realizovat pomocí elektronických prvků číslicové techniky. Jako elektronické prvky se používají číslicové filtry nebo analogicky zapojené posuvné registry. Tyto prvky musí mít takové parametry, aby reálný objekt nebyl vzhledem k omezení vlastní setrvačnosti rozeznat periodu opakované posloupnosti.

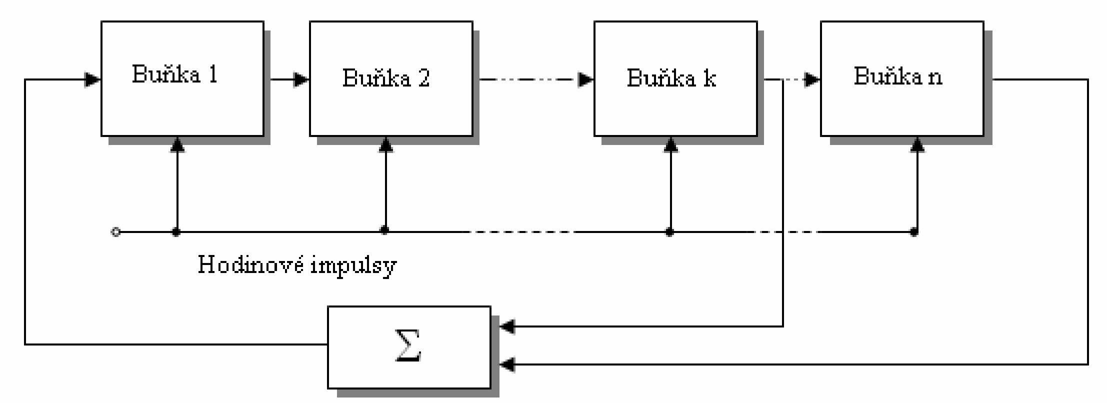
Vlastnosti signálu PNBS pro celistvou periodu, která se dá podle potřeby zkracovat nebo prodlužovat použitím různých algoritmů generování, se blíží vlastnostem bílého šumu. Bílý šum je signál s konstantní výkonovou spektrální hustotou pro všechny frekvence. Signály PNBS jsou snadno realizovatelné, reprodukovatelné a je snadné změny spektra signálu. Proto jsou v dnešní praxi velmi rozšířené.

1.3.1 Generátor PNBS

Má velký význam pro identifikaci. Jedná se v podstatě o deterministický binární signál o konstantní a reprodukovatelné periodě, generovaný podle jednoznačně definovaného rekurentního vzorce. Signál je nutné realizovat pomocí elektronických prvků číslicové techniky s takovými parametry, že reálný objekt není schopen vzhledem k omezení vlastní setrvačnosti rozeznat periodu opakované posloupnosti a spektrální diskrétnost. Vlastnosti tohoto signálu pro celistvou periodu, která se dá podle potřeby zkracovat nebo prodlužovat použitím různých algoritmů generování, se blíží vlastnostem bílého šumu, tj. signálu s konstantní výkonovou spektrální hustotou pro všechny frekvence. Vlastnosti tohoto signálu nejenom zjednoduší teoretický aparát při použití neparametrických metod korelační analýzy, ale zkracují i dobu měření. Amplituda tohoto signálu může být zvolena řádově stejně velká jako amplituda přirozeného šumu identifikovaného objektu.

1.3.2 Složení generátoru PNBS

Hlavní částí generátoru pseudonáhodného binárního signálu (PNBS) je n-stupňový posuvný registr se zpětnou vazbou. Výstup k-tého stupně registru jsou vedeny do sčítačky modulo 2 (logická funkce nejednoznačnost – nonekvivalence), jejíž logickou operací vyjadřuje pravdivostní tabulka . Jednotlivé stupně registru se přepínají hodinovými impulsy, takže obsah registru se cyklicky posouvá o jeden stupeň. Je zřejmé, že výstup registru, vzatý z n-tého stupně (může se vzít z kteréhokoliv stupně registru), bude periodický s periodou A diskrétních hodnot, odpovídajících stavům n-tého stupně registru. Je přirozené, že délka periody bude závislá na počtu stupňů registru a na uspořádání zpětné vazby. Blokové schéma generátoru je na obrázku 1.



Obrázek 1: Blokové schéma generátoru PNBS

1.3.3 Vlastnosti a nastavení generátoru PNBS

Na výstupu libovolného stupně registru získáme diskrétní signál, který má obecně tyto vlastnosti :

a) nabývá pouze dvou hodnot – „log 0“ a „log 1“ v hodnotách použitých elektronických prvků
b) posloupnost výstupních binárních signálů je periodická s periodou

$$T = N \cdot \Delta t$$

a	b	f
0	0	0
0	I	I
I	0	I
I	I	0

Tabulka 1: Pravdivostní tabulka

kde $N = 2^a - 1$ je bezrozměrná perioda PNBS (číslo, udávající počet možných stavů registru s vyloučením nulového stavu),Δt je interval hodinových impulsů, funkce nonekvivalence

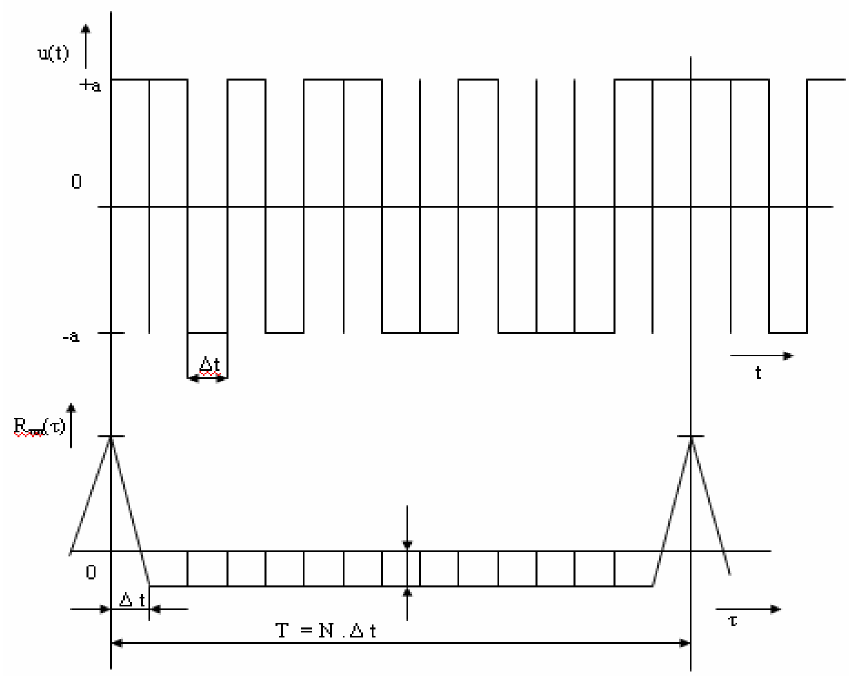
c) k přechodu mezi hodnotami „log 0“ a „log 1“ může dojít jen v čase celistvých násobků hodinových impulsů.

Maximálně dlouhý sled impulsů v jedné periodě získáme pouze tehdy, jestliže na vstup obvodu nonekvivalence přivedeme signály jen z výstupů určitých stupňů registru. V tabulce 2 je uveden způsob propojení a odpovídají $N = 2^a - 1$ pro různý počet stupňů (bitů) posuvného registru.

Počet bitů n	n-tý výstup	k-tý výstup	$N = 2^a - 1$
3	3	1 NEBO 2	7
4	4	1,3	15
5	5	2,3	31
6	6	1,5	63
7	7	1,4,6	127
8	8	-	-
9	9	4,5	511

Tabulka 2: Propojení zpětné vazby u regulátoru PNBS

Posloupnost, kterou získáme z generátoru PNBS je periodická, jak je zřejmé z obrázku, kde je zobrazen signál a odpovídající autokorelační funkce.



Obrázek 2: Časový průběh PNBS a jeho autokorelační funkce

Pro autokorelační funkci PNBS se dá odvodit vztah:

$$R_{uu}(\tau) = a^2\left[1 - \frac{|\tau|}{\Delta t}\,\frac{N+1}{N}\right] \quad pro\,|\tau| < \Delta t \qquad 14$$

$$R_{uu}(\tau) = -\frac{a^2}{N} \qquad pro\,\Delta t \le |\tau| \le (N-1)\Delta t \qquad 15$$

Fourierovou transformací vztahu (14) obdržíme výkonovou spektrální hustotu

$$S_{uu}(\omega) = \frac{a^2(N+1)\Delta t}{N}\sum_{r=1}^{N}\left[\frac{\boldsymbol{sin}\,\frac{r\pi}{N}}{\frac{r\pi}{N}}\right]^2 \qquad 16$$

Pro r << N je výraz v hranaté závorce velmi blízký jedné, z čehož plyne, že při nízkých frekvencích bude hodnota výkonové spektrální hustoty

$$S_{uu}(\omega) = \frac{a^2(N+1)\Delta t}{N} \qquad 17$$

Efektivní frekvenční pásmo f_{ef} je možno stanovit výpočtem ze vztahu (16) pro pokles $S_{uu}(\omega)$ o 3dB, odkud dostaneme

$$f_{ef} = \left(\frac{1}{N\Delta t}, \frac{1}{3\Delta t} \right) \qquad 18$$

Frekvenční pásmo je možné měnit změnou Δ t, tj. změnou frekvence hodinových impulsů generátoru a volbou počtu stupńů registru n. Je to velká přednost takto generovaného PNBS vůči ostatním způsobům, protože změnou uvedených parametrů je možné plochou část výkonové spektrální hustoty posunout do libovolné zadané oblasti frekvencí.

Další předností takto generovaného PNBS je jeho stabilita, tj. nezávislost charakteristik signálu na čase, teplotě a vůbec změnách okolí, což u jiných generátorů bílého šumu je možno těžko zabezpečit. Pro jednou zvolené parametry:

n – počet stupňů registru, Δ t – interval hodinových impulsů, ± a – amplitudu a uspořádání zpětné vazby, jsou charakteristiky signálu (autokorelační funkce a spektrální výkonová hustota) perfektně reprodukovatelné. Dále je možno pomocí i jednoho generátoru generovat i více nekorelovaných signálů, což je zvlášť důležité při identifikaci mnoho rozměrových objektů.

Věnujme nyní pozornost parametrům PNBS maximální délky a sice volbě intervalu Δ t a délce posloupnosti N. Jelikož je PNBS periodickým signálem s periodou T = N Δ t, je výkonové spektrum diskrétní se základní harmonickou

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{N\Delta t} \qquad 19$$

Fourierovým rozvojem PNBS se dá ukázat, že amplitudy složek výkonové spektrální hustoty o frekvencích $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_{(N-1)/2}$ jsou stejně velké, amplitudy složek o frekvencích $\omega > \omega_{(N-1)}$, jejíž amplituda je ještě stejně velká, jako amplituda předcházející harmonické, je

$$\omega_{(N-1)/2} = \frac{2\pi}{N\Delta t}\frac{N-1}{2} = \frac{\pi}{\Delta t}\frac{N-1}{N} \qquad (20)$$

Pro N >> 1 je tedy:

$$\omega_{(N-1)/2} = \frac{\pi}{\Delta t} \qquad (21)$$

tzn. že nejvyšší frekvence spektra je dána intervalem Δt:

$$f_h = \frac{\frac{\pi}{\Delta t}}{2\pi} = \frac{0{,}5}{\Delta t} \qquad (22)$$

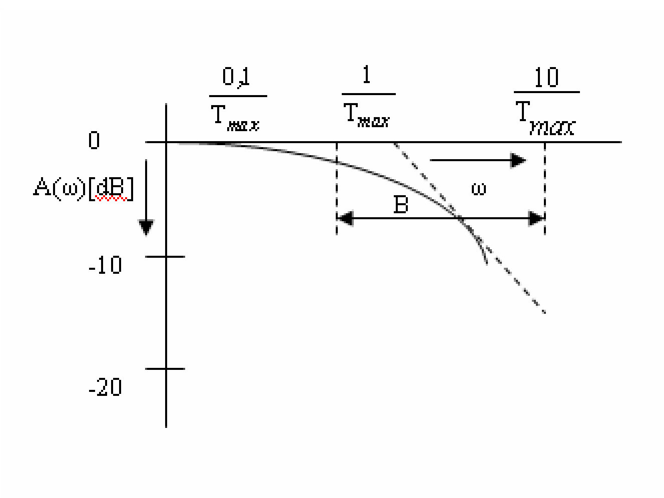
Nejnižší frekvence spektra je dána délkou periody PNBS:

$$f_d = \frac{1}{N\Delta t} \qquad (23)$$

Dynamické vlastnosti objektu budeme posuzovat podle maximální časové konstanty T_{max}, která se dá zjistit např. zjednodušenou matematicko-fyzikální analýzou, nebo hrubou aproximací naměřené přechodové charakteristiky charakteristikou soustavy 1. řádu. Pásmo frekvencí B, které mají rozhodující vliv na dynamické chování objektu, můžeme zhruba vymezit na amplitudové frekvenční charakteristice soustavy 1. Řádu podle Obr.3. Mezní frekvence tohoto frekvenčního pásma jsou

$$f_{\min} = \frac{0{,}5}{2\pi T_{\max}} \qquad (24)$$

$$f_{\max} = \frac{10}{2\pi T_{\max}} = 20 f_{\min} \qquad (25)$$



Obrázek 3: Logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika 1. řádu

Parametry PNBS volíme tak, aby oblast rovnoměrného spektra PNBS překrývala pásmo B, tj. aby platilo:

$$f_d < f_{min} \tag{26}$$

$$f_h > f_{max} \tag{27}$$

Dosazením rovnic (22) – (25) do nerovnosti (26)-(27) obdržíme podmínky

$$\Delta\ t < 0.314\ T_{\max};\quad N\Delta\ t > 12.56\ T_{\max} \tag{28}$$

Znovu je nutno upozornit , že uvedené vztahy byly odvozeny za určitých zjednodušujících předpokladů, a proto je třeba provést zpětnou kontrolu parametrů PNBS na základě frekvenční charakteristiky modelu.

Amplituda vstupního signálu se volí pokud možno co největší, aby se zvětšila úroveň užitečného výstupního signálu oproti šumu. Protichůdným požadavkem je omezení amplitudy vstupního signálu tak, aby pracovní oblast ležela v lineární části statické charakteristiky a aby nebyl narušen normální chod zařízení.

S otázkou volby vstupního signálu souvisí i volba periody vzorkování T. Vyjdeme-li z požadavku minimálně dvou vzorků z jedné periody nejvyšší vyhodnocené frekvence, potom z rovnice (22) snadno odvodíme, že u PNBS s dobře zvolenými parametry je možno periodu vzorkování volit stejnou jako interval Δ t, takže T = Δ t.

Doba měření je závislá na dynamickém chování objektu. Pro objekty s velkými časovými konstantami je nutno počítat s tím, že měření potrvá i několik dní. Při proměřování objektů náhodnými a pseunáhodnými signály by se měla doba měření volit co nejdelší, u PNBS minimálně doba dvou period.

1.4 Metoda nejmenších čtverců

Odhad parametrů číslicového modelu metodou nejmenších čtverců [2] patří mezi metody regresní analýzy, které patří rovněž mezi statistické metody identifikace. Tyto metody jsou vhodné pro vyšetřování statických i dynamických vlastností systémů a jsou široce využívány pro identifikaci procesů.

1.4.1 Jednorázová metoda nejmenších čtverců

Uvažujeme jednorozměrový stochastický proces popsaný modelem ARX, kdy předpokládáme stupně obou polynomů rovny *n*.

$$A\left(z^{-1}\right)y = B\left(z^{-1}\right)u + n_s \qquad 29$$

kde n_s je neměřitelná náhodná složka. Regresní model ARX se často zapisuje v kompaktní vektorové formě:

$$y(k) = \boldsymbol{\Theta}^T \phi(k-1) + n_S(k) \qquad 30$$

kde vektor parametrů a vektor dat nabývají tvarů:

$$\boldsymbol{\Theta}^T = \left[a_1, a_2, \ldots, a_n, b_1, b_2, \ldots, b_n\right] \qquad 31$$

$$\phi^T(k-1) = [-y(k-1), -y(k-2), \ldots, -y(k-n), u(k-1), u(k-2), \ldots, u(k-n)] \qquad 32$$

Postupným dosazováním všech naměřených hodnot do regresního modelu dostáváme maticovou rovnici:

$$y = \boldsymbol{F\Theta} + e \qquad 33$$

kde matice $\boldsymbol{F}$ o rozměru (N-n,2n) má tvar:

$$\begin{bmatrix} -y(n) & -y(n-1) & \ldots & -y(1) & u(n) & u(n-1) & \ldots & u(1) \\ -y(n+1) & -y(n) & \ldots & -y(2) & u(n+1) & u(n) & \ldots & u(2) \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & \ldots & -y(N-n) & u(N-1) & u(N-2) & \ldots & u(N-n) \end{bmatrix} \qquad 34$$

a vektor $\boldsymbol{y}$ o rozměru (N-n) má tvar:

$$\boldsymbol{y}^T = \left[y(n+1), y(n+2), \ldots, y(N)\right] \qquad 35$$

kde N je počet naměřených vstupních a výstupních dat.

Z rovnice (33) pak můžeme určit chybu (rozdíl mezi naměřenou hodnotou a hodnotou vypočtenou z regresního modelu). Stříška nad jednotlivými veličinami znamená, že se jedná o odhad:

$$\hat{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{F}\hat{\boldsymbol{\Theta}} \qquad 36$$

$$\hat{\boldsymbol{e}}^T = \left[\hat{e}(n+1), \hat{e}(n+2), \ldots, \hat{e}(N)\right] \qquad 37$$

a zavedeme kritérium:

$$J_R = \hat{\boldsymbol{e}}^T \hat{\boldsymbol{e}} \qquad 38$$

minimum získáme když první derivaci rovnice (38) podle vektoru parametrů položíme rovnu 0, tj.:

$$\left.\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\Theta}}\right| \boldsymbol{\Theta} = \hat{\boldsymbol{\Theta}} = 0 \qquad 39$$

Řešením této rovnice získáme základní maticový tvar pro odhad parametrů modelu metodou nejmenších čtverců ve tvaru:

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}} = (\boldsymbol{F}^T \boldsymbol{F})^{-1} \boldsymbol{F}^T \boldsymbol{y} \qquad 40$$

vztah (40) pak slouží pro jednorázový výpočet odhadů parametrů modelu procesu s použitím N naměřených dat.

Vhodným modelem pro popis celé řady procesů je soustava druhého řádu s různými časovými konstantami. Tomuto spojitému přenosu odpovídá v diskrétní verzi přenos ve tvaru:

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{Y(z)}{U(z)} \qquad 41$$

Řád systému *n* volme tedy 2. Výše obecně definované vektory a matice tedy pro tento konkrétní případ nabývají tvaru

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T = \left[\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{b}_1, \hat{b}_2\right] \qquad 42$$

$$\phi^T(k-1) = [-y(k-1), -y(k-2), u(k-1), u(k-2)] \qquad 43$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} -y(2) & -y(1) & u(2) & u(1) \\ -y(3) & -y(2) & u(3) & u(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & u(N-1) & u(N-2) \end{bmatrix} \qquad 44$$

$$\boldsymbol{y}^T = \left[y(3), y(4), \ldots, y(N)\right] \qquad 45$$

$$\hat{\boldsymbol{e}}^T = \left[\hat{e}(3), \hat{e}(4), \ldots, \hat{e}(N)\right] \qquad 46$$

1.4.2 Rekurzivní metoda nejmenších čtverců

V této verzi se používají nově naměřené hodnoty pouze pro opravu (korekci) původních odhadů, čímž klesá výpočetní složitost identifikačních algoritmů. Rekurzivní algoritmy umožňují sledovat změny vlastností (parametrů) procesu v reálném čase, a proto jsou základem samočinně se nastavujících regulátorů.

