

Příprava elektronického reálného modelu Soustavy druhého řádu

An implementation of a real second order electronic model

Vladislav Myška

Bakalářská práce
2010



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
akademický rok: 2009/2010

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Vladislav MYŠKA**
Osobní číslo: **A06251**
Studijní program: **B 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Informační a řídicí technologie**

Téma práce: **Příprava elektronického reálného modelu soustavy druhého řádu**

Zásady pro vypracování:

1. Stručně popište lineární spojitý dynamický systém 2. řádu a jeho základní vlastnosti.
2. S využitím doporučené literatury navrhnete elektronický model takového systému.
3. Navržený model realizujte ve formě integrovaného elektronického modulu.
4. Ověřte funkčnost modelu naměřením základních statických a dynamických charakteristic.

Rozsah bakalářské práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. **BALÁTĚ, Jaroslav.** Automatické řízení. 1. vyd. Praha : BEN – technická literatura, 2004. 664 s.
2. **JAVORSKÝ, Leonid, BOBEK, Antonín, MUSIL, Rudolf.** Základy elektrotechniky. Praha : SNTL, 1970. 390 s.
3. **OGATA, Katsuhiko.** System Dynamics. 4th edition, 2004. New Jersey: Prentice Hall. 767 s. ISBN 0-13-142462-9.
4. **PROKOP, Roman, MATUŠŮ, Radek, PROKOPOVÁ, Zdenka.** Teorie automatického řízení – lineární spojité dynamické systémy. Zlín : Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2006. 102 s. První vydání. ISBN 80-7318-369-2.
5. **ZANCHI, Vlasta.** Priprema za izradu sklopa – sustav drugog reda. Split, 2005. 14 s. University of Split. Referát.

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Libor Pekař

Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání bakalářské práce:

5. března 2010

Termín odevzdání bakalářské práce:

1. června 2010

Ve Zlíně dne 5. března 2010


prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan




doc. Ing. Ivan Zelinka, Ph.D.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem a realizací elektronického modelu spojité soustavy s dynamikou druhého řádu. V první části práce je uveden stručný popis lineárních spojitéch dynamických systémů s důrazem na druhý řád dynamiky. Další bod obsahuje návrh elektronického modelu této soustavy pomocí elektrotechnické literatury a programu MATLAB. Dále je navržený model realizován ve formě integrovaného elektronického modulu. Závěrečná část práce ověřuje funkčnost modulu naměřením základních statických a dynamických charakteristik a jejich srovnáním se simulace na matematickém modelu. Elektronický model lze využít při výuce předmětu Automatizace na FAI UTB ve Zlíně.

Klíčová slova: druhý řád dynamiky, integrovaného elektronického modulu

ABSTRACT

This bachelor's thesis proposes design and a construction of an electronic model of a second order continuous system. The first part of the work contains a basic description of linear time-invariant systems emphasizing the second order dynamics. The next step consists in design the model using electrotechnic literature and Matlab. The appliance is then assembled from elementary electronic components into an integrated circuits board. As a last part of the thesis, the verification and validation of the electronic model by the comparison of measured and simulated static and dynamic characteristics is made. The appliance can be used in the educational process in subject Automation at Tomas Bata University in Zlín, Faculty of Applied Informatics.

Keywords: the second order dynamics, electronic components into an integrated circuits board

Tímto bych chtěl poděkovat svému vedoucímu bakalářské práce Ing. Liboru Pekařovi za odborné vedení, které mi poskytnul a udílené rady při tvorbě celé práce.

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....
podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	9
I TEORETICKÁ ČÁST	10
1 OBECNÁ TEORIE SYSTÉMŮ	11
1.1 OBJEKT, SYSTÉM	11
1.1.1 Řízené systémy.....	11
1.2 TŘÍDĚNÍ SYSTÉMŮ	11
1.3 DYNAMICKÉ SYSTÉMY	12
2 POPIS LINEÁRNÍHO SPOJITÉHO DYNAMICKÉHO SYSTÉMU	13
2.1 VNĚJŠÍ POPIS	13
2.1.1 Popis systému lineární diferenciální rovnicí.....	13
2.1.2 Přenosová funkce systému	14
2.1.3 Rozložení nul a pólů přenosu v komplexní rovině.....	14
2.1.4 Přechodová funkce a charakteristika.....	15
2.1.5 Impulzní funkce a charakteristika	16
2.1.6 Frekvenční přenos systému	17
2.2 STABILITA	19
2.2.1 Algebraická kritéria.....	19
2.2.1.1 Routhovo-Schurovo kritérium stability	19
2.2.1.2 Hurwitzovo kritérium stability.....	20
2.2.2 Geometrická kritéria stability.....	21
2.2.2.1 Michajlovovo – Leonhardovo kritérium.....	21
2.2.2.2 Nyquistovo kritérium.....	22
3 VNITŘNÍ POPIS	23
3.1 MNOHOROZMĚRNÉ SYSTÉMY	23
3.2 STAVOVÉ ROVNICE A PŘENOSOVÉ MATICE	23
3.3 PŘEVOD Z VNITŘNÍHO POPISU NA VNĚJŠÍ POPIS	24
3.3.1 Převod z vnějšího popisu na vnitřní popis	25
4 KLASIFIKACE SOUSTAV	27
4.1 PODLE REAKCE NA ZMĚNU VSTUPNÍ VELIČINY SOUSTAVY DĚLÍME	27
4.2 SOUSTAVA DRUHÉHO ŘÁDU	28
II PRAKTICKÁ ČÁST	30
5 REALIZACE ELEKTRONICKÉHO MODELU	31
5.1 ANALOGOVÍ MODEL SOUSTAVY DRUHÉHO ŘÁDU.....	31
5.2 DETAILNÍ ANALÝZA PRVKŮ ELEKTRONICKÉHO SCHÉMATU	32
6 MĚŘENÍ	36
6.1 IDENTIFIKACE.....	36
6.1.1 Aperiodický typ.....	36
6.1.2 Periodický typ	37
6.2 NAMĚŘENÉ SOUSTAVY	38
6.2.1 Přechodové charakteristiky pro různé kombinace odporů	38
6.2.2 Frekvenční charakteristika	43
ZÁVĚR	48

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ.....	49
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	50
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	51
SEZNAM OBRÁZKŮ	52
SEZNAM TABULEK.....	54
SEZNAM PŘÍLOH.....	55

ÚVOD

Zkušenosti s edukačním procesem na Fakultě aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně ukazují, že velké část studentů má obtíže aplikovat získané teoretické poznatky v elementární praktické činnosti. Jedním ze stěžejních předmětů v bakalářském stupni studijního programu Informační a řídicí technologie je Automatizace, kde studenti získávají základní znalosti z teorie a praxe automatického řízení a příbuzných oborů. Jednou z cest ke zkvalitnění praktické části výuky je vytvoření modelů systémů a procesů, na kterých lze demonstrovat základní teoretické poznatky.

Předložená bakalářská práce se zabývá problematikou návržení a sestavení reálného elektronického reálného modelu soustavy druhého řádu.

