

# **Vliv hyperelastických materiálových vlastností na napjatost vulkanizačních membrán**

Bc. Radim Bednařík

---

Diplomová práce  
2010



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta technologická

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta technologická

Ústav fyziky a mater. inženýrství

akademický rok: 2009/2010

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Radim BEDNAŘÍK**  
Studijní program: **N 2808 Chemie a technologie materiálů**  
Studijní obor: **Materiálové inženýrství**

Téma práce: **Vliv hyperelastických materiálových vlastností na napjatost vulkanizačních membrán**

Zásady pro vypracování:

1. Úvod do problematiky .
2. Vypracování literární rešerše, základní východiska pro praktickou a teoretickou část.
3. Vyhodnocení získaných a naměřených materiálových charakteristik.
4. Výpočet napjatosti vulkanizační membrány pomocí MKP.
5. Vyhodnocení a porovnání výsledků s návrhy pro aplikaci v praxi.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam odborné literatury:

1. **MEISSNER, B. a ZILVAR, V.** Fyzika polymerů: Struktura a vlastnosti polymerních materiálů, SNTL Praha, 1987.
2. **PEREMSKÝ, R. a SAMEC, M.** Gumárenská technologie VIII: Tvrdá pryž, SNTL Praha, 1968.
3. **MARCÍN, J. a ZÍTEK, P.** Pneumatiky, SNTL Praha, 1985.
4. **Nonlinear Finite Element Analysis of Elastomers, White Paper, by MSC Software** [online]. 2010, Dostupné z : [http://www.axelproducts.com/downloads/MARC\\_FEA\\_ELASTOMERS\\_2000.pdf](http://www.axelproducts.com/downloads/MARC_FEA_ELASTOMERS_2000.pdf).
5. **ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R.L.,** Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics (6th Edition), Elsevier, 2005.

Vedoucí diplomové práce:

**Ing. Antonín Polášek, CSc.**

Ústav fyziky a mater. inženýrství

Datum zadání diplomové práce:

**15. února 2010**

Termín odevzdání diplomové práce:

**19. května 2010**

Ve Zlíně dne 15. února 2010

doc. Ing. Petr Hlaváček, CSc.  
*děkan*



Mgr. Aleš Mráček, Ph.D.  
*ředitel ústavu*

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby <sup>1)</sup>;
- beru na vědomí, že diplomová práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen na příslušném ústavu Fakulty technologické UTB ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3 <sup>2)</sup>;
- beru na vědomí, že podle § 60 <sup>3)</sup> odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 <sup>3)</sup> odst. 2 a 3 mohu užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Ve Zlíně .....

.....

---

<sup>1)</sup> zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, § 47 Zveřejňování závěrečných prací:

(1) Vysoká škola nevýdělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetně posudků oponentů a výsledku obhajoby prostřednictvím databáze kvalifikačních prací, kterou spravuje. Způsob zveřejnění stanoví vnitřní předpis vysoké školy.

(2) Disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce odevzdané uchazečem k obhajobě musí být též nejméně pět pracovních dnů před konáním obhajoby zveřejněny k nahlížení veřejnosti v místě určeném vnitřním předpisem vysoké školy nebo není-li tak určeno, v místě pracoviště vysoké školy, kde se má konat obhajoba práce. Každý si může ze zveřejněné práce pořizovat na své náklady výpisy, opisy nebo rozmnoženiny.

(3) Platí, že odevzdáním práce autor souhlasí se zveřejněním své práce podle tohoto zákona, bez ohledu na výsledek obhajoby.

<sup>2)</sup> zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 35 odst. 3:

(3) Do práva autorského také nezasahuje škola nebo školské či vzdělávací zařízení, užije-li nikoli za účelem přímého nebo nepřímého hospodářského nebo obchodního prospěchu k výuce nebo k vlastní potřebě dílo vytvořené žákem nebo studentem ke splnění školních nebo studijních povinností vyplývajících z jeho právního vztahu ke škole nebo školskému či vzdělávacímu zařízení (školní dílo).

<sup>3)</sup> zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, § 60 Školní dílo:

(1) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení mají za obvyklých podmínek právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla (§ 35 odst. 3). Odpírá-li autor takového díla udělit svolení bez vážného důvodu, mohou se tyto osoby domáhat nahrazení chybějícího projevu jeho vůle u soudu. Ustanovení § 35 odst. 3 zůstává nedotčeno.

(2) Není-li sjednáno jinak, může autor školního díla své dílo užít či poskytnout jinému licenci, není-li to v rozporu s oprávněnými zájmy školy nebo školského či vzdělávacího zařízení.

(3) Škola nebo školské či vzdělávací zařízení jsou oprávněny požadovat, aby jim autor školního díla z výdělku jím dosaženého v souvislosti s užitím díla či poskytnutím licence podle odstavce 2 přiměřeně přispěl na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložily, a to podle okolností až do jejich skutečné výše; přitom se přihledne k výši výdělku dosaženého školou nebo školským či vzdělávacím zařízením z užití školního díla podle odstavce 1.

## **ABSTRAKT**

Diplomová práce se zabývá vlivem materiálových vlastností na napjatost pro dva typy vulkanizačních membrán. Nejprve jsou uvedeny metody měření materiálových charakteristik a popis hyperelastického chování pryže. Následně je provedený výpočet tenzoru napětí a deformace pomocí metody konečných prvků (MKP). V závěru je provedeno vyhodnocení výsledků a posouzení vlivu vrubu na chování membrány.

Klíčová slova: hyperelastická, pryž, vulkanizační membrána, metoda konečných prvků, přetvoření, tenzor napětí.

## **ABSTRACT**

In the thesis has been an influence of material properties on a state of stress for two kinds of curing bladders analysed. First, the measurement methods of material characteristics and description of hyperelastic properties of rubber have been mentioned. Consequently, calculation of stress tensor and deformation using the method of finite elements (FEM) have been performed. In conclusion have been evaluated the results and influence of the notch on the state of stress of the bladder reviewed.

Keywords: hyperelasticity, rubber, curing bladder, finite element method, strain, stress tensor.

Tímto bych chtěl poděkovat panu Ing. Antonínu Poláškoví CSc. za odborné vedení a cenné rady při tvorbě mé diplomové práce, firmě *Barum Continental spol. s r. o.* za poskytnutí směrů a hodnotných informací a panu Ing. Leoši Langovi za vstřícnost a ochotu. Dále bych chtěl poděkovat firmě K.P.R. Engineering za poskytnutí hardwarového a softwarového vybavení pro modelování a výpočty a panu Ing. Davidu Maňasovi Ph.D. za pomoc s realizací tahových zkoušek. Největší poděkování patří mým rodičům za obrovskou podporu v mém studiu na vysoké škole.

Prohlašuji, že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků, je-li to uvedeno na základě licenční smlouvy, budu uveden jako spoluautor. Dále prohlašuji, že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....

Podpis diplomanta

# OBSAH

<b>ÚVOD</b> .....	<b>10</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>11</b>
1.1 PNEUMATIKÁRENSKÝ PRŮMYSL .....	12
1.2 PNEUMATIKA.....	13
1.2.1 Funkce pneumatiky .....	14
1.2.2 Konstrukce pneumatiky.....	14
1.2.3 Rozdělení plášťů .....	15
1.3 TECHNOLOGICKÉ PROCESY PŘI VÝROBĚ PNEUMATIKY .....	17
1.3.1 Lisování a vulkanizace .....	17
1.3.1.1 Vulkanizace na membránovém lisu Bag-O-Matic.....	17
1.4 VULKANIZAČNÍ MEMBRÁNY .....	18
1.4.1 Materiál vulkanizačních membrán.....	19
1.4.2 Příprava kaučukových směsí pro membrány.....	20
1.4.3 Fyzikálně - chemický proces vulkanizace.....	21
1.5 PRINCIP DEFORMACE ELASTOMERŮ .....	21
1.6 IDEÁLNÍ HOOKEOVSKÁ ELASTICITA IZOTROPNÍCH TĚLES .....	22
1.6.1 Hookův zákon pro jednoosý tah.....	22
1.7 HYPERELASTICITA PRYŽE .....	25
1.7.1 Modely popisující hyperelasticitu pryže.....	27
1.8 STANOVENÍ MECHANICKÝCH VLASTNOSTÍ PRYŽE .....	31
1.8.1 Tahová zkouška.....	31
1.8.2 Stanovení tvrdosti pryže.....	32
1.8.3 Stanovení odrazové pružnosti .....	33
1.9 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ (MKP) .....	34
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>37</b>
2.1 CÍLE DIPLOMOVÉ PRÁCE .....	38
2.2 PŘÍPRAVA ZKUŠEBNÍCH TĚLES .....	39
2.3 TAHOVÁ ZKOUŠKA PRYŽE .....	42
2.3.1 Průběh tahové zkoušky.....	42
2.3.2 Výsledky měření tahové zkoušky.....	43
2.4 LINEARIZACE TAHOVÝCH KŘIVEK.....	44
2.4.1 Výsledky linearizace tahových křivek vzorků ze směsi E75Y.....	46
2.4.2 Výsledky linearizace tahových křivek vzorků ze směsi E130Y.....	50
2.5 STANOVENÍ TVRDOSTI PRYŽE .....	54
2.5.1 Postup a výsledky stanovení tvrdosti na přístroji Shore A.....	54
2.6 STANOVENÍ ODRAZOVÉ PRUŽNOSTI PRYŽE .....	55
2.6.1 Postup a výsledky stanovení odrazové pružnosti na přístroji Schob.....	55
2.7 MODELOVÁNÍ VULKANIZAČNÍCH MEMBRÁN A VÝPOČET NAPJATOSTI.....	56
2.7.1 Modelování vulkanizační membrány .....	56



2.7.2	Výpočet napjatosti.....	60
2.8	DISKUZE VÝSLEDKŮ .....	70
2.8.1	Výsledky tahové zkoušky.....	70
2.8.2	Výsledky stanovení tvrdosti Shore A a odrazové pružnosti.....	71
2.8.3	Analýza napjatostí z výsledků výpočtů MKP .....	72
2.8.3.1	Porovnání výsledků směsí z výpočtů MKP .....	73
2.8.3.2	Analýza vlivu vrubu na pevnost membrány.....	73
2.8.3.3	Analýza průběhů deformací v uzlech.....	74
<b>ZÁVĚR .....</b>		<b>75</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>		<b>77</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>		<b>81</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>		<b>84</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>		<b>86</b>
<b>SEZNAM GRAFŮ .....</b>		<b>87</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>		<b>88</b>

## ÚVOD

Velké variability elastického chování pryží je využíváno v mnoha oborech lidské činnosti, především v gumárenském průmyslu při výrobě pneumatik, prvků tlumících mechanické vibrace, dopravních pásů, těsnění a jiných. Díky vlastnostem pryže jako je malá propustnost pro kapaliny a plyny, rezistence proti zvýšeným teplotám a tvarová stálost se používají také při výrobě vulkanizačních membrán využívaných při vulkanizaci pneumatik.

Diplomová práce se zabývá hyperelastickým chováním dvou zvulkanizovaných směsí pro výrobu vulkanizačních membrán. Výsledky materiálových zkoušek jsou následně aplikovány pro model membrány a numerické výpočty napjatostních stavů pomocí metody konečných prvků (MKP). Pro výpočty je uvažováno smluvní tlakové zatížení a ze získaných výsledků pomocí MKP je provedený rozbor napjatostních stavů v závislosti na použité směsi a tvaru membrány.

V teoretické části je nejprve uvedený popis konstrukce pneumatiky, její jednotlivé části a její funkce. Dále je popsán proces vulkanizace pneumatiky, ve kterém má důležitou roli použití vulkanizačních membrán. Protože se jedná o hyperelastický problém, jsou dále popsány matematické modely hyperelasticity. V závěru jsou uvedeny metody stanovení mechanických vlastností pryže jako tahová zkouška, stanovení tvrdosti a odrazové pružnosti pryže.

V praktické části jsou prezentovány výsledky naměřených hodnot z mechanických zkoušek dvou zvulkanizovaných směsí poskytnutých firmou *Barum Continental spol. s r. o.* Výsledky experimentálních měření jsou dále zpracovány pro potřeby linearizovaného dvouparametrového Mooney – Rivlinova modelu vulkanizační membrány. Model membrány a výpočet rozložení tenzoru deformace a napětí je provedený pomocí MKP v software SAMCEF a SamcefField. Materiálové hodnoty získané z mechanických zkoušek jsou aplikovány pro dva modely membrán. První model představuje hladkou membránu a druhý model membránu s vrubem. Membrána s vrubem je uvažována pro posouzení vlivu účinku vrubu na napjatost.

V závěru jsou porovnány dva typy vulkanizačních směsí s ohledem na jejich materiálové vlastnosti a výsledky získané pomocí MKP výpočtů.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1.1 Pneumatikářenský průmysl

Náhodným objevem vulkanizace přírodního kaučuku Charlesem Goodyerem roku 1839 a díky vynálezu pneumatiky pro jízdní kola plněné vzduchem jako náhrady za gumovou hadici koncem druhé poloviny 19. století dochází k strmému vzestupu v tomto průmyslovém odvětví. Na přelomu 19. a 20. století se objevují první pneumatiky pro osobní automobily se vzorkem na běhounu. Výrobou diagonálních pneumatik s integrovanou duší za použití vrstev kordové tkaniny ve 30. letech se stává silniční doprava silným konkurentem tehdy převládající železniční dopravě. Po druhé světové válce dochází k dramatickým změnám v konstrukci pneumatiky. Začínají se vyrábět první radiální pneumatiky s ocelovým kordem, je představena bezdušová pneumatika, přírodní kaučuk je z části nahrazen syntetickým. Dochází k velkým inovacím u kordové tkaniny – pro jejich výrobu jsou použity polyamidové, polyesterové, skleněné či kevlarové textilie. [1], [3]

V současnosti se výrobci pneumatik soustředují na snížení valivého odporu a tím snížení spotřeby paliva u automobilů, zvýšení bezpečnosti na mokřém i suchém povrchu či při vzniku defektu na pneumatice. Zvýšením kilometrového proběhu pneumatiky a zefektivnění její výroby se snaží splnit stále se zpřísňující ekologická kritéria.

Následující tabulka (Tab. 1.) řadí chronologicky významné mezníky ve vývoji výroby pneumatiky.

*Tab. 1. Přehled pneumatikářského vývoje[1][2][3]*

1839	vulkanizace přírodního kaučuku (Charlesem Goodyear)
1845	patent na hadici plněnou stlačeným vzduchem (Robert William Thomson)
1888	patent na vzduchem plněnou pneumatiku pro jízdní kola (John Boyd Dunlop)
1895	první pneumatiky pro automobily (Edouard a André Michelin)
1904	první pneumatika se vzorkem na běhounu (firma Continental)
1906	využití derivátu anilinu jako urychlovače vulkanizace sírou (George Oenslager)
1924	použití vrstev kordové tkaniny při výrobě diagonálních pneumatik
1930	patent na integrovanou duši v pneumatice
1935	vynález butadien-styrenového kaučuku a patentování polyamidu 6,6
1937	požití ocelového kordu v pneumatikách
1943	použití syntetického butadien-styrenového kaučuku při výrobě pneumatiky
1946	patent na radiální pneumatiku (firma Michelin)
1947	použití polyamidového kordu (Nylon 6,6)
1954	představení bezdušové pneumatiky
1954	použití syntetický polyisopren v pneumatikách
1962	požití polyesterového kordu
1976	pneumatika s aramidovým kordem (kevlarem)
1978	samonosný, nouzový dojezdový systém ráfku a pneumatiky (firma Dunlop)
1996	"PAX Systém" - pneumatika s vertikálním uchycením k ráfku (firma Michelin)
2003	vysokorychlostní pneumatika ContiSportContact 2 Vmax (firma Continental)

## 1.2 Pneumatika

Pojem pneumatika je termín pro složitý systém toroidního tvaru složeného z pláště, duše a ochranné vložky. U bezdušového provedení je systém tvořen pouze pláštěm samotným. Pneumatiky se montují na ráfky kol dopravních prostředků a jsou nahuštěny tlakovým médiem na předepsaný tlak. [1]

### 1.2.1 Funkce pneumatiky

Pneumatika zprostředkovává styk kola s povrchem, po kterém se vozidlo pohybuje. Její hlavní funkcí je přenášet síly vyvozované vozidlem na vozovku a naopak, tedy:

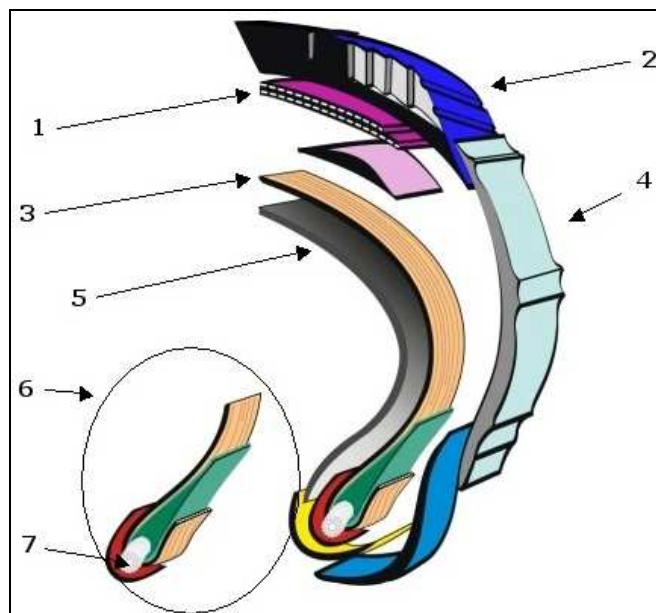
- přenášet svislé síly (tíha vozidla)
- přenášet hnací a brzdné síly
- přenášet tečné síly na rozhraní pneumatika – povrch vozovky (adheze)
- přenášet boční síly (při průjezdu zatáčkou)

Dále jsou na pneumatiku kladeny požadavky jako:

- schopnost tlumení nárazů při jízdě na nerovném terénu (snížení vibrací a tím hlučnosti)
- klást minimální valivý odpor
- odolnost proti defektům
- dlouhá životnost

### 1.2.2 Konstrukce pneumatiky

Na dnešní pneumatiky se nahlíží jako na vyztužený pryžový kompozit složený ze šesti hlavních částí:



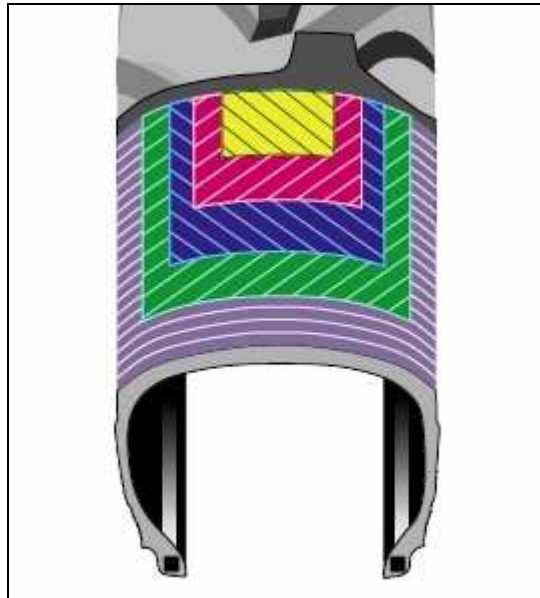
*Obr. 1. Jednotlivé konstrukční části pneumatiky*

1. **nárazník** – několik vrstev křížících se kordových vložek, které dodávají pneumatice obvodovou tuhost, zvyšují odolnost vůči průrazu a udržují její tvarovou stabilitu.
2. **běhoun** – leží na vrstvách nárazníku, opatřený dezénem přichází do přímého kontaktu s vozovkou.
3. **kostra** – slouží jako nosná část pláště. Je složená z textilních či ocelových kordových vložek kladených na sebe s různou orientací od patky k patce ukotvených kolem patních lan.
4. **bočnice** – chrání kostru před povětrnostními vlivy a bočním mechanickým poškozením.
5. **vnitřní vložka** – nachází se uvnitř pláště a zabraňuje úniku tlakového média. U starších pneumatik plnila tuto funkci tzv. duše.
6. **patka pláště** – zesílená část, která přenáší točivý moment motoru z ráfku na pneumatiku. Je vyztužena patními lany a kotví kordové vložky. [4], [5], [6]

### 1.2.3 Rozdělení plášťů

Podle způsobu křížení kordových tkanin v kostře pláště se dělí pneumatiky na:

- **radiální** – vlákna kordových vložek kostry jsou orientované kolmo ke směru otáčení kola. Na kostře je položen tzv. nárazník s diagonálně kladených kordových vložek sloužící pro obvodové zpevnění pneumatiky a přenos obvodového namáhání. (použití zejména u osobních automobilů). [1], [3], [14]



*Obr. 2. Radiální pneumatika [14]*

- *diagonální* – vrstvy kordové tkaniny v kostře jsou kladeny šikmo ke směru otáčení kola, bez nárazníku (použití především u zemědělských strojů). [1], [3], [14]



*Obr. 3. Diagonální pneumatika [14]*

- *smíšená* – neboli „bias belted“ jedná se vlastně o diagonální pneumatiku opatřenou nárazníkem. Je přechodem k pneumatikám radiálním. [1]



### 1.3 Technologické procesy při výrobě pneumatiky

Nejprve je třeba plášť navrhnout, zkonstruovat, provést řadu laboratorních zkoušek a zjistit jeho chování i v terénu. Sériový výrobní proces se skládá z následujících jednotlivých kroků:

- příprava kaučukových směsí
- příprava polotovarů z nevulkanizovaných směsí
- kompletace plášťů pneumatik - konfekce
- vulkanizace spolu s lisováním
- výstupní kontrola

Pro naše aplikace nás nejvíce zajímá proces lisování a vulkanizace. [1]

#### 1.3.1 Lisování a vulkanizace

Konečný tvar a mechanické vlastnosti dostává pneumatika ve vulkanizačních lisech, kde působením tlaku a teploty po určitou dobu ve vulkanizační formě dojde k vulkanizaci surového pláště pneumatiky. Pro vulkanizaci se používají převážně membránové lisy Bag-O-matic nebo Autoform.

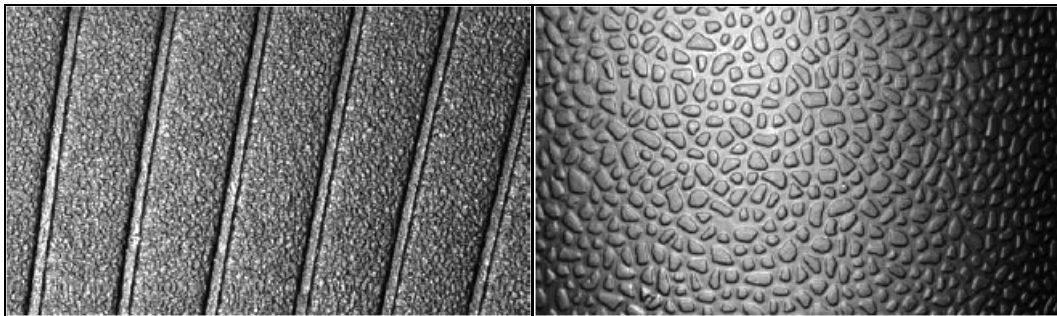
##### *1.3.1.1 Vulkanizace na membránovém lisu Bag-O-Matic*

Vulkanizační cyklus probíhá automaticky podle předem nastaveného programu lisu. Do vyhřátého lisu s půlenou formou se vloží nevulkanizovaný plášť, lis se uzavře a započne proces vulkanizace. Do vulkanizační membrány, která je usazena uprostřed formy se vypustí horká pára a membrána vtlačí plášť do formy. Pára se během tohoto cyklu několikrát vypustí, aby se plášť usadil ve formě a unikl zbylý vzduch spolu se vznikajícími zplodinami uvnitř pneumatiky. Po vydouvání se forma zcela uzavře a do membrány je vpuštěna pod tlakem horká voda. Nastává proces lisování a vulkanizace přestupem tepla z horké vody v membráně na lisovaný plášť. Forma je opatřena parními komorami, do kterých se tlakuje horká pára, takže vulkanizace probíhá rovnoměrně z obou stran pláště. Po ukončení vulkanizace se forma otevře a hotový plášť se vyjme. [1]

## 1.4 Vulkanizační membrány

Slouží pro vyvozování vnitřního tlaku na surový plášť, který je tlačěn proti stěně formy. Zároveň dodává tepelnou energii potřebnou pro vulkanizaci přestupem tepla z topného média skrze stěnu membrány do vulkanizovaného pláště. Vyrábějí se v mnoha rozličných tvarech, velikostech a provedeních (Obr. 5.). Od membrán pro výrobu plášťů pro osobní a lehké nákladní až po těžké nákladní automobily.

Povrch membrán bývá opatřen povrchovým dezénem různého provedení (Obr. 4.), který zajišťuje lepší odlepení membrány od vnitřní strany pláště po vulkanizačním procesu. Odvzdušňovací drážky pomáhají odvádět vzniklé plynné zplodiny a tím zabraňují vzniku pórů ve vulkanizovaném plášti. Výrobci membrán používají dezén i jako svou obchodní značku.



**Obr. 4.** Příklady dezénu na povrchu vulkanizačních membrán (vlevo odvzdušňovací drážky)



*Obr. 5. Vulkanizační membrány pro vulkanizační lisy*

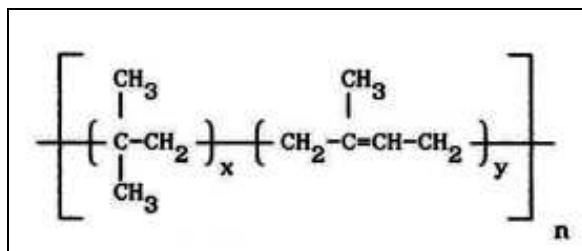
#### **1.4.1 Materiál vulkanizačních membrán**

Membrány pro membránové lisy se vyrábějí především vulkanizací butylkaučukových směsí, které mají tyto důležité vlastnosti:

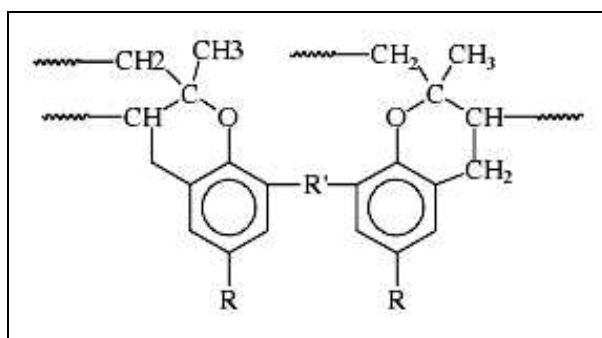
- dobrá odolnost vyšším teplotám
- nízká propustnost pro plyny a vodu
- odolnost proti vzniku trhlin
- tvarová stálost
- nízká odrazová pružnost

Butylkaučuk je vyráběn kopolymerací izobutylenu a izoprenu. Pro větší odolnost vůči vyšším teplotám se vulkanizuje fenolformaldehydovou pryskyřicí (oktylfenolformaldehydovou) namísto síry. Jako aktivátor vulkanizace slouží chloroprenový kaučuk (neopren).