Nechť lineární jednorozměrový stochastický model je popsán modelem ARX. O neměřitelné náhodné složce $e_s(k)$ předpokládáme, že je posloupností vzájemně nekorelované náhodné veličiny a rovněž nekorelované se vstupem a výstupem procesu. Dále předpokládáme, že náhodná veličina má nulovou střední hodnotu a konstantní kovarianci (rozptyl). Výhodou rekurzivní metody nejmenších čtverců je ta skutečnost, že potřebuje nejmenší objem apriorních informací o náhodné složce $e_s(k)$.

Naším úkolem je průběžně odhadovat neznámé parametry $\boldsymbol{\Theta}$ modelu na základě vstupů a výstupů k časovému okamžiku k, $\{y(i), u(i), i = k, k-1, k-2, \ldots, k_0\}$ (k_0 je počáteční čas identifikace). Hledáme takový vektor $\hat{\boldsymbol{\Theta}}$ o rozměru $nz = 2n$, který minimalizuje kritérium:

$$J_k(\mathbf{\Theta}) = \sum_{i=k_0}^{k} e_s^2(i) \tag{47}$$

kde:

$$e_s(i) = y(i) - \mathbf{\Theta}^T \phi(i) = \begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{\Theta}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(i) \\ \phi(i) \end{bmatrix} \tag{48}$$

Jestliže požadujeme, aby algoritmus byl schopen sledovat pomalé změny parametrů identifikovaného procesu, můžeme toho dosáhnout technikou exponenciálního zapomínání. Potom minimalizujeme modifikované kritérium:

$$J_k(\mathbf{\Theta}) = \sum_{i=k_0}^{k} \varphi^{2(k-i)} e_s^2(i) \tag{49}$$

kde $0 < \varphi^2 \leq 1$ je faktor exponenciálního zapomínání.

Vektor odhadu parametrů se aktualizuje podle rekurzivního vztahu:

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \frac{C(k-1).\Phi(k)}{1 + \Phi^T(k).C(k-1).\Phi(k)} \cdot \hat{e}(k) \tag{50}$$

kde:

$$\hat{e}(k) = y(k) - \hat{\mathbf{\Theta}}^T(k)\boldsymbol{\varphi}(k-1) \tag{51}$$

je chyba predikce.Čtvercová kovarianční matice o rozměru *nz* je aktualizována podle vztahu

$$C(k) = C(k-1) - \frac{C(k-1).\Phi(k).\Phi^T(k).C(k-1)}{1 + \Phi^T(k).C(k-1).\Phi(k)} \tag{52}$$

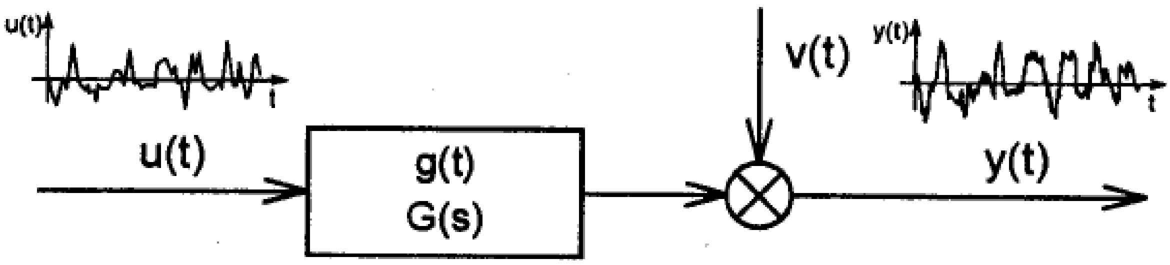
1.5 Korelační analýza

1.5.1 Stochastická formulace dynamického systému

Na vstup systému přivedeme signál u(t). Na výstupu potom máme signál y(t). Na výstupu je kromě signálu y(t) ještě signál v(t), což je poruchový náhodný signál, který nekoreluje se vstupním signálem u(t) [3].

Výstup systému je popsán pomocí konvolutorního integrálu:

$$y(t) = \int_0^\infty g(\tau) \cdot u(t-\tau) d\tau + v(t) \qquad 53$$



Obrázek 4: Průchod náhodného signálu lineárním dynamickým systémem

Pro determistické signály je tento vztah vhodný pro určení pořadnic impulsní funkce. Po diskretizaci:

$$y(kT) = \sum_{u=0}^{\infty} g(uT) \cdot u(kT - uT) \qquad 54$$

Je-li vstupní veličina náhodná, ergodická a stacionární, bude i výstupní veličina náhodná, ergodická a stacionární. Bude mít ale jiné statistické charakteristiky. Rovnici rozšíříme zleva o u(t+T*) a vypočítáme střední hodnotu výrazů na obou stranách rovnice:

$$\lim_{T\to\infty} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t+\tau^*) \cdot y(t)dt = \lim_{T\to\infty} = \frac{1}{T}\int_0^T\int_0^\infty g(\tau) \cdot u(t+\tau^*) \cdot u(t-\tau) d\tau dt + \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T u(t+\tau^*) \cdot v(t)dt \qquad 55$$

Jednotlivé členy rovnice obsahují výpočet korelačních funkcí. Za předpokladu nezávislosti šumu v(t) na vstupu u(t) je korelační funkce $R_{uv}(\tau^*)$ rovna nule.

$$R_{uv}(\tau^*) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t+\tau^*) \cdot v(t)dt = 0 \qquad 56$$

Levá strana určuje vzájemnou korelační funkci $R_{uy}(\tau^*)$:

$$R_{uy}(\tau^*) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t+\tau^*) \cdot y(t)dt \qquad 57$$

Na pravé straně můžeme zaměnit pořadí integrací a dospějeme k:

$$R_{uy}(\tau^*) = \int_0^\infty g(\tau) R_{uu}(\tau^* - \tau)d\tau \qquad 58$$

Po zavedení reálného času získáme tzv. Wiener – Hopfovu rovnici, která představuje tzv. stochastickou formulaci dynamického systému.

$$R_{uy}(\tau) = \int_0^\infty g(t) R_{uu}(\tau - t)dt \qquad 59$$

Tato rovnice umožňuje ze známých hodnot korelačních funkcí Ruu a Ruy určit neznámou impulsní funkci jako neparametrickou charakteristiku dynamického systému. Je nutno provést dekonvoluci integrální rovnice numerickými výpočty vycházejícími z diskretizace vztahu a náhrady integrace sumací. Diskretizací dostaneme:

$$R_{uy}(\tau) \approx \sum_{i=0}^{N} R_{uu}(\tau - i \cdot \Delta t) \cdot g(i \cdot \Delta t)\Delta t \qquad 60$$

Časové posunutí tau vyjádříme jako násobek periody vzorkování delta t

Ze sumy (60) dostaneme N+1 lineárních algebraických rovnic, ze kterých můžeme vypočítat neznámé hodnoty pořadnic impulsní funkce.

$$r = R \cdot g \qquad 61$$

$$R = \begin{bmatrix} R_{uu}(0) & R_{uu}(\Delta t) & R_{uu}(2\Delta t) & \ldots & \ldots & R_{uu}(N.\Delta t) \\ R_{uu}(\Delta t) & R_{uu}(0) & R_{uu}(\Delta t) & \ldots & \ldots & R_{uu}((N-1)\Delta t) \\ R_{uu}(2\Delta t) & R_{uu}(\Delta t) & R_{uu}(0) & \ldots & \ldots & R_{uu}((N-2)\Delta t) \\ . & . & . & \ldots & \ldots & . \\ . & . & . & \ldots & \ldots & . \\ R_{uu}(N.\Delta t) & R_{uu}((N-1)\Delta t) & \ldots & \ldots & \ldots & R_{uu}(0) \end{bmatrix} \qquad 62$$

$$r = \begin{bmatrix} \frac{R_{uy}(0)}{\Delta t} \\ \frac{R_{uy}(\Delta t)}{\Delta t} \\ . \\ . \\ \frac{R_{uy}(N.\Delta t)}{\Delta t} \end{bmatrix} \qquad 63$$

Z těchto dvou matic získáme tedy hodnoty pořadnic impulsní funkce:

$$g = R^{-1} \cdot r \qquad 64$$

Při numerickém výpočtu mohou nastat problémy s výpočtem inverzní matice R^{-1}. V takové případě zkusíme vypustit nějaké hodnoty nebo použijeme jiný postup.

2 CHARAKTERISTIKY LINEÁRNÍCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ

Modely reálné tepelné soustavy získané s využitím náhodných procesů byly porovnány s modely získanými na základě měření přechodové charakteristiky a její aproximace Strejcovou metodou.

2.1 Impulsní charakteristika

Jedná se o impulsní funkci g(t), jejíž grafickým zobrazením je impulsní charakteristika. Tato funkce představuje odezvu na tzv. Diracuv impuls $\delta(t)$. Tento impuls má po vybuzení vstupním signálem tvar jednotkového impulsu. Pro Diracuv impuls [4] platí:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \qquad 65$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1[s] \qquad 66$$

Impulsní funkce je dána vztahem:

$$\delta(t) = L^{-1}\{G_{(s)}\} \qquad 67$$

2.2 Přechodová charakteristika

Je grafickým zobrazením přechodové funkce h(t). Tato funkce je definována jako odezva lineárního dynamického systému na skokovou změnu vstupního signálu neboli Heavisideova skoku [4]. Tento Heavisideuvů skok vznikne integrací Diracova impulsu a platí pro něj:

$$\eta(t) = \begin{cases} 0 & t\langle 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \qquad 68$$

Přechodová funkce je dána vztahem:

$$\eta(t) = L^{-1}\{H_{(s)}\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s}G_{(s)}\right\} \qquad 69$$

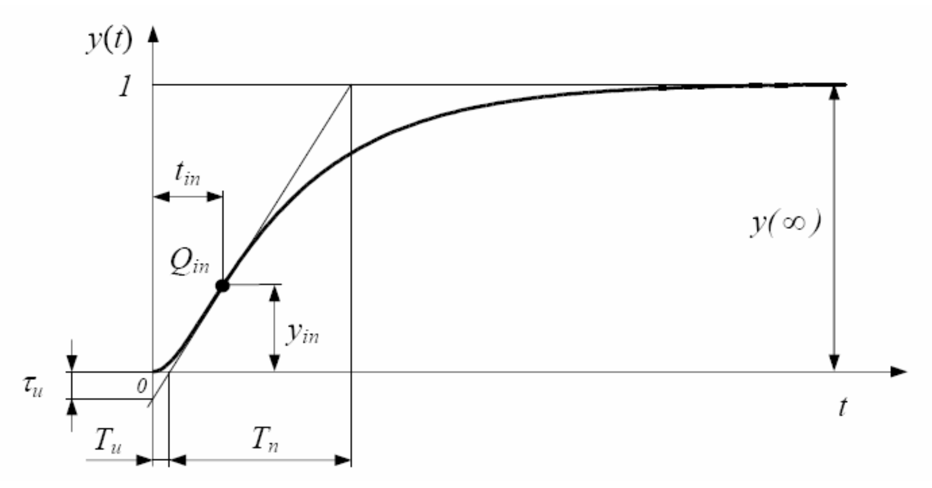
2.3 Aproximace přechodových charakteristik

Aproximace přechodových charakteristik patří mezi determistické metody. Odvození těchto metod vychází z analytických rozborů odezvy proporcionálních přenosových členů . Tyto metody je vhodné použít je-li šum na výstupu soustavy zanedbatelný.

Před každým měřením musím být soustava v rovnovážném stavu. Kvůli chybám, které se mohou na soustavě vyskytnout je vhodné provést měření vícekrát a pro aproximaci použít střední průběh přechodové charakteristiky. Nebo můžeme provést vyhodnocení většího počtu měření a vypočítat střední hodnoty hledaných parametrů.

2.4 Aproximace strejcovou metodou

Strejcova metoda [1] aproximace přechodových charakteristik je jednou z nejjednodušších. Je určena pro aproximaci statických soustav a navrhnul V.Strejc. Základním předpokladem u aproximace touto soustavou je, že charakteristická rovnice má reálné a záporné kořeny. Pomocí této metody lze aproximovat naměřená data soustavami n-tého řádu se stejnými časovými konstantami nebo soustavami druhého řádu s různými časovými konstantami. Nejdříve se sestrojí tečna, která na časové ose vytíná různé úseky a je sestrojena v inflexním bodě aproximované charakteristiky. Podle toho se rozhodneme jakým způsobem budeme měřenou přechodovou charakteristiku aproximovat.



Obrázek 5: Normovaná přechodová charakteristika statické soustavy vyššího řádu

Postup pro určení aproximační funkce je následující:

- určíme inflexní bod, ve kterém sestrojíme tečnu k aproximované přechodové charakteristice.

- úseky, které nám protne tečna na časové ose jsou T_u (doba průtahu) a T_n (doba náběhu). Z těchto dvou hodnot poté určíme poměr $\tau_u = T_u / T_n$.

- je-li $\tau_u \geq 0{,}104$, volíme pro aproximaci soustavu n-tého řádu se stejnými časovými konstantami. Z podílu T_u / T_n určíme pomocí tabulky nejbližší řád n aproximačního přenosu. Z tabulky také určíme hodnoty T_u / T, T_n / T pro určený rád aproximačního přenosu. Přenos aproximační soustavy bude mít tvar:

$$G(s) = \frac{K}{(T_s + 1)^n} \tag{70}$$

- je-li $\tau_u \leq 0{,}104$, volíme pro aproximace soustavu druhého řádu s různě velkými časovými úseky t_1 a vypočítáme součet časových konstant. Pro pořadnici $y(t_1)=0{,}720$ odečteme z přechodové charakteristiky časový úsek t_1 a vypočítáme součet konstant.

$$T_1 + T_2 = \frac{t_1}{1{,}2564} \tag{71}$$

Vypočítáme časový úsek :

$$t_2 = 0{,}3574(T_1 + T_2) \tag{72}$$

A z naměřené přechodové charakteristiky odečteme příslušnou pořadnici $y(t_2)$. Z grafu závislosti $y(t_2)=f(\tau)$ na obrázku určíme pomět časových konstant $\tau = \frac{T_2}{T_1}$.

Z rovnic $T_1 + T_2 = \frac{t_1}{1{,}2564}$ a $\tau = \frac{T_2}{T_1}$ se určí hledané časové konstanty. Přenos aproximační soustavy má tvar:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \tag{73}$$

II. PRAKTICKÁ ČÁST

3 ZADÁNÍ PROTOKOLŮ

3.1 Zadání protokolu 1

a) Proměřte reálnou tepelnou soustavu pomocí náhodného signálu vygenerovaného s využitím Matlabu a také pomocí pseudonáhodného binárního signálu. Počet vzorků N u měření náhodným signálem a pseudonáhodným binárním signál volte minimálně roven 100.

b) V programu Simulink (součást programu Matlab) sestrojte schémata pro proměření zadaného operátorového přenosu náhodným signálem a pseudonáhodným binárním signálem. Hodnoty náhodného signálu vygenerujte pomocí funkce **rand** a uložte do paměti N dvojic vzorků. Počet vzorků N volte minimálně roven 250. Periodu vzorkování **T** volte s ohledem na rychlost dynamiky spojitého modelu. Můžete použít pravidlo, že vhodná perioda se volí tak, aby na aktivní část přechodové charakteristiky připadalo asi 10 vzorků.

c) V programu matlab vypočtěte pomocí funkce **c2dm** z-přenos ze zadaného přenosu soustavy. Z-přenos upravte do tvaru, ze kterého získáme diferenční rovnici.

d) Získané dvojice hodnot vstupní veličiny **u** a výstupní veličiny **y** použijte pro výpočet odhadů středních hodnot a jejich rozptylů. Použijte níže uvedené vzorce:

střední hodnota: $$\hat{\mu}_u = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} u(k) \qquad \hat{\mu}_y = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} y(k)$$

rozptyl: $$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} [u(k) - \hat{\mu}_u]^2 \qquad \hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} [y(k) - \hat{\mu}_y]^2$$

e) Vypočítejte koeficient korelace a kovarianční matici.

koeficient korelace: $$\hat{r}(U,Y) = \frac{\hat{C}(U,Y)}{\hat{\sigma}_u \hat{\sigma}_y}, \qquad \hat{C}(U,Y) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\big(u(k) - \hat{\mu}_u\big)\big(y(k) - \hat{\mu}_y\big)$$

kde $\hat{C}(U,Y)$ je kovariance náhodných veličin U,Y a $\hat{\sigma}_u, \hat{\sigma}_y$ jsou směrodatné odchylky (odmocnina z rozptylu).

kovarianční matice: $C(X) = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_u^2 & C(U,Y) \\ C(U,Y) & \hat{\sigma}_y^2 \end{bmatrix}, \qquad X^T = [U,Y]$

kde $\hat{C}(U,Y)$ a $\hat{C}(Y,U)$ je kovariance náhodných veličin U,Y

f) Proveďte výpočet a grafické znázornění autokorelačních, vzájemných korelačních, autokovariančních a vzájemných kovariančních funkcí.

autokorelační funkce: $\hat{R}_{uu}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i} u(k).u(k+i) \qquad i = 0,1,\ldots,m$

$$\hat{R}_{yy}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i} y(k).y(k+i) \qquad i = 0,1,\ldots,m$$

vzájemná korelační fce: $\hat{R}_{uy}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i} u(k)y(k+i) \qquad i = 0,1,\ldots,m$

autokovarianční funkce: $\hat{C}_{uu}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i}\left(u(k)-\hat{\mu}_u\right)\left(u(k+i)-\hat{\mu}_u\right) \qquad i = 0,1,\ldots,m$

$$\hat{C}_{yy}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i}\left(y(k)-\hat{\mu}_y\right)\left(y(k+i)-\hat{\mu}_y\right) \qquad i = 0,1,\ldots,m$$

vzájemná kovarianční fce: $\hat{C}_{uy}(i) = \frac{1}{N-i}\sum_{k=1}^{N-i}\left(u(k)-\hat{\mu}_u\right)\left(y(k+i)-\hat{\mu}_y\right) \qquad i = 0,1,\ldots,m$

3.2 Zadání protokolu 2

a) Na reálné tepelné soustavě naměřte přechodovou charakteristiku.

b) Proveďte aproximaci naměřené přechodové charakteristiky Strejcovou metodou.

c) Určete frekvenční spektrum **S_S (ω)**soustavy pomocí vztahu :

$$S_S(\omega) = \left|G_S(j\omega)\right|^2 = G_S(j\omega)G_S(-j\omega)$$

Dále určete $S_S(f)$ dosazením za $\omega = 2\pi f$ a hodnoty zobrazte v tabulce.

d) Graficky znázorněte průběh výkonové spektrální hustoty.

e) Zvolte parametry generátoru PNBS a vhodnost zvolených parametrů ověřte pomocí časové konstanty T_{max} , která aproximuje dynamické chování vyšetřované soustavy.

$$\Delta t \langle 0.314\, T_{\max}; \qquad N\, \Delta t \rangle 12.56\, T_{\max}$$

f) Určete průběh výkonové spektrální hustoty pro generátor PNBS. Použijte k tomu vztah : $S_G(f) = \dfrac{a^2}{2\pi^2 f^2 \Delta t}(1 - \cos 2\pi f \Delta t)$. Hodnoty zobrazte v tabulce a poté znázorněte graficky. Pro **f=0** je potřeba vypočítat limitu funkce **S_G (f)**

g) Porovnejte graficky průběh výkonových spektrálních hustot.

h) Z přenosu **G_S (s)** určete diskrétní přenos **G_S(z)** a diferenční rovnici vyšetřované soustavy.

i) Body a-g realizujte jak pro naměřené tak pro nasimulované hodnoty vygenerované s využitím PNBS

3.3 Zadání protokolu 3

a) Podle hodnot autokorelačních funkcí a vzájemných korelačních funkcí, které jste získali v protokolu 1 získejte pomocí korelační analýzy hodnoty impulsní funkce.

b) Graficky znázorněte impulsní funkci získanou pomocí korelační analýzy a impulsní funkci získanou příkazem impulse.

c) Při realizaci bodů a,b použijte jak hodnoty získané měřením, tak hodnoty získané simulací.