Teoretická část práce se převážně věnuje analýze lineárních spojitých dynamických systémů ve formě vnitřního a vnějšího popisu. Analýza je považovaná za jednu z nejstarších a nejhluběji studovaných disciplín teorie řízení. Její počátky spadají do druhé poloviny 19. století kdy se tato disciplína více matematizuje, zejména díky E. J. Routhovi (1831-1907), A. Hurwitzovi (1858-1919) a A. M. Ljapunovovi (1857-1918), který se mimo jiné zasloužil o vypracování obecné teorie stability. Pod pojmem analýza systémů se rozumí zejména popis statických a dynamických vlastností systémů, zkoumání vztahů mezi nimi, vyšetřování stability atd. V této části je kladen důraz právě na soustavu druhého řádu a jsou zde uvedeny a vysvětleny pojmy jako přenos, diferenciální rovnice, statické zesílení apod.

Stěžejní je praktická část práce, která obsahuje návrh a popis realizace analogového elektronického modelu této soustavy v podobě osazené desky plošného spoje. Na modelu lze nastavit statické zesílení, časové konstanty pro aperiodický typ, či frekvenci netlumených kmitů a koeficient relativního tlumení pro periodický typ soustavy. K tomuto účelu slouží potenciometr a konfigurovatelná kombinace odporových prvků, které mají přímý vztah k uvedeným veličinám. Student či jiný uživatel má pak možnost ověřit chování systému naměřením jeho odezev na zvolené vstupní signály, čímž získává povědomí o souvislosti mezi teoretickými pojmy a reálným chováním systému. Naměřené data je možné porovnat s vypočtenými daty v programu Excel pomocí doplňku řešitel nebo v programu Matlab.

Tato práce by měla sloužit jako výuková pomůcka v laboratořích uvedeného předmětu Automatizace, případně jako doplněk studia předmětu Teorie systémů či při bakalářských a diplomových pracích zabývajících se analýzou nebo syntézou lineárních spojitých dynamických systémů.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 OBECNÁ TEORIE SYSTÉMŮ

Obecná teorie systémů v nejobecnějším smyslu pojednává soubor obecných pojmů, principů nástrojů, problémů, metod a technik spojených se systémy. Systém se obvykle používá pro soubor různých částí svázaných určitým způsobem mezi sebou tak, aby tvořily celek. Systémová věda je samostatný vědním oborem, který má svůj vlastní předmět i metody. Předmětem systémové vědy jsou systémy. Tyto systémy mohou být definovány na organismech, jevech či zařízeních nejrůznější povahy. Systémová věda rozvíjí metody pro definování systému a jeho okolí, zobrazení systému, analýzu a optimalizaci jeho struktury i chování. Oblast systémové vědy lze rozdělit na systémové teorie a systémové aplikace. Hlavní disciplíny systémové teorie jsou obecná teorie systému a kybernetika.

Zakladatel kybernetiky N. Wiener definoval kybernetiku jako abstraktní vědu zabývající se řízením systémů ve velmi širokém smyslu.[1][3]

1.1 Objekt, systém

Systém je to obecný pojem, který je různými vědeckými disciplinami užíván různým způsobem a pro řešení nejrůznějších problémů. V experimentálních vědách představuje systém určitou abstrakci. Při našem poznávání nemůžeme vědeckému zkoumání podrobit veškerou objektivní realitu. Omezíme se proto na určitou část objektivní reality. Tuto část nazýváme objekt, vše ostatní označíme jako okolí. Ani samotný objekt nezkoumáme v celé jeho komplexnosti na objektu pozorujeme nebo měříme pouze určité veličiny. Měříme nebo pozorujeme pouze to co považujeme za důležité. Výběrem veličin a sledováním vlastností pro nás podstatných definujeme na daném objektu systém.[3]

1.1.1 Řízené systémy

Úlohou řízení budeme rozumět cílevědomé generování akční veličiny tak, aby se výstupní veličina chovala podle předem zvoleného cíle. V případě že je akční veličina generována bez znalosti výstupní veličiny, hovoříme o přímovazebním řízení. Pro automatické řízení má však větší význam zpětnovazební řízení, kdy akční veličina je žádanou funkcí výstupní a žádané veličiny.[1][3]

1.2 Třídění systémů

Systémy můžeme třídit podle různých hledisek:

Z hlediska interakce systému a okolí známe systémy uzavřené (volné, neutrální), u nichž nenastává interakce s okolím, a otevřené (řízené), na které okolí působí. Podle počtu veličin dělíme systémy na ohraničené a neohraničené. Podle hodnot veličin dělíme systémy na spojité a diskrétní. Ve spojitéch systémech proměnné nabývají hodnot z množiny reálných čísel, v systémech diskrétních nabývají proměnné hodnot z množiny celých čísel. Dále dělíme systémy podle toho, zda obsahují zdroje náhodných poruch či nikoliv, je můžeme třídit na deterministické, u nichž jsou hodnoty výstupních veličin jednoznačně určený průběhem vstupní veličiny. A stochastické, u nichž je určeno pouze rozdělení pravděpodobností výstupních veličin. Podle přítomnosti paměti v systému rozeznáváme řízené systémy statické (kombinační, bez paměti), u nichž jsou všechny veličiny jednoznačně určeny okamžitými hodnotami řídicích veličin, a systémy dynamické (sekvenční, s pamětí), u nichž okamžitá hodnota vnitřních veličin závisí na okamžitých i minulých hodnotách řízení.[3]

1.3 Dynamické systémy

Dynamický systém je systém, který se v čase vyvíjí. Všechny veličiny dynamického systému jsou určeny v čase t , který je prvkem dané množiny časových okamžiků, kterou budeme značit T . Pokud je dynamický systém řízeným systémem, pak v každém okamžiku t působí na systém nějaký vstupní děj $u(t)$ a vystupuje z něj nějaký výstupní děj $y(t)$. Vstupní i výstupní veličiny dynamického systému mohou mít obecně více složek, budeme je tedy považovat za vektorové veličiny o n složkách.

U dynamických systémů nestačí znát okamžitou hodnotu vstupní veličiny $u(t)$, k jednoznačnému určení výstupní veličiny $y(t)$. V obecném případě totiž výstup systému závisí nejen na současné hodnotě vstupu, ale i na předcházejícím průběhu vstupního děje.

Vývoj stavu dynamického systému podléhá určitým zákonitostem, které vedou k definici dynamického systému. [3]

2 POPIS LINEÁRNÍHO SPOJITÉHO DYNAMICKÉHO SYSTÉMU

Lineární spojité dynamický systém lze popsat několika způsoby. Tyto způsoby lze rozdělit do dvou skupin na vnější a vnitřní popis systému. Vnější popis systému vyjadřuje dynamické vlastnosti relací mezi vstupem a výstupem. Vnitřní popis systému vyjadřuje dynamické vlastnosti relací mezi vstupem, vnitřním stavem a výstupem.

Nejpoužívanější vnější popisy LSDS jsou:

- lineární diferenciální rovnice
- přenosová funkce systému
- rozložení nul a pólů přenosu v komplexní rovině
- přechodová funkce
- impulzní funkce
- frekvenční přenos systém

[1][3]

2.1 Vnější popis

2.1.1 Popis systému lineární diferenciální rovnicí

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1y'(t) + a_0y(t) = b_mu^{(m)}(t) + \dots + b_1u'(t) + b_0u(t); \quad m < n \quad (1)$$

Řešení této rovnice je pro známé $u(t)$ dáno při n počátečních podmínkách $y(0), y'(0), \dots, y^{n-1}(0)$ jednoznačně. Je-li $m < n$ nazýváme systém striktně ryzí nebo také fyzikálně realizovatelný, zatím co $m = n$ nazýváme nestriktně ryzí systém. Převážná většina reálných procesů a systémů splňuje podmínku striktní ryzosti (fyzikálně realizovatelný). Tento název používáme proto, že pro ryzí systémy lze nalézt vnitřní popis se stavovými rovnicemi. To znamená, že systém můžeme realizovat pomocí zesilovačů, sumátorů a integrátorů. Není-li systém ryzí, je k jeho realizaci potřeba použít i derivátorů.