[7], [9], [10]



*Obr. 6. Strukturní vzorec butylkaučuku [10]*



*Obr. 7. Strukturní vzorec z vulkanizovaného butylkaučuku [8]*

*Příklad složení směsi na výrobu vulkanizačních membrán (v hmotnostních dílech) [7]:*

butylkaučuk	100,00
chloroprenový kaučuk	5,00
reaktivní pryskyřice	10,00
ZnO	5,00
stearín	1,00
saze HAF	56,00
olej	5,00

#### 1.4.2 Příprava kaučukových směsí pro membrány

Míchání směsí je několikastupňový proces. Nasekané přírodní a syntetické kaučuky jsou plastifikovány na hnětacích strojích či v případě zpracování menšího objemu kaučuku na dvouválcových kalandrech. Po dosažení potřebné plasticity se přidávají jednotlivé pří-

sady charakteristické pro daný stupeň míchání (plniva, antidegradanty, změkčovadla, aktivátory, urychlovače, retardéry vulkanizace a jiné). Dochází k intenzivní homogenizaci směsi. V posledním stupni se přidává vulkanizační činidlo a hotová směs se převádí pomocí kalandrů nebo vytlačovacích strojů na pásy, desky nebo pelety. [1]

### 1.4.3 Fyzikálně - chemický proces vulkanizace

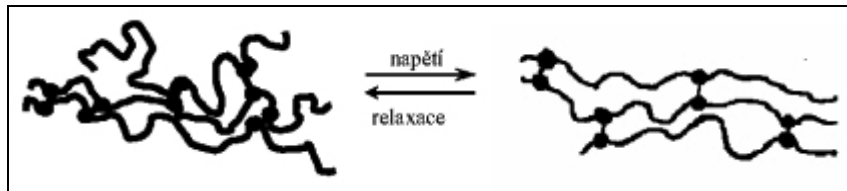
Při vulkanizaci kaučukové směsi účinkem tepla a působením vulkanizačního činidla dochází ke vzniku příčných intermolekulárních vazeb mezi makromolekulárními řetězci. Původně lineární řetězce začnou tvořit prostorovou síť. Vulkanizací získává částečně plastická směs lepší fyzikálně mechanické vlastnosti – stává se elastickou, zvětší se pevnost v tahu, odolnost proti oděru, je netavitelná a nerozpustná, v rozpouštědlech pouze botná.

Jako vulkanizační činidlo se používá nejčastěji síra, peroxidy, pro výrobu vulkanizačních membrán fenolformaldehydové pryskyřice. V pneumatikářenském průmyslu se používá především síra. Část síry se váže ve směsi intermolekulárně za vzniku mono-, di- a polysulfidických příčných vazeb a část intramolekulárně tvořící tzv. sírníky na makromolekulárních řetězcích. Vulkanizace samotnou sírou je neefektivní a pomalá, používají se proto urychlovače vulkanizace, které zkracují dobu vulkanizace za použití menšího množství síry. Jejich účinnost se zvyšuje přidávkem aktivátoru. Vlastnosti vulkanizované pryže jsou silně závislé na hustotě příčných vazeb. [1], [7], [10], [11], [13]

## 1.5 Princip deformace elastomerů

Pod pojmem elastomer patří zejména zvulkanizované kaučuky neboli pryže. Jsou to látky mající především amorfní strukturu, které se již při působení malých napětí vysoce elasticky deformují o více jak 100 %. Kaučukovité elastické chování je způsobeno slabým nasíťováním dlouhých, zapletených makromolekulárních řetězců, které zabraňuje tečení (nevratné deformaci). Nad teplotou skleného přechodu  $T_g$  se segmenty řetězců mohou volně ohýbat a natáčet vlivem tepelného pohybu. Při působení již malých sil se klubka makromolekul dostávají do méně pravděpodobných poloh, nedochází však k vzájemnému po-

suvu makromolekul – dochází k protažení pryže. Po ukončení působení napětí se makromolekulární systém snaží dosáhnout původní maximální entropie. Elasticita má v tomto případě entropický charakter. [12]



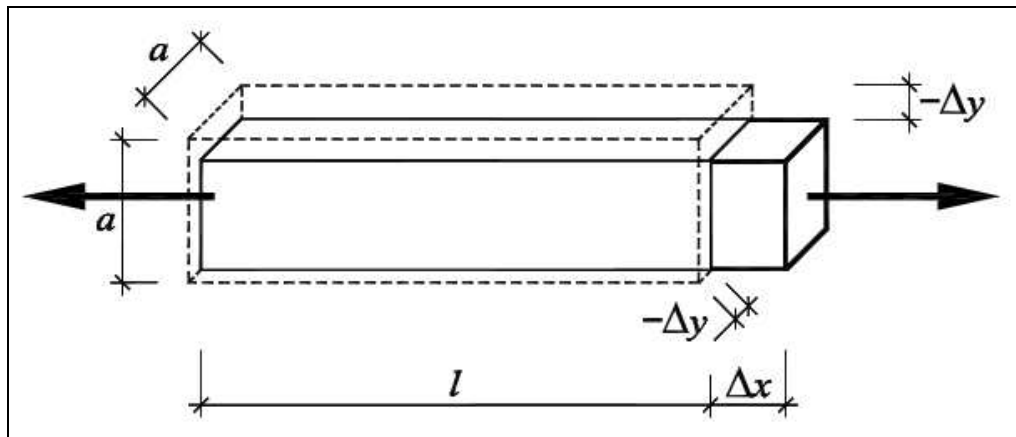
*Obr. 8. Princip kaučukovité elasticity [12]*

## 1.6 Ideální Hookeovská elasticita izotropních těles

Pro lineární elasticitu platí Hookeův zákon, který vyjadřuje závislost mezi napětím a prodloužením. Při působící síle  $F$  se těleso deformuje a po odlehčení se okamžitě vrací do původního stavu. Toto platí nejlépe pro látky s pravidelnou krystalickou strukturou, které mají stabilní konfiguraci s minimem potenciální energie. Lineární elasticita těchto látek je omezena jen na velmi malé deformace. Při větších napětích již dochází k nevratným deformacím.

### 1.6.1 Hookeův zákon pro jednoosý tah

Předpokládejme hranol z izotropního ideálně elastického materiálu o čtvercovém průřezu  $A_0$ , šířce  $a$ , délce  $l$ . Působením vnější síly  $F$  ve směru osy hranolu dochází k prodloužení délky o  $\Delta x$  a zúžení šířky o  $\Delta y$ . [17]



Obr. 9. Jednoosí tah hranolu z izotropního materiálu [18]

Zavádíme pojem *poměrné prodloužení*  $\varepsilon_l$  a *příčné zkrácení*  $\varepsilon_a$  :

$$\varepsilon_l = \frac{l + \Delta x - l}{l} = \frac{\Delta x}{l} \quad (1)$$

$$\varepsilon_a = \frac{a - \Delta y - a}{a} = -\frac{\Delta y}{a} \quad (2)$$

Poměr mezi příčným zkrácením a podélným prodloužením se nazývá *Poissonův poměr*  $\nu$  a platí jen pro oblast pružných deformací.

$$\nu = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_l} \leq 0,5 \quad (3)$$

Poissonův poměr může nabývat maximální, teoretické hodnoty 0,5 a to pro tělesa absolutně nestlačitelná, která nemění svůj objem při protahování. [17], [18]

Pro jednosměrné protažení platí *Hookeův zákon* v tomto tvaru:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (4)$$

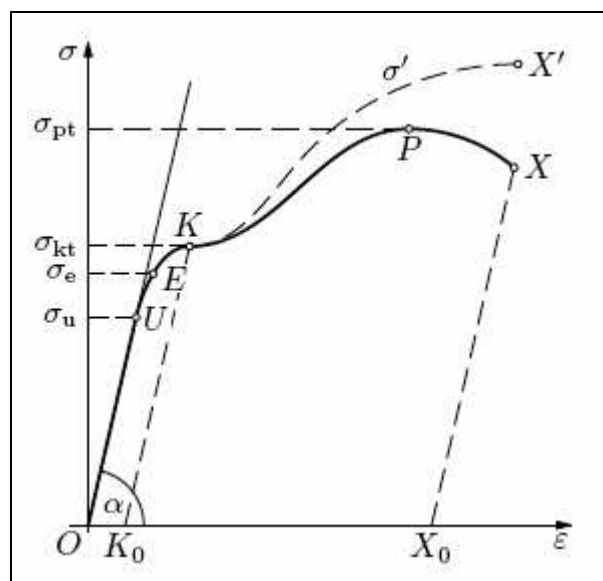
kde:

$\sigma$  – normálové napětí, které je rovno síle  $F$  působící kolmo na průřez  $A$  tělesa.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (5)$$

$E$  - modul pružnosti v tahu (Youngův modul) v [MPa]. V tahovém diagramu je  $E$  počáteční směrnicí lineární části. U látek s krystalickou strukturou (kovy, diamant) nabývá hodnot řádů desítek až stovek GP, zatímco u pryží řádů jednotek MPa.

V praxi se setkáváme výhradně s materiály, které vykazují ideální elasticitu pouze v malém rozsahu počátečních deformací (kovy, monokrystaly polymerů, anorganické skla). Při větších deformacích se vždy projeví výrazný odklon od Hookeova zákona. Jejich tahové diagramy mají vždy specifický nelineární průběh. [17]



**Obr. 10.** Tahový diagram houževnaté ocele [15]

Na tahovém diagramu jsou vyznačeny tyto základní body:

1. bod U – *mez úměrnosti*. V úseku O – U platí lineární elasticita a jeho směrnicí je Youngův modul  $E$ , který je roven  $\operatorname{tg} \alpha$
2. bod E – *mez pružnosti*. Za tímto bodem již dochází k trvalé deformaci.
3. bod K – *mez kluzu*. U řady materiálů je mez kluzu definována smluvně podle normy jako napětí, které způsobí trvalé prodloužení tyče o 0,2 %. V tomto bodě vzniká plastická deformace překonáním kohezních sil
4. bod P – *mez pevnosti*. Zatěžující síla dosahuje své maximální hodnoty
5. bod X – *porušení celistvosti*. Dochází k přetržení tělesa.

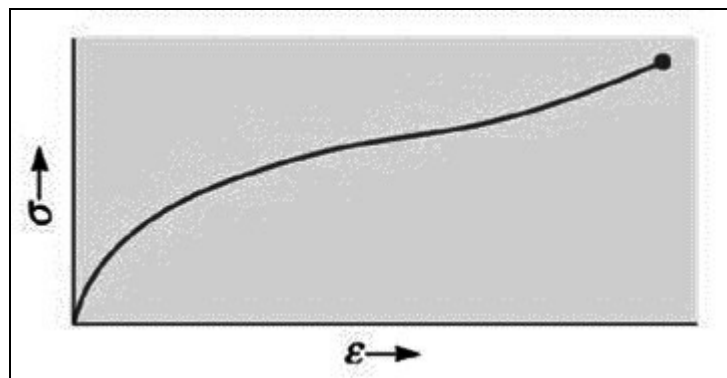


Tahovou křivku lze tedy rozdělit na 3 oblasti:

- O – E : oblast elastických deformací
- E – P : oblast rovnoměrných pružně plastických deformací
- P – X : oblast nerovnoměrných pružně plastických deformací (vznik krčku)  
[15], [16]

## 1.7 Hyperelastická pryž

Materiály vykazující velké vratné deformace již při malých napětích se nazývají hyperelastické. Mají velmi malou stlačitelnost, obecně jsou označovány jako nestlačitelné. Do této skupiny spadají elastomery jako pryž, biomateriály (svaly, cévy) a mnoho jiných polymerních materiálů s převážně amorfni strukturou, s vlastnostmi izotropními či anizotropními ve svém objemu. Princip deformace elastomerů byl popsán v kapitole 1.5. Jejich napětovo - deformační charakteristika má silně nelineární průběh již od samého počátku.



*Obr. 11. Typický průběh deformace elastomerního materiálu*

Základní chování hyperelastických materiálů je odvozeno od funkce deformační energie  $W$  reprezentované invarianty deformace  $I$ , které jsou funkcemi poměrných protažení  $\lambda$ :

$$W = W(I_1, I_2, I_3) = W(I_1, I_2, J) = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (6)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (7)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \cdot \lambda_3^2 \quad (8)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 = J^2 \quad (9)$$

kde:

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  – hlavní poměrná protažení

$J$  – objemový poměr; poměr objemu elasticky zdeformovaného ku objemu nezdeformovanému (Jacobeanův determinant).

Pokud se projevuje i teplotní objemová deformace pak se objemový poměr  $J$  nahrazuje elastickým objemovým poměrem  $J_{el}$ , který je definován jako:

$$J_{el} = \frac{J}{J_{th}} \quad (10)$$

$J_{th}$  je teplotní objemový poměr a je roven:

$$J_{th} = (1 + \alpha \cdot \Delta T)^3 \quad (11)$$

kde:

$\alpha$  – koeficient teplotní roztažnosti

$\Delta T$  – teplotní rozdíl proti referenční teplotě

Hlavní poměrná protažení vychází z původní délky tělesa a z délky deformovaného těles:

$$\lambda_i = \frac{L}{L_0} = \frac{L_0 + \Delta x}{L_0} = 1 + \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (12)$$

kde:

$L$  – celková délka tělesa po protažení

$L_0$  – délka tělesa před protažením

$\varepsilon_i$  – poměrné zkrácení či prodloužení [20], [21]

Hyperelastický materiál musí splňovat tyto předpoklady pro použití v následujících modelech:

- teplotní roztažnost materiálu je stejná ve všech směrech.
- materiál je téměř nebo zcela nestlačitelný.
- potenciály deformační energie jsou vyjádřeny invarianty přetvoření, resp. hlavními poměrnými protaženími.
- funkce deformační energie musí být nulová nebo minimální v nedeformovaném stavu tělesa.

### 1.7.1 Modely popisující hyperelasticitu pryže

Pro popis tvaru funkce deformační energie  $W$  pro téměř nebo zcela nestlačitelné hyperelastické materiály se zavedlo několik modelů. Většina z těchto modelů je založena na stanovení parametrů funkce deformační energie pomocí experimentálních měření zahrnujících prostý tah, prostý tlak a smyk. Každý model je vhodnější pro jiný rozsah deformací, s menší či větší odchylkou od experimentálních dat.

Od modelu funkce deformační energie se očekává:

- schopnost přesně reprodukovat celý esovitý průběh deformace pryže.
- změny deformačním režimů nesmí být problematické. Pokud model funguje v jednoosém protažení, musí být vhodný také pro prostý smyk a vícesou napjatost.
- počet materiálových parametrů by měl být malý, za účelem snížení počtu experimentů k jejich stanovení.
- matematické vyjádření modelu by mělo být co nejjednodušší [19]

Pro následující modely předpokládáme, že popisují chování téměř nebo zcela nestlačitelné pryže, pro kterou platí  $I_3 = J = 1$ .

### Neo-Hookean model

Patří k nejstarším a nejjednodušším modelům, protože pracuje jen s jednou materiálovou konstantou. Dává dobrou korelaci s experimentálními daty do 45 % deformace u jedoosého tahu a do 90 % deformace u prostého smyku.

$$W = \frac{\mu}{2} \cdot (I_1 - 3) \quad (13)$$

kde:  $\mu$  – počáteční smykový modul  $\mu = 2 \cdot C_{10}$  [20], [21], [22]

### Mooney-Rivlin model

Patří k fenomenologické teorii nelineární elasticity, která se snaží tyto jevy popsat vhodnými algebraickými výrazy. Jako první se objevil Mooney-Rivlinův model se dvěma parametry. Pro popsání zpevnění materiálu při velmi velkých deformacích již není příliš vhodný. Proto byl zaveden model i s 3, 5 a 9 parametry.

2 - parametrový tvar:

$$W = c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) \quad (14)$$

3 – parametrový tvar:

$$W = c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) + c_{11} \cdot (I_1 - 3) \cdot (I_2 - 3) \quad (15)$$

5 – parametrový tvar:

$$W = c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) + c_{20} \cdot (I_1 - 3)^2 + c_{11} \cdot (I_1 - 3) \cdot (I_2 - 3) + c_{02} \cdot (I_1 - 3)^2 \quad (16)$$

9 – parametrový tvar:

$$\begin{aligned}
W = & c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) + c_{20} \cdot (I_1 - 3)^2 \\
& + c_{11} \cdot (I_1 - 3) \cdot (I_2 - 3) + c_{02} \cdot (I_2 - 3)^2 + c_{30} \cdot (I_1 - 3)^3 \\
& + c_{21} \cdot (I_1 - 3)^2 \cdot (I_2 - 3) + c_{12} \cdot (I_1 - 3) \cdot (I_2 - 3)^2 + c_{03} \cdot (I_2 - 3)^3
\end{aligned} \tag{17}$$

kde:  $c_{10}, c_{01}, c_{11}, c_{20}, c_{02}, c_{30}, c_{03}, c_{12}, c_{21}$ , – materiálové konstanty [20], [21], [22]

### Polynomický model

Funkci deformační energie  $W$  vyjadřujeme vztahem:

$$W = \sum_{i+j=1}^N c_{ij} \cdot (I_1 - 3)^i \cdot (I_2 - 3)^j \tag{18}$$

kde:  $c_{ij}$  – konstanty popisující chování materiálu ve smyku

$N$  – konstanta ( $N = 1, 2, 3, \dots$ ). Hodnoty  $N > 3$  se nedoporučují.

Pokud dosadíme za  $N = 1$  a  $c_{01} = 0$ , získáme Neo-Hookeovský model. Pro  $N = 1$  získáme dvouparametrový, pro  $N = 2$  pětiparametrový a pro  $N = 3$  devítiparametrový Mooney-Rivlingův model. [20], [21], [22]

### Ogden model

Ogdenův tvar pro funkci deformační energie vyjadřujeme pomocí hlavních protažení:

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \tag{19}$$

kde:  $\alpha_i$  – experimentální parametr popisující smykové chování materiálu.

Pro  $N=1$  a  $\alpha_1 = 2$  je Ogdenův model ekvivalentní s Neo-Hookeovským modelem.

Pro  $N = 2$ ,  $\alpha_1 = 2$  a  $\alpha_2 = -2$  je ekvivalentní ke dvouparametrovému Mooney-Rivlinovu modelu. [20], [21], [22]

### Arruda-Boyce model

Popisuje chování řetězců v makromolekulární síti elastomeru.

$$W = \mu \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (I_1 - 3) + \frac{1}{20\lambda_L^2} \cdot (I_1^2 - 9) + \frac{11}{1050\lambda_L^3} \cdot (I_1^3 - 27) + \frac{19}{7000\lambda_L^6} \cdot (I_1^4 - 81) + \frac{519}{673750\lambda_L^8} \cdot (I_1^5 - 243) \right] \quad (20)$$

kde:  $\lambda_L$  – limitní síťové protažení. Jestliže se jeho hodnota blíží k nekonečnu, přechází model na Neo-Hookeovský model. [20], [21], [22]

### Gent model

Tento model má funkci deformační energie ve tvaru:

$$W = \frac{\mu \cdot J_m}{2} \cdot \ln \left( 1 - \frac{I_1 - 3}{J_m} \right)^{-1} \quad (21)$$

kde:  $J_m$  – limitní hodnota výrazu  $I_1 - 3$ . pokud se blíží nekonečnu, přechází opět na Neo-Hookeovský model. [20], [21]

### Yeoh model

Je použitelný pro větší rozsah deformací. Pracuje pouze s prvním invariantem přetvoření, což výrazně snižuje počet provedených experimentů. Invariant se získává většinou z experimentálních dat získaných z jedoosé tahové zkoušky. [22]

$$W = \sum_{i=1}^N c_{i0} \cdot (I_1 - 3)^i \quad (22)$$

## 1.8 Stanovení mechanických vlastností pryže

Ke stanovení fyzikálně mechanických vlastností pryže se používá řada zkušebních metod. Jejich základem je vystavení zkoušeného materiálu různému typu zatížení, jako například tahu, tlaku, ohybu, stříhu nebo krutu. Zatížení mohou působit krátkodobě či dlouhodobě, ve zlomcích vteřin či se cyklicky opakovat. Výsledkem těchto zkoušek je popis chování daného materiálu pod různým zatížením, který lze pak dále aplikovat při návrhu a výběru vhodného typu pryže pro konkrétní použití. [23], [24], [25]

K základním zkoumaným vlastnostem pryže patří pevnost, tažnost, odrazová pružnost, a tvrdost. K jejich popisu slouží tyto mechanické zkoušky:

- *tahová zkouška*
- *stanovení odrazové pružnosti*
- *stanovení tvrdosti*

### 1.8.1 Tahová zkouška

Zkoumaný materiál je při této zkoušce namáhán tahovou silou v jedné z os až do jeho porušení. Zkušební těleso požadovaného tvaru je upnuto v čelistech trhacího stroje a protahováno konstantní rychlostí až do přetržení. Výsledkem tahové zkoušky bývá tahový diagram.

Trhací stroje mají jednu upínací čelist napevno a druhou pohyblivou, u které lze nastavit potřebný posuv v rozsahu 0.1 až 1000 mm/min. Pro různé materiály se používají dané upínací čelisti s ohledem na deformaci či vyklouzávání materiálu v uchycení. Pro uchycení pryže jsou nejvhodnější samosvorné upínací čelisti, kdy se eliminuje vliv nestejněměrné pevnosti uchycení obou konců vzorku. Zatížení materiálu lze zvolit z velkého rozsahu od 1N až po 10kN. [23], [24], [25]

## Výsledky získané z tahové zkoušky

### 1. Pevnost v tahu při přetržení [MPa]

- zatížení potřebné k přetržení zkušebního tělesa vztažené na jeho původní průřez. Závisí na volbě elastomeru a typu plniva. Vzrůstá s hustotou příčných vazeb mezi makromolekulárními řetězci (stupněm vulkanizace) a obsahem ztužujícího plniva.

### 2. Tažnost [%]

- prodloužení pracovní oblasti vzorku při přetržení. Jako u pevnosti v tahu závisí tažnost na použitém elastomeru. Klesá se stupněm vulkanizace a obsahem ztužujícího plniva

### 3. Modul [MPa]

- napětí zaznamenané v předepsaných poměrných prodlouženích pracovní části vzorku o 50%, 100%, 200% a více procent. Označuje se jako *M50*, *M100*, *M200*, atd. Opět závisí na volbě elastomeru a s obsahem plniva vzrůstá až o řád. [23], [24], [25]

## 1.8.2 Stanovení tvrdosti pryže

Pro měření tvrdosti materiálů jako kovy, plasty, lamináty a jiné se využívá princip vtlačování tělesa do povrchu vzorku s následným odečítáním hloubky vzniklého důlku či výpočtem jeho plochy. Jako vtlačující těleso slouží většinou ocelová kulička o různém průměru (*tvrdost dle Brinella*), čtyřboký diamantový jehlan s vrcholovým úhlem  $120^\circ$  a větším (*tvrdost dle Vickerse, Rockwella*) nebo kužel z tvrzené ocele. Je snaha najít vztah mezi tvrdostí a modulem pružnosti, protože jeho stanovení z tahové či jiné zkoušky je časově náročnější. U metod měření tvrdosti ocelovou kuličkou lze získat lineární vztah (po zjednodušení) mezi logaritmem tvrdosti a modulu pružnosti. Získané moduly nejsou však příliš přesné, slouží jen pro přibližné určení. Tvrdost je silně závislá na plnění

Narozdíl od kovů, kdy dochází při vtlačení tělesa do povrchu k trvalé deformaci (plasticita kovů) se pryž chová vysoce elasticky. Nelze tedy na ní aplikovat zkušební metody používané pro měření tvrdosti kovů a tvrdých plastů jako je vtlačování kuličky do povrchu s následným měřením hloubky či plochy důlku, ale deformace musí být odečítána



v průběhu vnikání tělesa do pryže. Pro měkké a polotvrdé pryže se používá stanovení tvrdosti Shore, tvrdosti IRHD. [23], [24], [25]

### **Tvrlost Shore**

Přítlačnou sílu hrotu k pryži vyvozuje obsluha tvrdoměru rukou nebo závažím přes pružinu. Vlivem odporu pryže proti vniknutí zajíždí ocelový hrot tvaru komolého kuželu do těla tvrdoměru, kde přes mechanický převod ovládá ručičku na číselníku.

Používají se tvrdoměry typu Shore A (měkká pryž) nebo Shore D (tvrdší pryž), které se liší tvarem zkušebního hrotu. Tvrlost se udává v jednotkách Shore A nebo D. Tvrdoměr Shore A se používá pro měření tvrdosti pryže v rozsahu stupnice na číselníku 30 až 90 dílků. Pro hodnoty větší než 90 Shore A se přechází na tvrdoměr Shore D. Pro hodnoty nižší než 30 Shore A je vhodná metoda DVM, používaná pro velmi měkké pryže.

Nevýhodou tvrdoměru Shore je, že se musí pravidelně kalibrovat jeho pružina, která se časem unavuje. Také hroty se postupně opotřebovávají, takže je nutná jejich výměna a závislost modulu pružnosti na tvrdosti je díky komplikovanosti tvaru hrotu obtížná. [23], [24], [25]

### **Tvrlost IRHD (Mezinárodní stupnice tvrdosti pryže)**

Tato metoda odstraňuje nevýhodu těžkého určení modulu pružnosti z tvrdosti Shore, kdy je kuželový hrot nahrazen ocelovou kuličkou o různém průměru v závislosti na tvrdosti pryže. Hloubka průniku pak je přímo úměrná logaritmu modulu, platnost je však omezena jen pro pryže podobných vlastností. Oproti předešlým metodám stanovení tvrdosti lze měřit i na zakřivených površích (zdánlivá tvrdost). Pro vysoce elastické pryže je stupnice IRHD a Shore A téměř totožná. [26]

#### **1.8.3 Stanovení odrazové pružnosti**

Slouží k určení schopnosti pryže absorbovat a vracet mechanickou energii vynaloženou na deformaci zkušebního tělesa. Deformace se provádí rázem ocelového kyvadla, které se nechá dopadnout z výšky na zkoušenou pryž a sleduje se výška odskoku kyvadla.

Hodnota odrazové pružnosti  $R$  je pak poměr mezi výškou odskoku  $h_p$  v milimetrech a výškou pádu z výchozího uchycení  $h_0$  kladiva v procentech.

$$R = \frac{h_0}{h_p} \cdot 100 [\%] \quad (23)$$

Zkoušky se provádí na přístrojích podle Schoba nebo Lüpkeho. Rozdíl je v tvaru použitého dopadajícího kyvadla a možností využití temperační komory (Lüpke). [23], [24], [25]

## 1.9 Metoda konečných prvků (MKP)

S rozvojem letectví a kosmonautika vznikla potřeba analyzovat napjatostní a deformační stavy při působení vnějších sil na jednotlivé komponenty strojů a zařízení. Pro tuto potřebu byla po dlouholetém vývoji vypracována *Metoda konečných prvků* (z angl. *The finite element method – FEM*), která se dnes používá při výpočtech zátěžových stavů či popsání průběhů různých typu polí v mnoha odvětvích.