3.4 Zadání protokolu 4

a) Hodnoty měření náhodného signálu a signálu PNBS použijte pro odhad parametrů modelu zadané soustavy. Pro odhad parametrů použijte metodu nejmenších čtverců. Nejdříve použijte explicitní metodu nejmenších čtverců.

b) Tytéž hodnoty vstupních a výstupních veličin použijte pro rekurzivní (průběžnou) metodu nejmenších čtverců.

c) Graficky znázorněte průběhy odhadů parametrů $\hat{a}_1(k), \hat{a}_2(k), \hat{b}_1(k), \hat{b}_2(k)$ a chyby predikce $\hat{e}(k)$.

d) V tabulkách pro jednotlivé metody porovnejte odhady parametrů modelu získaného pomocí obou metod.

e) Na základě získaných diskrétních modelů vykreslete přechodové charakteristiky a porovnejte je s naměřenou přechodovou charakteristikou pomocí sumy čtverců odchylek.

f) Celé zadání protokolu realizujte jak pro naměřené hodnoty, tak pro nasimulované hodnoty.

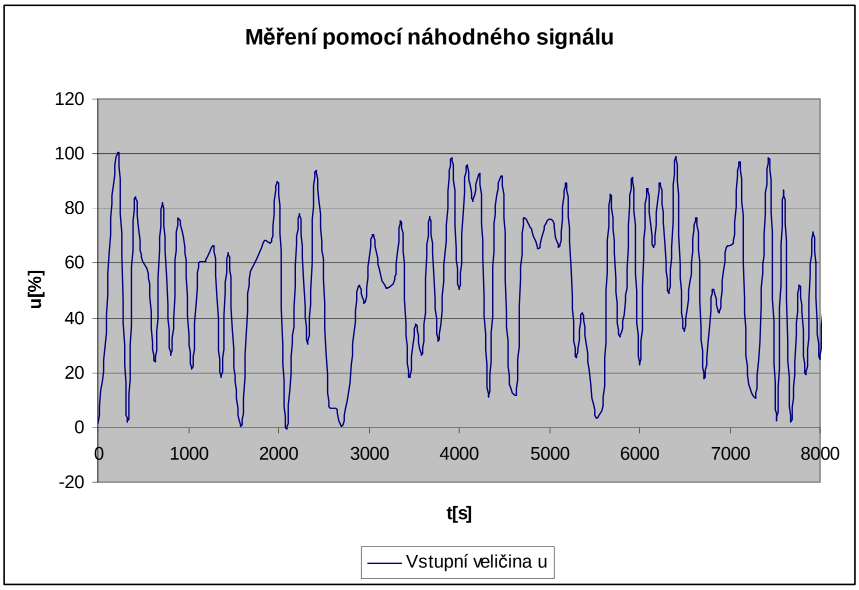
4 VZOROVÉ VYPRACOVÁNÍ PROTOKOLU 1

Název protokolu:

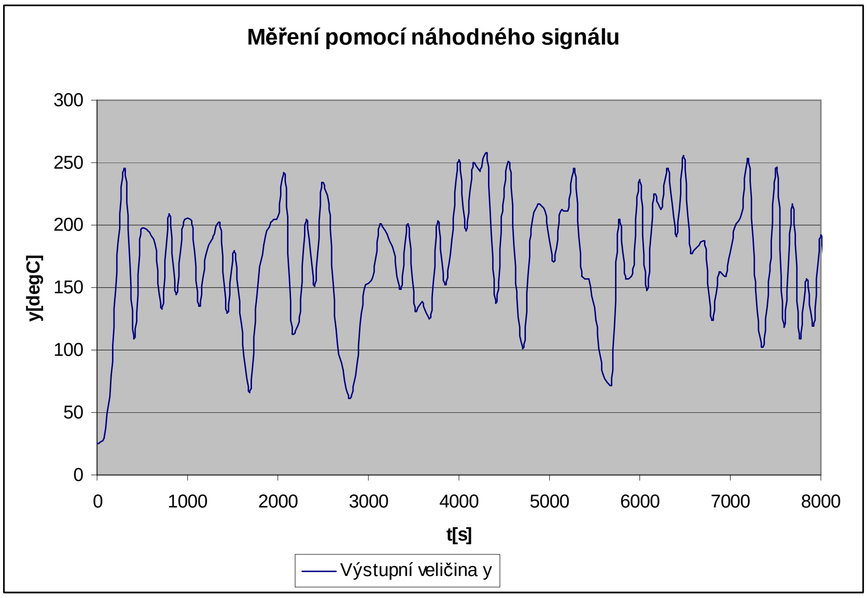
Výpočet základních statistických charakteristik náhodných veličin

Měření proběhlo na reálné tepelné soustavě tvořené tepelně proměnným odporem. Hodnoty vstupní veličiny u jsou v % příkonu. Hodnoty výstupní veličiny jsou přímo ve ºC. Maximální možný příkon byl naměřen 2,25W.

4.1 Měření pomocí náhodného signálu

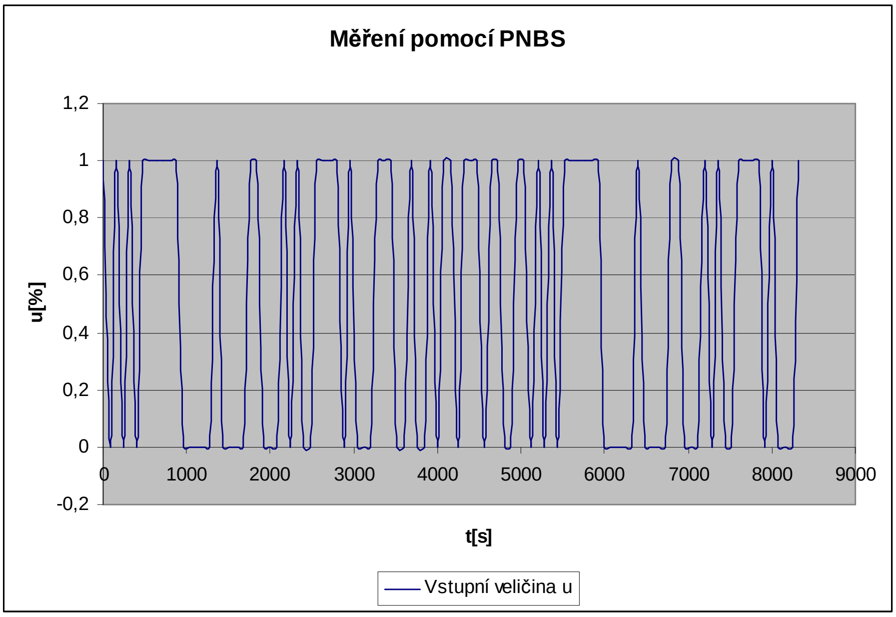


Obrázek 6: Průběh vstupní veličiny u v závislosti na čase t

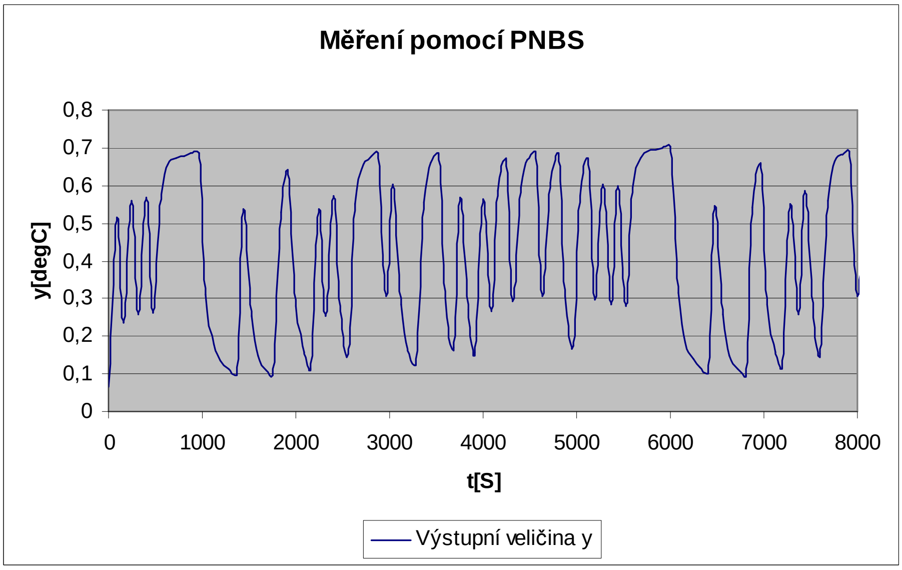


Obrázek 7: Průběh výstupní veličiny y v závislosti na čase t

4.2 měření pomocí signálu PNBS



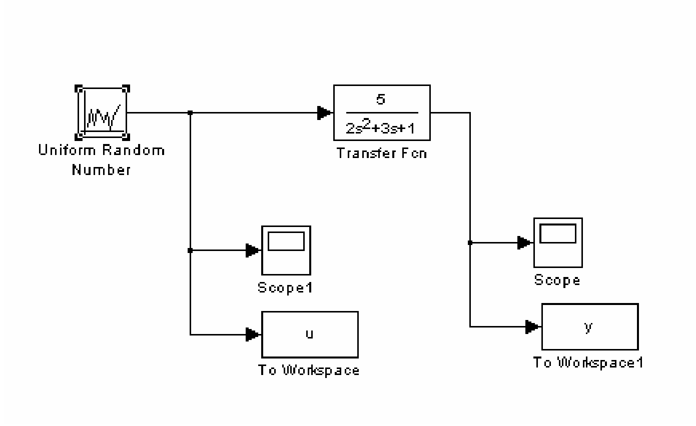
Obrázek 8: Průběh vstupní veličiny u v závislosti na čase t



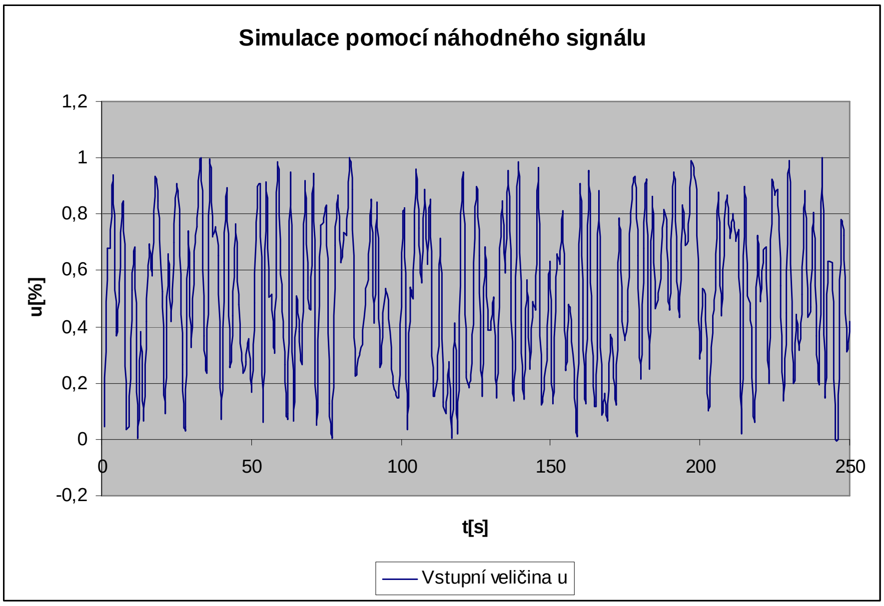
Obrázek 9: Průběh výstupní veličiny y v závislosti na čase t

Pro zadaný model bylo navrhnuto schéma v programu simulink pro simulaci náhodným signálem a signálem PNBS.

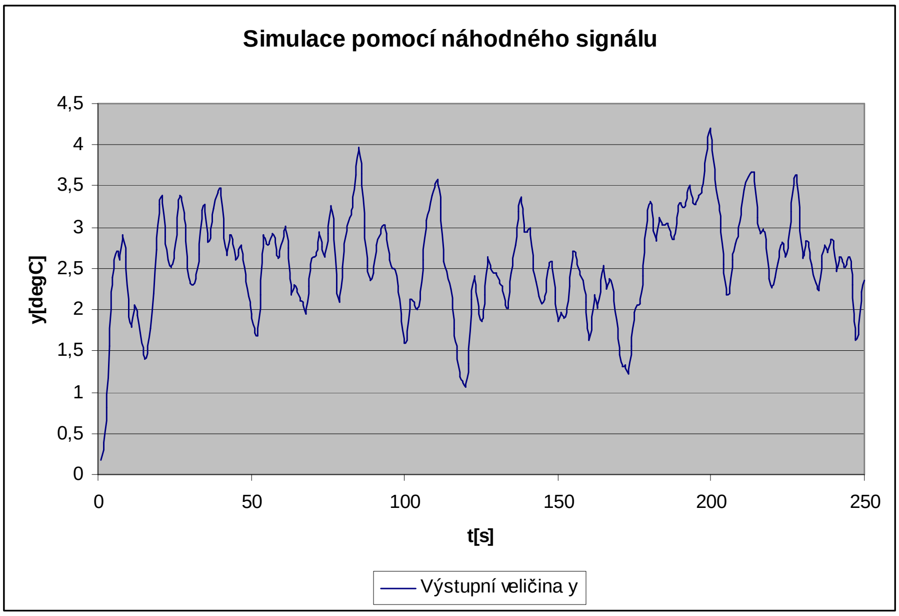
4.3 Simulace pomocí náhodného signálu



Obrázek 10: Schéma pro simulaci náhodného signálu v Simulinku

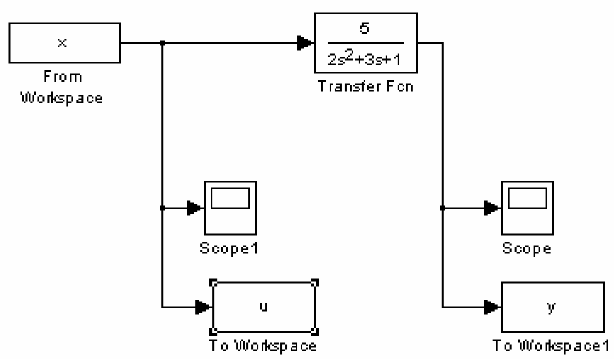


Obrázek 11: Průběh vstupní veličiny u v závislosti na čase t

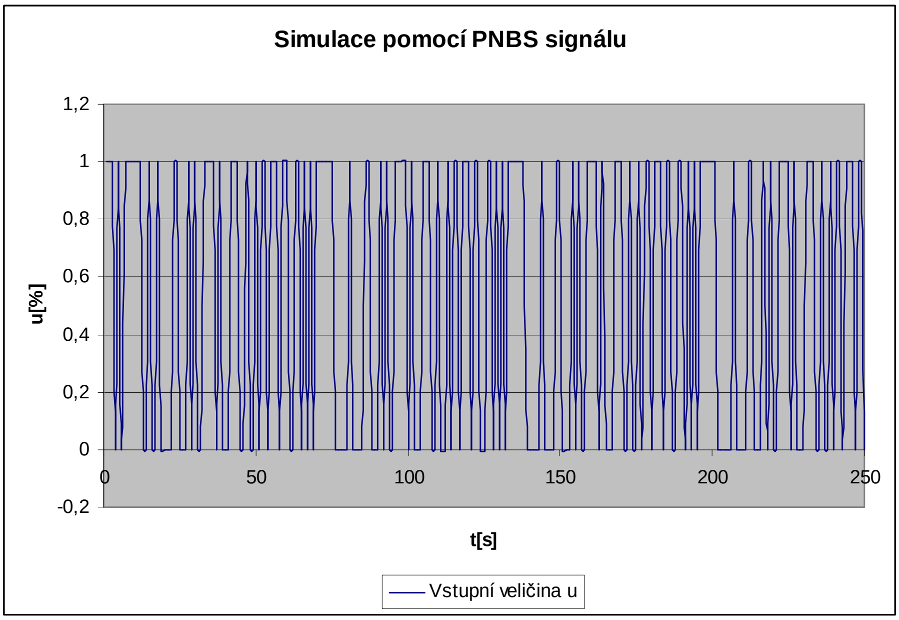


Obrázek 12: Průběh výstupní veličiny y v závislosti na čase t

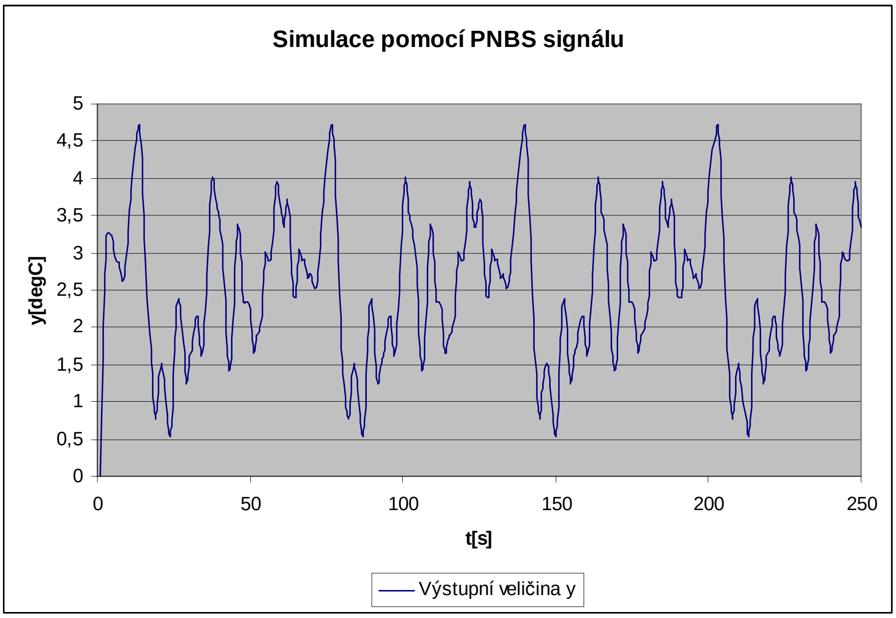
4.4 Simulace pomocí PNBS



Obrázek 13: Schéma pro simulaci signálu PNBS v Simulinku



Obrázek 14: Průběh vstupní veličiny u v závislosti na čase t



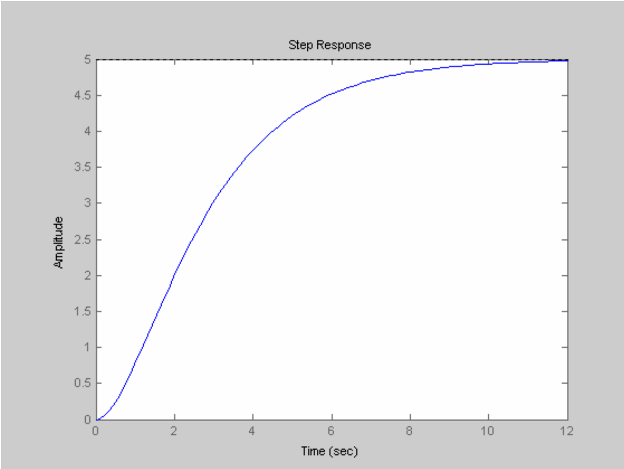
Obrázek 15: Průběh výstupní veličiny y v závislosti na čase t

4.5 Simulace přechodové funkce

Pro simulaci přechodové funkce byl použit příkaz v programu matlab:

```
p=tf([5],[2,3,1])

step(p)
```



Obrázek 16: Přechodová charakteristika získaná simulací

4.6 Výpočet středních hodnot a rozptylů měření

Střední hodnoty a rozptyly byly počítány pomocí vzorců (1) a (2).