[3]

2.1.2 Přenosová funkce systému

Nejčastějším způsobem popisu LSDS je přenos, což je poměr laplaceova obrazu výstupní veličiny k laplaceově obrazu vstupní veličiny při nulových počátečních podmínkách systému, tedy:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (2)$$

Podmínka ryzosti systému ($m \leq n$) musí být vyjádřena ve tvaru

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = \textit{kons.} < \infty$$

Je-li systém striktně ryzí ($m < n$), potom platí

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = 0$$

[3]

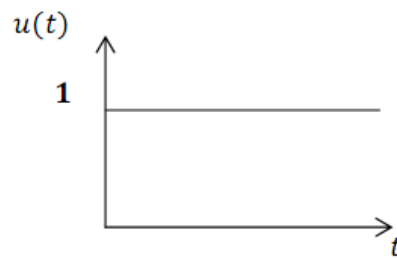
2.1.3 Rozložení nul a pólů přenosu v komplexní rovině

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m (s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)} = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (3)$$

Pokud rozložíme čitatele i jmenovatele na součin kořenových činitelů, dostaneme se k popisu nul a pólů. Kořeny z_i polynomu $b(s)$ v čitateli přenosu nazýváme nuly přenosu systému a kořeny p_i polynomu $a(s)$ ve jmenovateli nazýváme póly přenosu systému. Má-li systém alespoň jednu nulu v pravé části komplexní roviny, jedná se o systém s neminimální fází. V případě všech nul v levé části komplexní roviny jde o systém s minimální fází. Poloha pólů rozhoduje o stabilitě či nestabilitě systému a dále o kmitavosti systému. Jestliže má systém všechny póly reálné (s nulovou imaginární částí), hovoříme o systému aperiodickém, obsahuje-li ale póly komplexně sdružené, pak jde o systém periodický.[1][2]

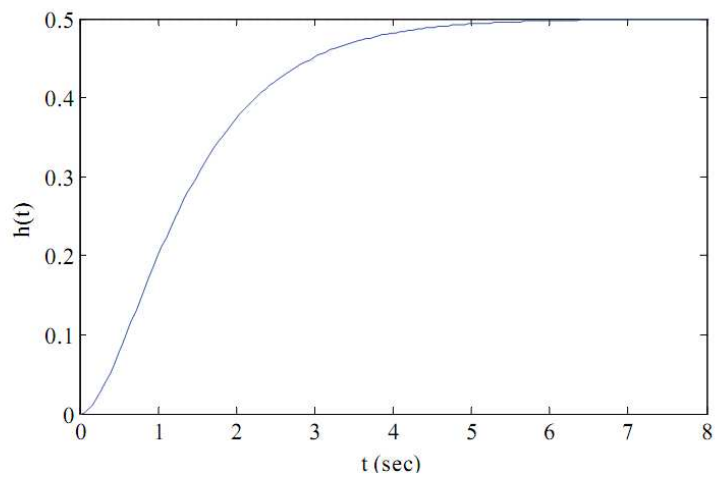
2.1.4 Přejchodová funkce a charakteristika

Přejchodová funkce je odezva systému na jednotkový skok (heavisideovu funkci $\eta(t) = 1(t)$ při nulových počátečních podmínkách. Označujeme ji $h(t)$ a pro lineární systémy s podmínkou $m < n$ jde vždy o spojitou funkci.[5]



Obr. 1. Jednotkový skok

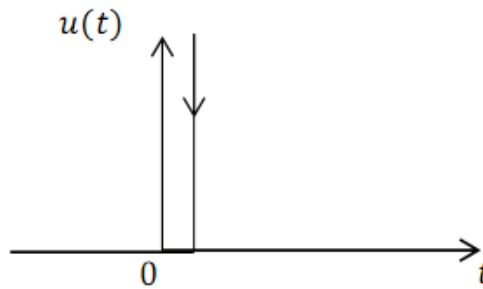
Přejchodová charakteristika je potom grafické zobrazení této funkce.



Obr. 2. Přejchodová charakter. Systému druhého řádu

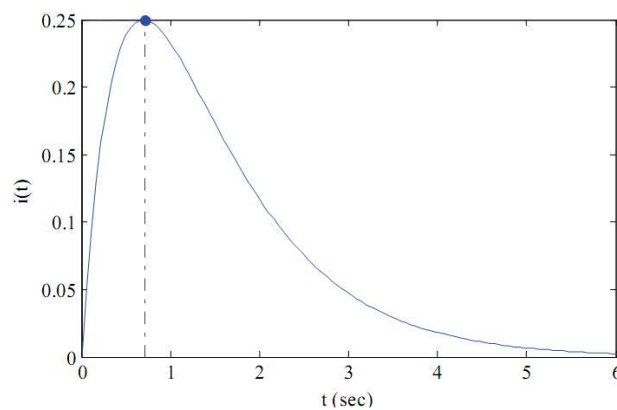
2.1.5 Impulzní funkce a charakteristika

Impulzní funkce je odezva systému na jednotkový impuls (Diracovu funkci) při nulových počátečních podmínkách. Označujeme ji $i(t)$ a pro lineární systémy s podmínkou $m < n$ jde vždy o spojitou funkci.



Obr. 3 Jednotkový impuls

Grafem je impulzní charakteristika. Jednotkový (diracův) impuls je „funkce“, která se jeví jako nekonečně krátký impuls s nekonečně velkou amplitudou a jejíž plocha jakož i laplaceův obraz jsou rovny jedné.[5]



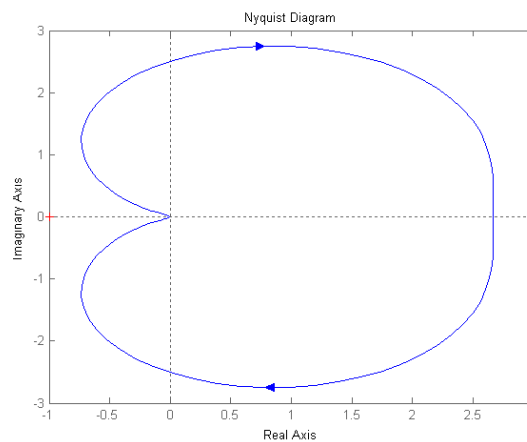
Obr. 4. Impulzní charakter. systému druhého řádu

2.1.6 Frekvenční přenos systému

frekvenční pojmy zkoumají vlastnosti LSDS z hlediska průchodu harmonických signálů. Z vlastností linearity plyne, že průchodem přes LSDS se nemění frekvence vstupního signálu, tedy je-li $u(t) = y_0 \sin \omega t$, potom $y(t) = y_0 \sin(\omega t + \varphi)$. Definice frekvenčního přenosu je dána vztahem:

$$G(j\omega) = G(s)_{s=j\omega} = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{y_0}{u_0} e^{j\varphi} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (4)$$

Pro každou frekvenci ω je $G(j\omega)$ komplexní číslo. Grafické zobrazení $G(j\omega)$ se nazývá amplitudově fázovou frekvenční charakteristikou, pokud $\omega \in (-\infty; \infty)$. (Nyquistova křivka)