Tato numerická metoda vychází z rozdělení spojitého tělesa na menší podoblasti, které jsou mezi sebou propojeny v tzv. uzlech a analýzou energie napjatosti v nich při deformačních stavech. Celkovou energii napjatosti deformovaného tělesa lze určit z posuvů a napětí ve všech uzlech.

MKP vychází nejčastěji z variačního principu minima potenciální energie (Lagrangeův princip), kdy pružné těleso může nabývat jen takových deformačních stavů, kdy je hodnota *celkové potenciální energie systému*  $\Pi$  minimální (systém je v rovnováze). Celková potenciální energie je rovna součtu vnitřní napjatosti tělesa  $\Pi_i$  (vnitřní energii systému) a potenciálu vnějších sil  $\Pi_z$  (práce vykonané vnějšími silami):

$$\Pi = \Pi_i + \Pi_z = \min \quad (24)$$

Je – li třídimenzionální těleso rozděleno na  $n$  počet elementů, pak celková potenciální energie systému  $\Pi$  je rovna:

$$\Pi = \sum_{e=1}^n \Pi^e - \{d\}^T \{f\} \tag{25}$$

kde  $\{d\}^T \{f\}$  vyjadřuje práci vykonanou vnějšími silami a pro funkcionál elementu  $\Pi^e$  platí:

$$\Pi^e = \Lambda^e - W_0^e - W_p^e \tag{26}$$

Který lze v maticovém tvaru zapsat:

$$\begin{aligned} \Pi^e = & \frac{1}{2} [d]^e \left( \int_v [B]^T [D] [B] dV \right)^e \{d\}^e - \\ & - [d]^e \left( \int_v [B]^T [D] \{\epsilon_T\} dV + \int_v [N]^T \begin{Bmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{Bmatrix} dV + \int_\Gamma [N]^T \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} d\Gamma \right)^e \end{aligned} \tag{27}$$

První a druhý integrál představuje v rovnici (42) potenciální energii přetvoření, třetí pak práci vykonanou objemovými silami. Poslední integrál představuje práci vykonanou rovnoměrným zatížením na povrchu oblasti  $\Gamma$ . Při rovnováze systému nabývá celková potenciální energie minima, tzn. že první variace energetického potenciálu má tvar:

$$\partial \Pi(u, v, w) = \sum_{e=1}^m \partial \Pi^e(u, v, w) = 0 \tag{28}$$

Matematickými úpravami předcházejících rovnic se dospěje k tzv. *matici tuhosti elementu*:

$$[k]^e = \int_v [B]^T [D] [B] dV \tag{29}$$

Kde:  $[B]$  - transformační matice (index  $T$  značí matici transponovanou)

$[D]$  - matice fyzikálních konstant

Po úpravě dostává rovnice tuhosti elementu tvar:

$$[k]^e \{d\}^e = \{f\}^e \tag{30}$$

Kde:  $\{d\}^e$  - vektor zobecněných posuvů

$${}^T [d]^e = [u_1 \ v_1 \ w_1 \ \dots \dots \dots \ u_r \ v_r \ w_r] \tag{31}$$

$\{f\}^e$  - vektor zatížení v uzlech o  $r$  počtů uzlů na elementu

$${}^T \{f\}^e = [\{f\}^1 \{f\}^2 \dots \{f\}^r] \quad (32)$$

Rovnice tuhosti celého systému pro diskretizované těleso s  $m$  uzly musí zahrnovat rovnice všech uzlů a má tvar:

$$[K] \{d\} = \{f\} \quad (33)$$

Kde:  $[K]$  - matice tuhosti celého systému

$\{d\}$  - vektor uzlových posunutí celého systému

$\{f\}$  - vektor výsledných sil v uzlech

Výsledná rovnice pro výpočet tenzoru napětí v závislosti na posuvech a počátečních přetvořeních bez uvažování počátečních teplotních napětí se může zapsat jako

$$\{\sigma\} = [D] [B] \{d\} \quad (34)$$

V případě existence počátečních napětí je nutné je superponovat. [27], [28], [29], [30], [31]

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 2.1 Cíle diplomové práce

Cílem této diplomové práce bylo měřením získat materiálové charakteristiky dvou typů směsí pro výrobu vulkanizačních membrán, určit jejich Mooney-Rivlinovy materiálové konstanty  $C_1$  a  $C_2$ . Pro vybraný geometrický tvar vytvořit příslušný model membrány. Pomocí MKP analyzovat napjatost ve dvou typech membrán: hladká membrána a membrána s vrubem.

Základními kroky při vypracování praktické části diplomové práce byly:

- stanovení mechanických vlastností obou směsí (provedení tahové zkoušky, měření tvrdosti a odrazové pružnosti)
- provést linearizaci tahových křivek podle Mooney-Rivlinova modelu s následným stanovením materiálových konstant  $C_1$  a  $C_2$
- namodelovat membrány bez vrubu a s vrubem v prostředí software SAMCEF
- použít materiálové konstanty pro výpočet napjatosti
- provést analýzu hyperelastického chování membrány s vrubem

## 2.2 Příprava zkušebních těles

Díky vstřícnosti firmy *Barum Continental spol. s r. o.* byly získány dvě surové směsi pro vulkanizační membrány ve formě desek o rozměrech 20 x 30 cm a tloušťce 8,5 mm. Jedná se o butylkaučukové směsi typu E75Y a E130Y. Směs E75Y slouží pro výrobu vulkanizačních membrán využívaných při výrobě pneumatik na osobní automobily. Směs 130Y slouží pro výrobu membrán pro produkci pneumatik určených pro nákladní automobily. Směsi byly po dodání skladovány na temném a suchém místě. Příprava všech vzorků byla provedena v laboratořích na Ústavu inženýrství polymerů na UTB ve Zlíně.

**Tab. 2.** Složení směsi E75Y

Složka	hm. díly
BK 1675 N	95,00
NEOPRENE WM-1	5,00
CORAX N220	52,00
CASTOR OIL	8,00
STRUKTOL 40 MS-F	5,00
ZINKWEISS ROTSIEGEL	5,00
ZINC STEARATE POWDER	0,20
PAT 757/C	0,80
OCTYLPHENOL-FORMALDEHYD	9,00

**Tab. 3.** Složení směsi E130Y

Složka	hm. díly
BK 1675 N	60,00
BUTYL 365	17,50
BUTYL 065	17,50
NEOPRENE WM-1	5,00
CORAX N220	54,50
CASTOR OIL	6,00
ZINKWEISS ROTSIEGEL	5,00
ZINC STEARATE POWDER	0,20
PAT 757	2,00
OCTYLPHENOL-FORMALDEHYD	10,50

PLASTICIZER I	4,00
REWORK EB15YY	0-15,00

Desky směsí byly nakrájeny na čtverce o rozměrech 7 x 7cm a 9 x 9cm. Vulkanizace se prováděla na ručních lisech s horním a dolním ohřevem.

### **Postup vulkanizace:**

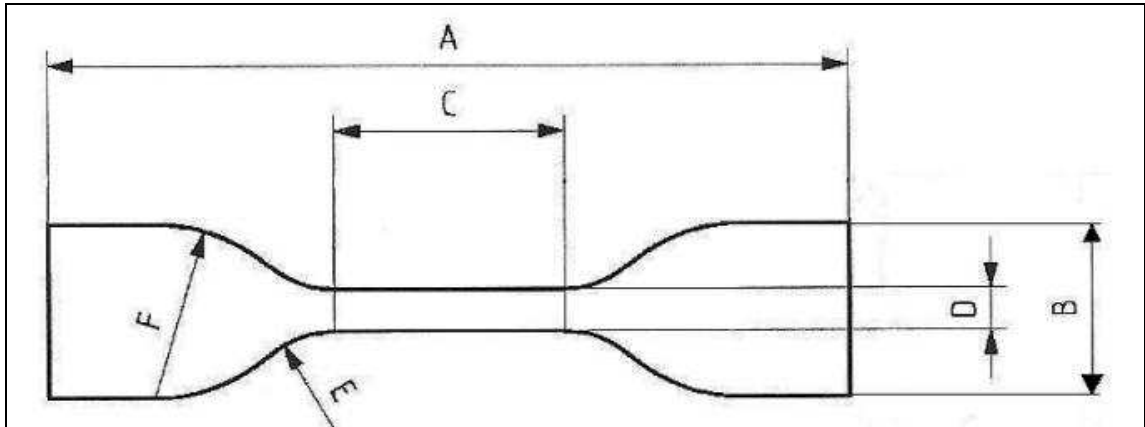
Mezi ocelové desky s rámečkem (tloušťky 2 a 4 mm) vyhřáté v ručním lisu s nastavenou teplotou 170°C byl položen připravený čtverec odpovídající velikosti. Takto připravené desky se směsí se vložily do lisu a ten se zlehka utáhl. Přibližně po 20 vteřinách, kdy se hmota dostatečně prohřála, se lis na pevno dotáhnul a započal odpočet doby vulkanizace 60 minut. Pro lepší oddělení zvulkanizované pryže od ocelových desek byla použita separační fólie. Po uplynutí doby vulkanizace byly desky vyjmuty, ochlazeny, vulkanizát vyloupen z rámečku a jeho případné přetoky odstříhány.

Z obou směsí byly připraveny zvulkanizované pryžové desky o rozměrech 12,5 x 12,5 cm o tloušťkách 2 a 4 mm. Výsledné desky byly celistvé, bez prasklin a bublin, s hladkým povrchem.

### **Příprava zkušebních těles pro tahové zkoušky**

Norma ČSN ISO 37 – *stanovení tahových vlastností* předepisuje pro tahovou zkoušku dva tvary zkušebních těles - kroužky a oboustranné lopatky. S ohledem na typ trhacího stroje použitého pro testy byl zvolen tvar lopatek. V normě je uvedeno 5 typů lopatek lišících se rozměry (typ 1, 1A, 2, 3, 4). Pro tahové zkoušky byl zvolen typ s největšími rozměry a to typ 1.





*Obr. 12. Tvar oboustranné lopatky*

Rozměry oboustranné lopatky typu 1:

A - Celková délka = 115 mm

B – Šířka lopatek =  $25,0 \pm 1$  mm

C – Délka zúžené části =  $33 \pm 2$  mm

D – Šířka zúžené části = 6 mm

E – Přejímový poloměr vnější =  $14 \pm 1$  mm

F - Přejímový poloměr vnitřní =  $25 \pm 2$  mm

Zkušební tělesa byla vyseknuta z pryžových desek o tloušťce 2mm vysekávacími noži odpovídající normě ISO 23529 na vysekávacím stroji.

### **Zkušební tělesa pro stanovení odrazové pružnosti**

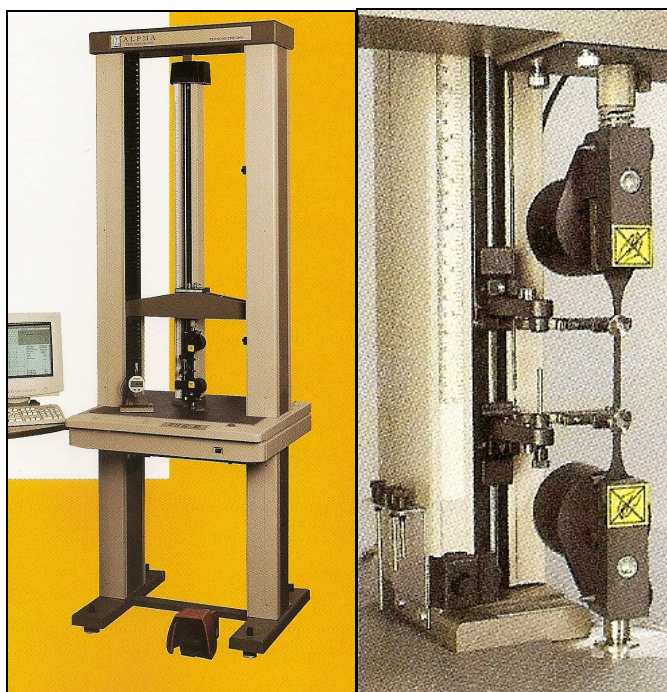
Pro stanovení odrazové pružnosti pryže byla zkušební tělesa vyseknuta z pryžových desek o tloušťce 4 mm kruhového tvaru o průměru 35 mm.

### **Zkušební tělesa pro stanovení tvrdosti**

Pro určení tvrdosti byla připravena tělesa tvaru obdélníků o rozměrech 4 x 6 cm z desek o tloušťce 4 mm.

## 2.3 Tahová zkouška pryže

Tahová zkouška proběhla na trhacím stroji *Tensometer 2000* v laboratořích ALPHA Technologies na Ústavu inženýrství polymerů na UTB ve Zlíně dle normy ČSN ISO 37 za laboratorní teploty. Tento přístroj je navržen pro zkoušení tahových vlastností pryží a plastů. Je vybaven mechanickým extenzometrem a digitálním zařízením pro měření tloušťky vzorků. Trhací stroj byl propojen se stolním PC s nainstalovaným softwarem, pro nastavení potřebných parametrů tahové zkoušky a záznam všech potřebných dat během ní. Zatěžující síla byla nastavena na 1000 N, rychlost posuvu čelisti 500 mm/min, vzdálenost čelistí extenzometru na 25 mm.



*Obr. 13. Tensometr 2000 s detailem na extenzometr a čelisti trhacího stroje*

### 2.3.1 Průběh tahové zkoušky

Pro každou směs bylo nachystáno 10 oboustranných lopatek. Nejprve se změřila 3x tloušťka vzorku v pracovní části (na krajích a uprostřed), šířka pracovní části byla nastavena na 6,0 mm (rovná vzdálenosti řezných hran vysekávacího nože). Poté byl vzorek uchycen do samosvorných upínacích čelistí tak, aby nedošlo k jeho předepnutí či šikmému uchycení v rámci osy trhacího stroje. Nakonec byly k uchycenému vzorku připevněny čelis-

ti extenzometru, který se používá pro eliminaci vlivu rozšiřujícího se průřezu vzorku mimo pracovní oblast.

### 2.3.2 Výsledky měření tahové zkoušky

Program dodaný k trhacímu stroji zaznamenal všechny grafické průběhy prodloužení  $\varepsilon$  v závislosti na napětí  $\sigma$ , jejich hodnoty při přetržení, moduly  $M50$  až  $M500$  a provedl statistické výpočty všech získaných hodnot (medián, průměr, směrodatnou odchylku).

**Tab. 4.** Výsledky tahové zkoušky směsi E75Y

SMĚS E75Y						
vzorek	Pevnost v tahu při přetržení [MPa]	Tažnost [%]	M100	M200	M300	M500
1	11,81	604,30	1,47	2,71	4,69	10,00
2	11,28	622,70	1,33	2,39	4,21	9,33
4	11,89	610,00	1,50	2,82	4,99	10,42
6	12,05	615,80	1,43	2,63	4,61	9,87
7	11,37	627,70	1,34	2,44	4,30	9,39
8	11,85	627,00	1,37	2,54	4,52	9,93
10	10,93	595,00	1,25	2,19	3,88	8,96
<b>Arit. průměr</b>	<b>11,60</b>	<b>614,64</b>	<b>1,38</b>	<b>2,53</b>	<b>4,46</b>	<b>9,70</b>
<b>sm. odch.</b>	0,38	11,36	0,08	0,20	0,33	0,46

Všechny vzorky se přetrhli v pracovní oblasti lopatek bez známky dutin nebo jiných kazů v přetrženém místě. Vzorky 3, 5 a 9 byly vyřazeny z dalších výpočtů pro příliš nízké hodnoty tažnosti ve srovnání s původní průměrnou hodnotou protažení při přetržení (průměr z deseti hodnot). Grafické průběhy tahových křivek jsou v příloze PI. Mají typické esovité průběhy charakteristické pro pryžový materiál.

Tab. 5. Výsledky tahové zkoušky směsi E130Y

SMĚS E130Y						
vzorek	Pevnost v tahu při přetržení [MPa]	Tažnost [%]	M100	M200	M300	M500
1	11,52	579,80	1,59	3,12	5,39	10,61
2	10,91	589,70	1,57	3,02	5,19	10,36
4	11,72	575,40	1,64	3,20	5,52	10,68
6	11,66	581,20	1,50	2,90	5,07	10,41
7	11,75	585,50	1,66	3,29	5,63	10,81
8	11,05	593,70	1,67	3,25	5,53	10,59
10	11,28	551,60	1,61	3,13	5,37	10,50
<b>Arit.průměr</b>	<b>11,41</b>	<b>579,56</b>	<b>1,61</b>	<b>3,13</b>	<b>5,39</b>	<b>10,56</b>
<b>Sm. Ochd.</b>	0,31	12,76	0,05	0,13	0,18	0,14

Po srovnání naměřených hodnot s jejich původní průměrnou hodnotou tažnosti byly vyřazeny vzorky 1, 3 a 10 pro velké odchylky. V příloze PII lze porovnat všechny průběhy závislostí prodloužení na napětí.

## 2.4 Linearizace tahových křivek

Pro popis deformačního chování izotropního tělesa se vychází z dvouparametrové Mooney-Rivlinovy rovnice popisující funkci deformační energie:

$$W = C_1 \cdot (I_1 - 3) + C_2 \cdot (I_2 - 3) \quad (35)$$

Invarianty deformace  $I_1$  a  $I_2$  jsou ve tvaru:

$$I_1 = \lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 \quad (36)$$

$$I_2 = \frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2} + \frac{1}{\lambda_z^2} \quad (37)$$

Invariant  $I_3$  pro jednoosí tah je roven jedné. Pro tahové zatížení v ose x platí:

$$\lambda_y = \lambda_z = \frac{1}{\lambda_x^{1/2}} \quad (38)$$

$$\lambda_x = 1 + \varepsilon_x \quad (39)$$

Invarianty se dosadí v příslušných tvarech do Mooney-Rivlinovy rovnice a dostaneme:

$$W = C_1 \cdot \left( \lambda_x^2 + \frac{2}{\lambda_x} - 3 \right) + C_2 \cdot \left( \frac{1}{\lambda_x^2} + 2\lambda_x - 3 \right) \quad (40)$$

Derivací podle  $\sigma = dW / d\lambda_x$  a následnou úpravou vzniklého výrazu se dostane dvouparametrová Mooney-Rivlinova rovnice v tomto tvaru.

$$\frac{\sigma}{2 \cdot (\lambda_x - \lambda_x^{-2})} = C_1 + C_2 \cdot \frac{1}{\lambda_x} \quad (41)$$

Na svislou osu  $y$  se vynesou hodnoty  $\sigma / 2(\lambda - \lambda^{-2})$  a na vodorovnou osu  $x$  hodnoty  $1 / \lambda$ . Na získanou závislost se aplikuje lineární regrese a z její rovnice přímky určí materiálové konstanty  $C_1$  a  $C_2$ .

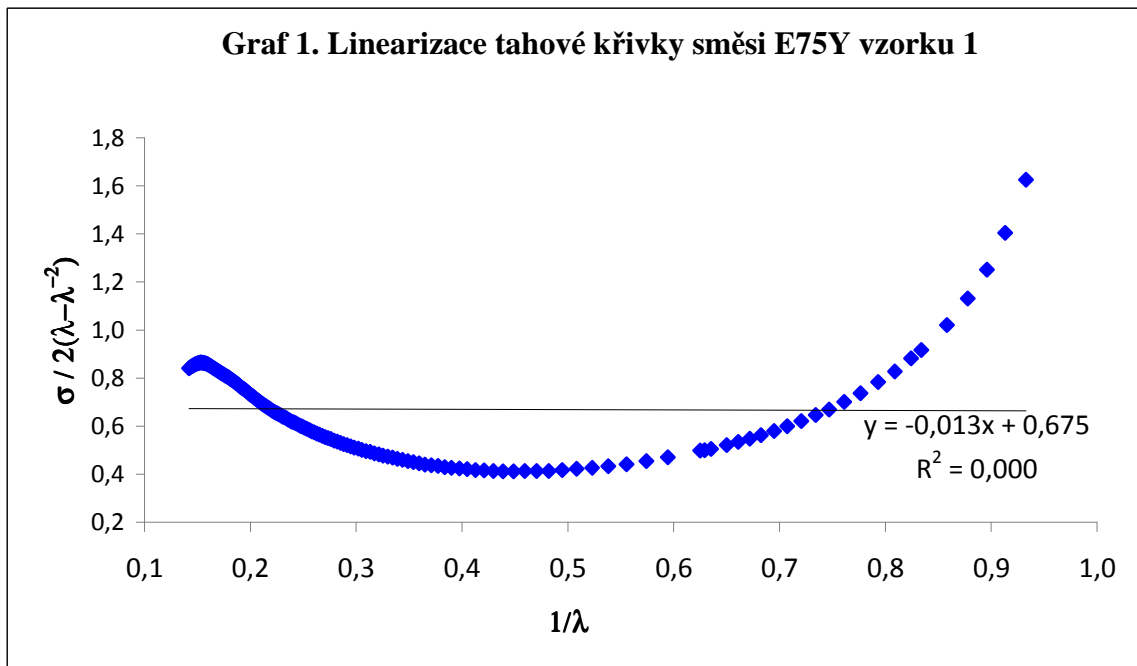
Modul pružnosti v tahu  $E$  pro zcela nestlačitelná tělesa lze vyjádřit z upraveného tvaru Mooney-Rivlinovy rovnice (44) derivací  $E = (d\sigma / d\lambda_x)_{\lambda=1}$  (za předpokladu  $\varepsilon = 0$ ):

$$E = 6 \cdot C_1 + 6 \cdot C_2 \quad (42)$$

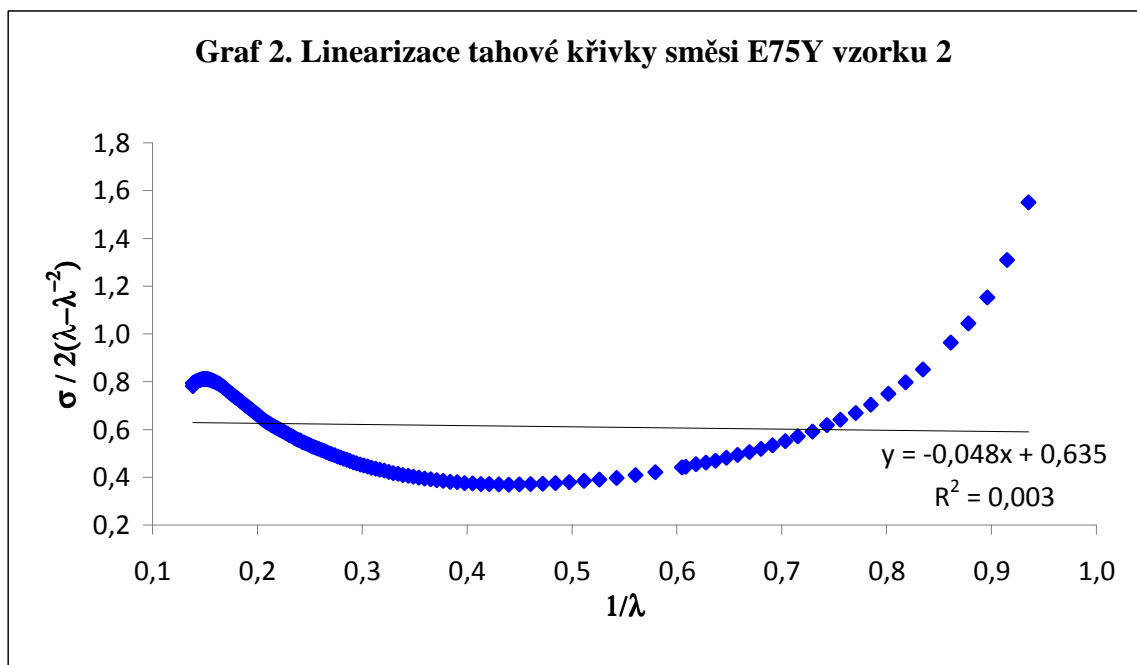
Modul pružnosti ve smyku  $G$  je třikrát menší než modul  $E$  [17]

$$G = 2 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 \quad (43)$$

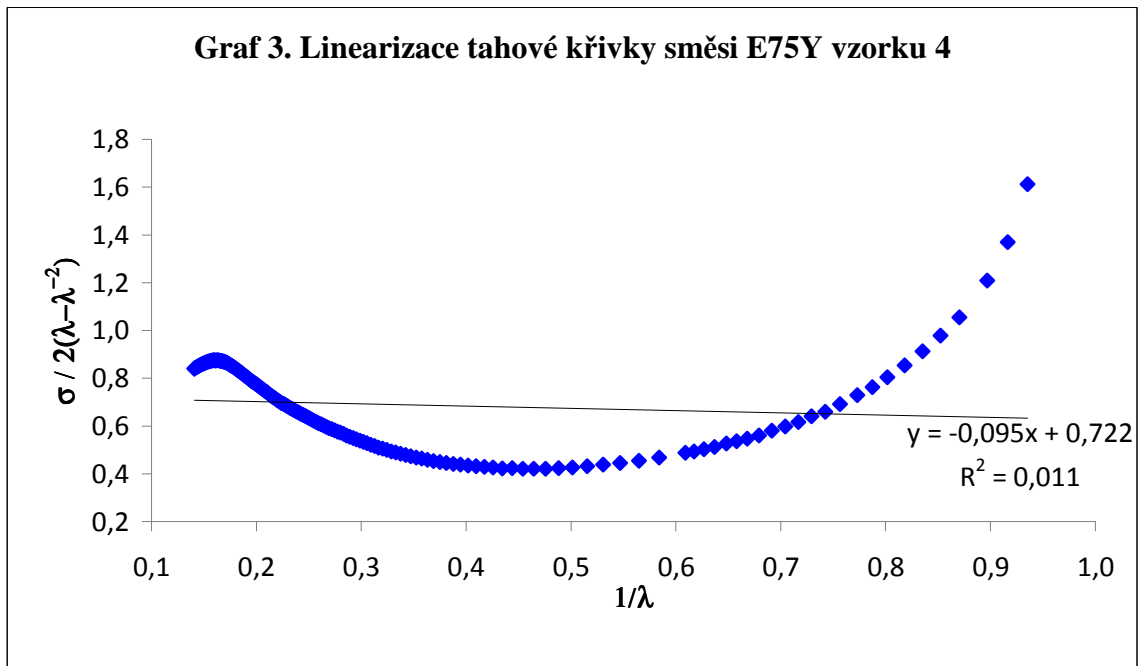
## 2.4.1 Výsledky linearizace tahových křivek vzorků ze směsi E75Y