4.6.1 Náhodné signály

$$\hat{\mu}_u = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} u(k) = 51{,}2659 \tag{74}$$

$$\hat{\mu}_y = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} y(k) = 170{,}5561 \tag{75}$$

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} [u(k) - \hat{\mu}_u]^2 = 877{,}0368 \tag{76}$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} [y(k) - \hat{\mu}_y]^2 = 2689{,}659 \tag{77}$$

4.6.2 PNBS signály

$$\hat{\mu}_u = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} u(k) = 0{,}495238 \tag{78}$$

$$\hat{\mu}_y = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} y(k) = 0{,}40745 \tag{79}$$

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}[u(k) - \hat{\mu}_u]^2 = 0{,}249977 \qquad (80)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}[y(k) - \hat{\mu}_y]^2 = 0{,}047913 \qquad (81)$$

4.7 Výpočet středních hodnot a rozptylů simulace

4.7.1 Náhodné signály

$$\hat{\mu}_u = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} u(k) = 0{,}521569 \qquad (82)$$

$$\hat{\mu}_y = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} y(k) = 2{,}519007 \qquad (83)$$

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}[u(k) - \hat{\mu}_u]^2 = 0{,}084268 \qquad (84)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}[y(k) - \hat{\mu}_y]^2 = 0{,}393042 \qquad (85)$$

4.7.2 PNBS signály

$$\hat{\mu}_u = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} u(k) = 0{,}514286 \qquad (86)$$

$$\hat{\mu}_y = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} y(k) = 2{,}487663 \qquad (87)$$

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}[u(k) - \hat{\mu}_u]^2 = 0{,}249796 \qquad (88)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}[y(k) - \hat{\mu}_y]^2 = 1{,}074956 \qquad (89)$$

4.8 Kovarianční matice měření

4.8.1 Náhodné signály

Výpočet kovariance náhodných veličin $\hat{C}\left(U,Y\right)$**:**

$$\hat{C}\left(U,Y\right)=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(u\left(k\right)-\hat{\mu}_u\right)\left(y\left(k\right)-\hat{\mu}_y\right)= -38{,}3523 \qquad 90$$

Koeficient korelace $\hat{r}(U,Y)$ **:**

$$\hat{r}\left(U,Y\right)=\frac{\hat{C}\left(U,Y\right)}{\hat{\sigma}_u\hat{\sigma}_y}= -0{,}02497 \qquad 91$$

Ze získaných rozptylů, kovariance a korelačního koeficientu jsem sestavil kovarianční matici:

Kovarianční matice *C(X)* **:**

$$C(X)=\begin{bmatrix}\hat{\sigma}_u^2 & C(U,Y)\\ C(U,Y) & \hat{\sigma}_y^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}877{,}0368 & -38{,}3523\\ -38{,}3523 & 2689{,}659\end{bmatrix} \qquad 92$$

4.8.2 PNBS signály

Výpočet kovariance náhodných veličin $\hat{C}\left(U,Y\right)$**:**

$$\hat{C}\left(U,Y\right)=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(u\left(k\right)-\hat{\mu}_u\right)\left(y\left(k\right)-\hat{\mu}_y\right)= -0{,}0009 \qquad 93$$

Koeficient korelace $\hat{r}(U,Y)$ **:**

$$\hat{r}\left(U,Y\right)=\frac{\hat{C}\left(U,Y\right)}{\hat{\sigma}_u\hat{\sigma}_y}= -0{,}00819 \qquad 94$$

Ze získaných rozptylů, kovariance a korelačního koeficientu jsem sestavil kovarianční matici:

Kovarianční matice *C(X)* **:**

$$C(X)=\begin{bmatrix}\hat{\sigma}_u^2 & C(U,Y)\\ C(U,Y) & \hat{\sigma}_y^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0{,}249977 & -0{,}0009\\ -0{,}0009 & 0{,}047913\end{bmatrix} \qquad 95$$

4.9 Kovarianční matice simulace

4.9.1 Náhodné signály

Náhodná čísla:

Výpočet kovariance náhodných veličin $\hat{C}(U,Y)$**:**

$$\hat{C}(U,Y)=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(u(k)-\hat{\mu}_u\right)\left(y(k)-\hat{\mu}_y\right)= -0{,}01704 \qquad 96$$

Koeficient korelace $\hat{r}(U,Y)$ **:**

$$\hat{r}(U,Y)=\frac{\hat{C}(U,Y)}{\hat{\sigma}_u\hat{\sigma}_y}= -0{,}09365 \qquad 97$$

Ze získaných rozptylů, kovariance a korelačního koeficientu jsem sestavil kovarianční matici:

Kovarianční matice *C(X)* **:**

$$C(X)=\begin{bmatrix}\hat{\sigma}_u^2 & C(U,Y)\\ C(U,Y) & \hat{\sigma}_y^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0{,}084268 & -0{,}01704\\ -0{,}01704 & 0{,}393042\end{bmatrix} \qquad 98$$

4.9.2 PNBS signály

Výpočet kovariance náhodných veličin $\hat{C}(U,Y)$**:**

$$\hat{C}(U,Y)=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(u(k)-\hat{\mu}_u\right)\left(y(k)-\hat{\mu}_y\right)= -0{,}0216 \qquad 99$$

Koeficient korelace $\hat{r}(U,Y)$:

$$\hat{r}(U,Y) = \frac{\hat{C}(U,Y)}{\hat{\sigma}_u \hat{\sigma}_y} = -0{,}04168 \qquad (100)$$

Ze získaných rozptylů, kovariance a korelačního koeficientu jsem sestavil kovarianční matici:

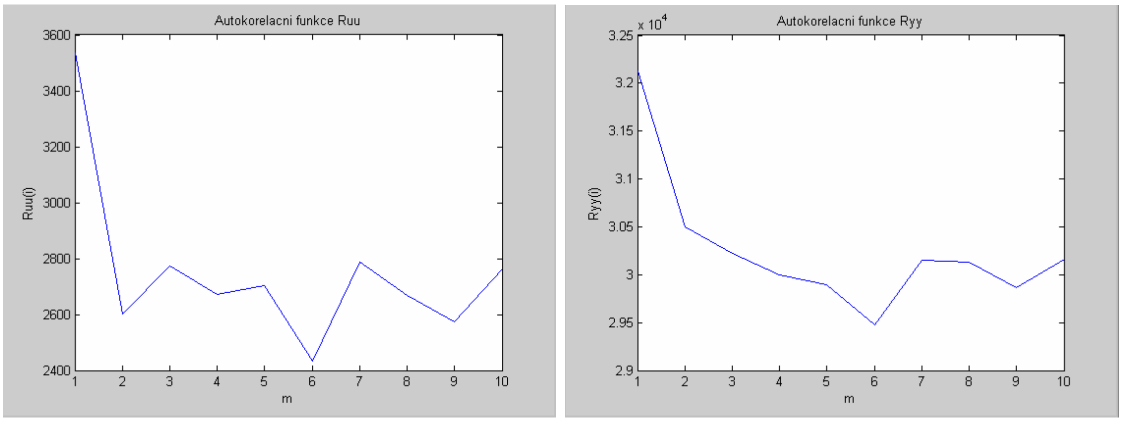
Kovarianční matice *C(X)* :

$$C(X) = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_u^2 & C(U,Y) \\ C(U,Y) & \hat{\sigma}_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}249796 & -0{,}0216 \\ -0{,}0216 & 1{,}074956 \end{bmatrix} \qquad (101)$$

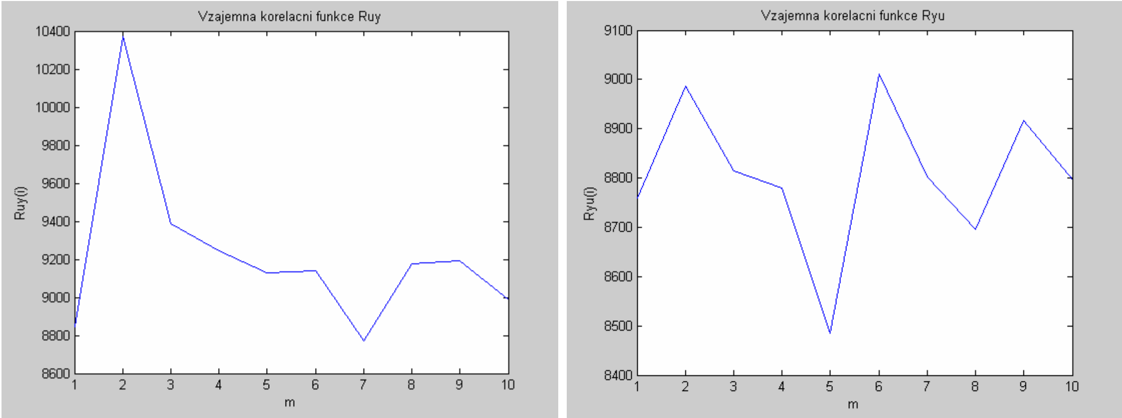
4.10 Autokorelační funkce a vzájemné korelační funkce měření

Pro výpočet autokorelačních funkcí a vzájemných korelačních funkcí byly použity vzorce (6)-(8).

4.10.1 Náhodné signály

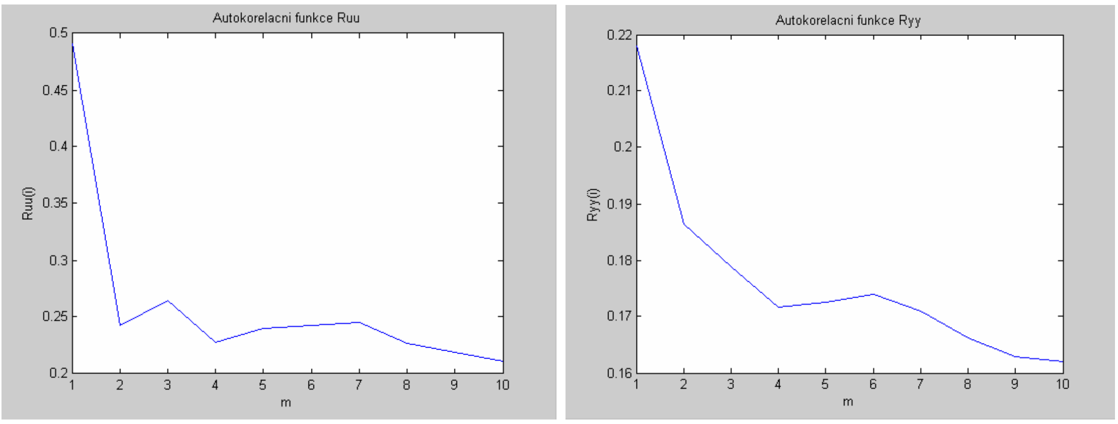


Obrázek 17: Vlevo autokorelační fce R_{uu}, vpravo autokorelační fce R_{yy}

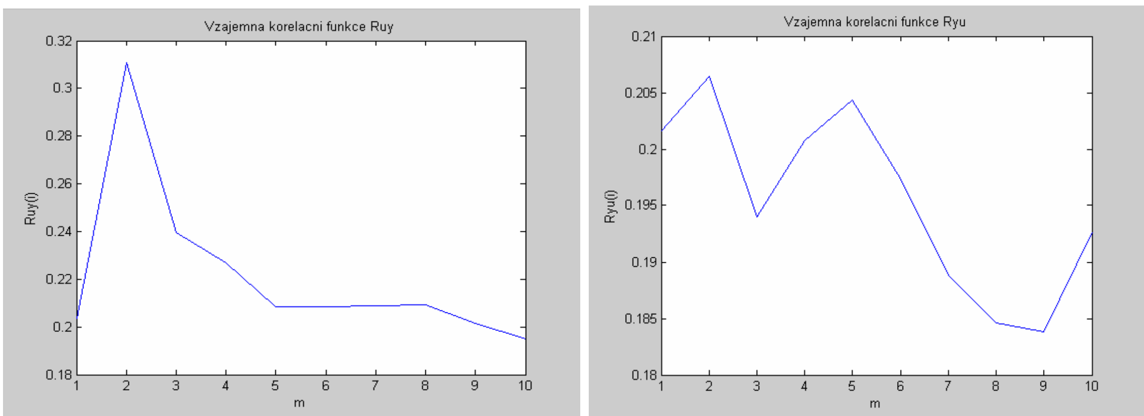


Obrázek 18: Vlevo vzájemná autokorelační fce R_{uy}, vpravo vzájemná autokorelační fce R_{yu}

4.10.2 PNBS signály



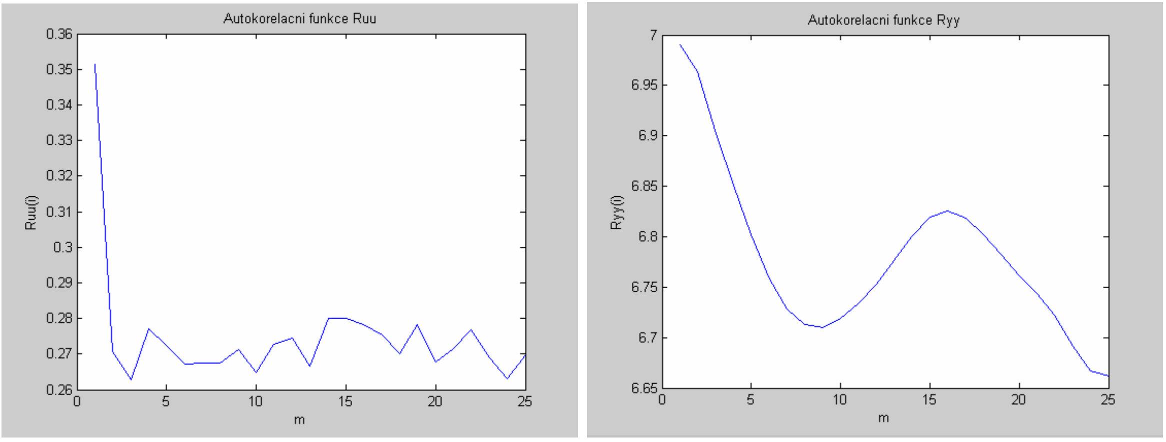
Obrázek 19: Vlevo autokorelační fce R_{uu}, vpravo autokorelační fce R_{yy}



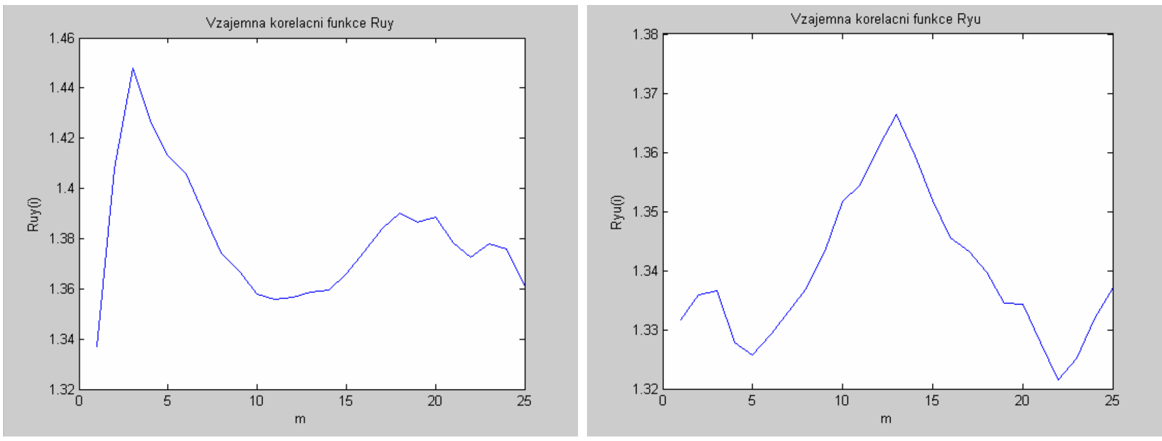
Obrázek 20: Vlevo vzájemná autokorelační fce R_{uy}, vpravo vzájemná autokorelační fce R_{yu}

4.11 Autokorelační funkce a vzájemné korelační funkce simulace

4.11.1 Náhodné signály

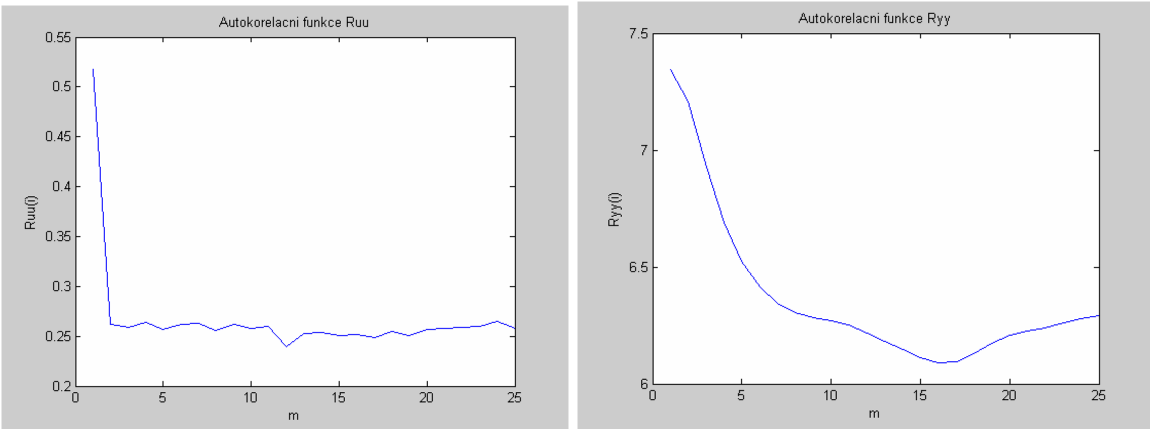


Obrázek 21: Vlevo autokorelační fce R_{uu}, vpravo autokorelační fce R_{yy}

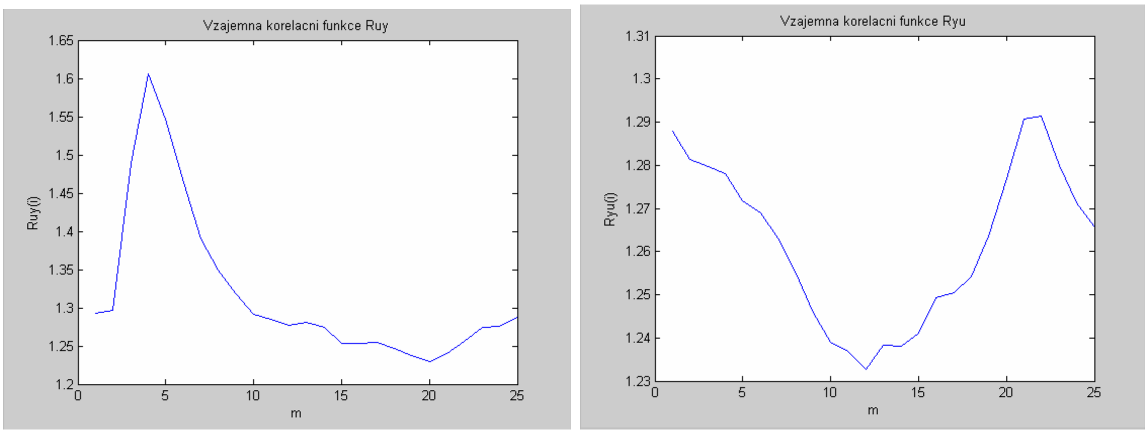


Obrázek 22: Vlevo vzájemná autokorelační fce R_{uy}, vpravo vzájemná autokorelační fce R_{yu}

4.11.2 PNBS signály



Obrázek 23: Vlevo autokorelační fce R_{uu}, vpravo autokorelační fce R_{yy}

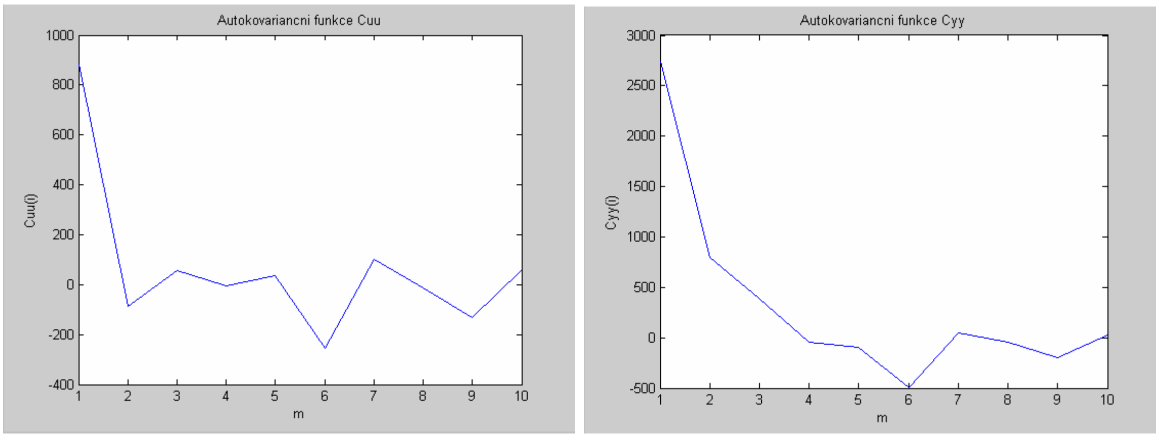


Obrázek 24: Vlevo vzájemná autokorelační fce R_{uy}, vpravo vzájemná autokorelační fce R_{yu}

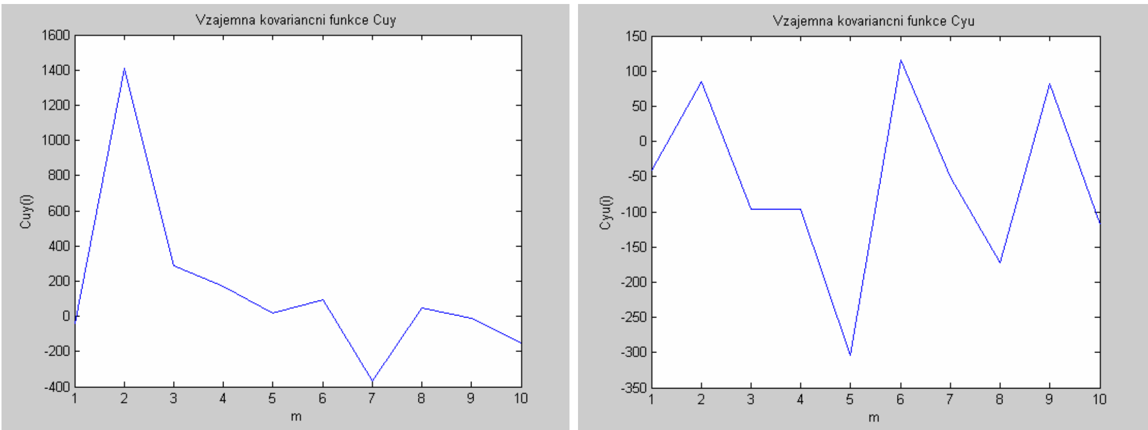
4.12 Autokovarianční funkce a vzájemné kovarianční funkce měření

Pro výpočet autokovariančních funkcí a vzájemných kovariančních funkcí byly použity vzorce (9)-(11).