Obr. 5. Nyquistova křivka systému druhého řádu

Přenos v logaritmických souřadnicích můžeme vyjádřit dvěma charakteristikami:

Logaritmickou amplitudovou charakteristikou:

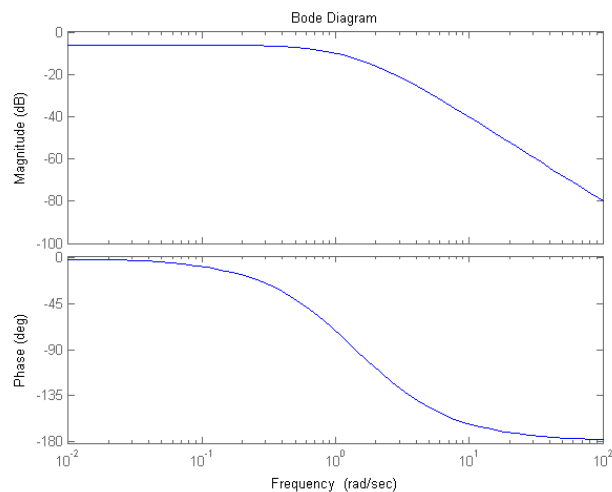
$$\ln|G(j\omega)| = f(\omega) \quad (5)$$

Logaritmickou fázovou charakteristikou:

$$\varphi(\omega) = f(\omega) \quad (6)$$

Ve skutečnosti se využívá dekadického logaritmu pro osu úhlového kmitočtu ω , tj. $\log\omega$, a na osu pořadnic amplitudové charakteristiky se vynáší absolutní hodnota kmitočtového přenosu v decibelech, což jsou jednotky definované jako dekadický logaritmus poměru obrazu výstupního a vstupního signálu násobeného dvaceti. Grafické zobrazení těchto charakteristik se nazývá Bodeho křivky.[2]

$$A[dB] = |G(j\omega)|_{dB} = 20\log_{10}|G(j\omega)| \quad (7)$$



Obr. 6. Bodeho křivka systému druhého řádu

2.2 Stabilita

Stabilita je pojem, pro který máme intuitivně vybudovanou představu, že je to schopnost zachovat daný stav. Stabilitou dynamických systémů se na přelomu 19. a 20. Století zabýval L. P. Ljapunov. Jeho definice jsou doposud platné pro tzv. vnitřní stabilitu nejen pro lineární, ale i nelineární systémy. Stabilita dynamického systému je schopnost vrátit se po vychýlení zpět do původního stavu. Toto vychýlení je vždy způsobeno nenulovými počátečními podmínky. Protože řešení homogenní je dáno pouze póly přenosu systému, pro LSDS platí velmi jednoduché a z diferenciálních rovnic průzračné tvrzení: LSDS je stabilní právě tehdy, jestliže jmenovatel jeho přenosu má kořeny pouze v levé části komplexní roviny. Systém je nestabilní, leží-li alespoň jeden pól přenosu v pravé polorovině. Systém je na mezi stability, leží-li některé z pólů (nebo všechny) na imaginární ose, ostatní v levé polorovině. Kritéria stability umožní rozhodnout o stabilitě nebo nestabilitě systému bez výpočtu jeho pólů. Dělí se na algebraická a geometrická kritéria. [1][3]

2.2.1 Algebraická kritéria

Tato kritéria vycházejí z charakteristické rovnice uzavřeného regulačního obvodu, který se získá ze jmenovatele přenosu řízení podle rovnice:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_R(s)G_S(s)}{1+G_R(s)G_S(s)} \quad (8)$$

Dávají možnost k rozhodnutí, zda je nebo není obvod stabilní, ale nedávají informaci do jaké míry je obvod tlumený. Nevýhodou těchto kritérií je, že nejdou aplikovat na systémy s dopravním zpožděním.

2.2.1.1 Routhovo-Schurovo kritérium stability

Toto kritérium, vychází z charakteristické rovnice, resp. charakteristického mnohočlenu, který je možno získat ze jmenovatele každého základního přenosu. Uvažujeme charakteristický mnohočlen po bilineární transformaci ve tvaru[1]

$$N(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_1 s + a_0 \quad (9)$$

Postup:

1. Koeficienty charakteristické rovnice napíšeme vedle sebe v sestupném pořadí svých mocnin argumentu z .
2. Koeficienty napíšeme do druhého řádku v obráceném pořadí a všechny vynásobíme takovým číslem, aby se po odečtení od prvního řádku vynuloval poslední koeficient (u nejnižší mocniny).
3. Po odečtení získáme množinu nenulových redukováných koeficientů jejichž počet je o jednu nižší než v předcházejícím kroku.
4. Pokud je získaný redukováný koeficient nejvyšší mocniny menší nebo rovný nule (zajímá nás znaménko pouze jediného! koeficientu), systém není stabilní a test končí.
5. V opačném případě opakujeme redukci tak dlouho, dokud nezískáme nekladný koeficient nejvyšší mocniny nebo po provedených $n-1$ krocích pouze koeficient jediný.
6. Systém je stabilní jestliže jsou ve všech redukčních krocích koeficienty nejvyšší mocniny kladné.

[4]

2.2.1.2 Hurwitzovo kritérium stability

Z koeficientu charakteristického polynomu sestavíme tzv. Hurwitzovu matici, v níž se počítají všechny hlavní subdeterminanty.

$$H = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & a_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Hurwitzova matice je stejného řádu jako je stupeň charakteristického polynomu. Z Hurwitzovy matice určíme Hurwitzův determinant tj. determinant $|H|$ a z něj sestavíme subdeterminanty H_j které jsou rovny hlavním minorům matice H . Polynom je stabilní právě tehdy, jestliže hlavní subdeterminanty v Hurwitzově matici jsou větší než nula.[2]

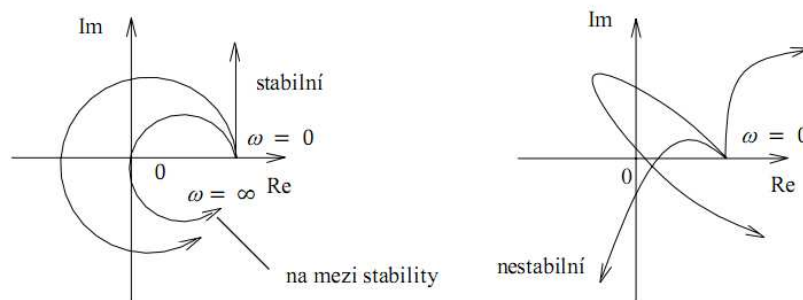
2.2.2 Geometrická kritéria stability

2.2.2.1 Michajlovovo – Leonhardovo kritérium

Vychází se z charakteristické rovnice z uzavřeného obvodu. O stabilitě systému se rozhoduje z průběhu tzv. Michajlovy křivky $F(j\omega)$ kterou dostaneme dosazením komplexního kmitočtu ($j\omega$) za komplexní proměnnou „s“. Do polynomu $F(s)$, platí $s = j^2$

$$F(j\omega) = [F(s)]_{s=j\omega} = f_n(j\omega)^n + f_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + f_1\omega + f_0 = U(\omega) + jV(\omega) \quad (11)$$