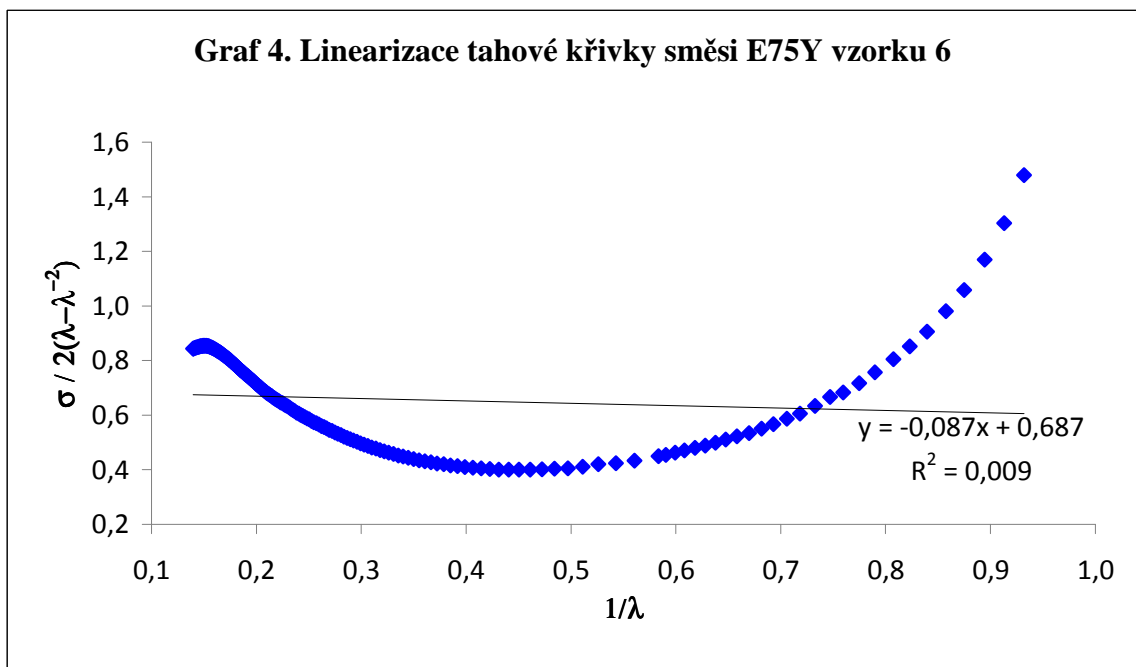
*Graf 1. Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 1*



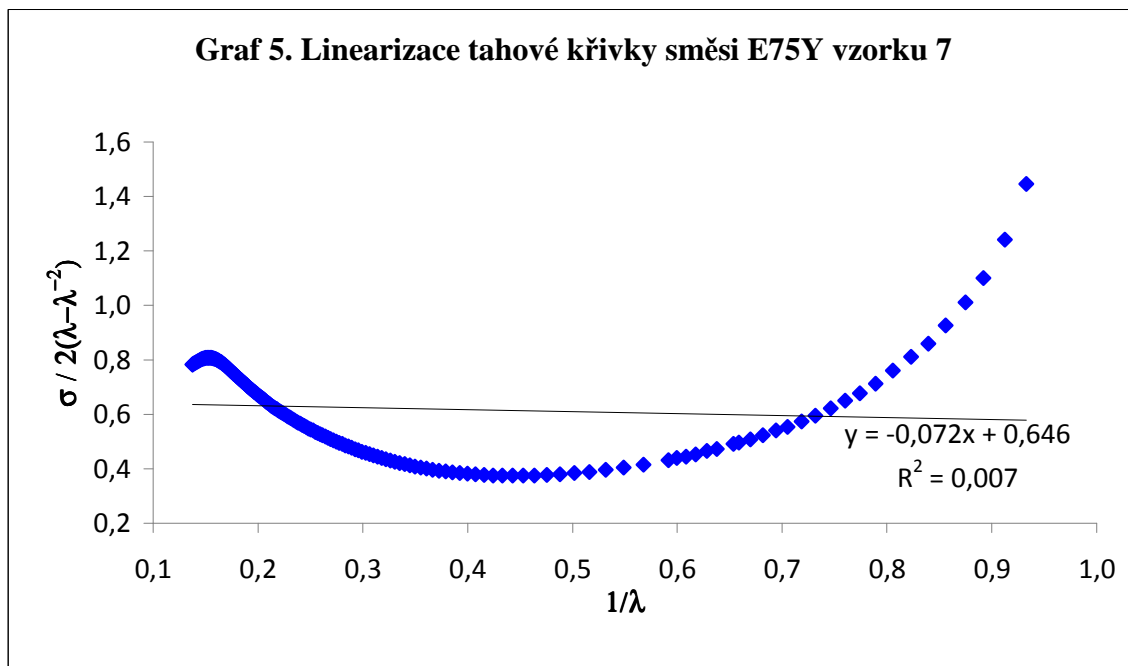
*Graf 2. Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 2*



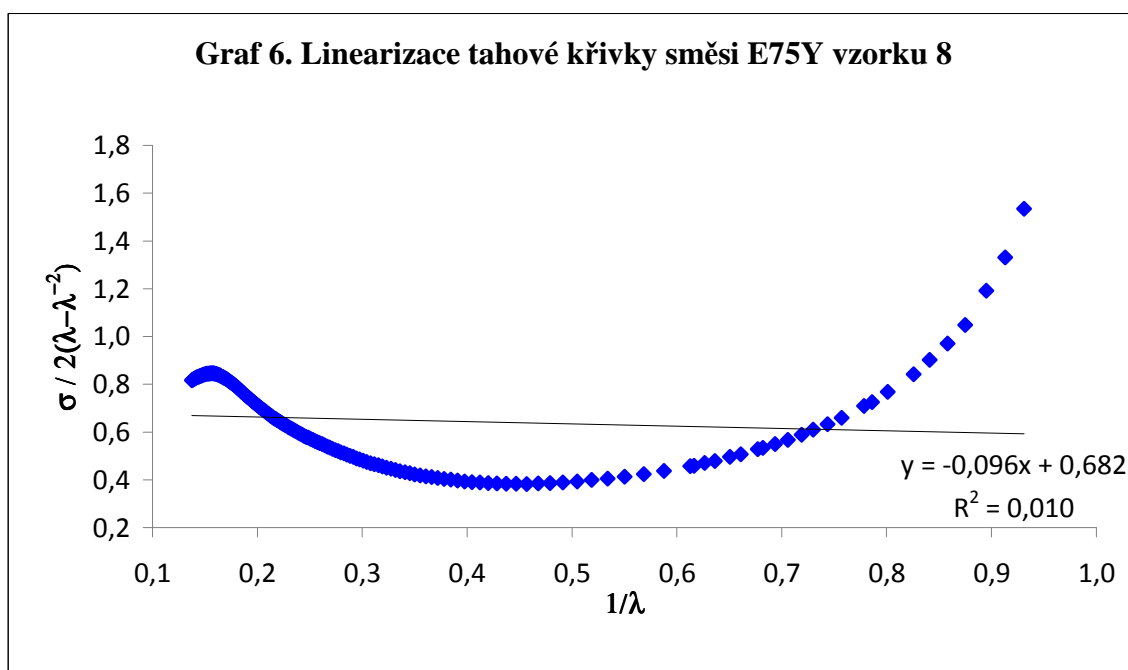
*Graf 3. Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 4*



*Graf 4. Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 6*

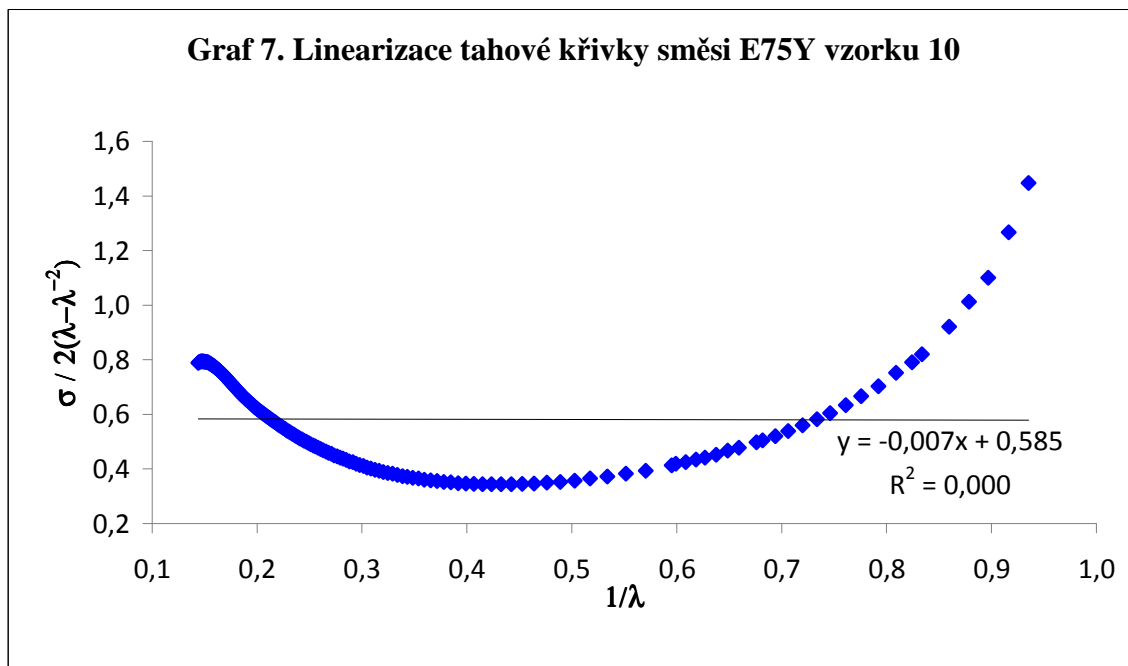


*Graf 5. Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 7*



*Graf 6. Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 8*





*Graf 7. Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 10*

*Tab. 6. Získané materiálové konstanty směsi E75Y*

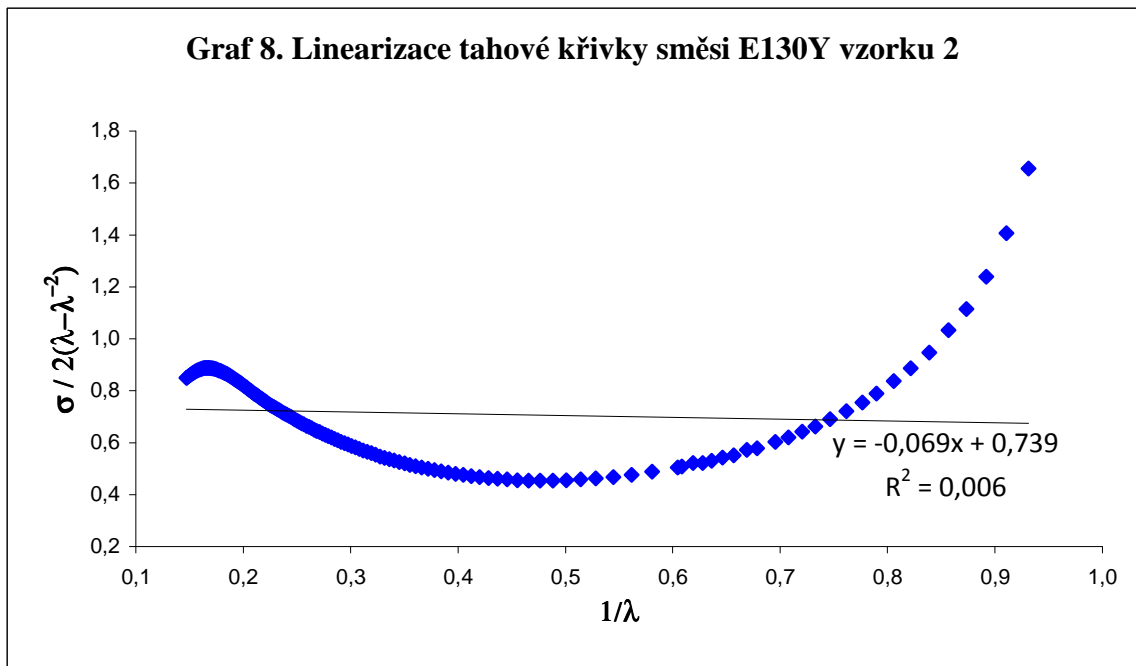
Vzorek č.	$C_1$ [MPa]	$C_2$ [MPa]
1	0,675	-0,013
2	0,635	-0,048
4	0,721	-0,095
6	0,686	-0,087
7	0,645	-0,072
8	0,682	-0,095
10	0,584	-0,006
<b>Aritmetický průměr</b>	<b>0,661</b>	<b>-0,059</b>
<b>Směr. odchylka</b>	<b>±0,038</b>	<b>±0,033</b>

Modul pružnosti  $E$  v tahu a modul pružnosti ve smyku  $G$  směsi E75Y:

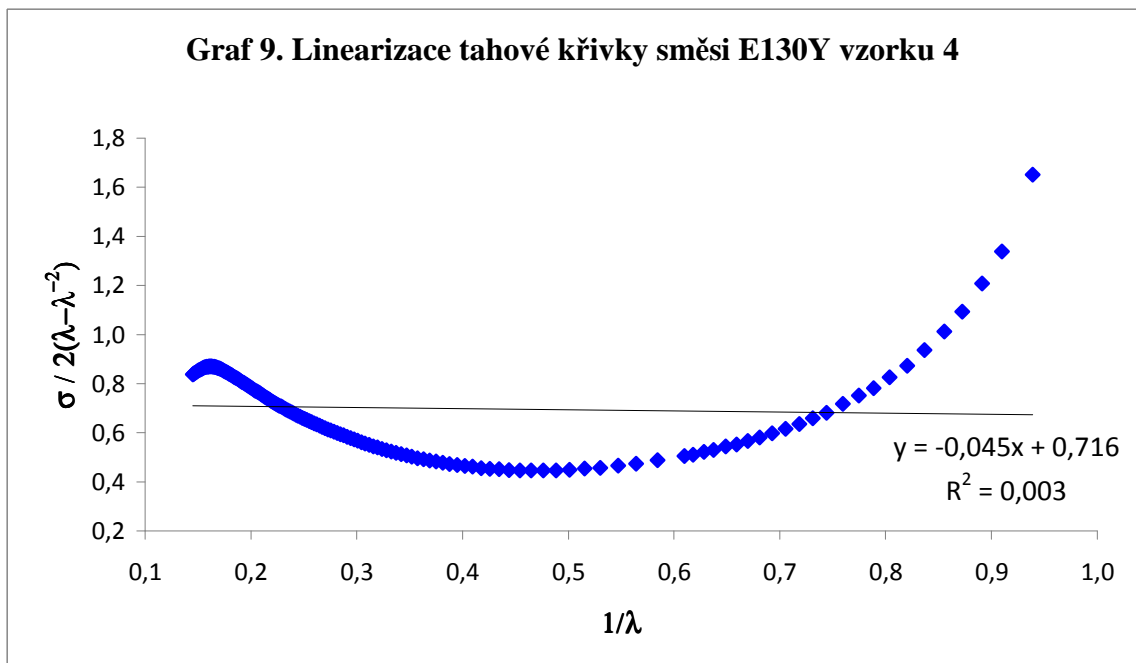
$$E = 6 \cdot C_1 + 6 \cdot C_2 = 3,612 \text{ MPa}$$

$$G = 2 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 = 1,204 \text{ MPa}$$

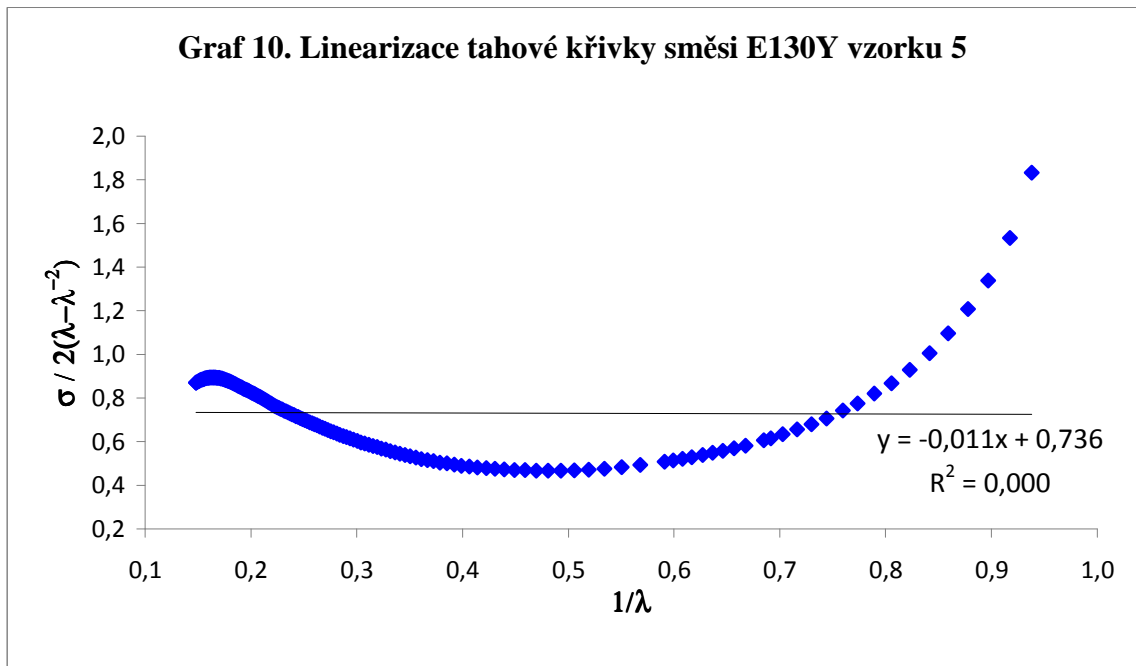
## 2.4.2 Výsledky linearizace tahových křivek vzorků ze směsi E130Y



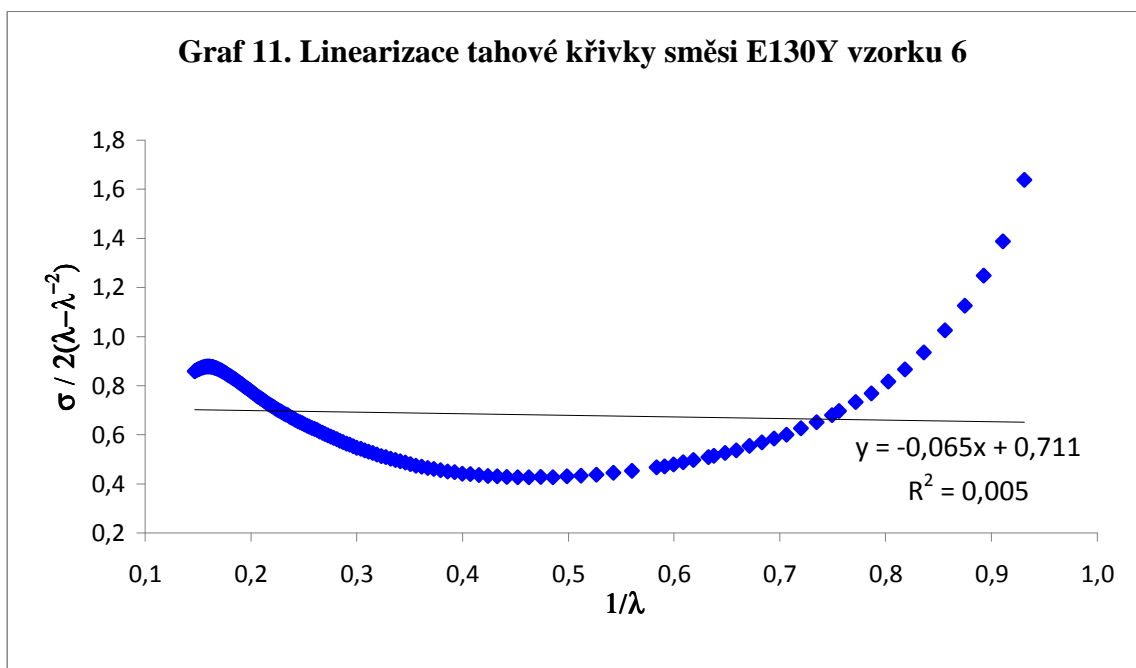
*Graf 8. Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 2*



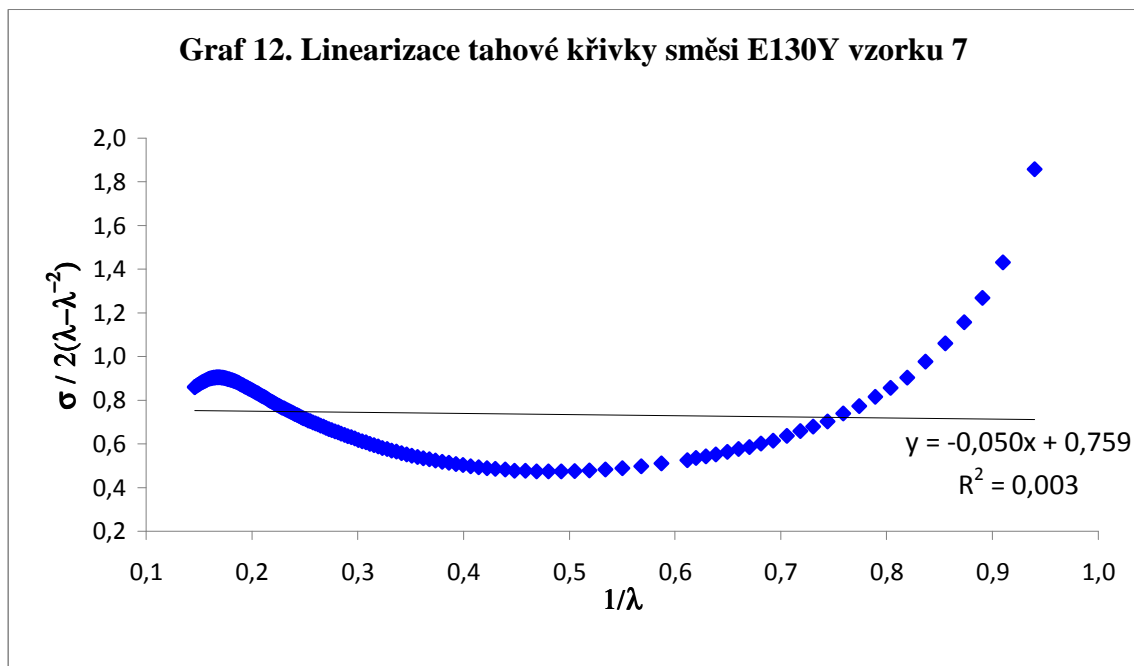
*Graf 9. Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 4*



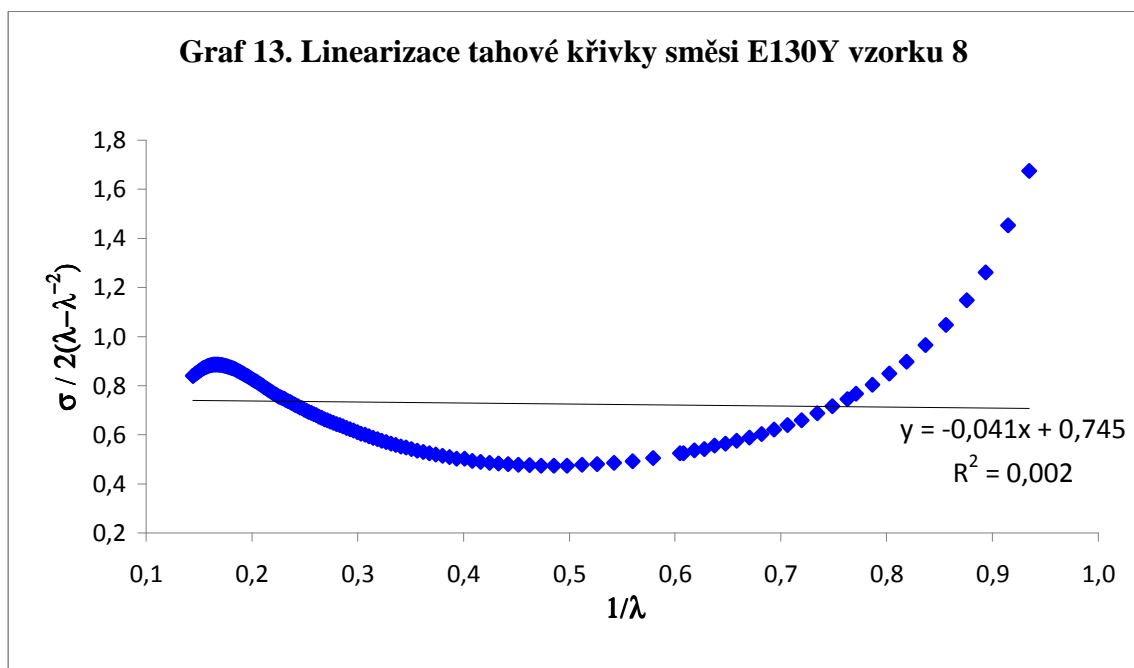
*Graf 10. Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 5*



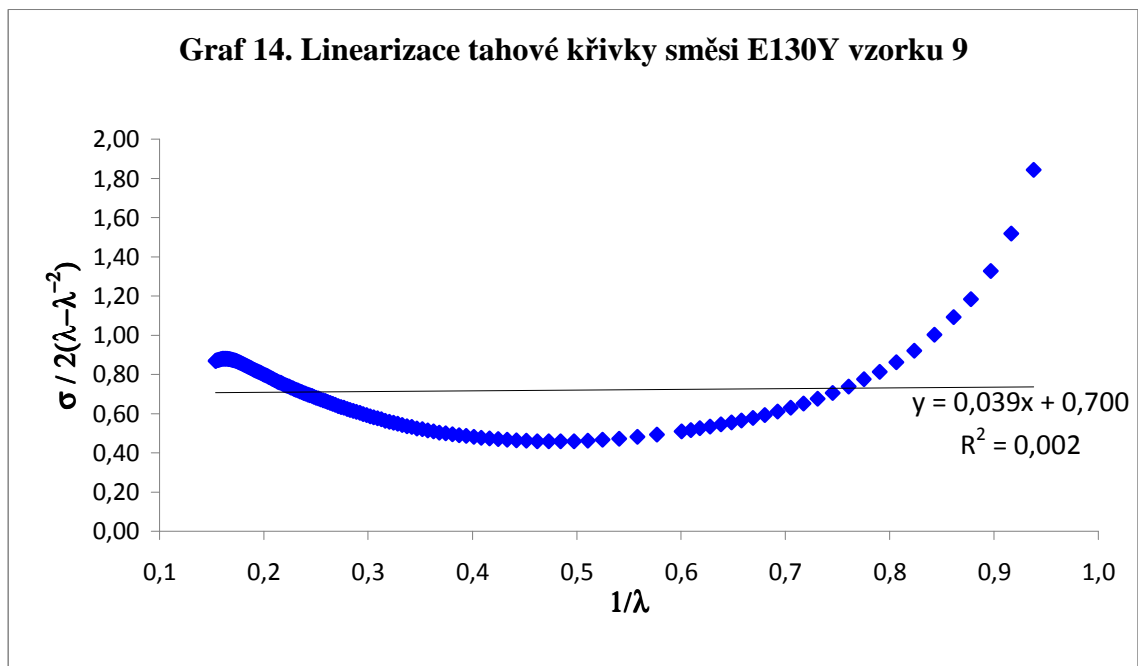
*Graf 11. Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 6*



*Graf 12. Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 7*



*Graf 13. Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 8*



*Graf 14. Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 9*

*Tab. 7. Získané materiálové konstanty směsi E130Y*

Vzorek č.	$C_1$ [MPa]	$C_2$ [MPa]
3	0,739	-0,069
4	0,715	-0,044
5	0,735	-0,010
6	0,711	-0,064
7	0,759	-0,049
8	0,745	-0,040
9	0,700	-0,039
<b>Aritmetický průměr</b>	<b>0,729</b>	<b>-0,034</b>
<b>Směr. odchylka</b>	<b>±0,038</b>	<b>±0,033</b>

Modul pružnosti v tahu  $E$  a modul pružnosti ve smyku  $G$  směsi E130Y:

$$E = 6 \cdot C_1 + 6 \cdot C_2 = 4,171 \text{ MPa}$$

$$G = 2 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 = 1,391 \text{ MPa}$$

## 2.5 Stanovení tvrdosti pryže

Stanovení tvrdostí z vulkanizovaných směsí byla provedena na Ústavu inženýrství polymerů na UTB ve Zlíně dle normy ČSN EN ISO 868 za laboratorní teploty. Po provedení slepého měření, které mělo za úkol stanovit, ve kterém rozsahu se tvrdost pohybuje, byl pro měření použit přístroj Shore A.