4.12.1 Náhodné signály

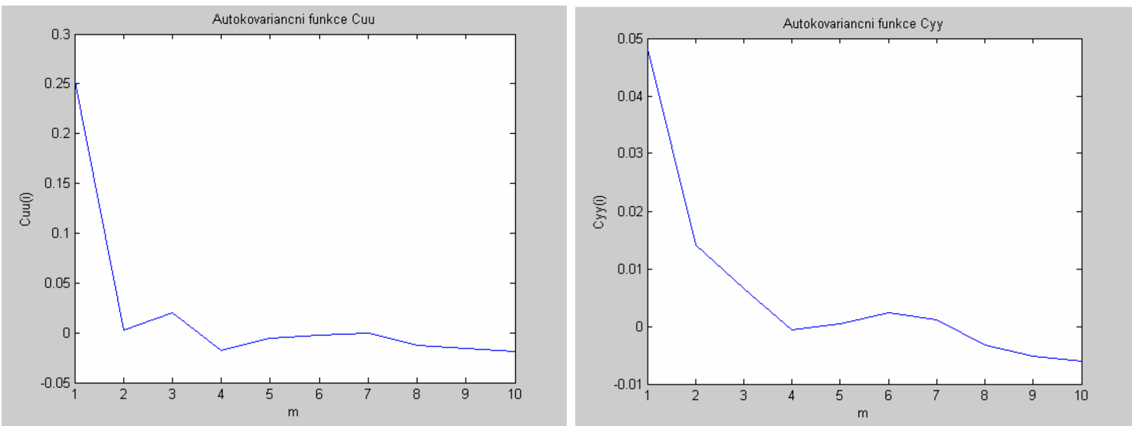


Obrázek 25: Vlevo autokovarianční fce C_{uu}, vpravo autokovarianční fce C_{yy}

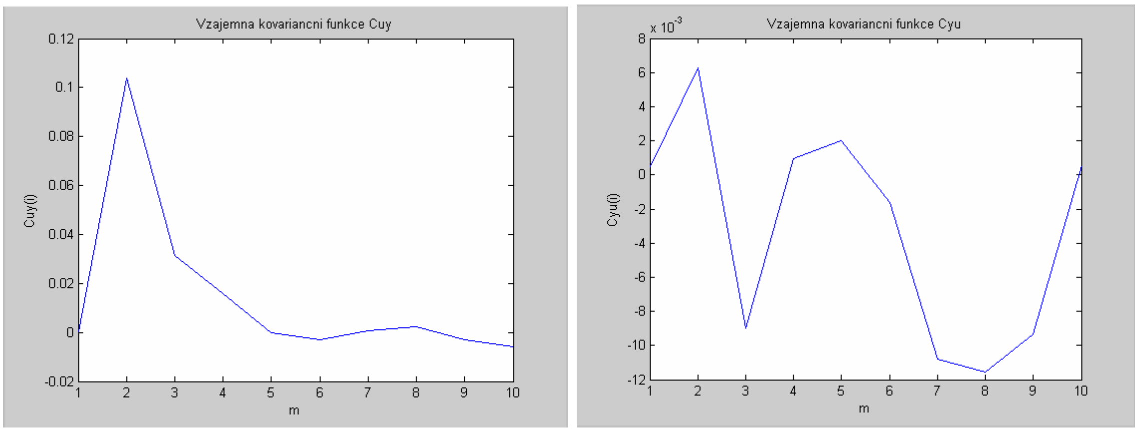


Obrázek 26: Vlevo vzájemná kovarianční fce C_{uy}, vpravo vzájemná kovarianční fce C_{yu}

4.12.2 PNBS signály



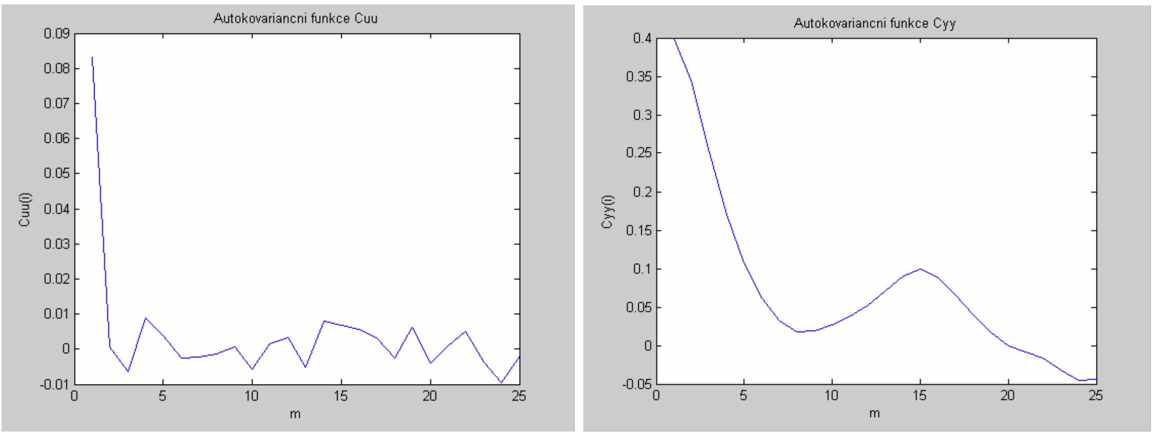
Obrázek 27: Vlevo autokovarianční fce C_{uu}, vpravo autokovarianční fce C_{yy}



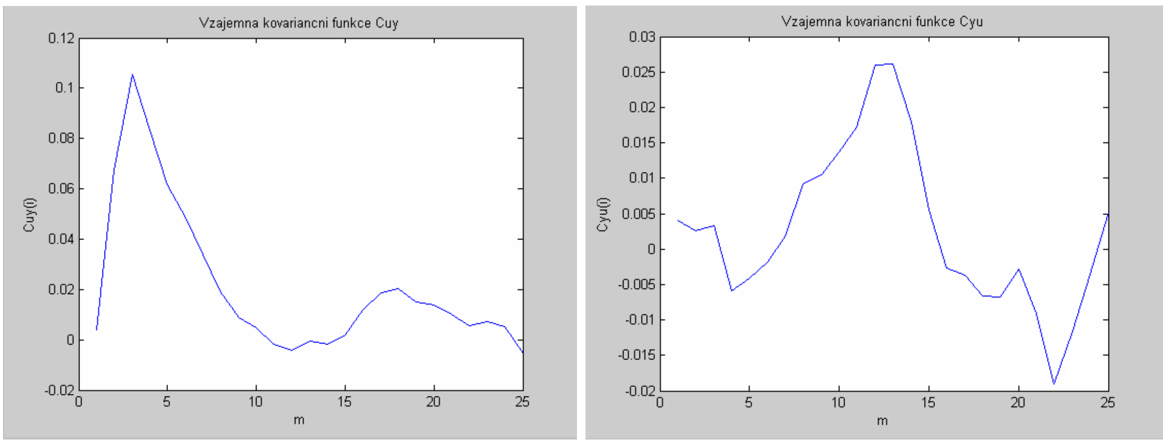
Obrázek 28: Vlevo vzájemná kovarianční fce C_{uy}, vpravo vzájemná kovarianční fce C_{yu}

4.13 Autokovarianční funkce a vzájemné kovarianční funkce simulace

4.13.1 Náhodné signály

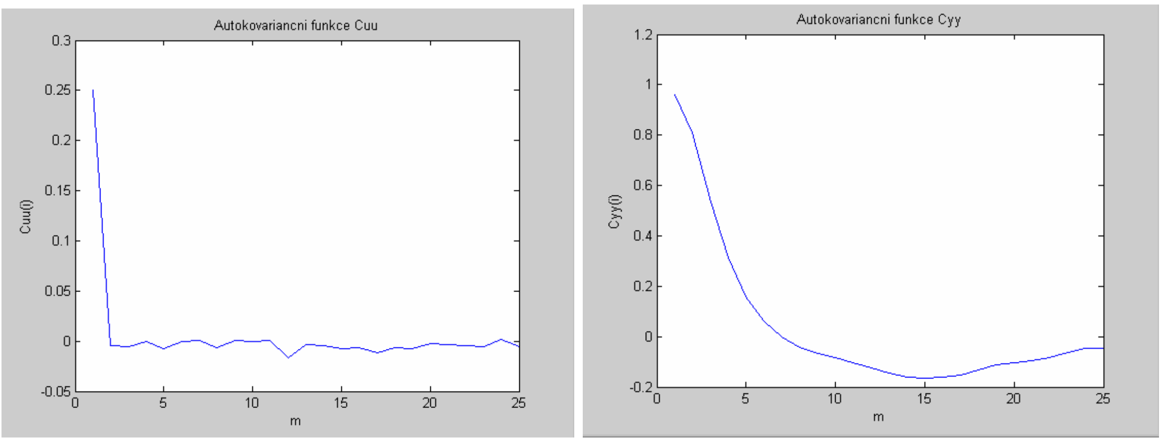


Obrázek 29: Vlevo autokovarianční fce C_{uu}, vpravo autokovarianční fce C_{yy}

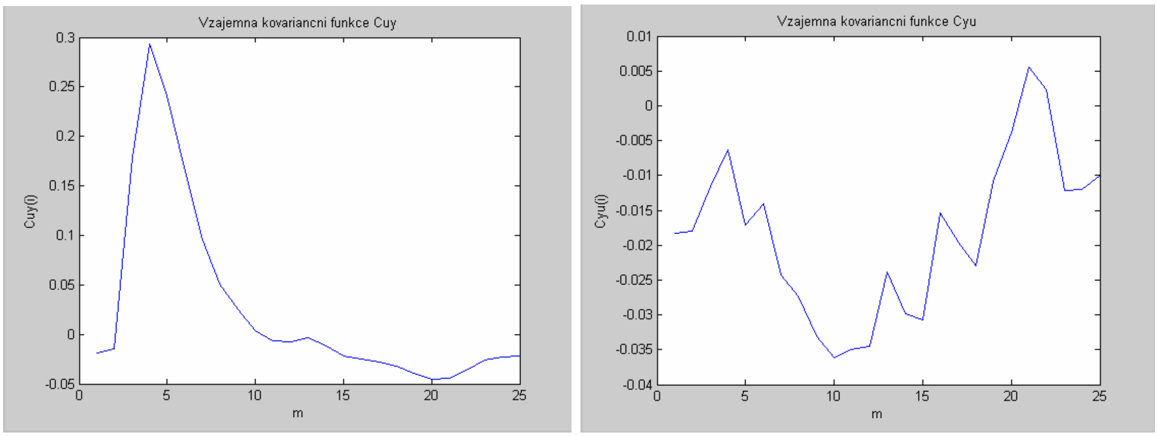


Obrázek 30: Vlevo vzájemná kovarianční fce C_{uy}, vpravo vzájemná kovarianční fce C_{yu}

4.13.2 PNBS signály



Obrázek 31: Vlevo autokovarianční fce C_{uu}, vpravo autokovarianční fce C_{yy}



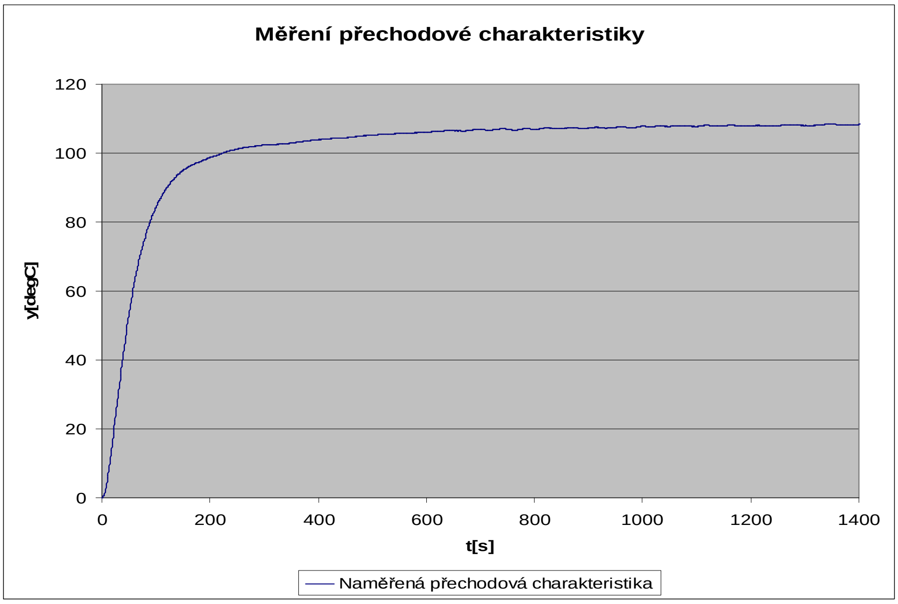
Obrázek 32: Vlevo vzájemná kovarianční fce C_{uy}, vpravo vzájemná kovarianční fce C_{yu}

5 VZOROVÉ VYPRACOVÁNÍ PROTOKOLU 2

Název protokolu:

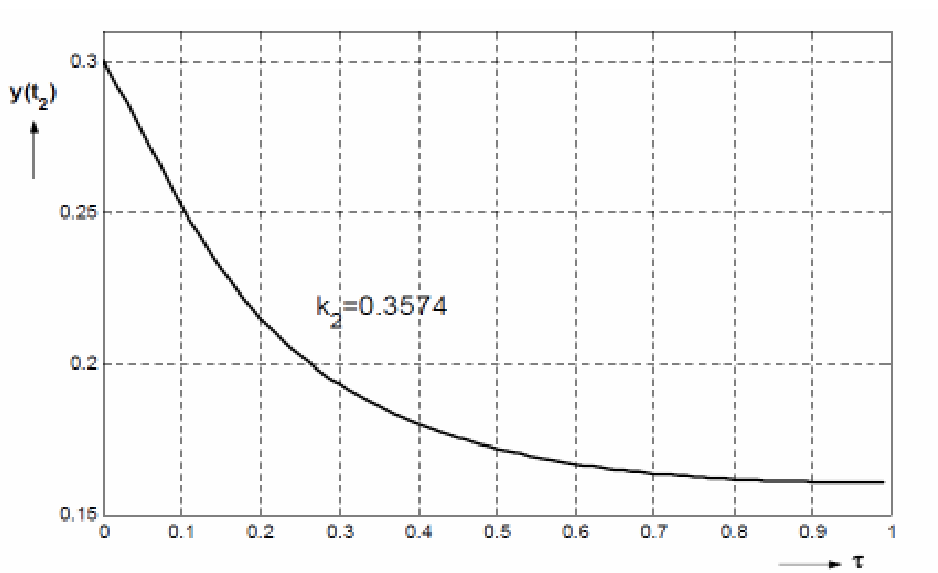
<u>Proměření dynamické soustavy pomocí generátoru PNBS</u>

5.1 Naměřená přechodová charakteristika

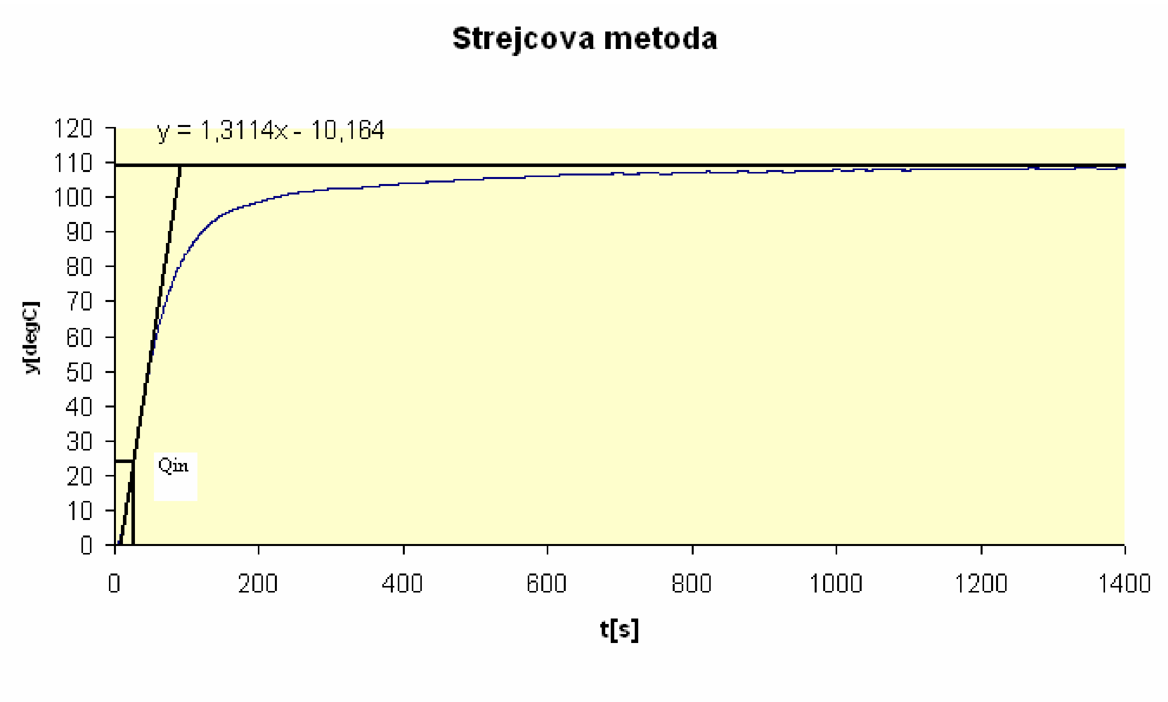


Obrázek 33: Naměřená přechodová charakteristika

5.2 Aproximace přechodové charakteristiky Strejcovou



Obrázek 34: Graf pro určení časové konstanty τ



Obrázek 35: Graf pro Strejcovu metodu s inflexním bodem Q_{in}

Rovnice regresní přímky:

$$y = 1{,}3114 \cdot x - 10{,}164 \qquad 102$$

Ypsilonová souřadnice inflexního bodu Q_{in} byla odečtena z grafu přechodové funkce a vyšla:

y= 23,95822

Po dosazení do rovnice regresní přímky:

$$23{,}95822 = 1{,}3114 \cdot x - 10{,}164 \qquad 103$$

Z této rovnice vypočítáme xsovou souřadnici inflexního bodu Q_{in}:

$$x = \frac{23{,}95822 + 10164}{1{,}3114} = 26 \qquad 104$$

Inflexní bod Q_{in} má souřadnice:

$$Q_{in} = [t_{in}; y_{in}] = [26; 23{,}95822]$$

Z grafu odečteme:

T_u=9s, T_n=87s

Určíme poměr konstant T_u / $T_{n:}$

$$\tau_u = \frac{T_u}{T_n} = \frac{9}{87} = 0{,}103 \qquad 105$$

$$0{,}103 \leq 0{,}104$$

Z toho vyplývá, že se jedná o soustavu druhého řádu s různými časovými konstantami.

$$y(t_1) = 0{,}72 \cdot 109 = 78{,}5s \qquad 106$$

Z grafu odečteme $t_{1:}$

$$t_1(y1) = 60s$$

Vypočítáme součet konstant T_1 a T_2:

$$T_1 + T_2 = \frac{t_1}{1{,}2564} = \frac{60}{1{,}2564} = 47{,}76s \qquad 107$$

Vypočítáme časový úsek :

$$t_2 = 0{,}3574\left(T_1 + T_2\right) = 0{,}3574 \cdot 47{,}76 = 17s \qquad 108$$

Z grafu odečteme $y(t_2)$:

$$y_2 = 17{,}5°C$$

Z grafu odečteme poměr časových konstant $\tau = \frac{T_2}{T_1}$:

$$\tau = \frac{T_2}{T_1} = 0{,}496 \qquad 109$$

Z rovnic $T_1 + T_2 = \frac{t_1}{1{,}2564}$ a $\tau = \frac{T_2}{T_1}$ určíme časové konstanty T_1 a $T_{2:}$

$T_{1=}$ 31,9s, $T_{2=}$15,86s

Zesílení vypočítáme:

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{245}{2,25} = 109 \qquad 110$$

Výsledný přenos aproximační soustavy:

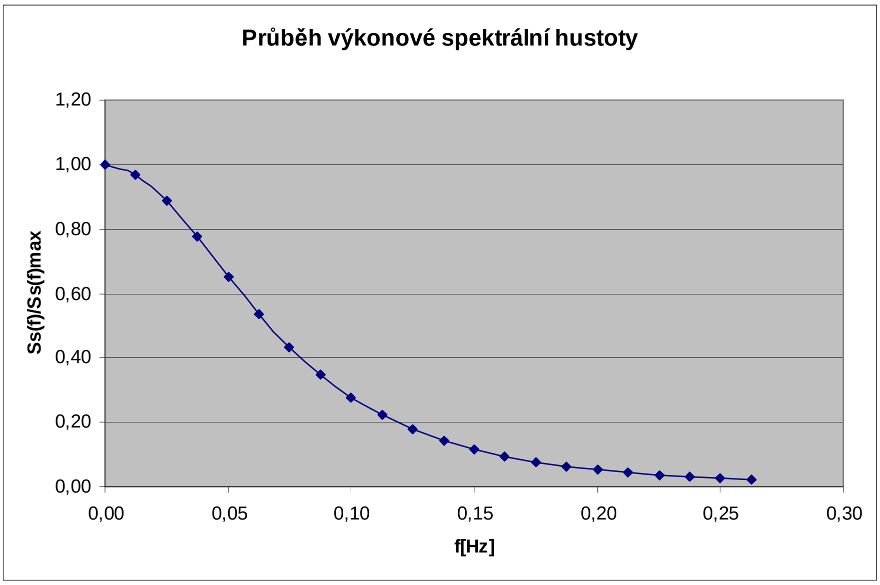
$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{109}{(31,9s + 1)(15,86s + 1)} \qquad 111$$

5.3 Výkonová spektrální hustota soustavy a generátoru PNBS

5.3.1 Měření PNBS

f[Hz]	Ss(f)	Ss(f)/Ssmax	%
0,00	25,000	1,000000	100,00
0,01	24,249	0,969967	97,00
0,03	22,209	0,888356	88,84
0,04	19,386	0,775431	77,54
0,05	16,320	0,652799	65,28
0,06	13,403	0,536131	53,61
0,08	10,841	0,433640	43,36
0,09	8,697	0,347893	34,79
0,10	6,956	0,278236	27,82
0,11	5,565	0,222604	22,26
0,13	4,464	0,178570	17,86
0,14	3,596	0,143843	14,38
0,15	2,912	0,116462	11,65
0,16	2,371	0,094829	9,48
0,18	1,942	0,077675	7,77
0,19	1,600	0,064012	6,40
0,20	1,327	0,053072	5,31
0,21	1,107	0,044266	4,43
0,23	0,928	0,037136	3,71
0,24	0,783	0,031331	3,13
0,25	0,664	0,026576	2,66
0,26	0,567	0,022661	2,27

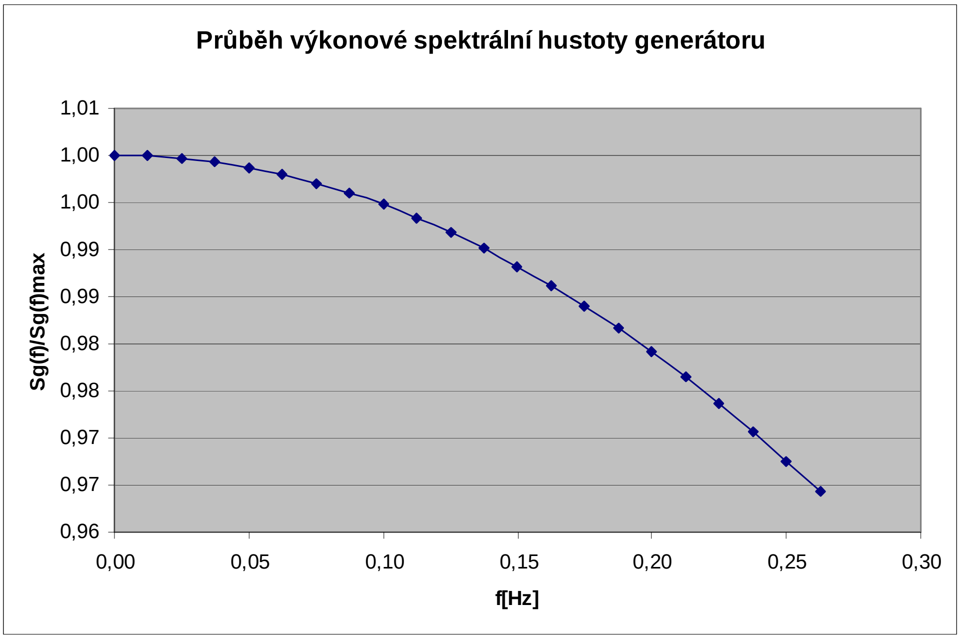
Tabulka 3: Výkonová spektrální hustota soustavy



Obrázek 36: Průběh výkonové spektrální hustoty

f[Hz]	Sg(f)	Sg(f)/Sgmax	%
0,00	0,400	1,000000	100,00
0,01	0,400	0,999918	99,99
0,03	0,400	0,999671	99,97
0,04	0,400	0,999261	99,93
0,05	0,399	0,998686	99,87
0,06	0,399	0,997948	99,79
0,08	0,399	0,997046	99,70
0,09	0,398	0,995980	99,60
0,10	0,398	0,994753	99,48
0,11	0,397	0,993362	99,34
0,13	0,397	0,991811	99,18
0,14	0,396	0,990098	99,01
0,15	0,395	0,988224	98,82
0,16	0,394	0,986191	98,62
0,18	0,394	0,983999	98,40
0,19	0,393	0,981649	98,16
0,20	0,392	0,979142	97,91
0,21	0,391	0,976479	97,65
0,23	0,389	0,973661	97,37
0,24	0,388	0,970689	97,07
0,25	0,387	0,967564	96,76
0,26	0,386	0,964287	96,43

Tabulka 4: Výkonová spektrální hustota generátoru



Obrázek 37: Průběh výkonové spektrální hustoty generátoru

5.3.2 Simulace PNBS

Zvolené parametry generátoru:

$\Delta t = 0.4$, n =6, a =1

Kontrola parametrů pomocí T_{max}:

$$G(s) = \frac{5}{2s^2 + 3s + 1} = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} \Rightarrow T_{\max} = \sqrt{2} \quad 112$$

$$f_{\min} = \frac{0,5}{2\pi T_{\max}} = \frac{0,5}{2\pi\sqrt{2}} 0,056 Hz \quad 113$$

$$f_{\max} = \frac{10}{2\pi T_{\max}} = \frac{10}{2\pi\sqrt{2}} 1,126 Hz \quad 114$$

$$N = 2^n - 1 = 2^6 - 1 = 63 \quad 115$$

$$f_{do\ln i} = \frac{1}{N\Delta t} = \frac{1}{63 \cdot 0,4} = 0,039 Hz \quad 116$$

$$f_{horni} = \frac{0,5}{\Delta t} = \frac{0,5}{0,4} = 1,25 Hz \quad 117$$

Porovnání vypočítaných hodnot:

$$f_{do\ln i} < f_{\min} \quad \wedge \quad f_{\max} < f_{horni}$$

$$\Delta t < 0.314 \cdot T_{\max}$$
$$0{,}4 < 0{,}444$$

$$N \cdot \Delta t > 12.56 \cdot T_{\max}$$
$$25.2 > 17{,}76$$

Parametry byly zvoleny vhodně.

Určíme průběh výkonové spektrální hustoty generátoru PNBS podle vztahu:

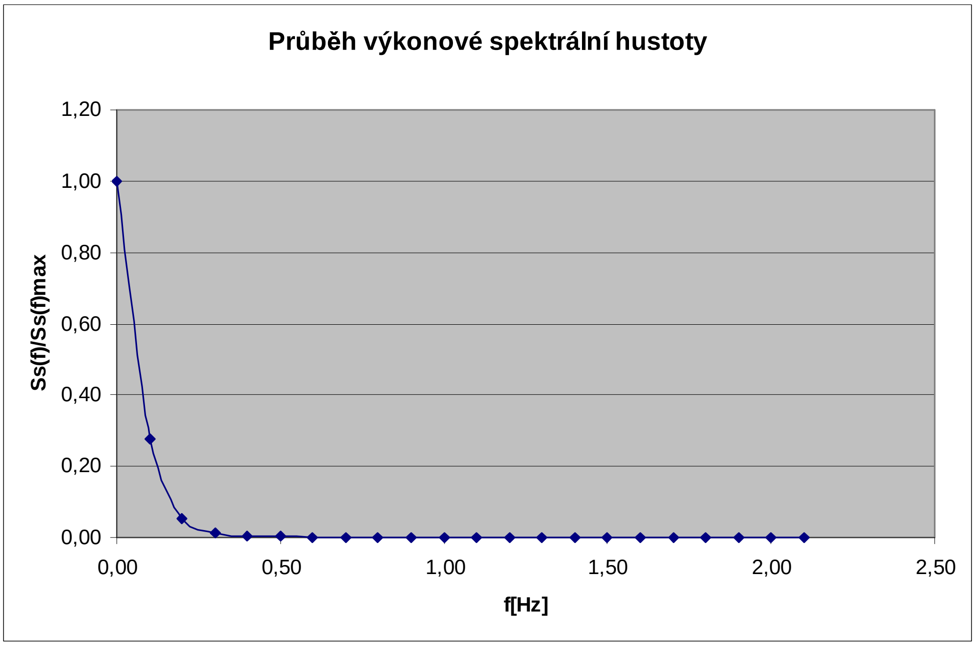
$$S_G(f) = \frac{a^2}{2\pi^2 f^2 \Delta t}(1 - \cos 2\pi f \Delta t) \qquad 118$$

Pro f=0 je potřeba vypočítat limitu dané funkce pro f -> 0.

$$\lim_{f \to 0} S_G(f) = \lim_{f \to 0} \frac{a^2}{2\pi^2 f^2 \Delta t}(1 - \cos 2\pi f \Delta t) = \lim_{f \to 0}(a^2 \cos(2\pi . f . \Delta t).\Delta t) = 1.\cos(0).0{,}4 = \underline{\underline{0{,}4}} \qquad 119$$

f[Hz]	Ss(f)	Ss(f)/Ssmax	%
0,00	25,000	1,000000	100,00
0,10	6,956	0,278236	27,82
0,20	1,327	0,053072	5,31
0,30	0,362	0,014463	1,45
0,40	0,130	0,005213	0,52
0,50	0,057	0,002277	0,23
0,60	0,028	0,001139	0,11
0,70	0,016	0,000628	0,06
0,80	0,009	0,000374	0,04
0,90	0,006	0,000236	0,02
1,00	0,004	0,000156	0,02
1,10	0,003	0,000107	0,01
1,20	0,002	0,000076	0,01
1,30	0,001	0,000055	0,01
1,40	0,001	0,000041	0,00
1,50	0,001	0,000031	0,00
1,60	0,001	0,000024	0,00
1,70	0,000	0,000019	0,00
1,80	0,000	0,000015	0,00
1,90	0,000	0,000012	0,00
2,00	0,000	0,000010	0,00
2,10	0,000	0,000008	0,00

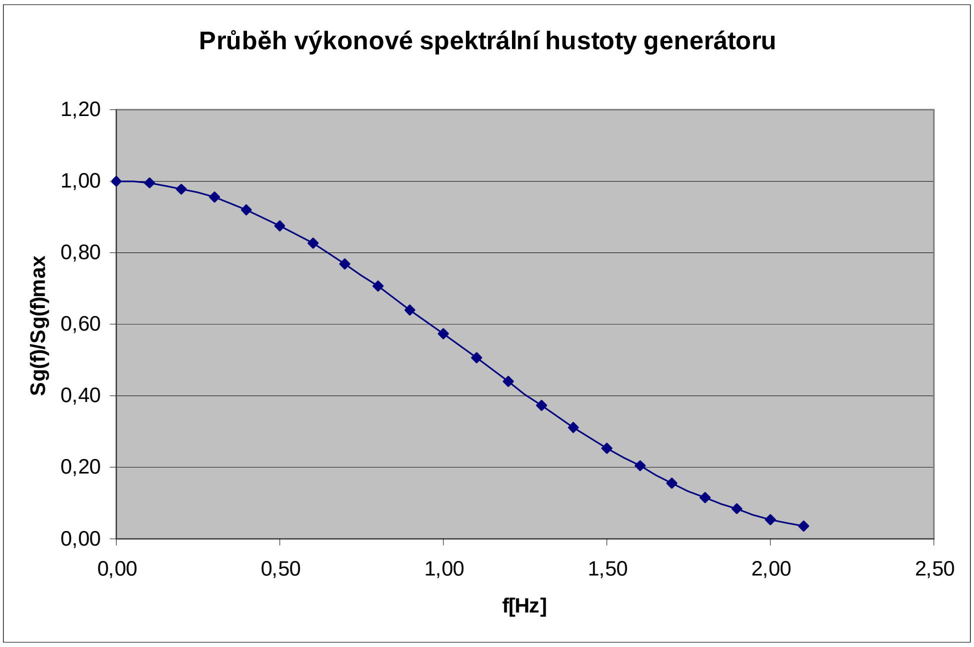
Tabulka 5: Výkonová spektrální hustota soustavy



Obrázek 38: Průběh výkonové spektrální hustoty

f[Hz]	Sg(f)	Sg(f)/Sgmax	%
0,00	0,400	1,000000	100,00
0,10	0,398	0,994753	99,48
0,20	0,392	0,979142	97,91
0,30	0,381	0,953561	95,36
0,40	0,367	0,918646	91,86
0,50	0,350	0,875260	87,53
0,60	0,330	0,824463	82,45
0,70	0,307	0,767475	76,75
0,80	0,282	0,705638	70,56
0,90	0,256	0,640372	64,04
1,00	0,229	0,573130	57,31
1,10	0,202	0,505354	50,54
1,20	0,175	0,438430	43,84
1,30	0,149	0,373649	37,36
1,40	0,125	0,312169	31,22
1,50	0,102	0,254988	25,50
1,60	0,081	0,202921	20,29
1,70	0,063	0,156582	15,66
1,80	0,047	0,116375	11,64
1,90	0,033	0,082497	8,25
2,00	0,022	0,054944	5,49
2,10	0,013	0,033523	3,35

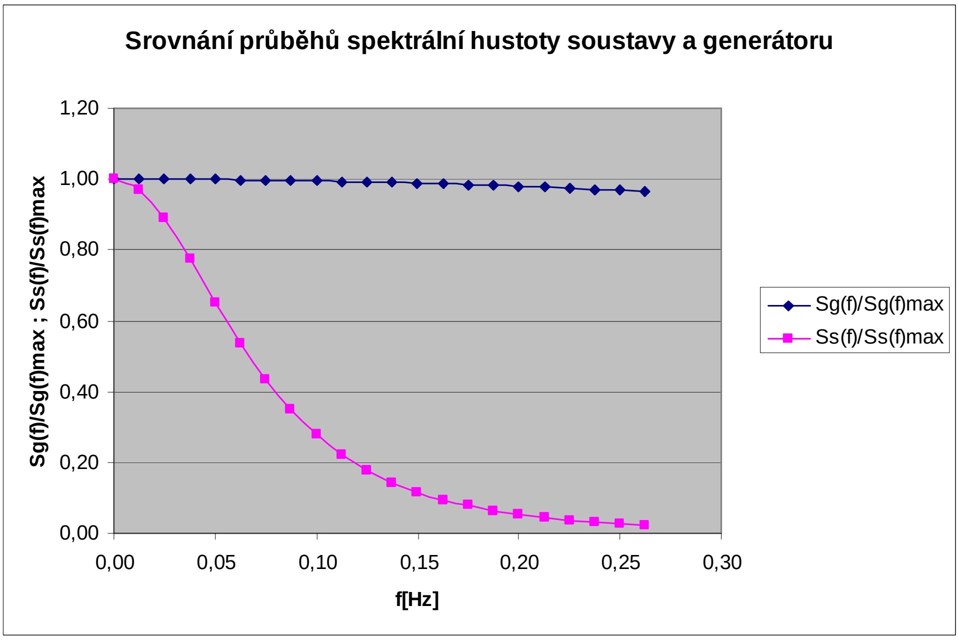
Tabulka 6: Výkonová spektrální hustota generátoru



Obrázek 39: Průběh výkonové spektrální hustoty generátoru

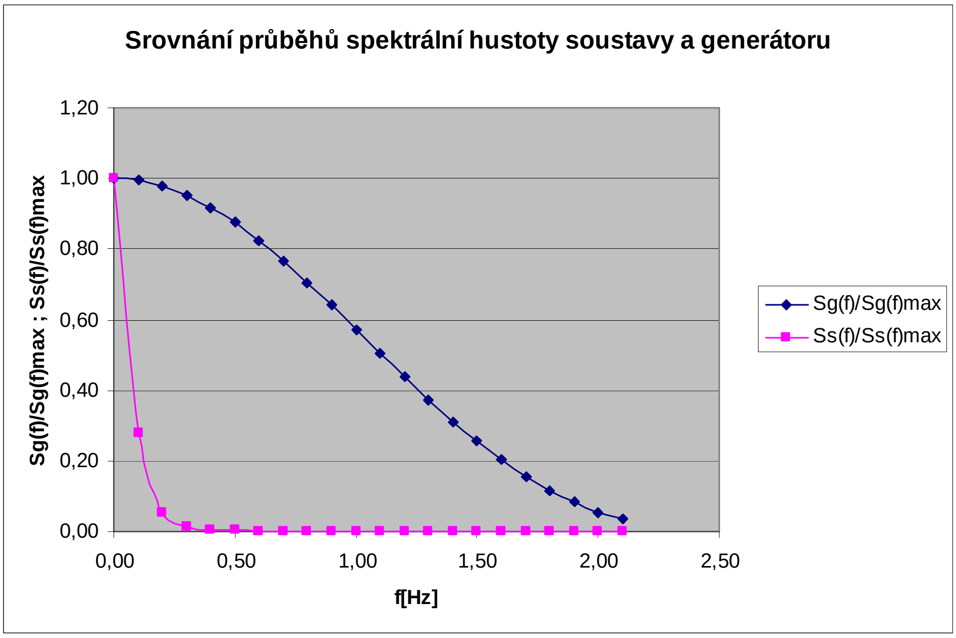
5.4 Srovnání průběhů výkonové spektrální hustoty soustavy a generátoru PNBS

5.4.1 Měření PNBS



Obrázek 40: Srovnání průběhů spektrální hustoty soustavy a generátoru

5.4.2 Simulace PNBS



Obrázek 41: Srovnání průběhů spektrální hustoty soustavy a generátoru

5.5 Diskrétní přenos a diferenční rovnice

Diskrétní přenos

Perioda vzorkování byla zvolena $T_0 = \Delta t = 0{,}4s$.