$$\omega = \langle 0, \infty \rangle$$

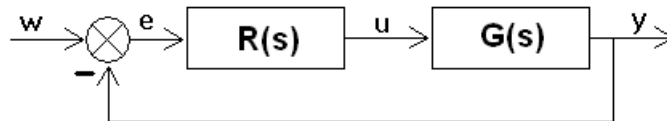


Obr. 7. Průběhy Michajlovových křivek pro různé případy

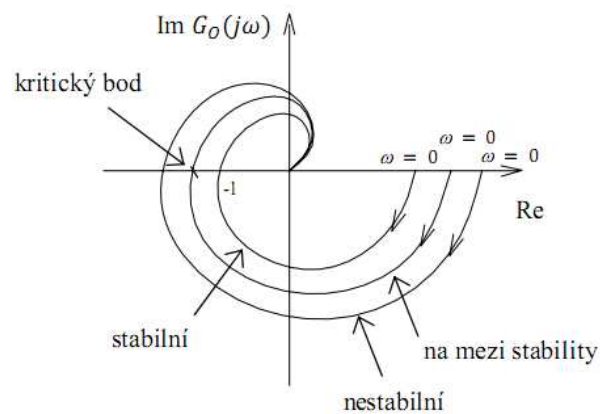
Polynom $F(s)$ je stabilní, pokud Michajlova křivka obchází bod $[0, j0]$ v kladném smyslu, tj. proti směru hodinových ručiček a projde tolika kvadranty kolikátého je stupě.[5]

2.2.2.2 Nyquistovo kritérium

Podle Nyquistova kritéria lze rozhodnout o stabilitě regulačního obvodu na základě průběhu frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu. Tuto charakteristiku lze určit analyticky nebo experimentálně.[5]



Obr. 8. Zpětnovazební obvod pro Nyquistovo kritérium



Obr. 9. Průběhy Nyquistovy charakteristiky
otevřeného regulačního obvodu

3 VNITŘNÍ POPIS

Vnitřní popis dynamického systému je vztah mezi všemi veličinami systému, je to tedy relace mezi vstupními, stavovými a výstupními veličinami. Vnitřní popis je nejčastěji vyjádřen stavovými rovnicemi. Známe-li vnitřní popis – stavové rovnice, vnější popis (přenosovou matici) z něho odvodíme tak, že vyloučíme stavové proměnné. Určení vnitřního popisu z popisu vnějšího, již není tak jednoduché vnitřní popis získáme z jednoduššího vnějšího popisu pouze za určitých předpokladů o struktuře systému. Z vnějšího popisu není totiž zřejmé kolik má systém stavů, nebo-li jaká je dimenze stavového prostoru, ani jak zvolit jeho bázi.[3].

3.1 Mnohorozměrné systémy

Uvažujme lineární spojité mnohorozměrný systém s r vstupy a m výstupy. V takovém systému obecně každá výstupní veličina závisí na všech vstupních veličinách. Závislost i -té výstupní veličiny na j -té vstupní veličině můžeme u stacionárního systému vyjadřovat přenosem:

$$G_{ij}(s) = \frac{Y_i(s)}{U_j(s)} \quad (12)$$

Z těchto přenosů můžeme vytvořit matici $G(s)$ s prvky G_{ij} . Matice $G(s)$ se nazývá přenosová matice systému.[3]

3.2 Stavové rovnice a přenosové matice

Mějme tedy stavové rovnice spojitého lineárního systému ve tvaru:

$$\dot{x} = Ax + Bu \text{ -stavová rovnice} \quad (13)$$

$$y = Cx + Du \text{ -výstupní rovnice} \quad (14)$$

$x(t)$ - vektor stavových veličin systému, $y(t)$ - výstupní vektor

A - stavová matice systému B – matice buzení (vstupu) C – matice výstupu

D – matice převodová

Dynamika systému je způsobena závislostí okamžitého stavu systému na jeho předcházejících stavech. Při působení vstupního vektoru $u(t)$ od okamžiku t_0 do okamžiku t_1 bude výstupní vektor $y(t)$ závislý nejen na vstupním vektoru $u(t)$, ale i na podmínkách

systemu v čase t_0 . Tyto podmínky tvoří stav systému S v čase t_0 a označíme je jako vektor $x(t_0)$. Výstupní signál systému je tedy určen v čase t vztahem:

$$y(t) = Y[y(t), u(t)] \quad (15)$$

S počáteční podmínkou $x(0)$. Hledejme přenosovou matici tohoto systému, který vyjadřuje vztah mezi obrazy vstupního a výstupního vektoru za nulových počátečních podmínek.

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (16)$$

Budeme hledat souvislost mezi vnitřním a vnějším popisem. Provedeme Laplaceovu transformaci stavové rovnice (13.) a dostaneme:

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s) \quad (17)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s) \quad (18)$$

Kde $X(s), Y(s)$ a $U(s)$ jsou obrazy vektorů $x(t), y(t)$ a $u(t)$ za předpokladů nulových počátečních podmínek $x(0) = 0$ vypočteme z první rovnice (17) obraz stavu.

$$(sI - A)X(s) = BU(s) \quad (19)$$

Obraz stavového vektoru dosadíme do obrazu výstupní rovnice (17) a dostaneme:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (20)$$

Matice $(sI - A)$ je regulární všude kromě izolovaných bodů v komplexní rovině s , ve kterých platí:

$$G(s) = \frac{1}{\det(sI - A)} C \operatorname{adj}(sI - A) B + D \quad (21)$$

Kde je adjungovaná matice, rovna algebraickým doplňkům matice transponované.[3]

3.3 Převod z vnitřního popisu na vnější popis

Využijeme L-transformaci pro stavovou a výstupní rovnici (jsou uvažovány nulové počáteční podmínky):

$$sX(s) = AX(s) + BU(s) \Rightarrow X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s) \quad (22)$$

Dosazením do rovnice výstupní:

$$Y(s) = CX(s) + DU(s) \quad (23)$$

Dostaneme:

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}BU(s) + DU(s) = (C(sI - A)^{-1}B + D)U(s) \quad (24)$$

$$G(s) = (C(sI - A)^{-1}B + D) = Y(s)U^{-1}(s) \quad (25)$$

3.3.1 Převod z vnějšího popisu na vnitřní popis

Vyjdeme tedy z vnějšího popisu spojitého systému určeného diferenciální rovnicí n-tého řádu.

$$a_n y^{(n)}(t) + \dots + a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t) + \dots + b_0 u(t) \quad (26)$$

Nebo přenosem ve tvaru:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_0}{a_n s^n + \dots + a_0} \quad (27)$$

upravíme přenos $G(s)$ do tvaru

$$G(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} \frac{Z(s)}{U(s)} = b_m s^m + \dots + b_0 \frac{1}{a_n s^n + \dots + a_0} \quad (28)$$

První části přenosu:

$$\frac{Y(s)}{Z(s)} = b_m s^m + \dots + b_0 \quad (29)$$

odpovídá diferenciální rovnice:

$$y(t) = b_m z^{(m)}(t) + \dots + b_0 z(t) \quad (30)$$

Druhé části přenosu:

$$\frac{Z(s)}{U(s)} = \frac{1}{a_n s^n + \dots + a_0} \quad (31)$$

odpovídá diferenciální rovnice:

$$u(t) = a_n z^n(t) + \dots + a_0 z(t) \quad (32)$$

provedeme volbu stavových proměnných

$$x_1(t) = z(t)$$

$$x_2(t) = z'(t)$$

$$x_n(t) = z^{n-1}(t)$$

sestavíme soustavu diferenciálních rovnic 1. řádu, která je složkovým tvarem stavové rovnice:

$$x_1'(t) = x_2(t)$$

$$x_2'(t) = x_3(t)$$

$$x_n'(t) = \frac{1}{a_n} u(t) - \frac{a_0}{a_n} x_1(t) - \frac{a_1}{a_n} x_2(t) - \dots - \frac{a_{n-1}}{a_n} x_n(t) \quad (33)$$