### 2.5.1 Postup a výsledky stanovení tvrdosti na přístroji Shore A

Pro měření byly použity vzorky tvaru obdélníka (jeden od každé z vulkanizované směsi) o tloušťce 4 mm. Vzorek se vsunul pod měřící hrot tvrdoměru, tak aby svíraly pravý úhel. Při každém měření se muselo dbát na to, aby byl hrot vzdálen nejméně 9 mm od okrajů zkušebního tělesa a vzdálenost zkušebních míst na vzorku byla alespoň 6 mm. Přítlačná síla se volí taková, aby dosedla opěrná patka tvrdoměru pevně na povrch zkušebního tělesa. Tvrdost se odečítá po 15 vteřinách od začátku působení přítlačné síly. Norma stanovuje 5 měření tvrdosti pro každý vzorek s následným stanovením aritmetického průměru získaných tvrdostí.

Měřením tvrdosti Shore A lze též jednoduše a rychle odhadnout přibližnou hodnotu modulu pružnosti  $E$  (hodnota je spíše orientačního charakteru). [17]

$$E = 2,2 \cdot \frac{7,2 + (^\circ Sh A)}{100 - (^\circ Sh A)} \quad (44)$$

*Tab. 8. Naměřené hodnoty tvrdostí Shore A a výsledné moduly E pro jednotlivé směsi*

<b>Tvrdost Shore A [°Sh A]</b>		
<b>měření č.</b>	<b>E75Y</b>	<b>E130Y</b>
<b>1</b>	60,0	62,0
<b>2</b>	60,5	62,0
<b>3</b>	60,0	62,5
<b>4</b>	60,5	61,5
<b>5</b>	60,5	61,5
<b>Aritmetický průměr</b>	<b>60,3</b>	<b>61,9</b>
<b>Směr. odchylka</b>	$\pm 0,2$	$\pm 0,4$
<b>E [MPa]</b>	<b>3,7</b>	<b>4,0</b>

## 2.6 Stanovení odrazové pružnosti pryže

Odrazová pružnost z vulkanizovaných směsí byla stanovena na Ústavu inženýrství polymerů na UTB ve Zlíně dle normy ČSN 62 1480 na přístroji typu Schob za laboratorní teploty.

### 2.6.1 Postup a výsledky stanovení odrazové pružnosti na přístroji Schob

Zkušební tělesa kruhového tvaru pro každou směs byla složena ze tří vrstev o celkové tloušťce 12 mm. Měření se provádělo na dvou vzorcích pro každou směs. Vzorek se upnul k přední části kovadliny přístroje a provedly se 3 nárazy kyvadla, jak předepisuje norma (tzv. mechanická kondicionace). Poté bylo přistoupeno k samotnému měření, které se provádělo třikrát na každém vzorku. Hodnoty odečtené na stupnici se rovnají hodnotám odrazové pružnosti v procentech.

Tab. 9. Naměřené hodnoty odrazové pružnosti obou směsí

Odrážová pružnost [%]				
	Směs E75Y		Směs E130Y	
měření č.	1. vzorek	2. vzorek	1. vzorek	2. vzorek
1	9,0	8,5	8,5	8,5
2	9,0	9,0	8,0	8,5
3	9,0	9,0	8,5	8,0
medián	9,0	9,0	8,5	8,5
arit. průměr	9,0		8,5	

## 2.7 Modelování vulkanizačních membrán a výpočet napjatosti

Membrány se vyrábějí v mnoha tvarech a provedeních v závislosti na použití při výrobě konkrétních typů pneumatik. S ohledem na jednoduchost a názornost hyperelastivity byla vybrána membrána s typovým označením RP 10/3 firmy *Barum Continental spol. s r. o.* určená pro výrobu radiálních pláštíků pro osobní a lehké nákladní automobily. Většina membrán je opatřena dezénovými drážkami (vruby), které odvádí plynné zplodiny a zbylý vzduch mezi membránou a pláštěm. S ohledem na tuto skutečnost byl vytvořen model hladké membrány a membrány s vrubem pro porovnání vlivu vrubu na celkovou napjatost. Membrána typu RP 10/3 má v dokumentaci od výrobce rozměry vrubu 0,6 x 0,6 mm bez rozměrů rádiusů. Radiusy byly v modelu uvažovány pro hodnotu  $R = 0,1$  mm.

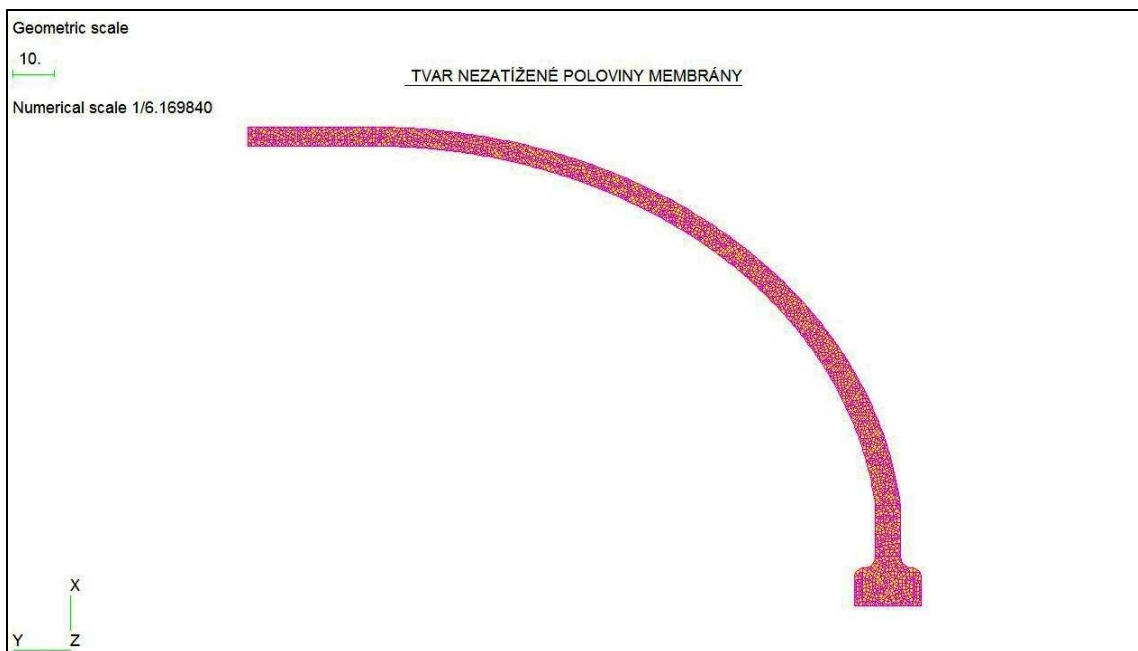
Materiálové konstanty  $C_1$  a  $C_2$  obou směsí získané z linearizací jejich tahových křivek byly aplikovány při výpočtech těchto modelů membrán (s vrubem a bez něj) a porovnány výsledky napjatosti.

### 2.7.1 Modelování vulkanizační membrány

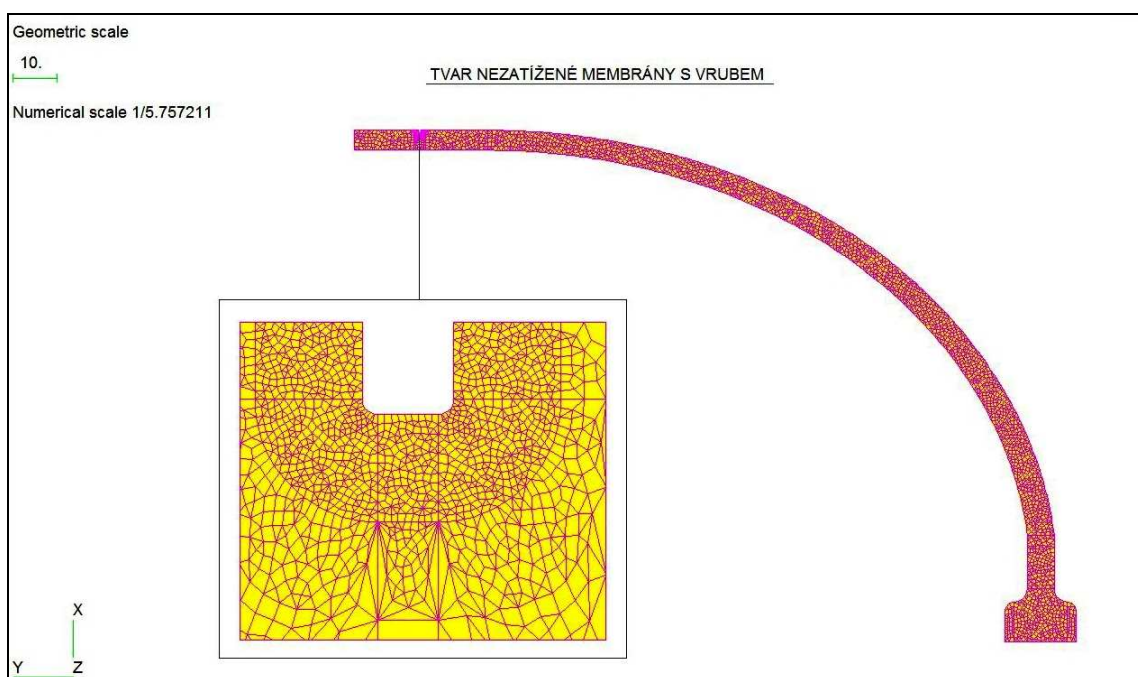
Rozměry vulkanizační membrány typu RP 10/3 byly známy díky podkladům firmy *Barum Continental spol. s r. o.* Model membrány je osově symetrický, proto byla tedy namodelována jen polovina membrány a výpočty zatížení budou stále stejné. Pro vlastní potvrzení předpokladu osové symetrie byla namodelována a analyzována i celá membrána.



Symetrický model membrány byl uvažovaný jako 2D úloha. Na modelu s vrubem i bez vrubu byla provedena diskretizace modelu pomocí sítě konečného počtu prvků. V okolí vrubu membrány byla vytvořena jemnější síť pro přesnější náhradu spojitého kontinua a tím i zobrazení napjatosti v jeho okolí (Obr. 14. a 15.).

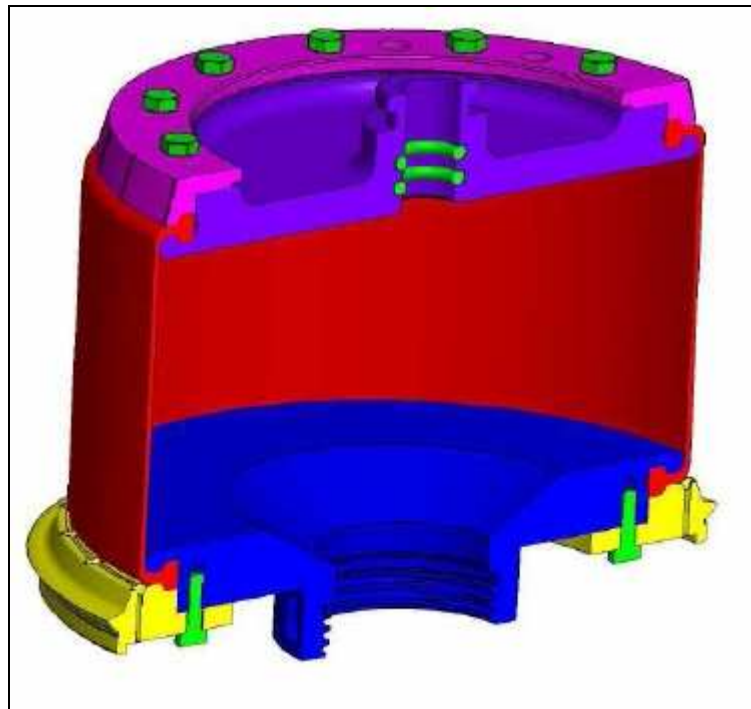


*Obr. 14. Tvar nezatížené membrány*

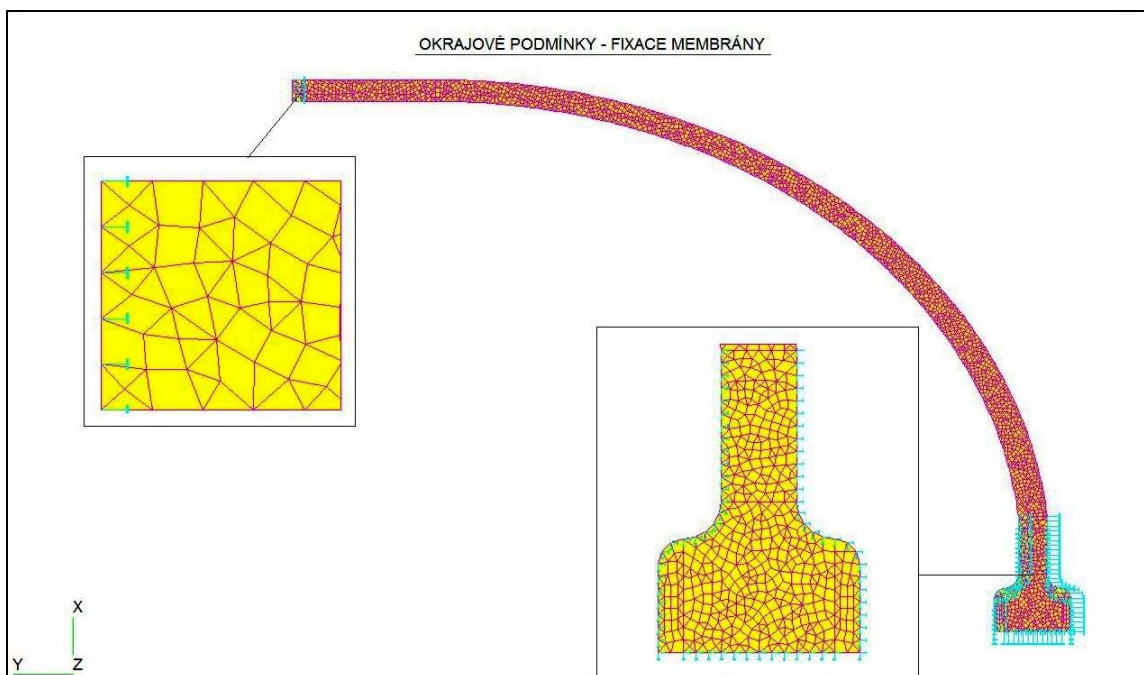


*Obr. 15. Tvar nezatížené membrány s vrubem*

Okrajové podmínky a zatížení byly definovány pro stav uchycení membrány, tak jak je znázorněno na Obr. 16. a Obr. 17.

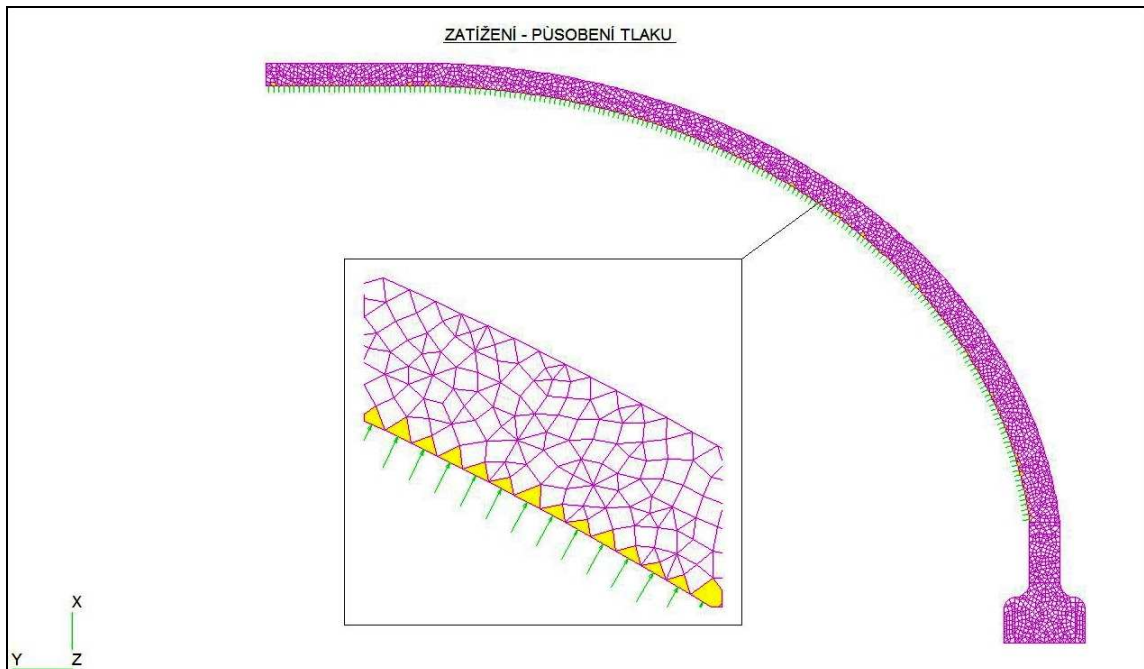


*Obr. 16. Okrajové podmínky pro membránu [35]*



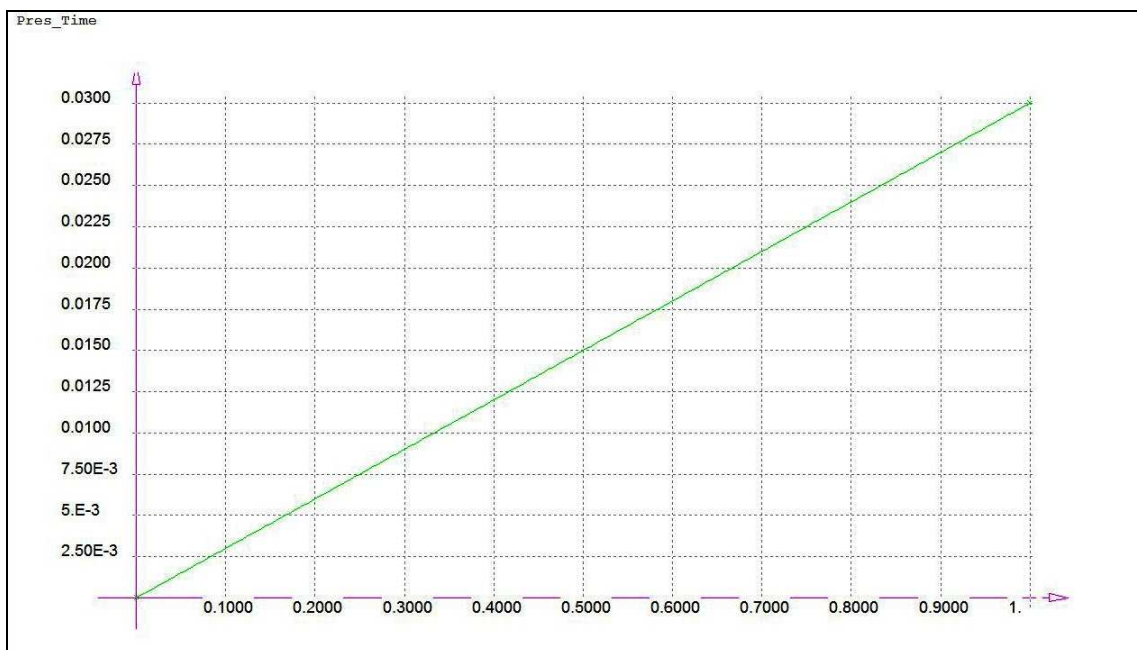
*Obr. 17. Okrajové podmínky pro membránu*

Membrána je zatěžována zevnitř působením tlaku, který jí nadouvá a tlačí proti pneumatice, která je vtiskována do drážek formy. Tlak působí na vnitřní ploše v určité části membrány s ohledem na její uchycení. (Obr. 18.)



*Obr. 18. Působení vnitřního tlaku na membránu*

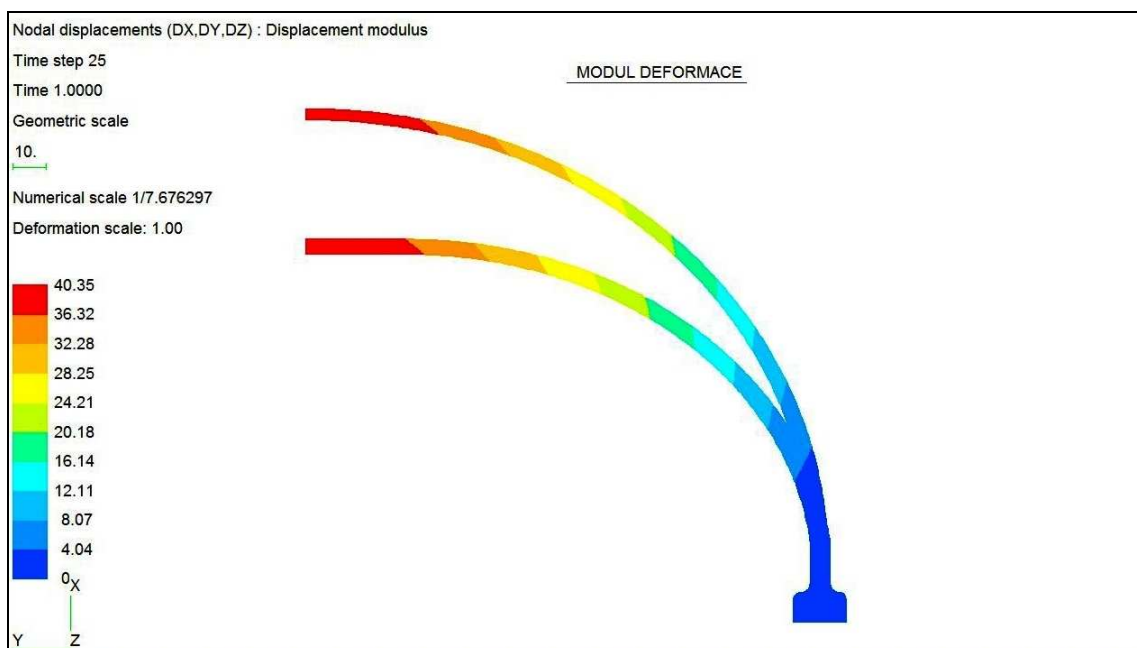
Nelineární výpočet úlohy byl proveden pro zatížení vnitřním přetlakem o smluvní velikosti  $p = 0,03$  MPa. Pro tuto hodnotu výpočet konvergoval bez chyb. Tlak narůstal v membráně lineárně (Obr. 19.).



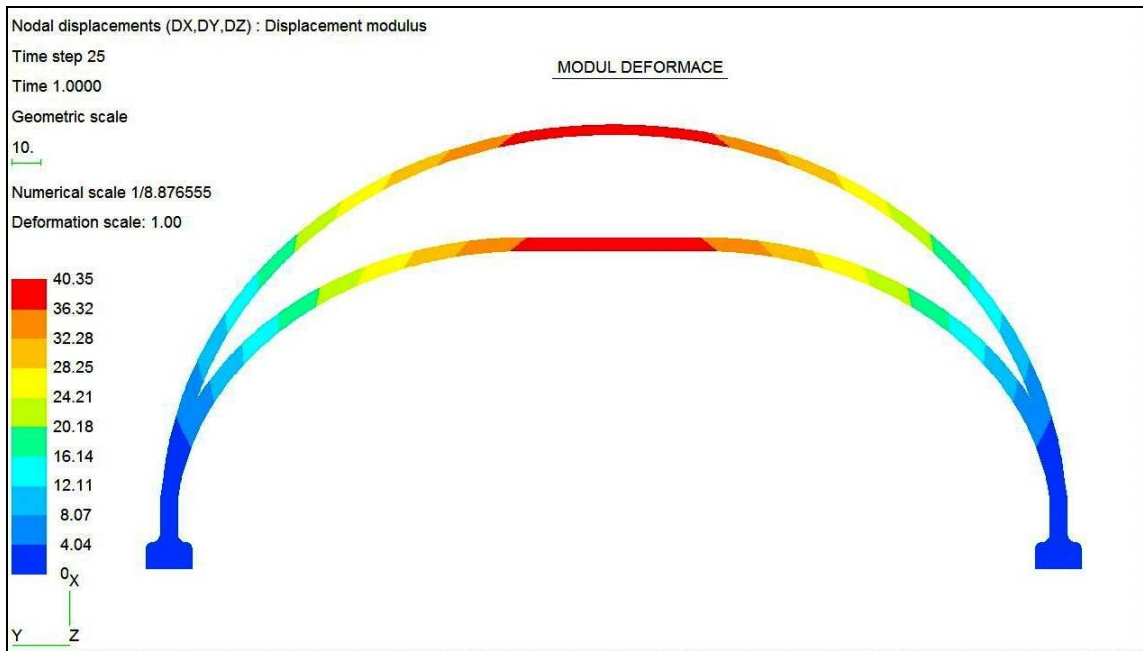
*Obr. 19. Lineární funkce zatížení tlakem*

### 2.7.2 Výpočet napjatosti

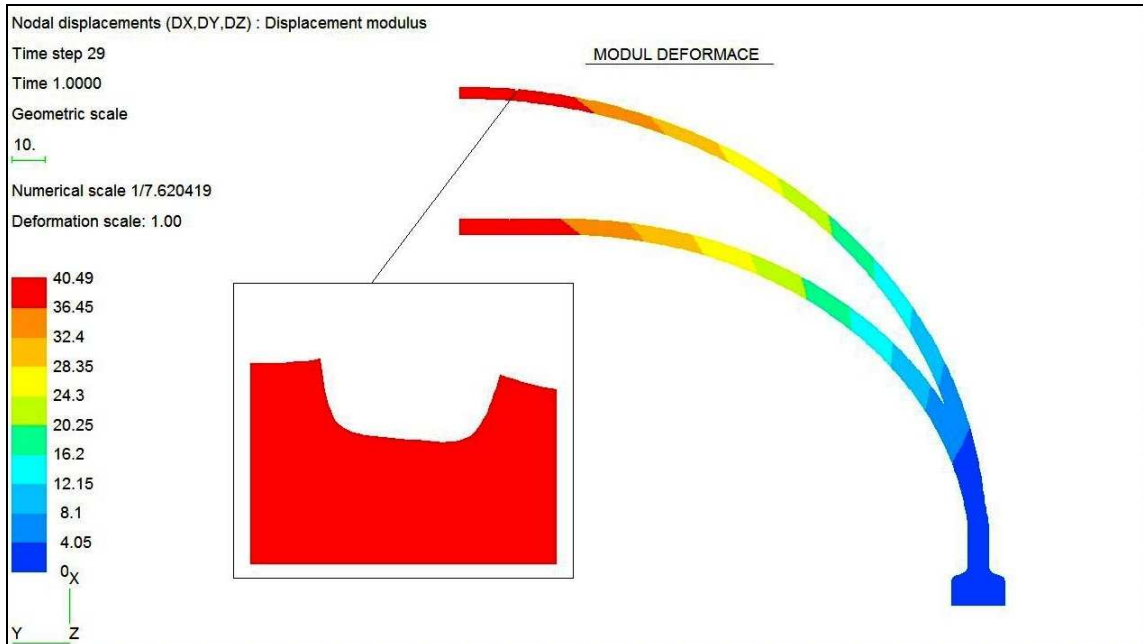
Na dalších obrázcích jsou zobrazeny průběhy tenzoru deformace a napětí. V příloze P III a PIV jsou zaznamenány průběhy deformací membrán bez vrubu obou směsí v určitých časových krocích.