Diskrétní přenos byl určen ze zadaného přenosu spojitého pomocí funkce Matlabu c2dm.

[n,d]=c2dm(5,[2 3 1],0.4) 120

Diskrétní přenos má tvar:

$$G_s(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0{,}1643z^{-1} + 0{,}1345z^{-2}}{1 - 1{,}489z^{-1} + 0{,}5488z^{-2}} \qquad 121$$

Diferenční rovnice

Tento přenos lze přepsat do diferenční rovnice:

$$y(k) = 1{,}489(k-1) - 0{,}5488(k-2) + 0{,}1643(k-1) + 0{,}1345(k-2) \qquad 122$$

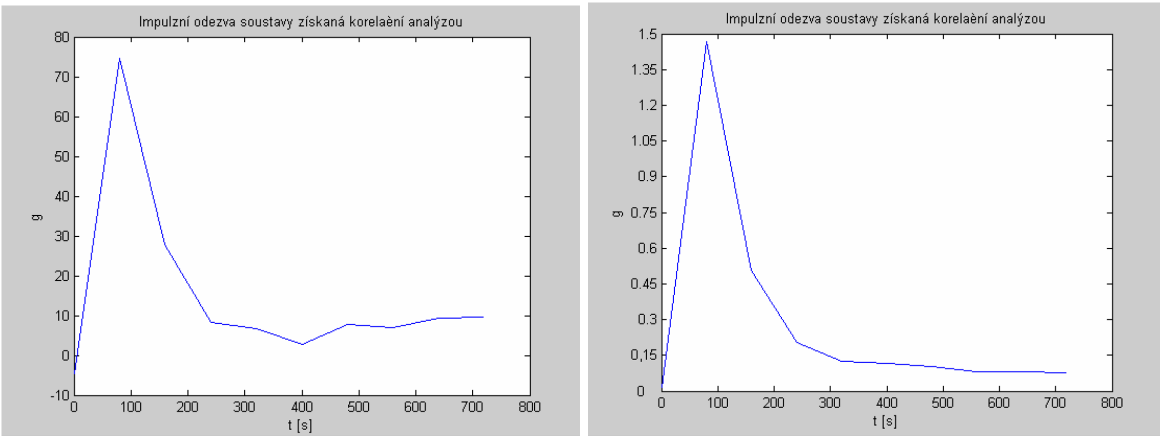
6 VZOROVÉ VYPRACOVÁNÍ PROTOKOLU 3

Název protokolu:

<u>Výpočet impulsní funkce pomocí korelační analýzy</u>

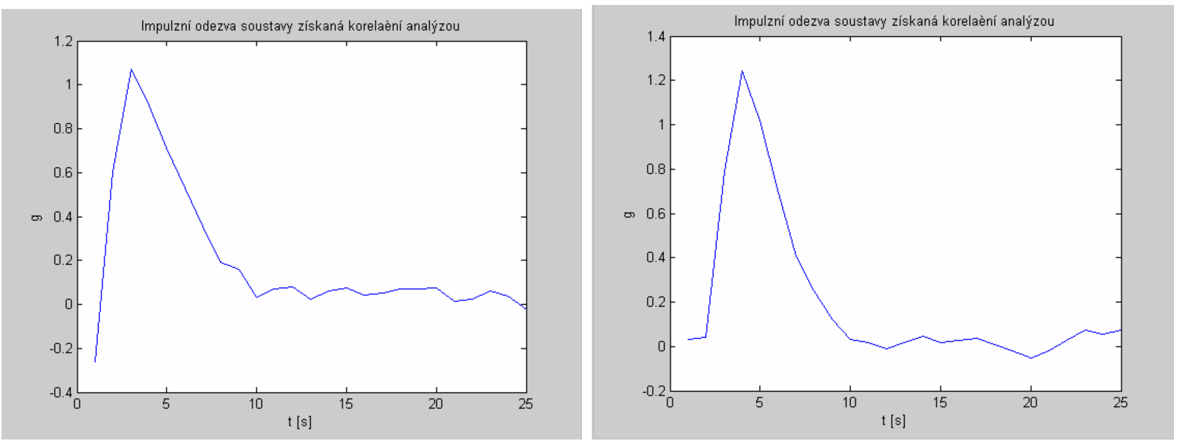
6.1 Impulsní funkce získané korelační analýzou

6.1.1 Měření



Obrázek 42: Vlevo korelační analýza pro náhodný signál, vpravo pro signál PNBS

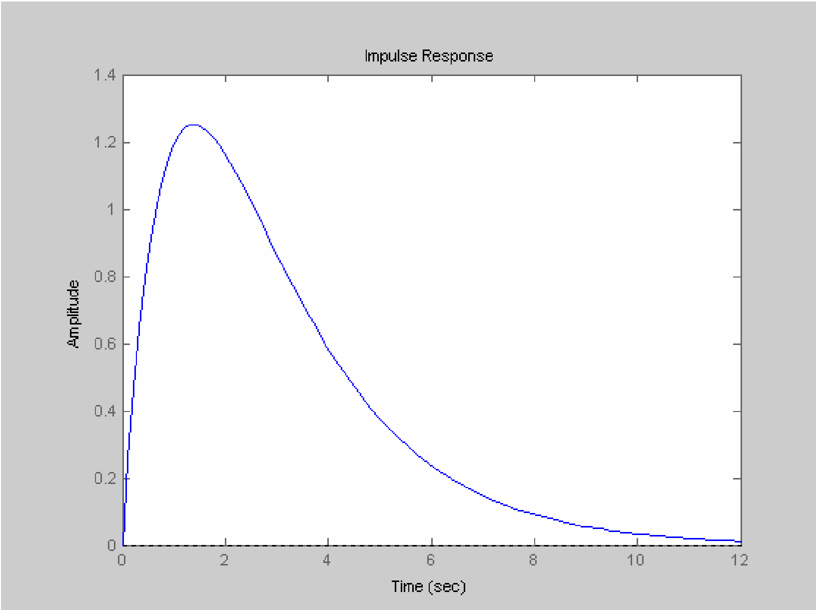
6.1.2 Simulace



Obrázek 43: Vlevo korelační analýza pro náhodný signál, vpravo pro signál PNBS

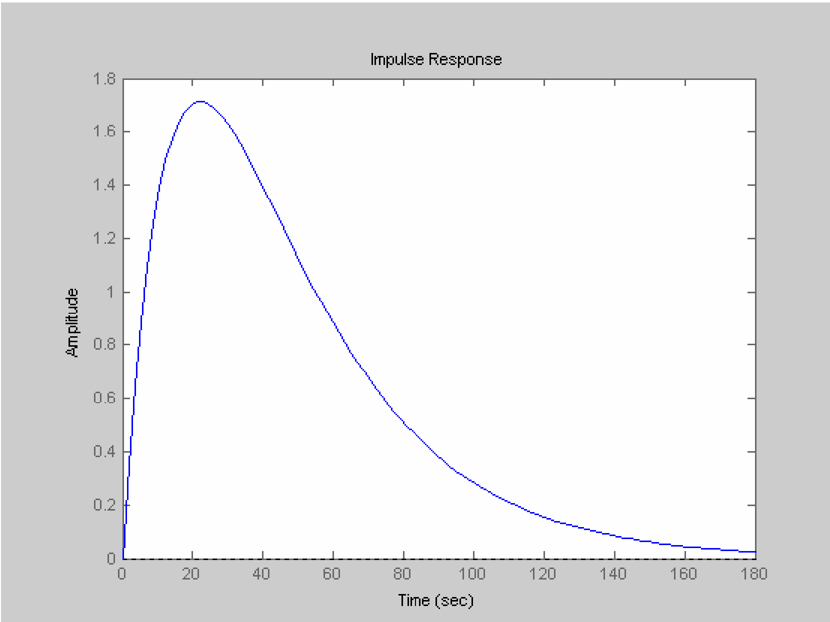
6.2 Impulsní funkce získané příkazem impulse

6.2.1 Zadaný přenos



Obrázek 44: Impulsní charakteristika ze zadaného přenosu soustavy

6.2.2 Aproximační přenos



Obrázek 45: Impulsní charakteristika reálné soustavy z přenosu získaného aproximací Strejcovou metodou

7 VZOROVÉ VYPRACOVÁNÍ PROTOKOLU 4

Název protokolu:

Odhad parametrů číslicového modelu metodou nejmenších čtverců

7.1 Metoda nejmenších čtverců pro naměřená data

7.1.1 Explicitní metoda

	a_1	a_2	b_1	b_2
Náhodný signál	-0.95501	0.15268	72.819	-43.935
PNBS	-1.2017	0.26259	0.41759	-0.36919

Tabulka 7: Parametry vypočítané explicitní MNČ

7.1.2 Rekurzivní metoda

	a_1	a_2	b_1	b_2
Náhodný signál	-0.95501	0.15268	72.819	-43.935
PNBS	-1.0973	0.21895	0.41957	-0.32315

Tabulka 8: Parametry vypočítané rekurzivní MNČ

7.2 Metoda nejmenších čtverců pro nasimulovaná data

7.2.1 Explicitní metoda

	a_1	a_2	b_1	b_2
Náhodný signál	-0.96876	0.21853	0.77544	0.47341
PNBS	-0.96905	0.22101	0.77843	0.47356

Tabulka 9: Parametry vypočítané explicitní MNČ

7.2.2 Rekurzivní metoda

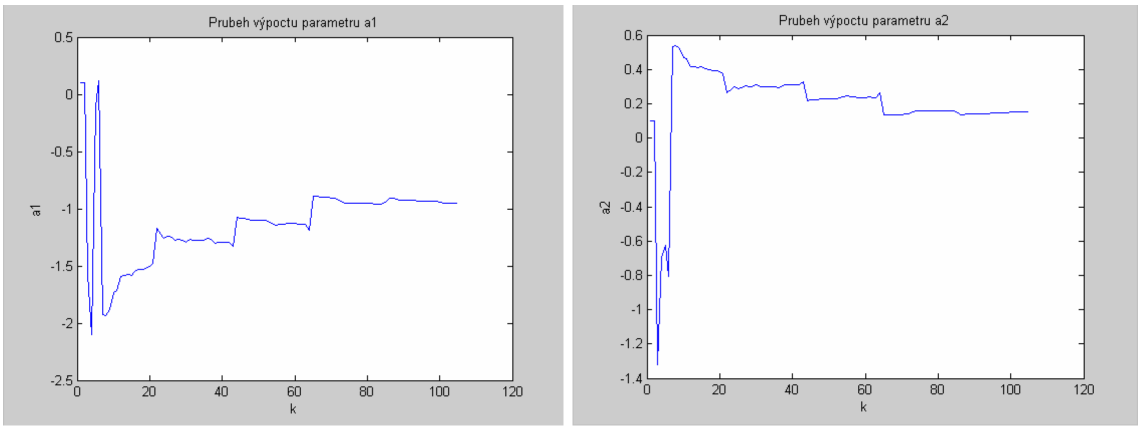
	a_1	a_2	b_1	b_2
Náhodný signál	-0.96876	0.21853	0.77544	0.47342
PNBS	-0.96905	0.22101	0.77843	0.47356

Tabulka 10: Parametry vypočítané rekurzivní MNČ

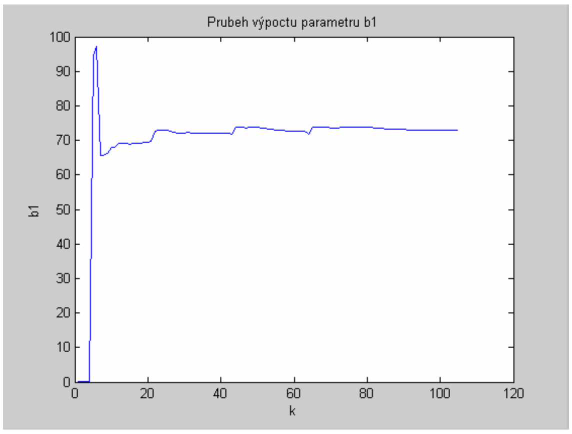
7.3 Grafické zobrazení odhadů parametrů a predikce měření

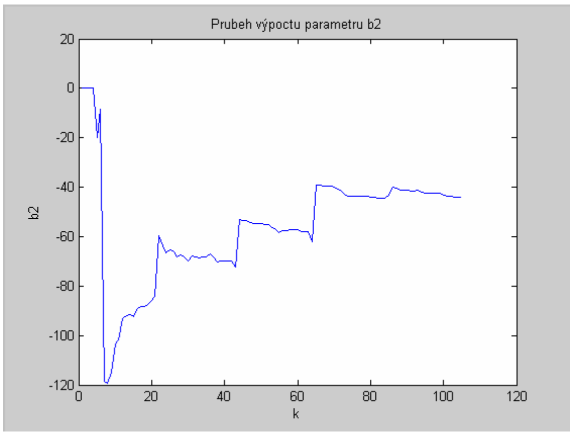
Při průběhu výpočtu parametrů u měření náhodným signálem jsou zřejmé poklesy. Ty jsou způsobeny pozastavováním měření v jeho průběhu. Měření muselo být pozastavováno, protože program W-Control neumožnil zadat více jak 20 náhodných hodnot a v programu Matlab nebylo toto měření vzhledem ke staršímu hardwaru možné provádět.

7.3.1 Náhodný signál

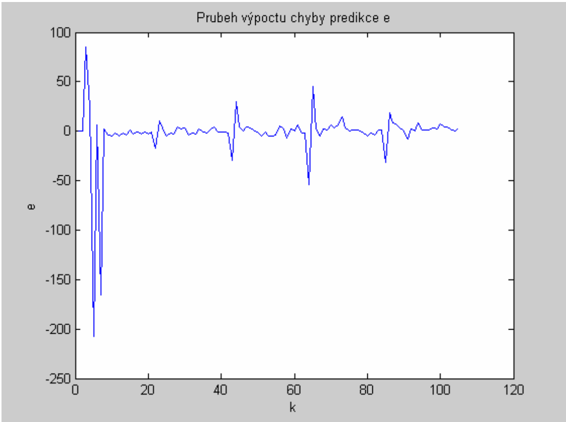


Obrázek 46: Vlevo výpočet parametru a_1, vpravo výpočet parametru a_2



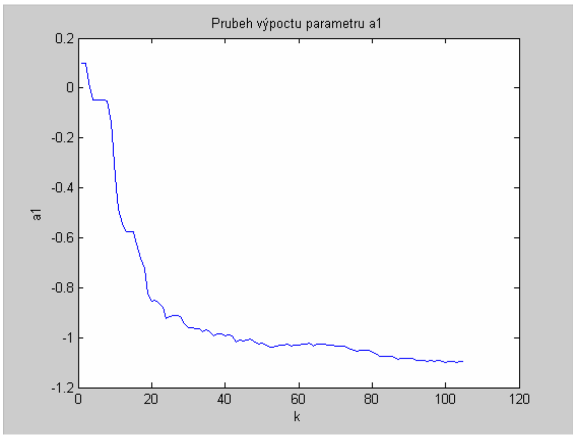


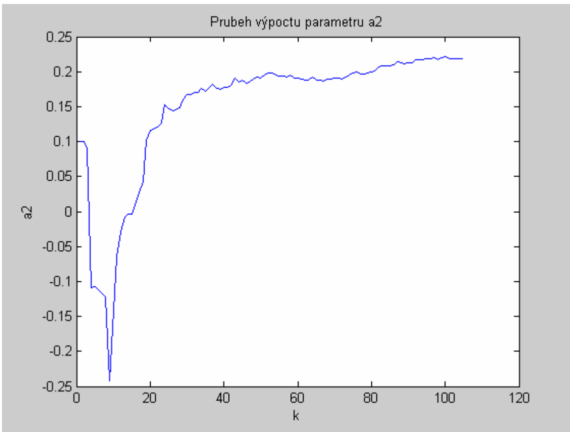
Obrázek 47: Vlevo výpočet parametru b_1, vpravo výpočet parametru b_2