Výstupní rovnice se získá dosazením stavových proměnných do diferenciální rovnice odpovídající první části přenosu $G(s)$:

$$y(t) = b_0 x_1(t) + b_1 x_2(t) + \dots + b_m x_{m+1}(t) \quad [5] \quad (34)$$

4 KLASIFIKACE SOUSTAV

Základními kritérii pro klasifikaci je časový průběh a limitní hodnota výstupu jako odezva na skokovou změnu na vstupu, resp. tvar matematického popisu nebo přenosové funkce. Odezvou na skokovou změnu vstupu je tzv. přechodový děj, jehož grafické znázornění nazývané přechodová charakteristika má pro jednotlivé typy soustav charakteristický tvar. Lineární regulovaná soustava je obecně popsána rovnicí (1).[6]

4.1 Podle reakce na změnu vstupní veličiny soustavy dělíme

Soustavy statické diferenciální rovnice obsahuje člen a_0 (součinitel autoregulace), 0., 1. ... řádu. Při vychýlení z rovnovážného stavu se výstup ustálí na nové rovnovážné hodnotě.

Soustavy astatické v diferenciální rovnici chybí člen a_0 (součinitel autoregulace), 0., 1. ... řádu. Při vychýlení z rovnovážného stavu se výstup neustálí na nové rovnovážné hodnotě, výstup se ustálí až na mezní hodnotě, astatická soustava je vždy nestabilní a k dosažení stability je vždy zapotřebí regulátoru.

Soustava 0. Řádu

– vždy statická

Diferenciální rovnice: $y(t) = k \cdot u(t)$ (35)

přenosová funkce: $G = k$

Kde k je zesílení soustavy

Soustava 1. Řádu

Diferenciální rovnice: $Ty'(t) + y(t) = ku(t)$

přenosová funkce: $G(s) = \frac{k}{Ts+1}$ (36)

k je zesílení soustavy T je časová konstanta

Soustava 2. Řádu

Diferenciální rovnice: $T^2 y''(t) + 2T\xi y'(t) + y(t) = ku(t)$

přenosová funkce: $G(s) = \frac{k}{s^2 + 2\xi Ts + 1}$ (37)

k ... je zesílení soustavy T ... je časová konstanta ξ ... koeficient tlumení

$\xi > 1$... aperiodický člen

$\xi = 1$... mezní aperiodický člen

$0 < \xi < 1$... kmitavý člen

$\xi = 0$... člen na mezi stability

soustava vyššího (n -tého) řádu

matematický popis: diferenciální rovnice n -tého řádu

přenosová funkce: polynom ve jmenovateli n -tého stupně

[6]

4.2 Soustava druhého řádu

Obecná rovnice soustavy druhého řádu:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (38)$$

ω_n ... úhlová rychlost ($\omega = 2\pi F$)

ξ ... koeficient tlumení $\xi > 1$... aperiodický člen $\xi = 1$... mezní aperiodický člen

$0 < \xi < 1$... kmitavý člen $\xi = 0$... člen na mezi stability

Odezva na jednotkový skok: $U(s) = \frac{1}{s}$

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (39)$$

Jestliže má systém všechny póly reálné jedná se o systém aperiodický. Obsahuje-li ale systém póly komplexně sdružené, pak jde o systém periodický.

Aperiodický typ

$$G(s) = \frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \quad (40)$$

$$h(t) = 1 - \frac{T_1}{T_1-T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1-T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \quad (41)$$

Periodický typ

$$G(s) = \frac{k(a^2+\omega^2)}{(s+a)^2+\omega^2} \quad (42)$$

$$h(t) = 1 - \frac{a}{\omega} e^{-at} \cdot \sin(\omega t) - e^{-at} \cdot \cos(\omega t) \quad (43)$$

II. PRAKTICKÁ ČÁST

5 REALIZACE ELEKTRONICKÉHO MODELU

Při realizaci elektrického modelu jsem vycházel z obecné rovnice soustavy druhého řádu. Tuto soustavu jsem upravil tak aby se nechal zapsat ve schématu blokové algebry v programu Matlab.

5.1 Analogový model soustavy druhého řádu

$$W(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \quad (44)$$

$$W(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \quad (45)$$

$$W(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \cdot \frac{s.(s+2\xi\omega_n)}{s.(s+2\xi\omega_n)} \quad (46)$$

$$W(s) = \frac{\frac{1}{s}\omega_n^2 \frac{\frac{1}{s}}{1+2\xi\omega_n \frac{1}{s}}}{1+\frac{1}{s}\omega_n^2 \frac{\frac{1}{s}}{1+2\xi\omega_n \frac{1}{s}}} \quad (47)$$

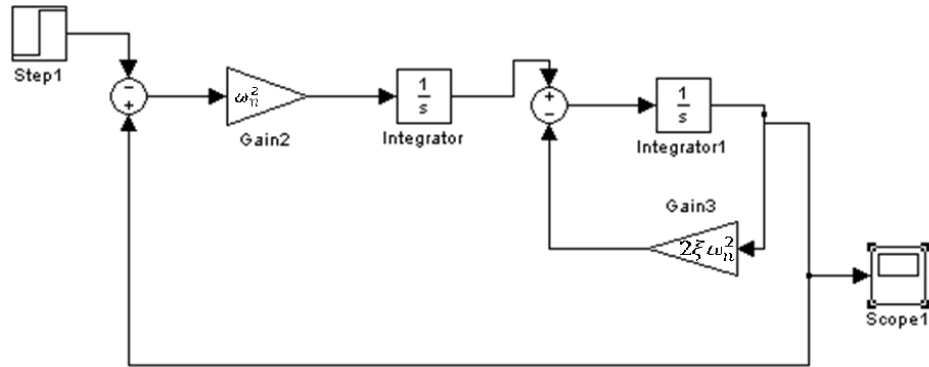
Z toho vyplývá, že

$$G(s) = \frac{1}{s} \omega_n^2 \frac{\frac{1}{s}}{1+2\xi\omega_n \frac{1}{s}}; \quad H(s) = 1 \quad (48)$$