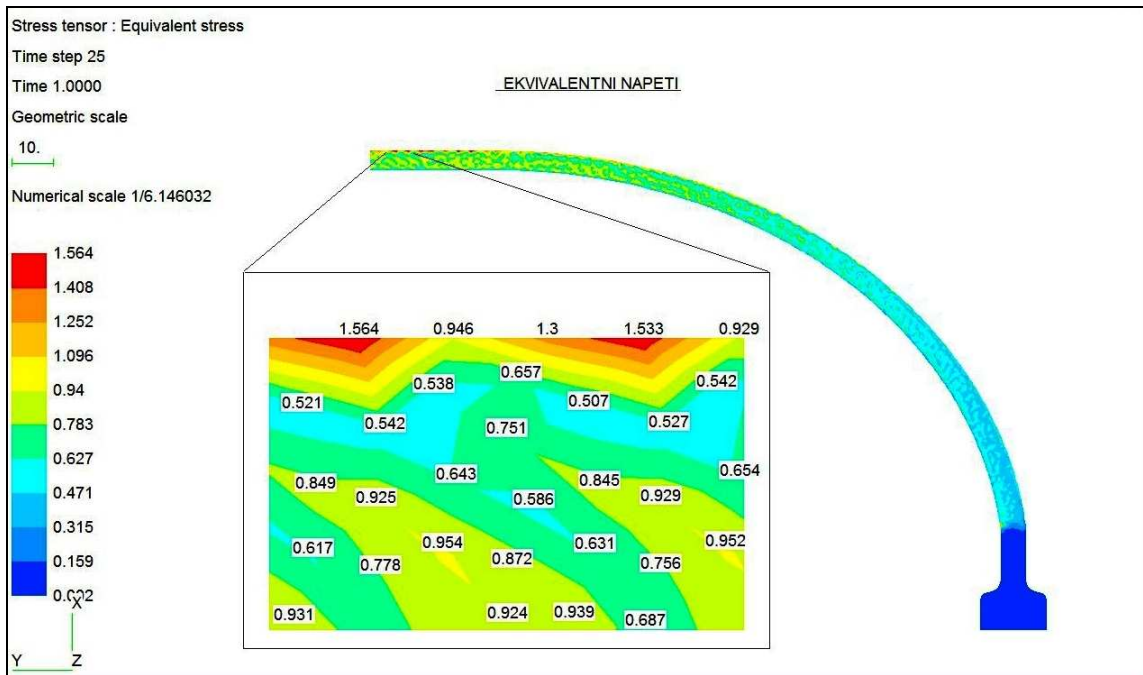
*Obr. 20. Celková deformace poloviny membrány - směs E75Y*



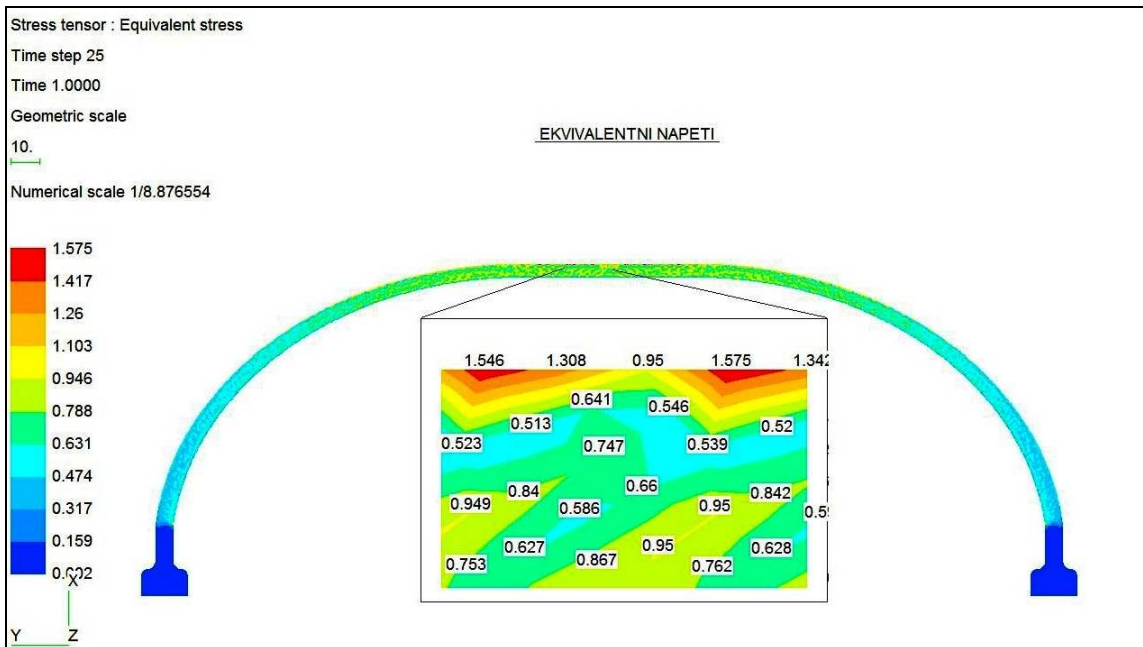
*Obr. 21. Celková deformace celé membrány - směs E75Y*



*Obr. 22. Celková deformace membrány s vrubem - směs E75Y*



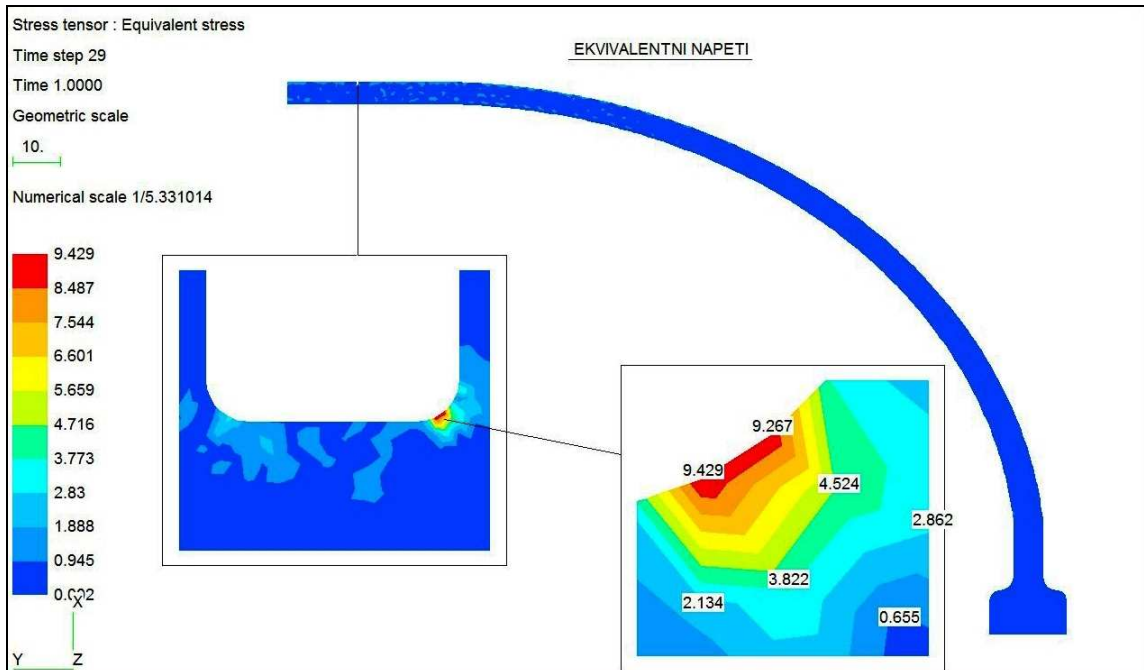
Obr. 23. Rozložení HMM napětí na membráně bez vrubu - směs E75Y



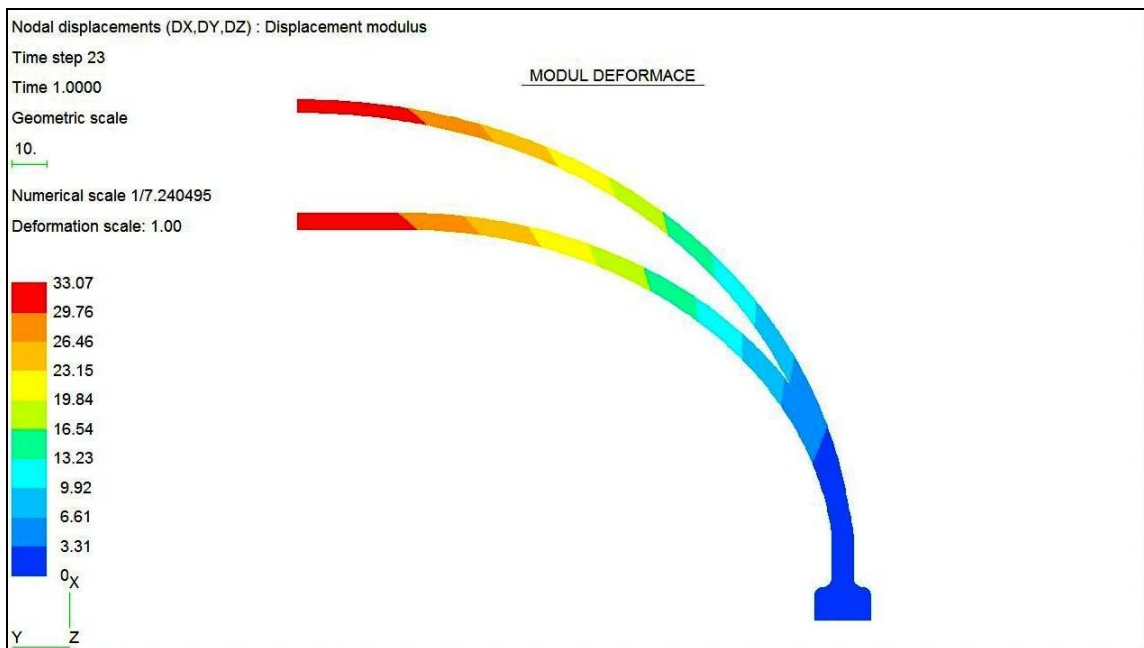
Obr. 24. Rozložení HMM napětí v celé membráně - směs E75Y



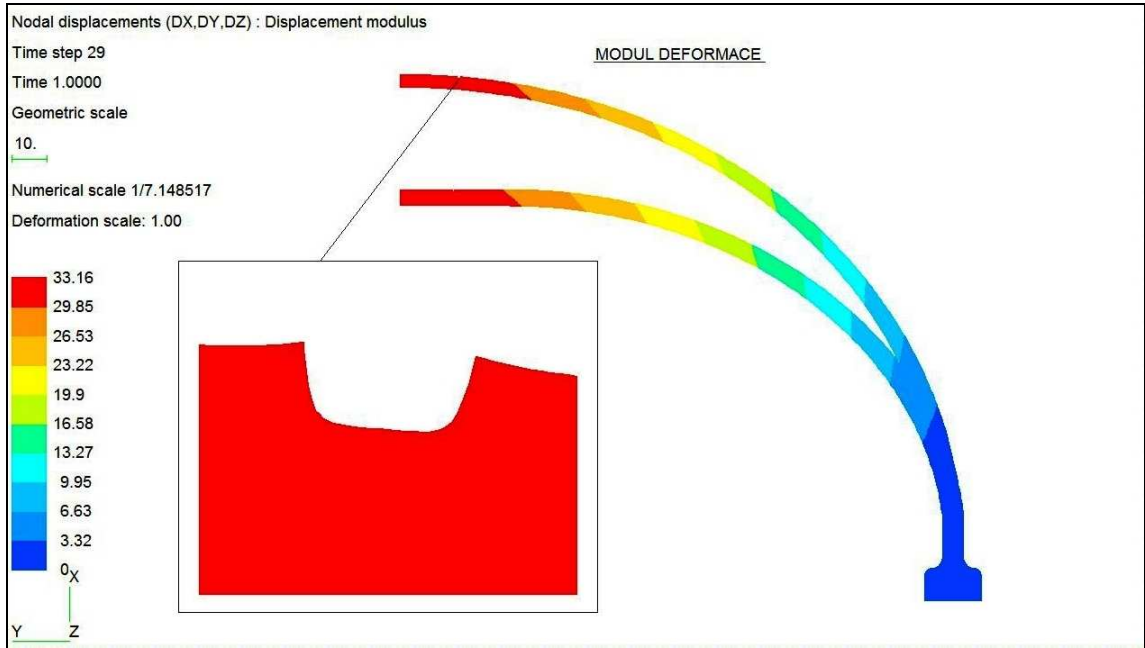
Porovnáním hodnot deformací a napětí HMH na Obr. 20. až 24. lze konstatovat, že osová souměrnost platí (maximální hodnoty se přibližně rovnají). Pro další výpočty je tedy používána jen polovina membrány.



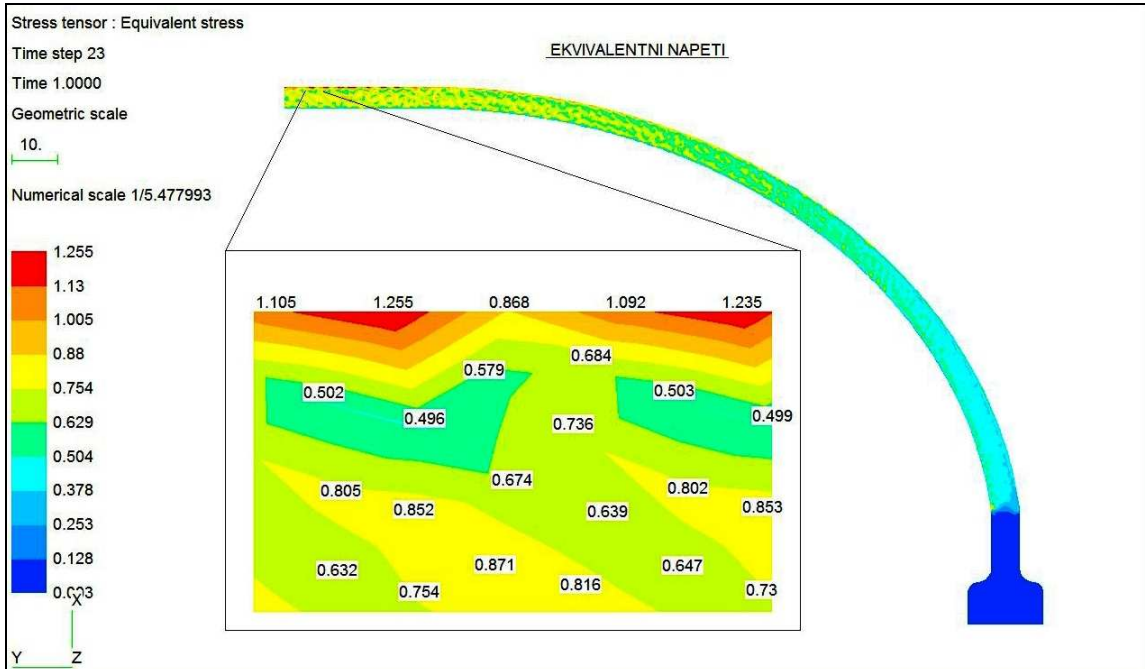
Obr. 25. Rozložení HMH napětí na membráně s vrubem - směs E75Y



Obr. 26. Celková deformace membrány bez vrubu - směs E130Y

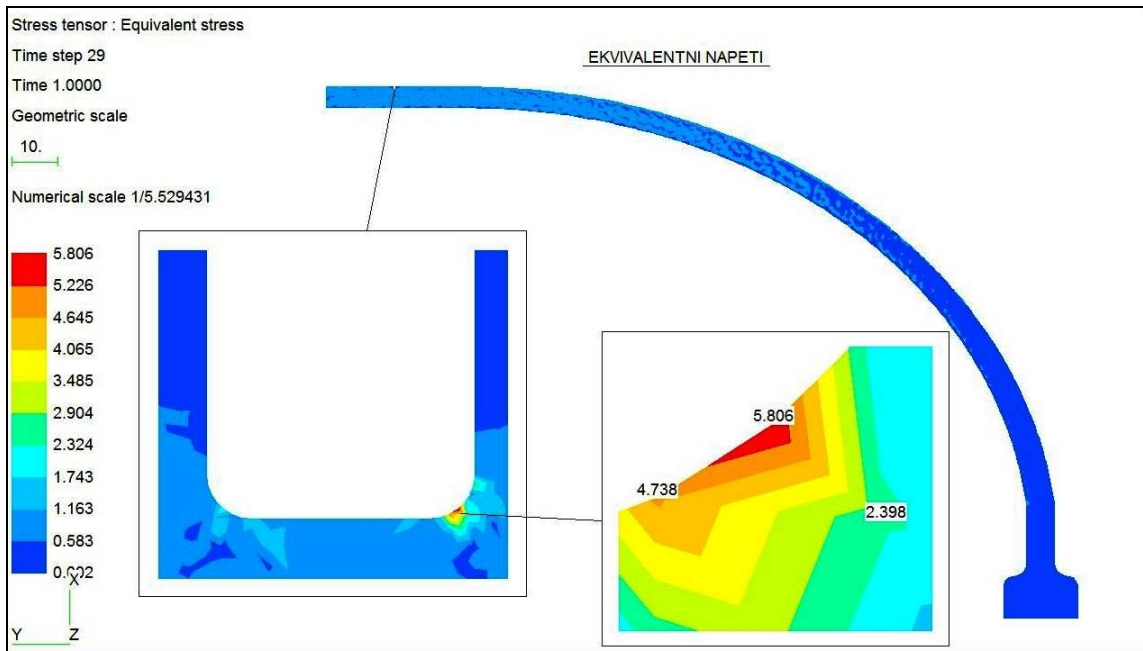


Obr. 27. Celková deformace membrány s vrubem - směs E130Y



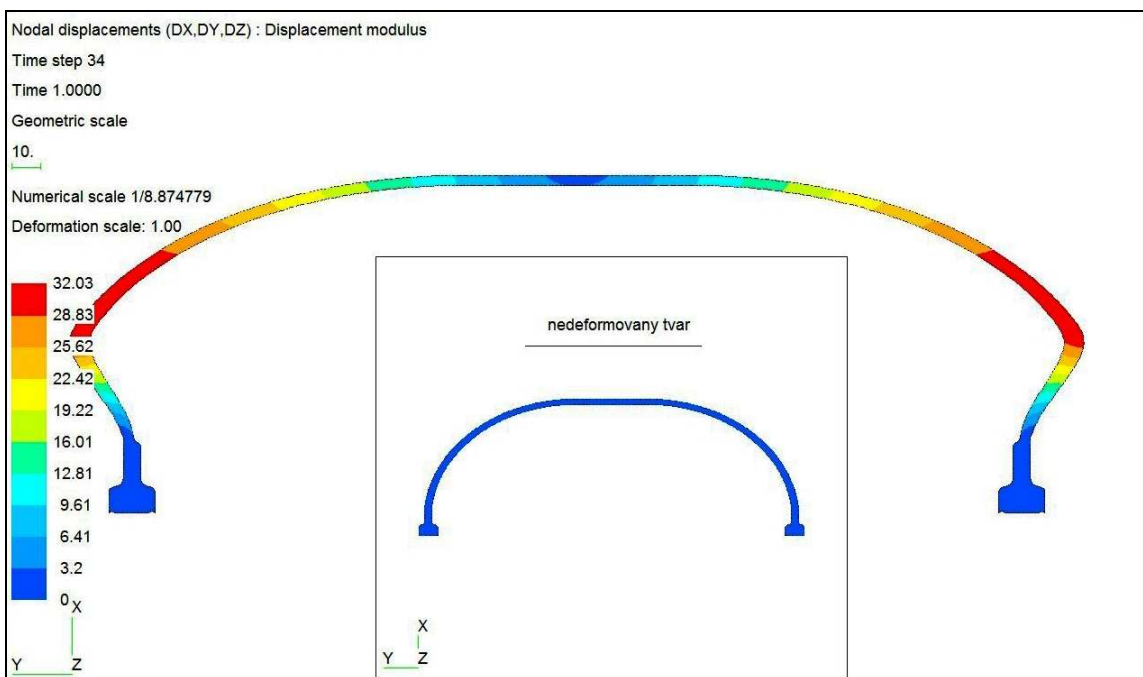
Obr. 28. Rozložení HMH napětí na membráně bez vrubu - směs E130Y



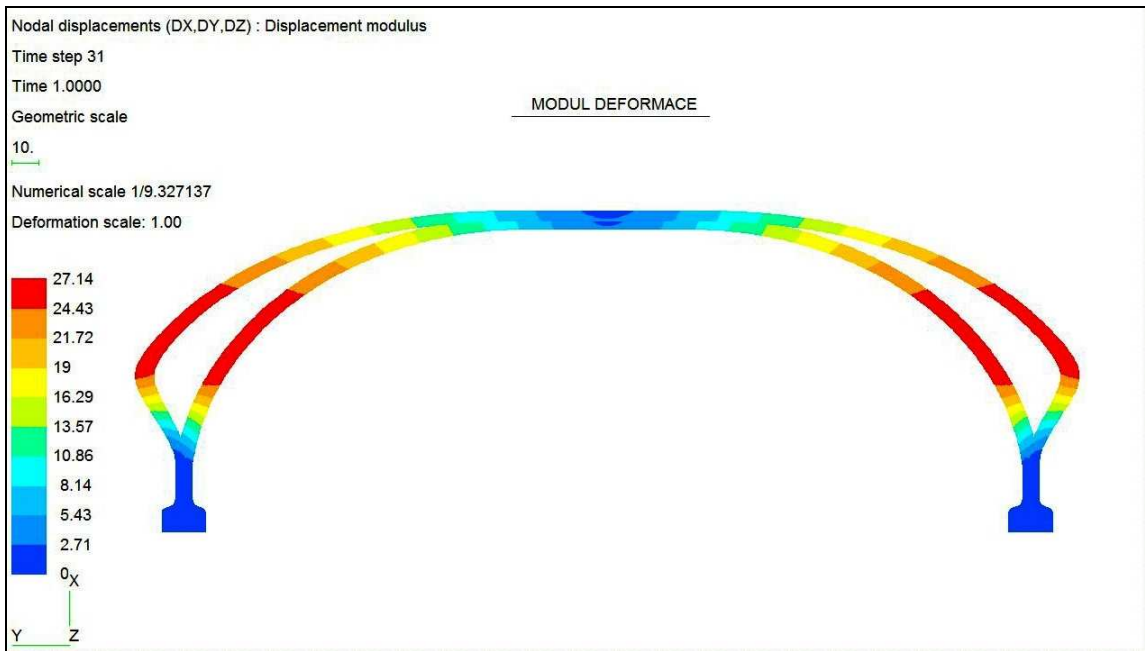


*Obr. 29. Rozložení HMH napětí na membráně s vrubem - směs E130Y*

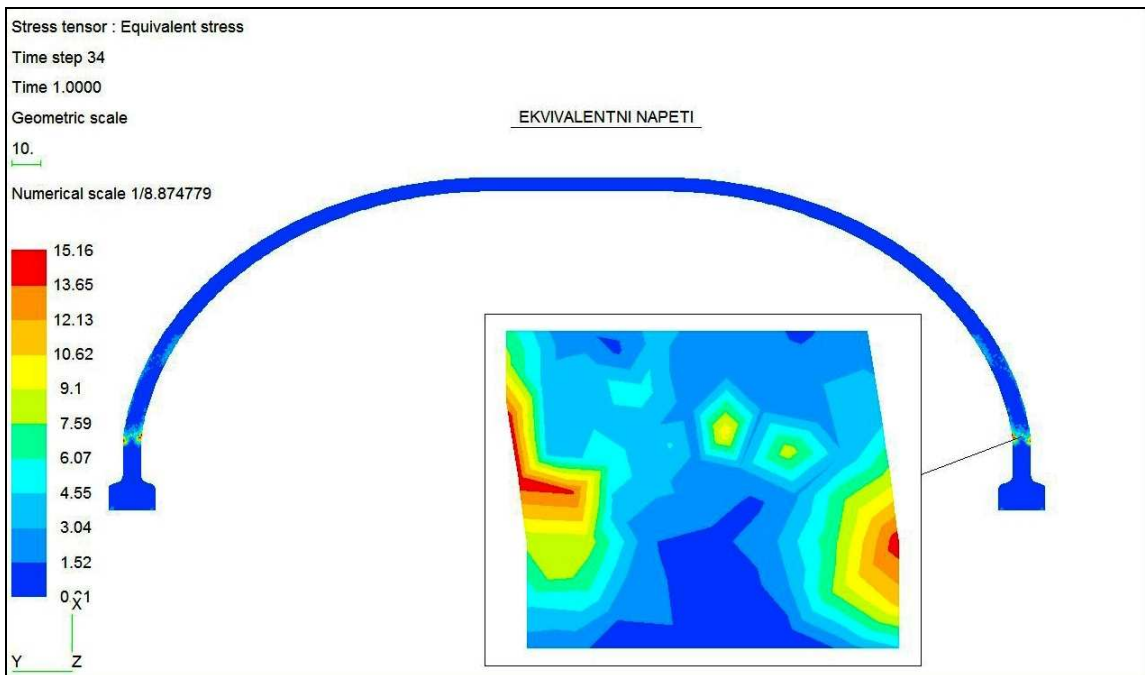
Ve skutečnosti je membrána při deformaci omezena tvarem vulkanizační formy. Vzhledem k tomu, že jsem neměl k dispozici rozměry formy, pokusil jsem se namodelovat membránu s odhadnutými předepsanými posuvy ve formě (Obr. 30.).