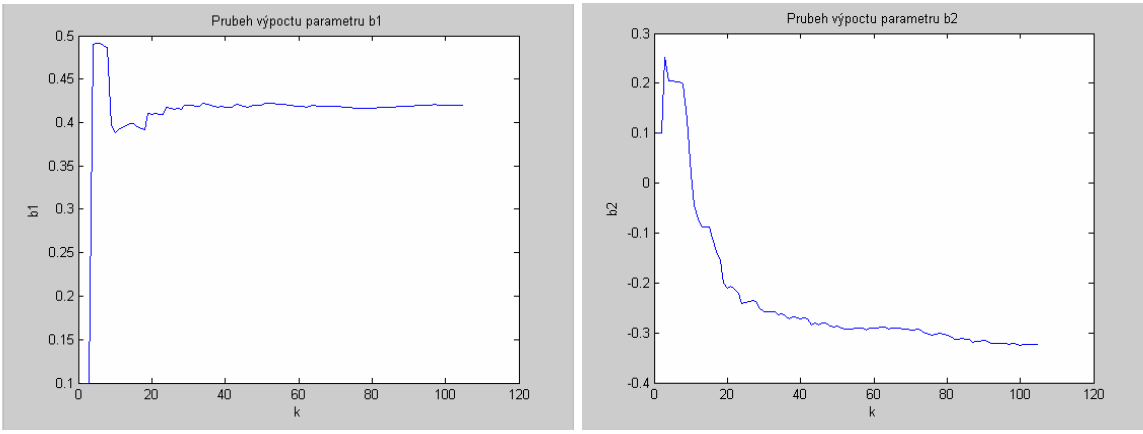
Obrázek 48: Výpočet chyby predikce e

7.3.2 PNBS

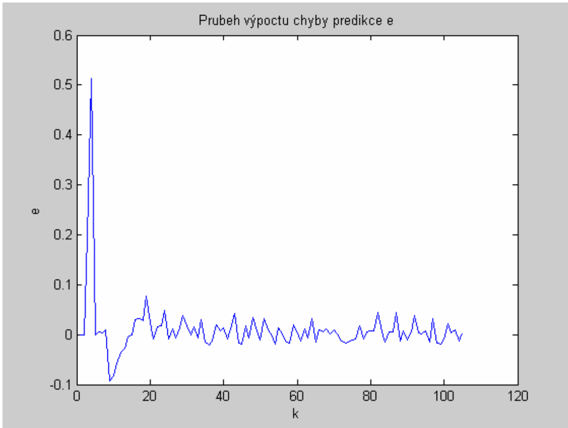




Obrázek 49: Vlevo výpočet parametru a_1, vpravo výpočet parametru a_2



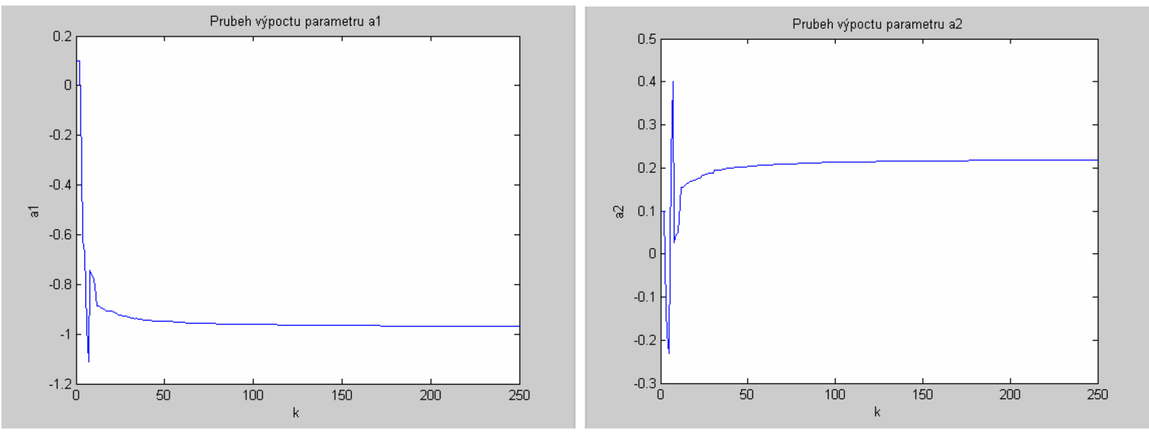
Obrázek 50: Vlevo výpočet parametru b_1, vpravo výpočet parametru b_2



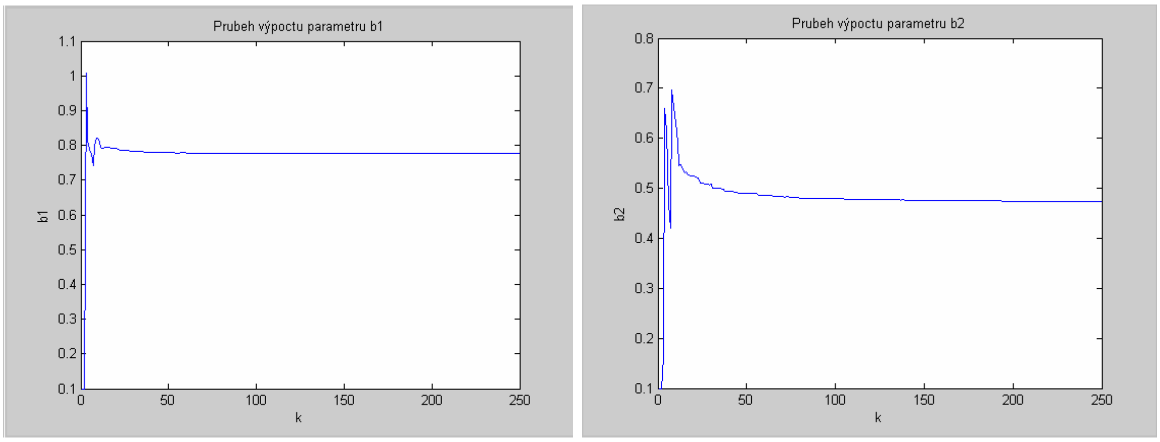
Obrázek 51: Výpočet chyby predikce e

7.4 Grafické zobrazení odhadů parametrů a predikce simulace

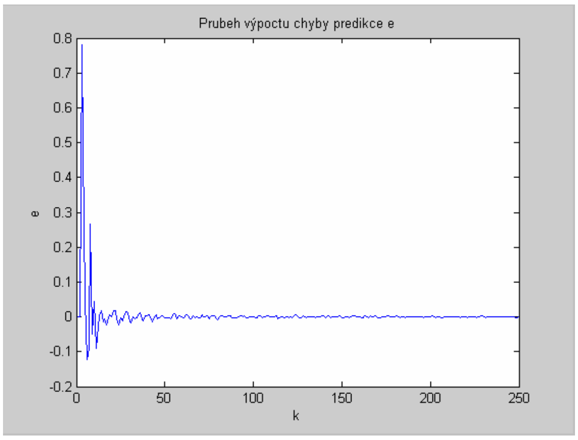
7.4.1 Náhodný signál



Obrázek 52: Vlevo výpočet parametru a_1, vpravo výpočet parametru a_2

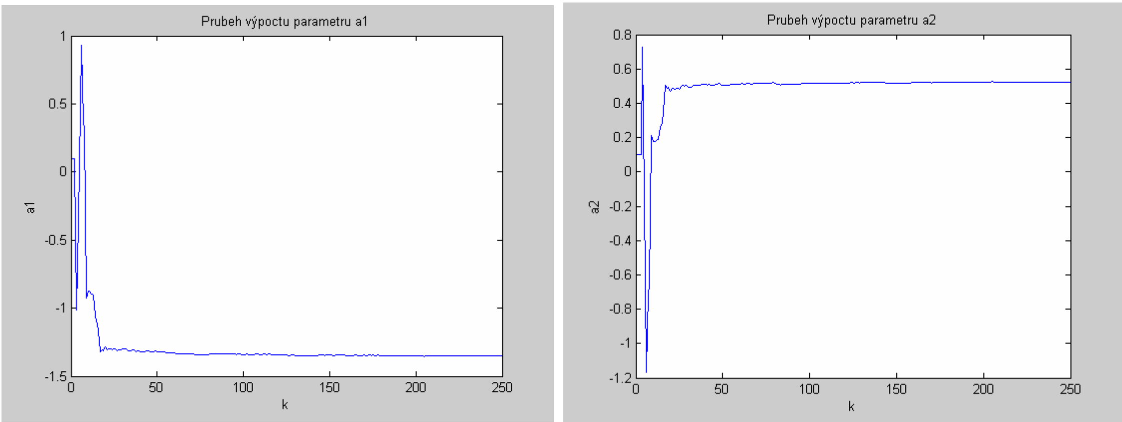


Obrázek 53: Vlevo výpočet parametru b_1, vpravo výpočet parametru b_2

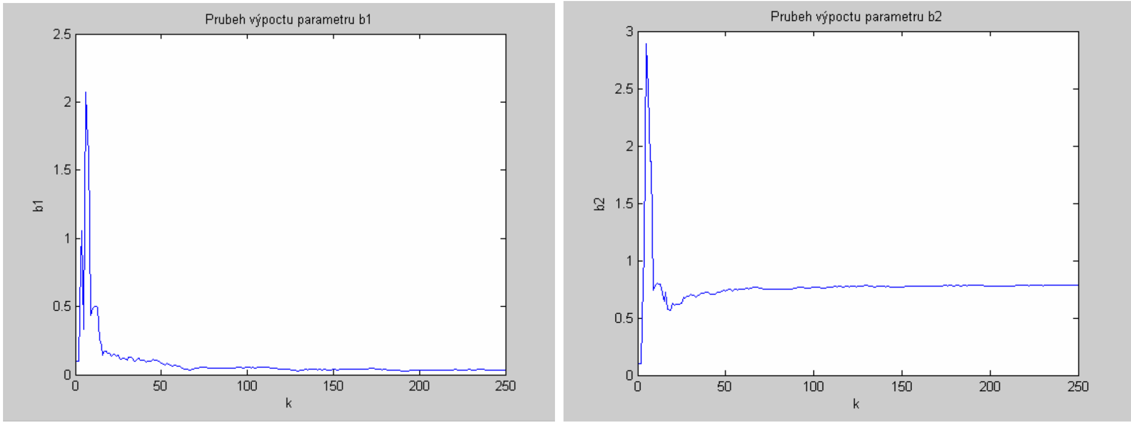


Obrázek 54: Výpočet chyby predikce e

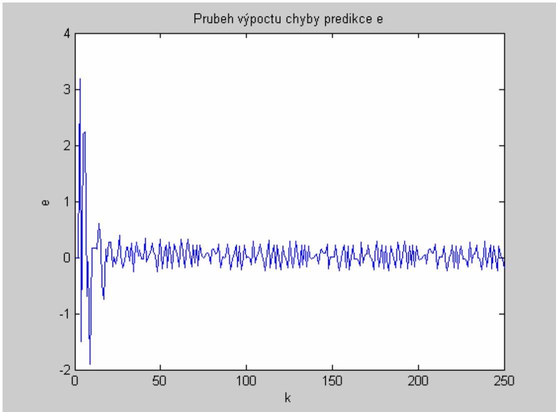
7.4.2 PNBS



Obrázek 55: Vlevo výpočet parametru a_1, vpravo výpočet parametru a_2



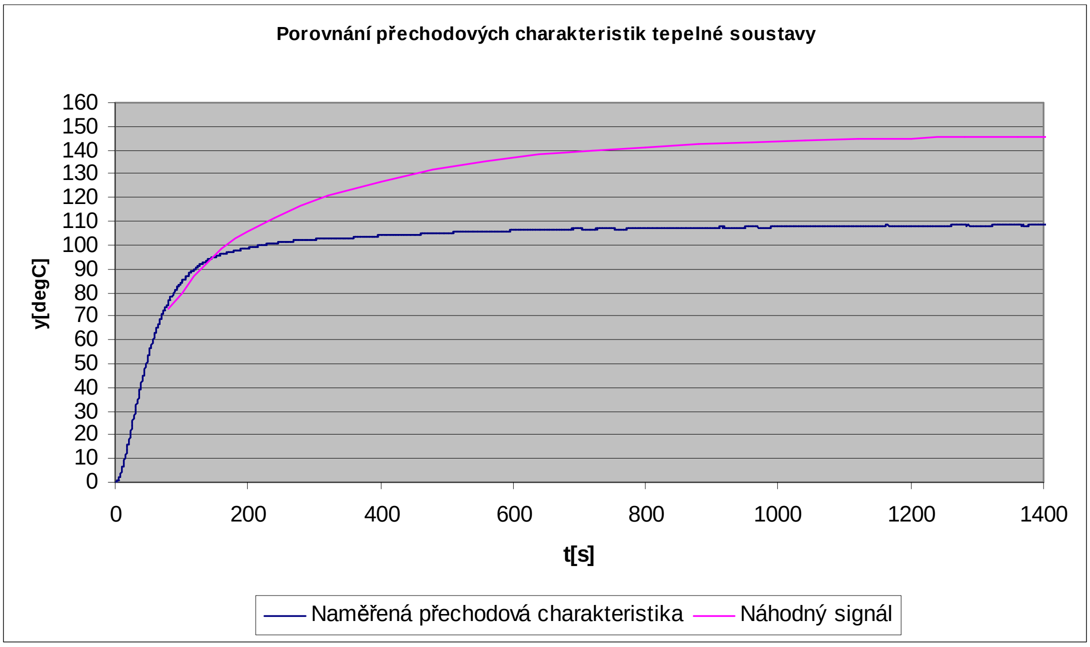
Obrázek 56: Vlevo výpočet parametru b_1, vpravo výpočet parametru b_2



Obrázek 57: Výpočet chyby predikce e

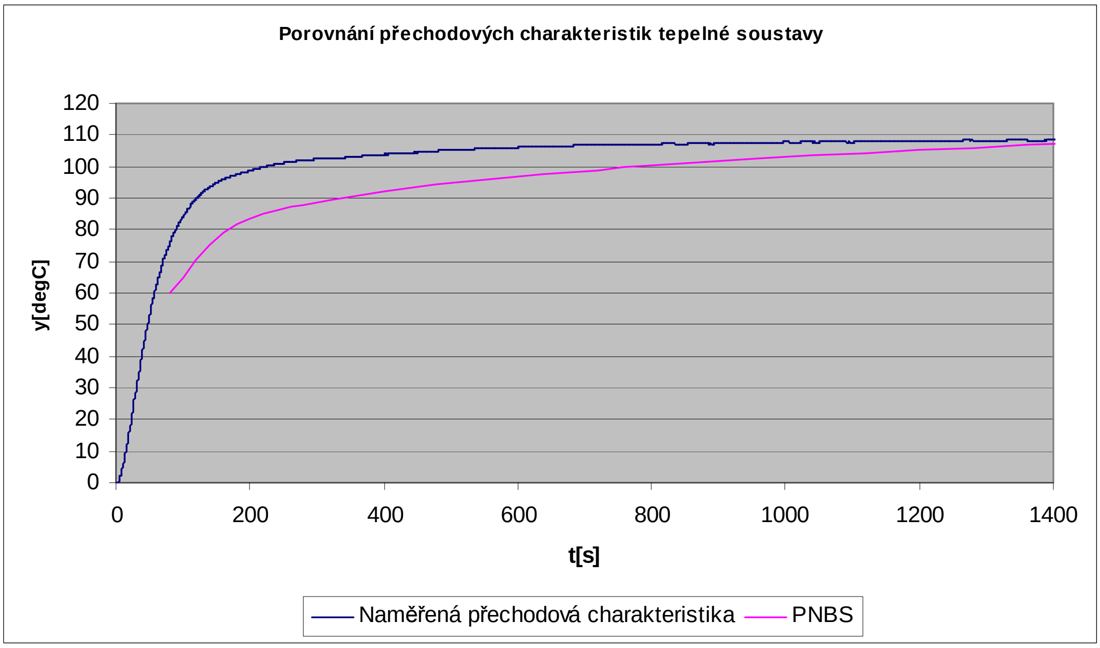
7.5 Srovnání přechodových charakteristik měření

7.5.1 Náhodný signál



Obrázek 58: Porovnání přechodových charakteristik tepelné soustavy

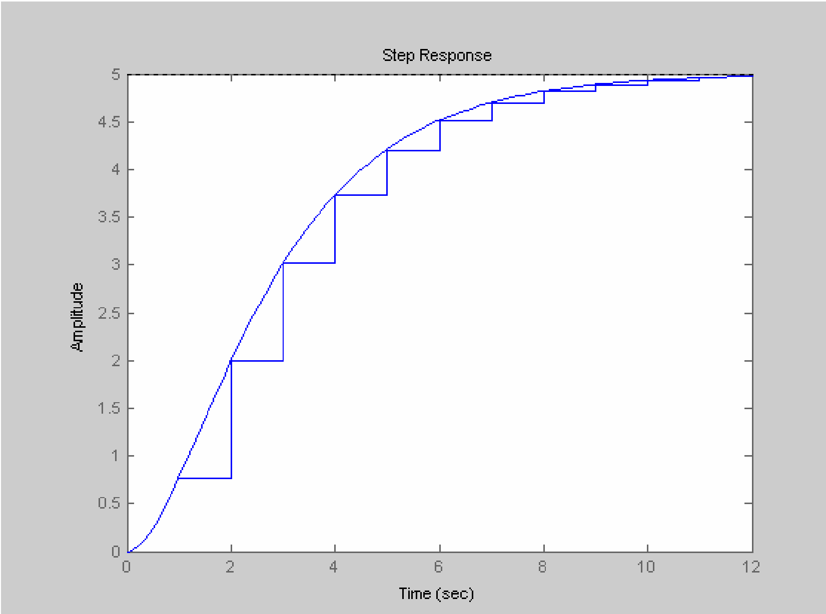
7.5.2 PNBS



Obrázek 59: Porovnání přechodových charakteristik tepelné soustavy

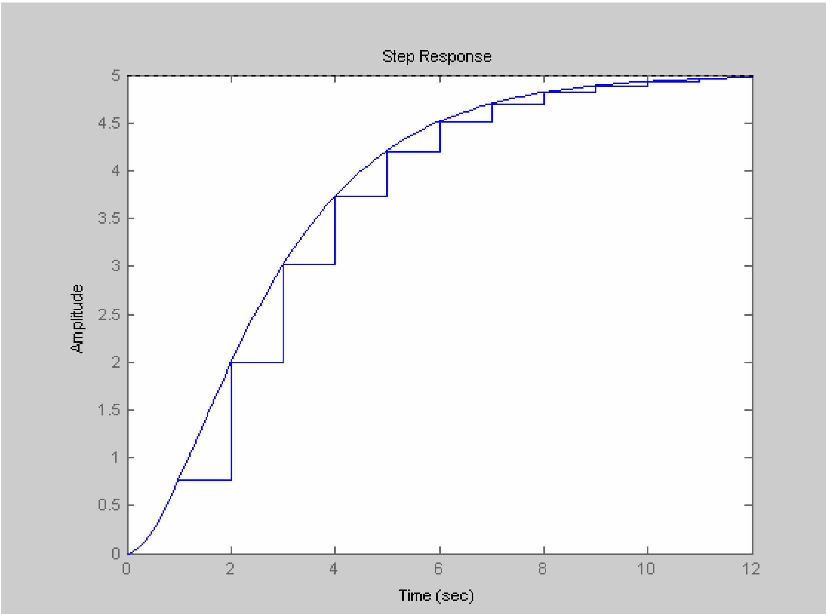
7.6 Srovnání přechodových charakteristik simulace

7.6.1 Náhodný signál



Obrázek 60: Porovnání přechodových charakteristik tepelné soustavy

7.6.2 PNBS



Obrázek 61: Porovnání přechodových charakteristik tepelné soustavy

ZÁVĚR

Cílem této práce bylo navrhnout a vypracovat čtyři laboratorní úlohy pro předmět Identifikace náhodných procesů.

Bakalářská práce byla rozložena na dvě části. V teoretické části jsem se zaměřil na teorii k problematice náhodných procesů, signálů PNBS, metodě nejmenších čtverců a korelační analýze. Praktická část obsahuje zadání čtyř mnou navržených laboratorních úloh a jejich vypracování.

Při vypracovávání této bakalářské práce jsem si prohloubil znalosti předmětu Identifikace systémů .

Všechny vypracované materiály, naměřená data a zdrojové kódy k programu Matlab jsou přiloženy na CD.

CONCLUSION

The main aim of this work was design and elaboration of four laboratory tasks for subject identification of random processes.

The thesis are divided into two parts: a theoretical part and a practical part. The theoretical part is focused in the problems of the theory of stochastic processes, PRBS, the least squares method and correlation analysis. The practical part contains four proposed laboratory tasks and their elaboration.

All elaborated materials, the measured data and source codes for Matlab are included in the enclosed CD.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

[1] Kubalčík M.: Cvičení z předmětu identifikace systémů, UTB ve Zlíně, 2006.

[2] Bobál V.: Identifikace systémů, UTB ve Zlíně.

[3] Noskievič P.: Modelování a identifikace systémů, Montanex, 1999.

[4] Balátě J.: Automatické řízení, BEN,2003.

[5] Mikeš J., Fikar M.: Idetifikácia systémov, STU Bratislava,1999..

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

PNBS	pseudonáhodný binární signál
MNČ	metoda nejmenších čtverců
$G_{(S)}$	operátorový přenos
$G_{(Z)}$	diskrétní přenos
ω	Kruhová frekvence
f	frekvence
k	zesílení
T	perioda
n	počet stupňů registru
μ	střední hodnota
σ^2	rozptyl
R_{uu}	korelační funkce
C_{uu}	kovarianční funkce
Δ t	interval hodinových impulsů
N	Bezrozměrná perioda
T_1, T_2	časové konstanty
f_{ef}	efektivní frekvenční pásmo
Q_{in}	inflexní bod

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM TABULEK

SEZNAM PŘÍLOH

P1: Přenosné médium CD s prací ve formátu PDF, naměřená data a zdrojové kódy Matlabu