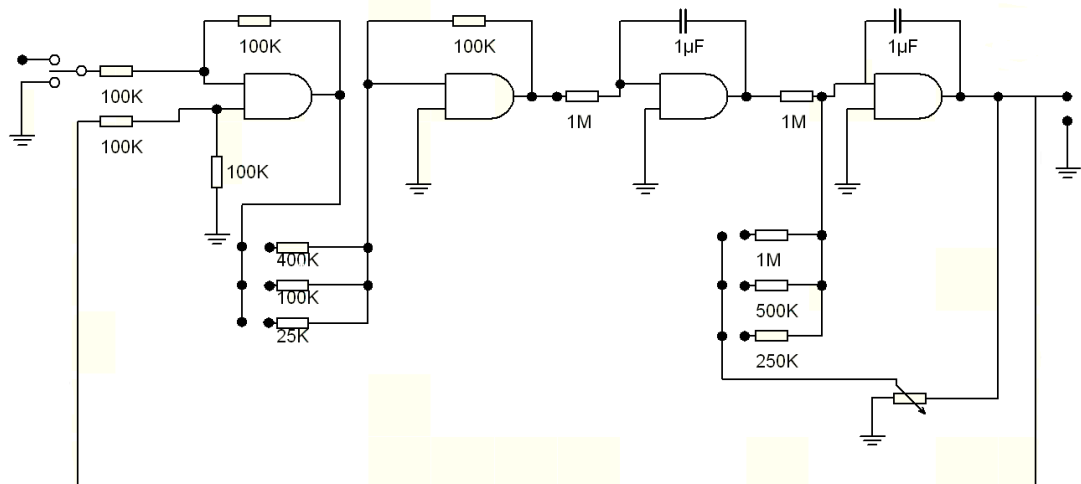
Dále

$$G(s) = \frac{1}{s} \omega_n^2 \frac{G_1(s)}{1+G_1(s).H_1(s)} \quad (49)$$

$$G_1(s) = \frac{1}{s}; \quad H_1(s) = 2\xi\omega_n \quad (50)$$



Obr. 10. Blokové schéma soustavy druhého řádu



Obr. 11. Elektronické schéma soustavy druhého řádu

5.2 Detailní analýza prvků elektronického schématu

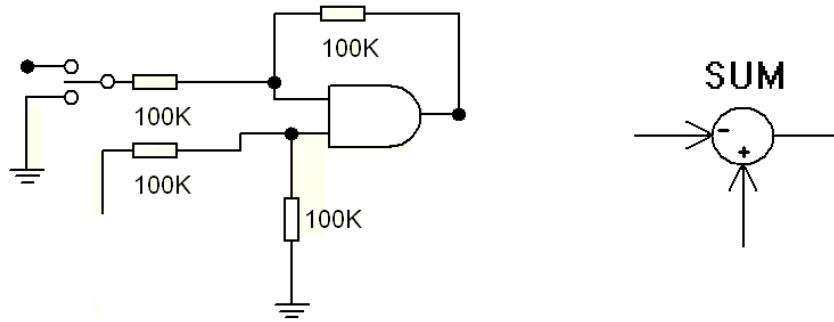
Sumátor

Zesílení (ω_n^2)

Integrátor ($\frac{1}{s}$)

Integrátor se zpětnou vazbou ($\frac{1}{s+2\xi\omega_n}$)

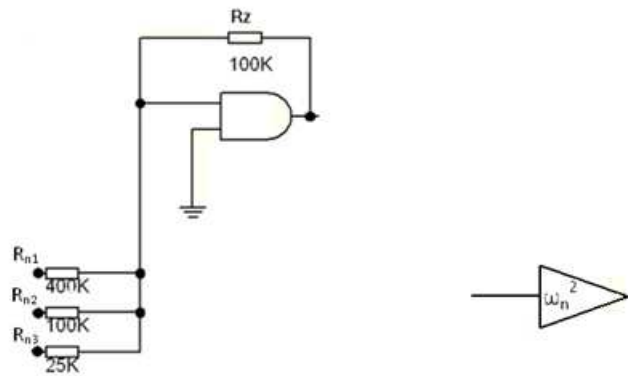
Sumátor je realizován v elektronickém schématu jako diferenciální zesilovač, jehož přenosová funkce je rovna vztahu $\frac{U_{iz}}{U_{ul}} = -\frac{100k\Omega}{100k\Omega} = -1$



Obr. 12. El. Schéma sumátor

Množina s konstantou která upravuje ω_n^2 je realizována jako invertující zesilovač.

$$\frac{U_{iz}}{U_{ul}} = -R_z \sum_{n=1}^N \frac{U_{bn}}{R_n} \Rightarrow -\frac{R_z}{R_n} = \omega_n^2 \quad (51)$$

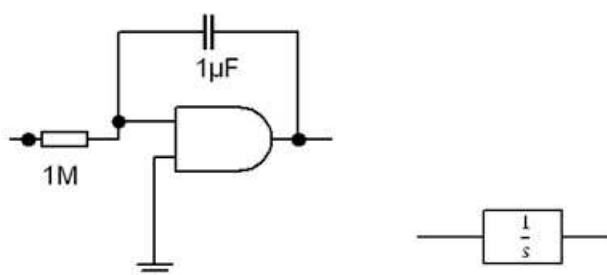


Obr. 13. El. Schéma statického zesílení

Integrátor jehož hodnotou jsou pasivní prvky $R = 1M$ i $C = 1\mu F$ má přenosovou funkci:

$$W_i = -\frac{\frac{1}{Cs}}{R} = -\frac{1}{RCs} \quad R = 1M \text{ i } C = 1\mu F \quad (52)$$

$$W_i = -\frac{1}{s} \quad (53)$$

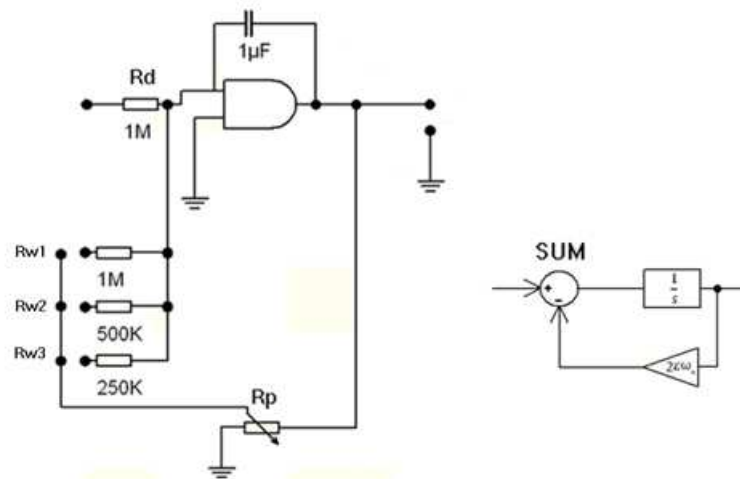


Obr. 14. El. Schéma integrátoru

Posledním prvkem schématu je integrátor se zpětnou vazbou, u zpětné vazby potenciometrem přizpůsobujeme hodnotu tlumení $\xi \in [0,1]$. Odpor potenciometru je $R_p = 0 - 100k\Omega$.

Kombinace odpory a potenciometr ve zpětné vazbě nám ovlivní přenosovou funkci.

$$Y = \frac{1}{s+2\xi\omega_n} \Rightarrow \frac{1}{\frac{RdC}{Rp+RwC}+s} = W \quad (54)$$



Obr. 15. El.schéma integrátoru se zpětnou vazbou

6 MĚŘENÍ

Samotné měření se skládá z několika částí, nejprve byli naměřeny přechodové charakteristiky pro různé kombinace zapojení odporů a dále byli naměřeny jednotlivé body pro Niquistovu křivku.