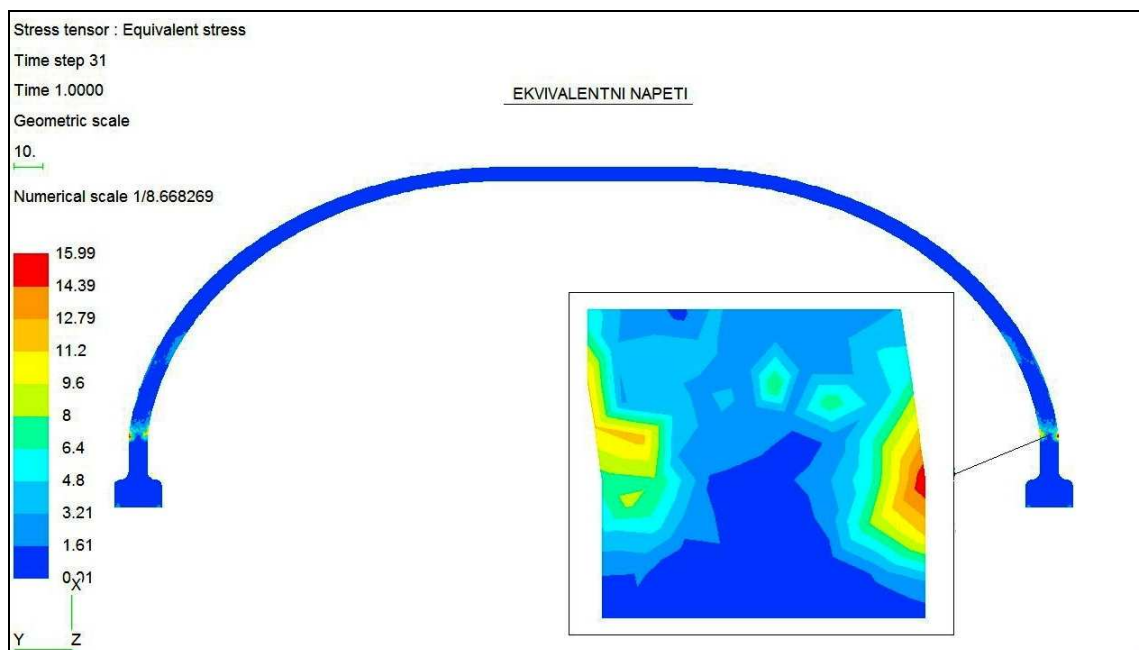
*Obr. 30. Celková deformace membrány s definovaným posuvem – směs E75Y*



*Obr. 31. Celková deformace membrány s definovaným posuvem – směs E130Y*



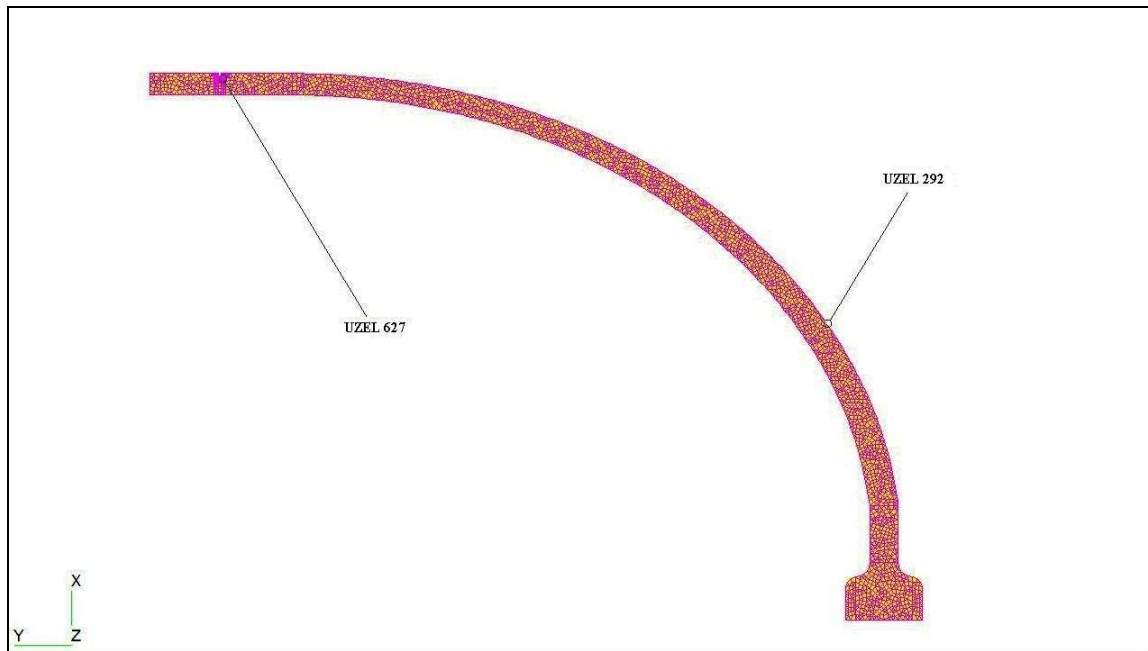
*Obr. 32. Rozložení HMH napětí na membráně s definovaným posuvem – směs E75Y*



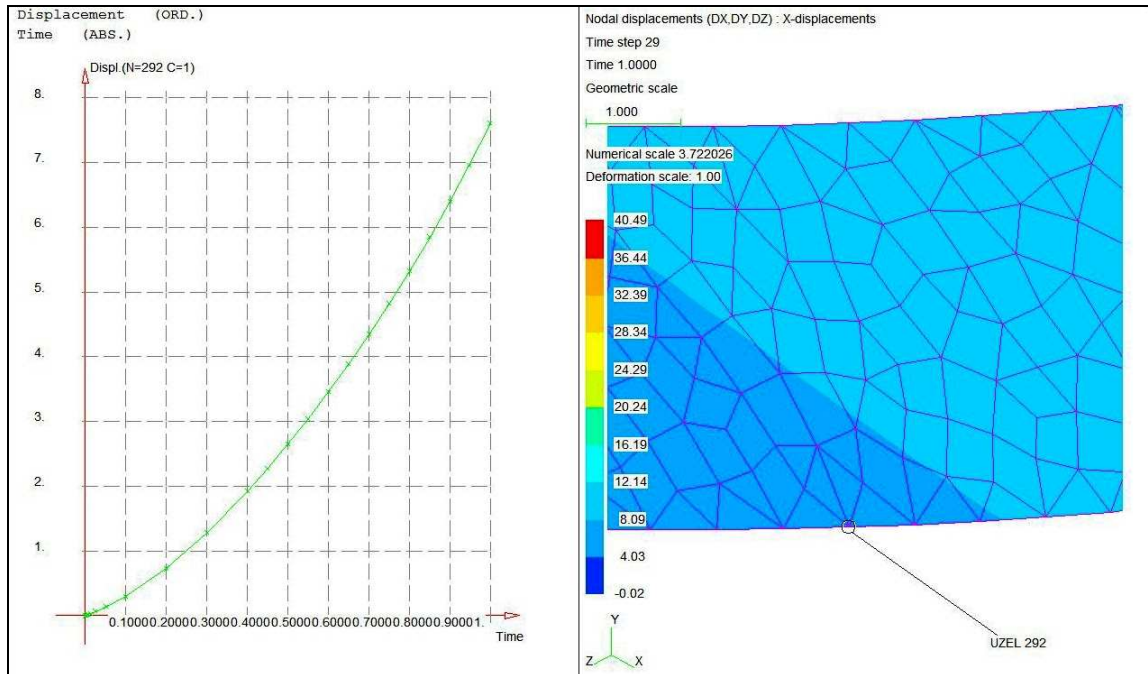
**Obr. 33.** Rozložení HMM napětí na membráně s definovaným posuvem – směs E130Y

Špičky napětí se pro tento typ deformace projevují v počátku elipsovitého zakřivení, kdy dochází k velkému namáhání membrány ohybem v místech uchycení.

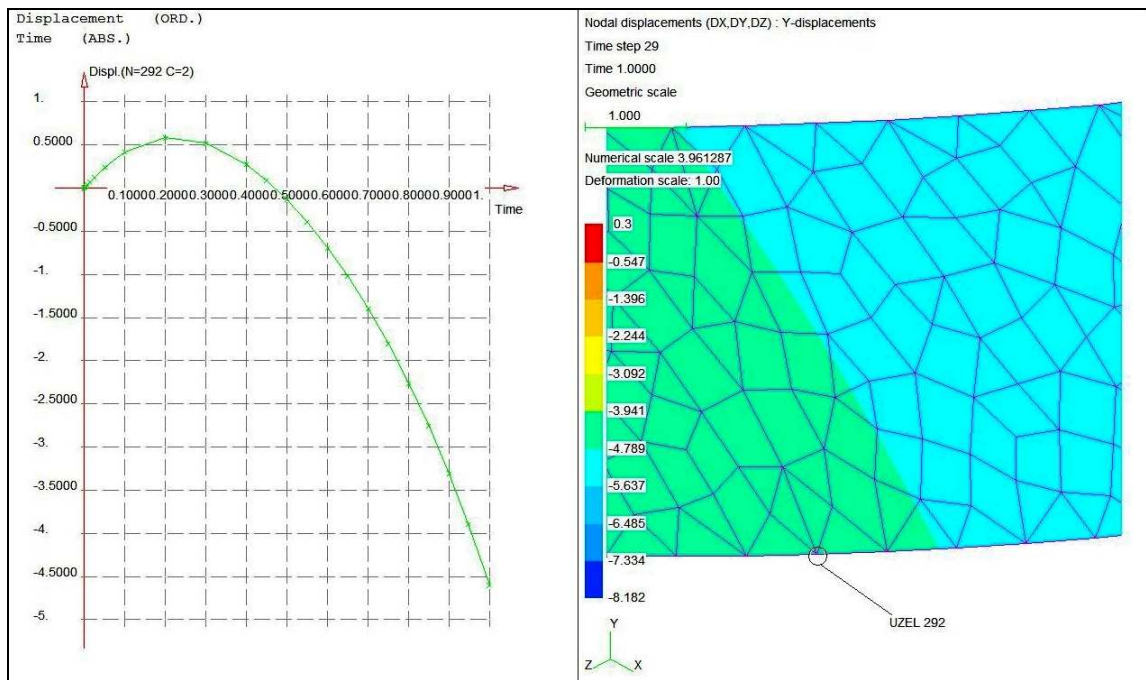
Pro ukázkou nelinearity úlohy byly vybrány 2 uzly na membráně s vrubem (Obr. 34.) ze směsi E75Y, ve kterých se analyzovaly průběhy deformací v osách x, y v závislosti na čase (Obr. 35. až 38.).



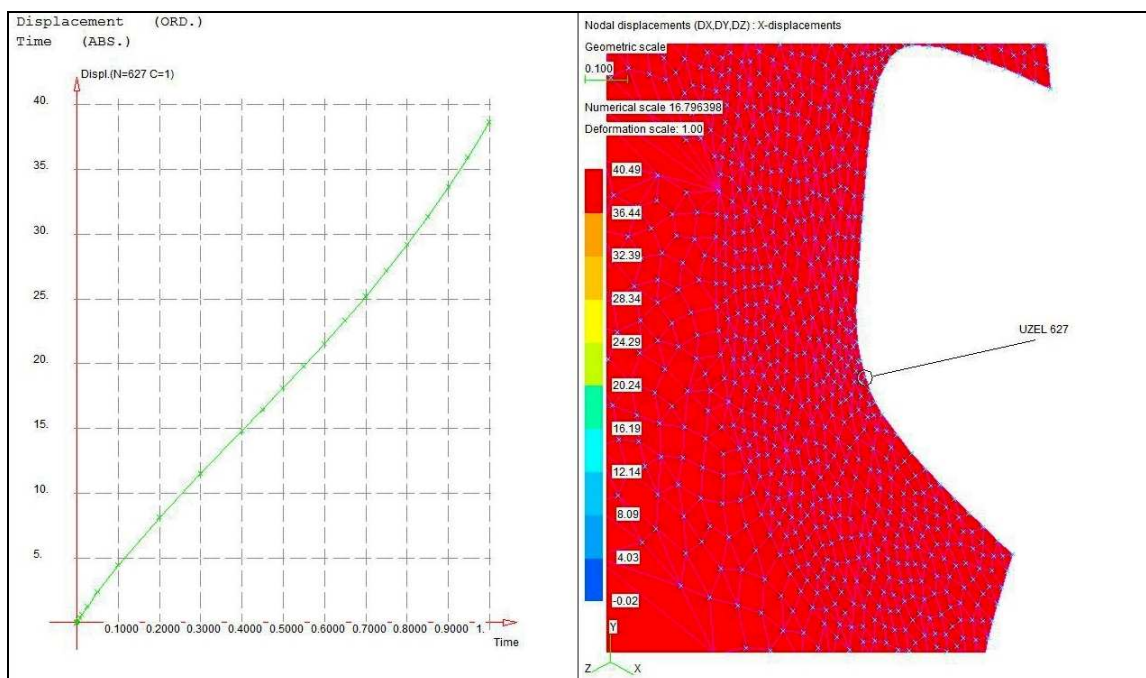
Obr. 34. Umístění uzlů na membráně vybraných pro analýzu nelinearity



Obr. 35. Nelineární deformace ve směru osy x v uzlu 292

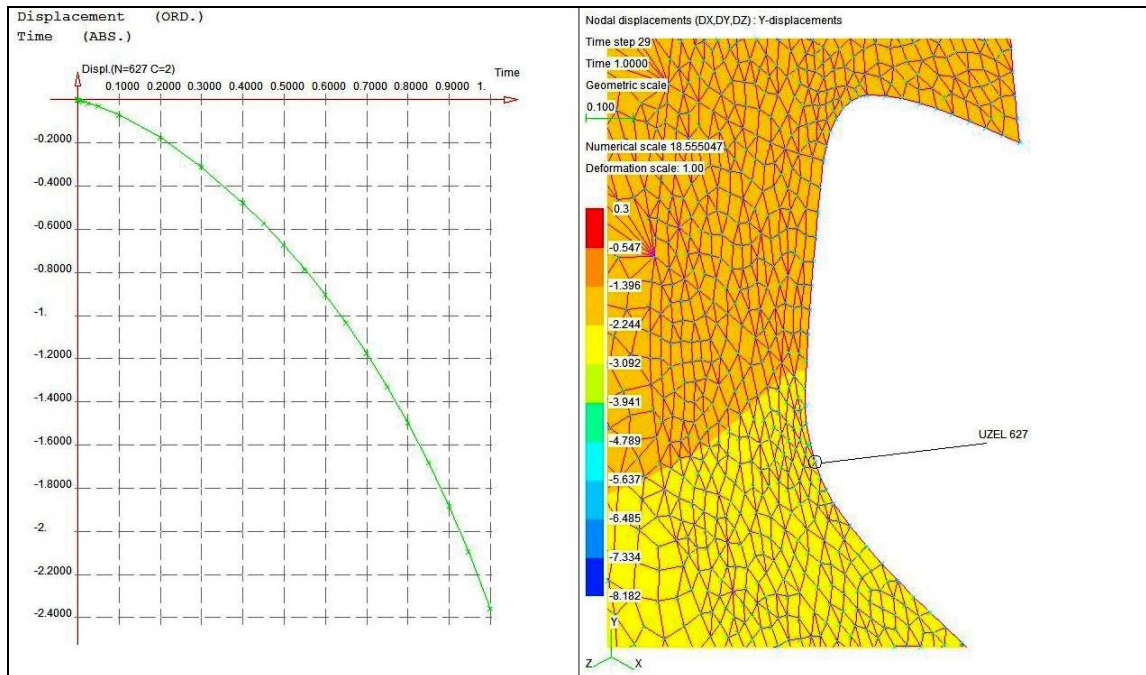


*Obr. 36. Nelineární deformace ve směru osy y v uzlu 292*



*Obr. 37. Nelineární deformace ve směru osy x v uzlu 627*





*Obr. 38. Nelineární deformace ve směru osy y v uzlu 627*

## 2.8 Diskuze výsledků

V této části jsou porovnány získané a vypočtené výsledky z provedených experimentálních měření obou směsí mezi sebou a proveden rozbor jejich mechanicko – fyzikálních vlastností. Dále je provedeno vyhodnocení výpočtů napjatostí metodou MKP v závislosti na použité směsi a modelu membrány. U membrány s vrubem je posouzen jeho vliv na celkovou napjatost vzhledem k modelu membrány bez vrubu. Pro potvrzení nelinearity úlohy jsou zobrazeny deformace pro zvolené uzly.

### 2.8.1 Výsledky tahové zkoušky

Provedením tahové zkoušky byly získány základní materiálové charakteristiky daných směsí, které jsou uvedeny v Tab. 10.

Převodem tahových křivek na linearizovaný dvouparametrový Mooney-Rivlinův model jsme získali hodnoty materiálových konstant  $C_1$  a  $C_2$  potřebných při výpočtech v MKP (Tab. 11.).

*Tab. 10. Výsledky tahové zkoušky obou směsí*

Směs	Pevnost v tahu při přetržení [MPa]	Tažnost [%]	M100	M200	M300	M500
E75Y	11,60	614,64	1,38	2,53	4,46	9,70
E130Y	11,41	579,56	1,61	3,13	5,39	10,56

*Tab. 11. Výsledky z linearizace tahových křivek obou směsí*

Směs	C <sub>1</sub> [MPa]	C <sub>2</sub> [MPa]	E [MPa]	G [MPa]
E75Y	0,661	-0,059	3,612	1,204
E130Y	0,729	-0,034	4,171	1,391

Porovnáním hodnot v obou tabulkách můžeme konstatovat, že lepší elastické vlastnosti má směs E75Y – má větší pevnost v tahu i tažnost. Směs E130Y vykazovala při tahové zkoušce vyšší tuhost, což koresponduje i s jejím větším Youngovým modulem E. Tím lze predikovat větší tvrdost a menší odrazovou pružnost, což bylo potvrzeno ve výsledcích následujících experimentálních měření.

### 2.8.2 Výsledky stanovení tvrdosti Shore A a odrazové pružnosti

Tvrdost se stanovovala metodou Shore A s následným stanovením orientačních hodnot Youngova modulu *E*.

*Tab. 12. Výsledky stanovení tvrdosti Shore A a odrazové pružnosti obou směsí*

Směs	Tvrdost [°Sh A]	E [MPa]	Odrazová pružnost [%]
E75Y	60,3	3,7	9,0
E130Y	61,9	4,0	8,5

Výchozí apriory tahové zkoušky, že směs E130Y bude mít větší tvrdost a menší odrazovou pružnost se potvrdily (Tab. 12.). Hodnoty modulu  $E$  z měření tvrdosti jsou téměř shodné s hodnotami získaným z linearizace tahových křivek, takže můžeme předpokládat, že výsledky měření tvrdost jsou korektní.

### 2.8.3 Analýza napjatostí z výsledků výpočtů MKP

Výsledkem výpočtů metodou MKP bylo získáno rozložení tenzorů deformací a napětí v membráně s vrubem a bez něj i v membráně s předepsaným posuvem. V Tab. 13. jsou uvedeny maximální hodnoty všech získaných veličin.

*Tab. 13. Hodnoty maximálních deformací a napětí*

Membrána	Celková deformace [mm]		Napětí HMH [MPa]	
	Směs E75Y	Směs E130Y	Směs E75Y	Směs E130Y
bez vrubu	40,35	33,07	1,56	1,26
s vrubem	40,49	33,16	9,43	5,81
s předepsaným posuvem	32,03	27,14	15,16	15,99



### 2.8.3.1 Porovnání výsledků směsí z výpočtů MKP

Směs E75Y vykazuje větší hodnoty maximální deformace a ekvivalentního napětí při působení tlaku 0,03 MPa, což odpovídá i výsledkům získaných z experimentálních měření, kdy měla tato směs větší pevnost i tažnost.

V místech, kde byla největší deformace byly i největší hodnoty napětí, které byly rozloženy po vnějších stranách membrán.

Součástí výsledků výpočtů napjatosti software SAMCEF byl i Poissonův poměr pro obě směsi:

$$\nu = 0,4994 - \text{směs E75Y}$$

$$\nu = 0,4993 - \text{směs E130Y}$$

Směsi jsou tedy téměř nestlačitelné, obě hodnoty velmi dobře korespondují s požadavky na hyperelastický materiál ( $\nu$  se blíží k 0,5).

### 2.8.3.2 Analýza vlivu vrubu na pevnost membrány

Vrub působí jako koncentrátor napětí v membráně. Kritériem pro posouzení vlivu vrubu představuje *součinitel tvaru vrubu*  $\alpha$ , který je definován jako poměr maximálního špičkového napětí v místě vrubu oproti nominálnímu napětí ve stejném místě membrány bez vrubu:

$$\alpha = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} \quad (45)$$

Pro směs E75Y dosahuje hodnota špičkového napětí ve vrubu 9,43 MPa a nominální hodnoty napětí u membrány bez vrubu 1,10 MPa - součinitel tvaru vrubu  $\alpha$  je tedy 8,57.

Směs E130Y měla hodnotu špičkového napětí 5,81 MPa ve vrubu a hodnotu nominálního napětí 0,89 MPa - Součinitel tvaru vrubu  $\alpha$  je 6,52.

Směs E75Y vykazuje větší vrubovou citlivost na hodnoty napětí oproti směsi E130Y.

Hodnoty součinitele tvaru vrubu jsou vysoké, což způsobuje zvolený malý rádius vrubu v jeho spodních rozích. Při zvětšování rádiusu bude docházet k zmenšování součini-

tele tvaru vrubu a tím se budou zlepšovat napěťové poměry v oblasti vrubu. Při cyklickém namáhání membrány je snižování hodnoty součinitele tvaru vrubu významné vzhledem k odhadu počtu cyklů do vzniku první trhliny případně prasknutí membrány.

Pro zjednodušení modelování byl použit pouze jeden vrub na membráně. Ve skutečnosti bývá membrána na povrchu protkána sítí dezénových drážek, které významně ovlivňují rozložení tenzoru napětí v objemu membrány.

### ***2.8.3.3 Analýza průběhů deformací v uzlech***

Z průběhů deformací v čase ve směru osy  $x$  a  $y$  na Obr. 35. až 38. jednoznačně vyplývá, že se jedná o nelineární úlohu. Na Obr. 36 je vidět jak se deformace zvětšuje až po inflexní bod a poté strmě klesá do záporných hodnot. Tyto nelinearity jsou charakteristické pro deformace hyperplastických materiálů.

## ZÁVĚR

Diplomová práce je zaměřena na studium materiálových vlastností u vulkanizačních membrán a jejich vliv na napjatost membrán při zatížení. Pro dva typy gumárenských směsí E75Y a E130Y pro výrobu vulkanizačních membrán dodaných firmou *Barum Continental spol. s r. o.* bylo nutné na zkušebních strojích naměřit a vyhodnotit materiálové charakteristiky pro hyperelastické chování membrán.

Vyhodnocené materiálové charakteristiky byly použity pro diskrétní modely membrány při výpočtech tenzorů napětí a deformací v objemu membrány.

Po zpracování surových směsí na zvulkanizované vzorky byla nejprve provedena série experimentálních měření zahrnující tahovou zkoušku, stanovení tvrdosti a odrazové pružnosti, které byly použity pro získání materiálových charakteristik daných směsí.

Z výsledků průběhů tahových zkoušek byly získány všechny materiálové konstanty potřebné pro práci s hyperelastickým modelem membrány. Směs E75Y vykazuje vyšší mez pevnosti i vyšší tažnost. Směs E130Y vykazovala vyšší modul pružnosti, vyšší tvrdost a nižší odrazovou pružnost.

Z tahových křivek byly linearizací určeny hyperelastické materiálové konstanty obou směsí potřebné pro dvouparametrový Mooney - Rivlinův model, který byl použit při výpočtech napjatostí pomocí MKP.

Směs E75Y vykazuje větší hodnoty maximální deformace a ekvivalentního napětí při působení tlaku 0,03 MPa i větší vrubovou citlivost na hodnoty napětí oproti směsi E130Y.

V následujících tabulkách jsou prezentovány výsledky materiálových zkoušek jednotlivých směsí i výpočty modelů vulkanizačních membrán z MKP.

**Tab. 14.** Výsledky materiálových zkoušek směsí pro vulkanizační membrány

Směs	Pevnost v tahu [MPa]	Tažnost [%]	Tvrdost [°Sh A]	Odrasová pružnost [%]	C1	C2	E [MPa]	G [MPa]
E75Y	11,60	614,64	60,3	9,0	0,661	-0,059	3,612	1,204
E130Y	11,41	579,56	61,9	8,5	0,729	-0,034	4,171	1,391

Tab. 15. Výsledky výpočtů modelů vulkanizačních membrán z MKP

membrána	Celková deformace [mm]		Maximální napětí [MPa]		Nominální napětí [MPa]		Součinitel tvaru vrubu $\alpha$	
	Směs E75Y	Směs E130Y	Směs E75Y	Směs E130Y	Směs E75Y	Směs E130Y	Směs E75Y	Směs E130Y
bez vrubu	40,35	33,07	1,56	1,26	1,10	0,89	8,57	6,52
s vrubem	40,49	33,16	9,43	5,81	-	-		

Vliv vrubu, jak byl navržen, byl na napjatost v membránách značný. V jeho rozích se projevilo špičkové napětí, které přesahovalo několikanásobně hodnoty nominálního napětí v membráně bez vrubu. Při zvětšení rádiusu ve vrubu jak byl navržený, dojde ke snížení napěťové špičky ve vrubu a tím i ke snížení součinitele tvaru vrubu  $\alpha$ .

Reálné působení všech skutečných drážek na rozložení tenzoru napětí v membráně a výpočtový odhad životnosti v počtu cyklů zatěžování membrány je nad rámec mé diplomové práce a přesahuje i znalosti získané studiem na vysoké škole.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] MARCÍN, J. a ZÍTEK, P. *Pneumatiky*, SNTL Praha, 1985
- [2] *Conti-online.com* [online]. AG 2010 [cit. 2010-05-24]. History 1871 - 1926 . Dostupné z WWW:  
<[http://www.conti-online.com/generator/www/com/en/continental/portal/themescontinental/history/1871\\_1921\\_en.html](http://www.conti-online.com/generator/www/com/en/continental/portal/themescontinental/history/1871_1921_en.html)>.
- [3] *E-AUTO.CZ* [online]. 2010 [cit. 2010-04-18]. Do 20. století na pneumatikách plněných vzduchem a s dezénem běhounu. Dostupné z WWW: <<http://www.e-auto.cz/ostatni/do-20-stoleti-na-pneumatikach-plnenych-vzduchem-a-s-dezenem-behounu.htm>>.
- [4] *Vossost.cz* [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. Technologie výroby pneumatik BARUM CONTINENTAL ZLÍN. Dostupné z WWW: <<http://www.vossost.cz/pk/Data/HTML/vyrobapneu.htm>>
- [5] *Michelin.sk* [online]. 2002 [cit. 2010-05-24]. Čo je pneumatika?. Dostupné z WWW: <<http://www.michelin.sk/michelinsk/sk/pneumatiky/pneumatika/20070301111326.html>>.
- [6] *Pneu pneumatika pneumatiky* [online]. 2010 [cit. 2010-04-18]. Konstrukce pneumatiky. Dostupné z WWW: <<http://pneu-pneumatika-pneumatiky.cz/?p=137>>.
- [7] KRONEISL, L. *Nauka o materiálu*. Praha : Státní nakladatelství technické literatury, 1965. 184 s.
- [8] *Exxon Mobil Chemical* [online]. 2010 [cit. 2010-04-18]. Exxon™ Butyl Rubber Curing Bladder Technology Manual. Dostupné z WWW: <<http://www.exxonmobilchemical.com.cn/Chem-English/productservices/butyl-rubber-manuals.aspx>>.
- [9] MAHOVSKÝ, J., ČERNÝ, J., KOBYLÍK, L., ZAPLETAL, J. *Příručka pro gumářenskou praxi*. Praha : Nakladatelství technické literatury, 1974. 404 s.
- [10] DUCHÁČEK, V. *Polymery - výroba, vlastnosti, zpracování, použití*. 2. vyd. Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, Praha 2006. Str. 174. ISBN 80-7080-617-6

- [11] DUCHÁČEK, V. , HRDLIČKA, Z. *Gumárenské suroviny a jejich zpracování*. 4th ed. Praha : VŠCHT Praha, 2009. P. 027. ISBN 978-80-7080-713-2
- [12] PROKOPOVÁ, I. *Makromolekulární chemie*. 2nd ed. Praha : VŠCHT Praha, 2007. P. 053. ISBN 978-80-7080-662-3
- [13] PEREMSKÝ, R. a SAMEC, M. *Gumárenská technologie VIII: Tvrdá pryž*, SNTL Praha, 1968.
- [14] *Contitrade.cz* [online]. 6/2003 [cit. 2010-05-24]. Rádce k zemědělským pneumatikám Barum. Dostupné z WWW: <[www.contitrade.cz/download/11\\_barum\\_zemstr.pdf](http://www.contitrade.cz/download/11_barum_zemstr.pdf)>.
- [15] *Fo.cuni.cz* [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. Mechanika pružného tělesa. Dostupné z WWW: <[fo.cuni.cz/texty/pruznost.pdf](http://fo.cuni.cz/texty/pruznost.pdf)>.
- [16] JANÍČEK, P; ONDRÁČEK, E; VRBKA, J. *MECHANIKA TĚLES - Pružnost a pevnost I*. BRNO : VUT Brno, 2010. 287 s.
- [17] MEISSNER, B. a ZILVAR, V. *Fyzika polymerů: Struktura a vlastnosti polymerních materiálů*, SNTL Praha, 1987.
- [18] *Petrfrantik.cz* [online]. 2003 [cit. 2010-05-24]. Nesrovnalosti v popisu příčné kontrakce. Dostupné z WWW: <<http://www.petrfrantik.cz/publications/2003/2003.06.plm3/2003.06.plm3.html>>.
- [19] A Review of Constitutive Models for Rubber-Like Materials. *American J. of Engineering and Applied Sciences*. 2010, 3, 1, s. 232-239. ISSN 1941-7020.
- [20] Nonlinear Finite Element Analysis of Elastomers, White Paper, by MSC Software [online]. 2010, Dostupné z WWW: <[http://www.axelproducts.com/downloads/MARC\\_FEA\\_ELASTOMERS\\_2000.pdf](http://www.axelproducts.com/downloads/MARC_FEA_ELASTOMERS_2000.pdf)>.
- [21] *Kxcad.net* [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. Release 11.0 Documentation for ANSYS. Dostupné z WWW: <[http://www.kxcad.net/ansys/ANSYS/ansyshelp/thy\\_mat5.html](http://www.kxcad.net/ansys/ANSYS/ansyshelp/thy_mat5.html)>.

- [22] ALI, Aidy; HOSSEINI, M.; SAHARI, B.B. A Review of Constitutive Models for Rubber-Like Materials. *American J. of Engineering and Applied Sciences*. 2010, 3 (1), s. 232-239. ISSN 1941-7020.
- [23] KUBÍK, J.; ZYTKA, A. *Zkušební metody v gumárenství*. Praha : Státní nakladatelství technické literatury, 1962. 300 s.
- [24] ZYTKA, A.; TICHAVA, M. *Zkoušení makromolekulárních látek*. Praha : Státní nakladatelství technické literatury, 1964. 162 s.
- [25] JARUŠEK, J. *Metody zkoumání polymerů*. Pardubice : Vysoká škola chemicko-technologická v Pardubicích, 1984. 105 s.
- [26] ČSN ISO 48. *Pryž, vulkanizovaný nebo termoplastický elastomer - Stanovení tvrdosti (tvrdost mezi IRHD a 100 IRHD)*. Praha : Český normalizační institut, Listopad 2008. 22 s.
- [27] ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R.L., *Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics (6th Edition)*, Elsevier, 2005
- [28] BROŽ, P. a PROCHÁZKA, P. *Řešení nelineárních úloh mechaniky metodou okrajových prvků*, Grada Publishing s.r.o., 1995.
- [29] HINTON, E. *Numerical Methods and Software for Dynamic analysis of Plates and Shells*, Swansea, UK, 1988.
- [30] SEGERLIND, L.J. *Applied Finite Element Analysis*, John Willey, New York, USA, 1984.
- [31] KOLÁŘ, V., NĚMEC, I. A KANICKÝ, V. *FEM – principy a praxe metody konečných prvků*, Computer Press, Praha, 1997.
- [32] ČSN ISO 37. *Pryž, vulkanizovaný nebo termoplastický elastomer - Stanovení tahových vlastností*. Praha : Český normalizační institut, Srpen 2006. 28 s.
- [33] ČSN 62 1480. *Stanovení odrazové pružnosti pryže*. Praha : Český normalizační institut, Listopad 1992. 8 s.
- [34] ČSN EN ISO 868. *Plasty ebonit - Stanovení tvrdosti vlačováním hrotu tvrdoměru (tvrdost Shore)*. Praha : Český normalizační institut, Říjen 2003. 12 s.

- [35] MIKULEC, V. *Konstrukce půlené formy motopláště*. Zlín, 2009. 60 s. Bakalářská práce. Univerzita Tomáše Bati, Fakulta technologická.



**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

$a$	šířka tělesa
$A$	průřez tělesa
$A_0$	původní průřez tělesa
$\alpha$	koeficient teplotní roztažnosti
[B]	transformační matice
$c_{ij}$	materiálové konstanty popisující chování materiálu ( $i, j = 0, 1, 2, 3$ )
$C_1, C_2$	materiálové konstanty
$d$	parametr nestlačitelnosti materiálu
$\{d\}$	vektor uzlových posunutí celého systému
$\{d\}^e$	vektor uzlových posunutí elementu
$[d]^e$	vektor zobecněných posuvů
[D]	matice fyzikálních konstant
$dV$	objemový element
$d\Gamma$	element povrchové plochy
$E$	Youngův modul pružnosti
$\varepsilon$	deformace
$\varepsilon_l$	poměrné prodloužení
$\varepsilon_a$	příčné zkrácení
$\varepsilon_x$	poměrné prodloužení v ose x
$\{\varepsilon_T\}$	přetvoření působením tepla
$\{f\}$	vektor zatížení celého systému
$\{f\}^e$	vektor zatížení v uzlech
$F$	působící síla

---

$G$	modul pružnosti ve smyku
$h_0$	výškou pádu z výchozího uchycení kladiva kyvadla
$h_p$	výška odskoku kladiva kyvadla
$I_1, I_2, I_3$	invarianty deformace
$J$	objemový poměr – Jacobeanův determinant
$J_{el}$	elastický objemový poměr
$J_{th}$	teplotní objemový poměr
$J_m$	limitní hodnota výrazu $I_1 - 3$
$[k]^e$	matice tuhosti elementu
$K$	počáteční modul objemové pružnosti
$[K]$	matice tuhosti celého systému
$l$	délka tělesa
$L$	celková délka tělesa po protažení
$L_0$	délka tělesa před protažením
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	hlavní poměrná protažení
$\lambda_L$	limitní síťové protažení
$m$	celkový počet uzlů tělesa
$M_x$	gumárenský modul
$\mu$	počáteční smykový modul
$n$	počet elementů
$N$	konstanta určující počet podmínek ve W funkci ( $N = 1, 2, 3$ )
$[N]$	matice interpolačních funkcí
$\Pi$	funkcionál celkové potenciální energie systému
$\Pi_i$	vnitřní energii systému
$\Pi_z$	práce vykonané vnějšími silami

---

$\Pi^e$	funkcionál celkové potenciální energie elementu
$r$	počet uzlů na elementu
$R$	hodnota odrazové pružnosti v procentech
$\sigma$	normálové napětí
$\sigma_{\max}$	maximální napětí
$\sigma_{\text{nom}}$	nominální napětí
$T_g$	teplota skelného přechodu
$\Delta T$	teplotní rozdíl proti referenční teplotě
$W$	funkce deformační energie
$\Delta x$	změna rozměru v ose x
$\Delta y$	změna rozměru v ose y
$\nu$	Poissonův poměr
$u, v, w$	posuvy v osách x, y, z
$MKP$	metoda konečných prvků

## SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1. Jednotlivé konstrukční části pneumatiky .....</i>	14
<i>Obr. 2. Radiální pneumatika .....</i>	16
<i>Obr. 3. Diagonální pneumatika .....</i>	16
<i>Obr. 4. Příklad dezénu na povrchu vulkanizačních membrán (vlevo odvěšovací drážky).....</i>	18
<i>Obr. 5. Vulkanizační membrány pro vulkanizační lisy.....</i>	19
<i>Obr. 6. Strukturní vzorec butylkaučuku .....</i>	20
<i>Obr. 7. Strukturní vzorec z vulkanizovaného butylkaučuku .....</i>	20
<i>Obr. 8. Princip kaučukovité elasticity.....</i>	22
<i>Obr. 9. Jednoosý tah hranolu z izotropního materiálu .....</i>	23
<i>Obr. 10. Tahový diagram houževnaté ocele .....</i>	24
<i>Obr. 11. Typický průběh deformace elastomerního materiálu .....</i>	25
<i>Obr. 12. Tvar oboustranné lopatky.....</i>	41
<i>Obr. 13. Tensometr 2000 s detailem na extenzometr a čelisti trhačického stroje .....</i>	42
<i>Obr. 14. Tvar nezatížené membrány.....</i>	57
<i>Obr. 15. Tvar nezatížené membrány s vrubem .....</i>	57
<i>Obr. 16. Okrajové podmínky pro membránu .....</i>	58
<i>Obr. 17. Okrajové podmínky pro membránu .....</i>	58
<i>Obr. 18. Působení vnitřního tlaku na membránu .....</i>	59
<i>Obr. 19. Lineární funkce zatížení tlakem .....</i>	60
<i>Obr. 20. Celková deformace poloviny membrány - směs E75Y.....</i>	60
<i>Obr. 21. Celková deformace celé membrány - směs E75Y.....</i>	61
<i>Obr. 22. Celková deformace membrány s vrubem - směs E75Y.....</i>	61
<i>Obr. 23. Rozložení HMM napětí na membráně bez vrubu - směs E75Y .....</i>	62
<i>Obr. 24. Rozložení HMM napětí v celé membráně - směs E75Y.....</i>	62
<i>Obr. 25. Rozložení HMM napětí na membráně s vrubem - směs E75Y .....</i>	63
<i>Obr. 26. Celková deformace membrány bez vrubu - směs E130Y.....</i>	63
<i>Obr. 27. Celková deformace membrány s vrubem - směs E130Y.....</i>	64
<i>Obr. 28. Rozložení HMM napětí na membráně bez vrubu - směs E130Y .....</i>	64
<i>Obr. 29. Rozložení HMM napětí na membráně s vrubem - směs E130Y .....</i>	65
<i>Obr. 30. Celková deformace membrány s definovaným posuvem – směs E75Y.....</i>	65

---

<i>Obr. 31. Celková deformace membrány s definovaným posuvem – směs E130Y.....</i>	66
<i>Obr. 32. Rozložení HMM napětí na membráně s definovaným posuvem – směs E75Y.....</i>	66
<i>Obr. 33. Rozložení HMM napětí na membráně s definovaným posuvem – směs E130Y.....</i>	67
<i>Obr. 34. Umístění uzlů na membráně vybraných pro analýzu nelinearity.....</i>	68
<i>Obr. 35. Nelineární deformace ve směru osy x v uzlu 292.....</i>	68
<i>Obr. 36. Nelineární deformace ve směru osy y v uzlu 292.....</i>	69
<i>Obr. 37. Nelineární deformace ve směru osy x v uzlu 627.....</i>	69
<i>Obr. 38. Nelineární deformace ve směru osy y v uzlu 627.....</i>	70

**SEZNAM TABULEK**

<i>Tab. 1. Přehled pneumatikářenského vývoje .....</i>	13
<i>Tab. 2. Složení směsi E75Y .....</i>	39
<i>Tab. 3. Složení směsi E130Y .....</i>	39
<i>Tab. 4. Výsledky tahové zkoušky směsi E75Y .....</i>	43
<i>Tab. 5. Výsledky tahové zkoušky směsi E130Y .....</i>	44
<i>Tab. 6. Získané materiálové konstanty směsi E75Y .....</i>	49
<i>Tab. 7. Získané materiálové konstanty směsi E130Y .....</i>	53
<i>Tab. 8. Naměřené hodnoty tvrdostí Shore A a výsledné moduly E pro jednotlivé směsi.....</i>	55
<i>Tab. 9. Naměřené hodnoty odrazové pružnosti obou směsí .....</i>	56
<i>Tab. 10. Výsledky tahové zkoušky obou směsí .....</i>	71
<i>Tab. 11. Výsledky z linearizace tahových křivek obou směsí.....</i>	71
<i>Tab. 12. Výsledky stanovení tvrdosti Shore A a odrazové pružnosti obou směsí .....</i>	72
<i>Tab. 13. Hodnoty maximálních deformací a napětí .....</i>	72
<i>Tab. 14. Výsledky materiálových zkoušek směsí pro vulkanizační membrány .....</i>	75
<i>Tab. 15. Výsledky výpočtů modelů vulkanizačních membrán z MKP .....</i>	76

**SEZNAM GRAFŮ**

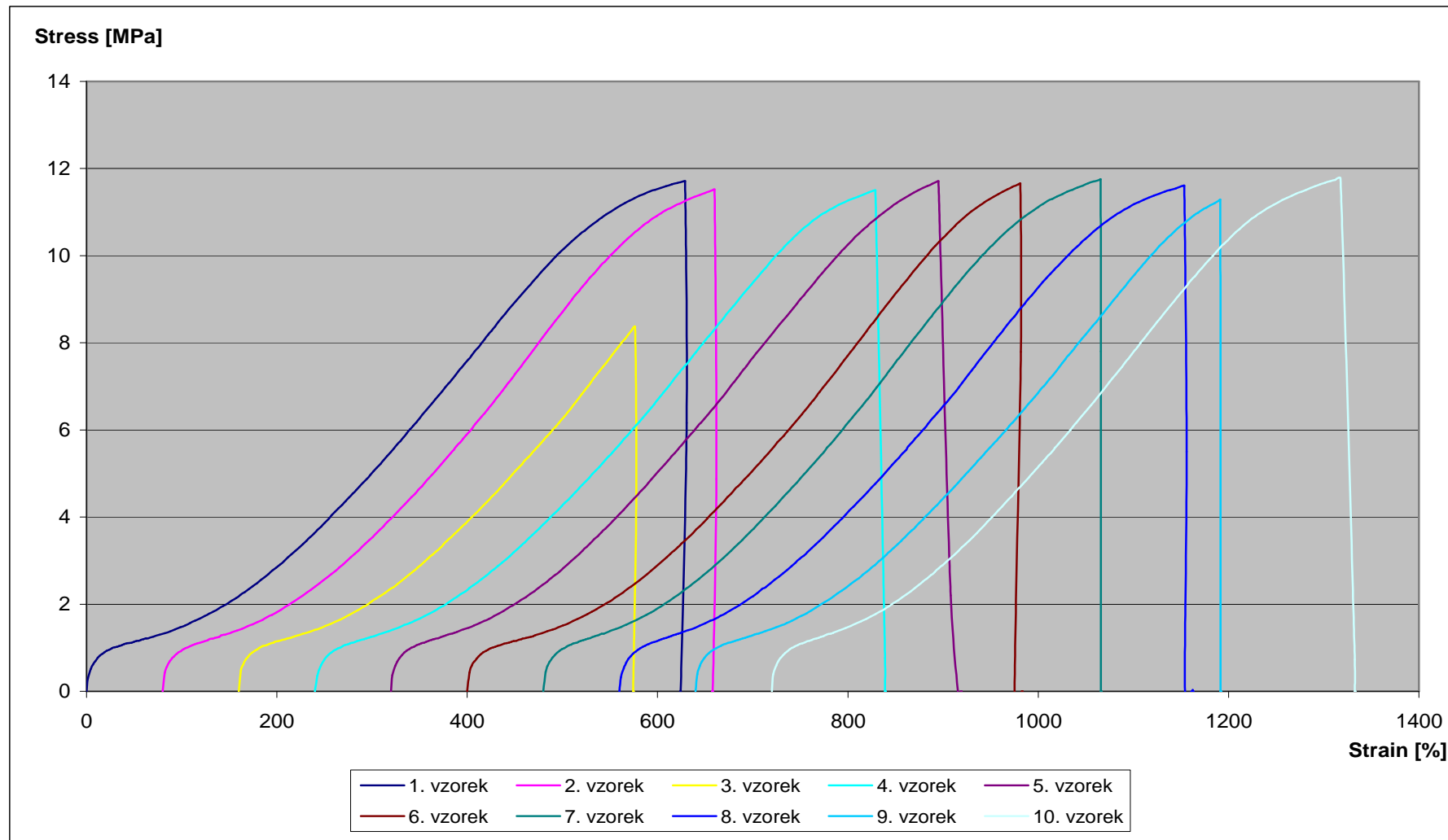
<b>Graf 1.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 1</i> .....	46
<b>Graf 2.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 2</i> .....	46
<b>Graf 3.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 4</i> .....	47
<b>Graf 4.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 6</i> .....	47
<b>Graf 5.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 7</i> .....	48
<b>Graf 6.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 8</i> .....	48
<b>Graf 7.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E75Y vzorku 10</i> .....	49
<b>Graf 8.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 2</i> .....	50
<b>Graf 9.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 4</i> .....	50
<b>Graf 10.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 5</i> .....	51
<b>Graf 11.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 6</i> .....	51
<b>Graf 12.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 7</i> .....	52
<b>Graf 13.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 8</i> .....	52
<b>Graf 14.</b> <i>Linearizace tahové křivky směsi E130Y vzorku 9</i> .....	53

**SEZNAM PŘÍLOH**

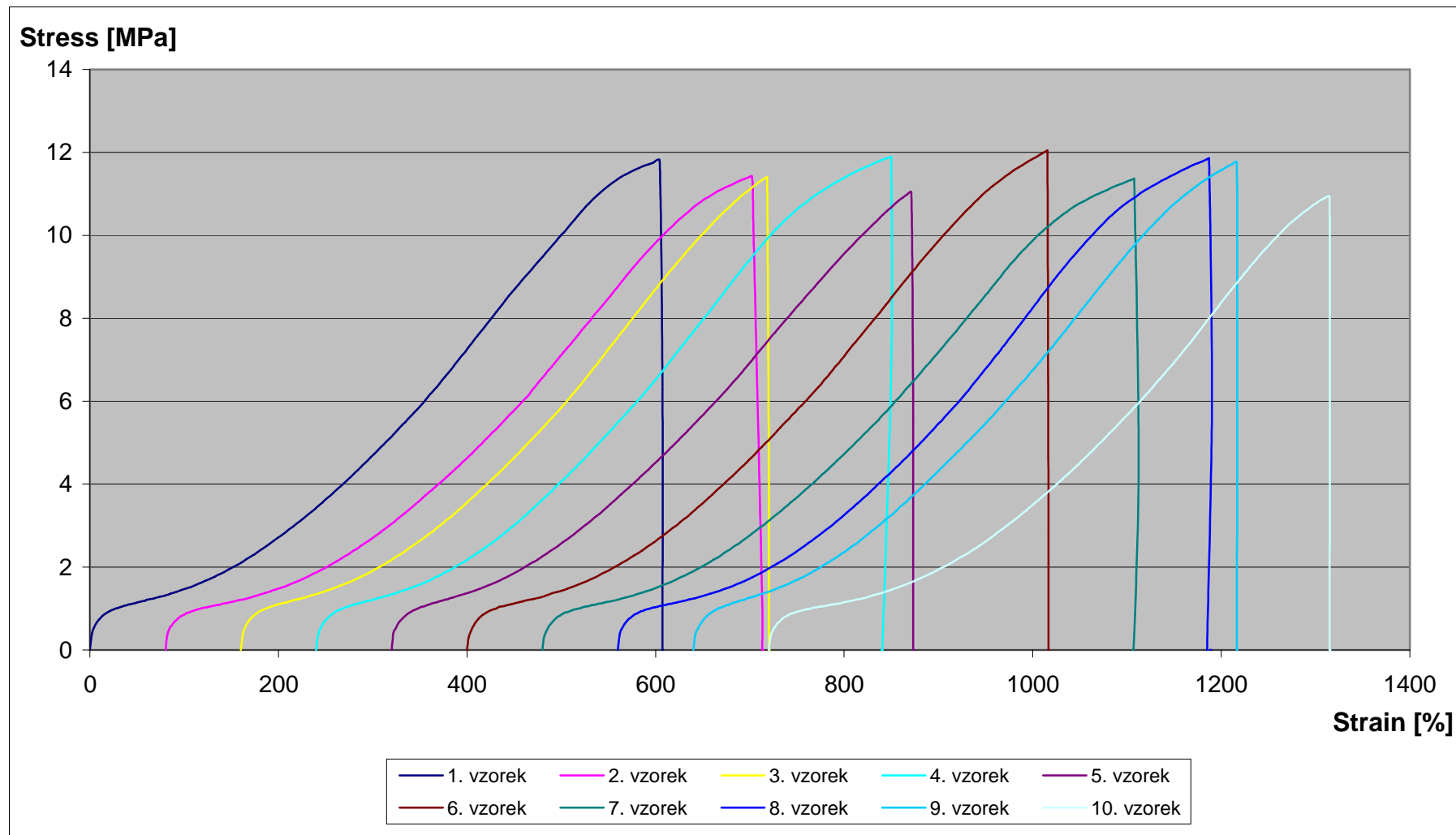
- PI** Průběhy tahových křivek jednotlivých vzorků směsi E75Y
- PII** Průběhy tahových křivek jednotlivých vzorků směsi E130Y
- PIII** Průběh deformace membrány ze směsi E75Y
- PIV** Průběh deformace membrány ze směsi E130Y



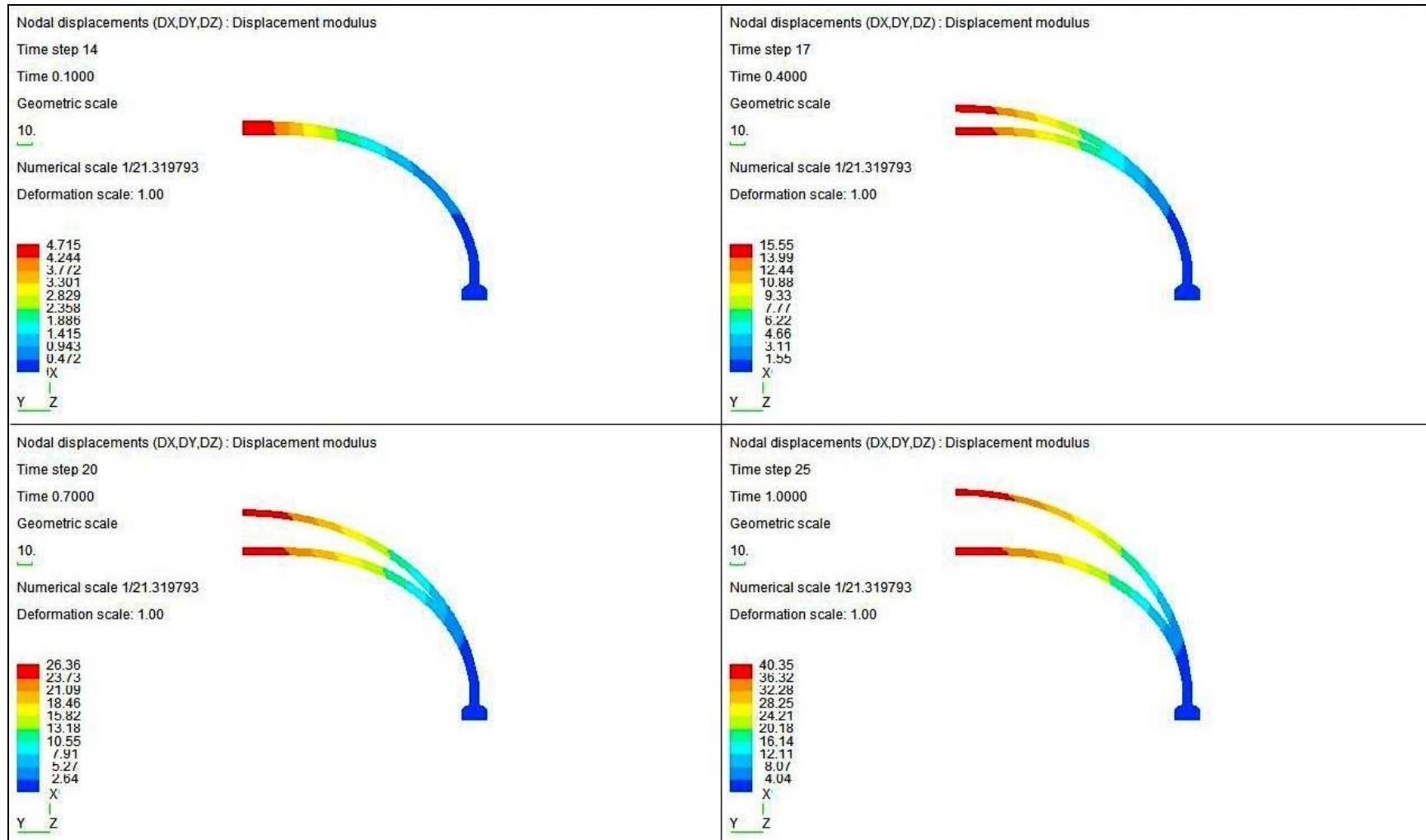
# PŘÍLOHA P I: PRŮBĚHY TAHOVÝCH KŘIVEK JEDNOTLIVÝCH VZORKŮ SMĚSI E75Y



## PŘÍLOHA P II: PRŮBĚHY TAHOVÝCH KŘIVEK JEDNOTLIVÝCH VZORKŮ SMĚSI E130Y



## PŘÍLOHA P III: PRŮBĚH DEFORMACE MEMBRÁNY ZE SMĚSI E75Y



## PŘÍLOHA P IV: PRŮBĚH DEFORMACE MEMBRÁNY ZE SMĚSI E130Y