6.1 Identifikace

Proběhla pro soustavu aperiodického a periodického typu

6.1.1 Aperiodický typ

$$G(s) \frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{\frac{1}{T_1T_2}}{\left(s+\frac{1}{T_1}\right)\left(s+\frac{1}{T_2}\right)} \quad (55)$$

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{\frac{1}{T_1T_2}}{s\left(s+\frac{1}{T_1}\right)\left(s+\frac{1}{T_2}\right)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{A}{s} + \frac{B}{s+\frac{1}{T_1}} + \frac{C}{s+\frac{1}{T_2}}\right\}$$

$$c = A\left(s+\frac{1}{T_1}\right)\left(s+\frac{1}{T_2}\right) + Bs\left(s+\frac{1}{T_2}\right) + Cs\left(s+\frac{1}{T_1}\right)$$

$$s^0: \frac{1}{T_1T_2} = A\frac{1}{T_1T_2} \Rightarrow A = 1$$

$$s \rightarrow -\frac{1}{T_1}: \frac{1}{T_1T_2} = Bs\left(s+\frac{1}{T_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{T_1T_2} = -B\frac{1}{T_1}\left(-\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}\right) \Rightarrow B = \frac{1}{T_1T_2} \cdot \frac{-T_1}{\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}}$$

$$B = \frac{-T_1}{\frac{T_1T_2}{T_2} - \frac{T_1T_2}{T_1}} = \frac{-T_1}{T_1-T_2}$$

$$s \rightarrow -\frac{1}{T_2}: \frac{1}{T_1T_2} = -C\frac{1}{T_2}\left(-\frac{1}{T_2}+\frac{1}{T_1}\right) \Rightarrow C = \frac{1}{T_1T_2} \cdot \frac{-T_2}{\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}}$$

$$C = \frac{-T_2}{\frac{T_1T_2}{T_2} - \frac{T_1T_2}{T_1}} = \frac{-T_2}{T_2-T_1} = \frac{T_2}{T_1-T_2}$$

Byla odvozena funkce:

$$h(t) = 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}}$$

$$G(s) \frac{1}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)} = k \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right)$$

6.1.2 Periodický typ

$$G(s) = \frac{k \cdot (a^2 + \omega^2)}{(s+a)^2 + \omega^2} = \frac{k \cdot (a^2 + \omega^2)}{s^2 + 2as + a^2 + \omega^2} \quad (56)$$

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{s(s^2 + 2as + a^2 + \omega^2)} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + 2as + a^2 + \omega^2} \right\}$$

$$L^{-1} \left\{ \frac{A}{s} + \frac{2D}{(s+a)^2 + \omega^2} + \frac{(s+1)E}{(s+a)^2 + \omega^2} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{A}{s} + \frac{\omega D s}{(s+a)^2 + \omega^2} + \frac{(s+a)Es}{(s+a)^2 + \omega^2} \right\}$$

$$a^2 + \omega^2 = A(s^2 + 2as + a^2 + \omega^2) + \omega D s + E s^2 + E a s$$

$$s^0: a^2 + \omega^2 = A(a^2 + \omega^2) \Rightarrow A = \frac{(a^2 + \omega^2)}{(a^2 + \omega^2)} = 1$$

$$s^2: 0 = A + E \Rightarrow E = -A$$

$$s^1: 0 = 2a + \omega D + E a$$

$$0 = 2a + \omega D - a \Rightarrow D = -\frac{a}{\omega}$$

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{as}{(s+a)^2 + \omega^2} - \frac{(s+a)s}{(s+a)^2 + \omega^2} \right\}$$

Byla odvozena funkce:

$$h(t) = 1 - \frac{a}{\omega} e^{-at} \cdot \sin(\omega t) - e^{-at} \cdot \cos(\omega t)$$

$$G(s) = \frac{k \cdot (a^2 + \omega^2)}{(s+a)^2 + \omega^2} = k \cdot \left(1 - \frac{a}{\omega} e^{-at} \cdot \sin(\omega t) - e^{-at} \cdot \cos(\omega t) \right)$$

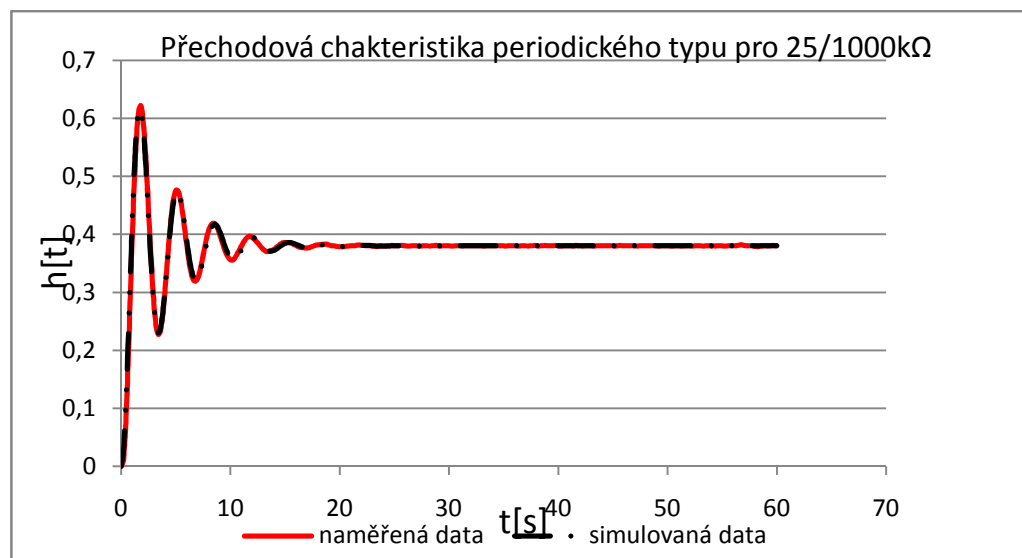
6.2 Naměřené soustavy

6.2.1 Přejchodové charakteristiky pro různé kombinace odporů

Samotná identifikace soustav proběhla pomocí modulu řešitel. Naměřené soustavy byli porovnány se soustavami simulovanými.

25KΩ/ 1M

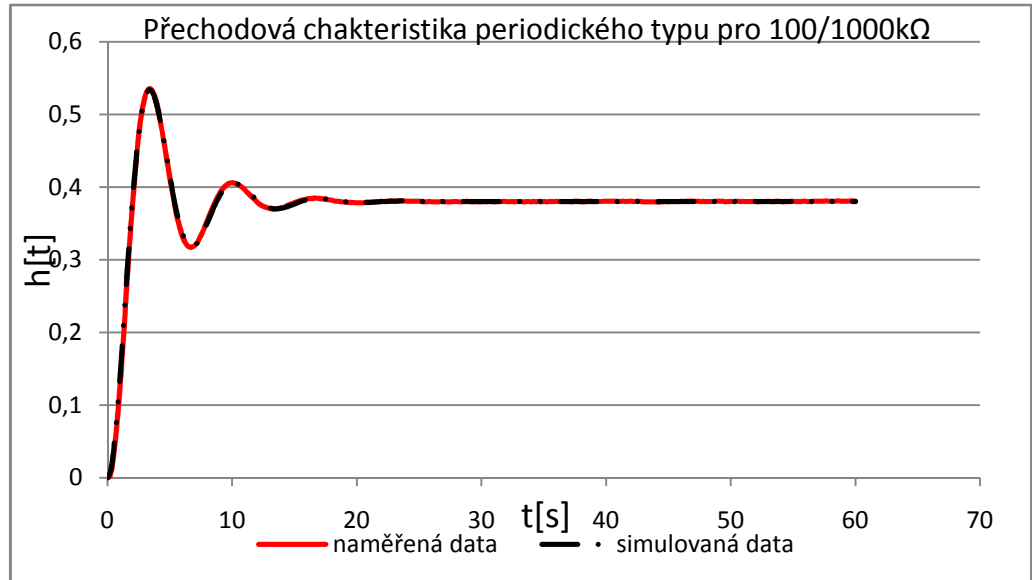
$$G(s) = \frac{1,3095}{s^2 + 0,5439s + 3,4462}$$



Obr. 16.Přejchodová charakteristika pro 25/1000KΩ

100KΩ/ 1M

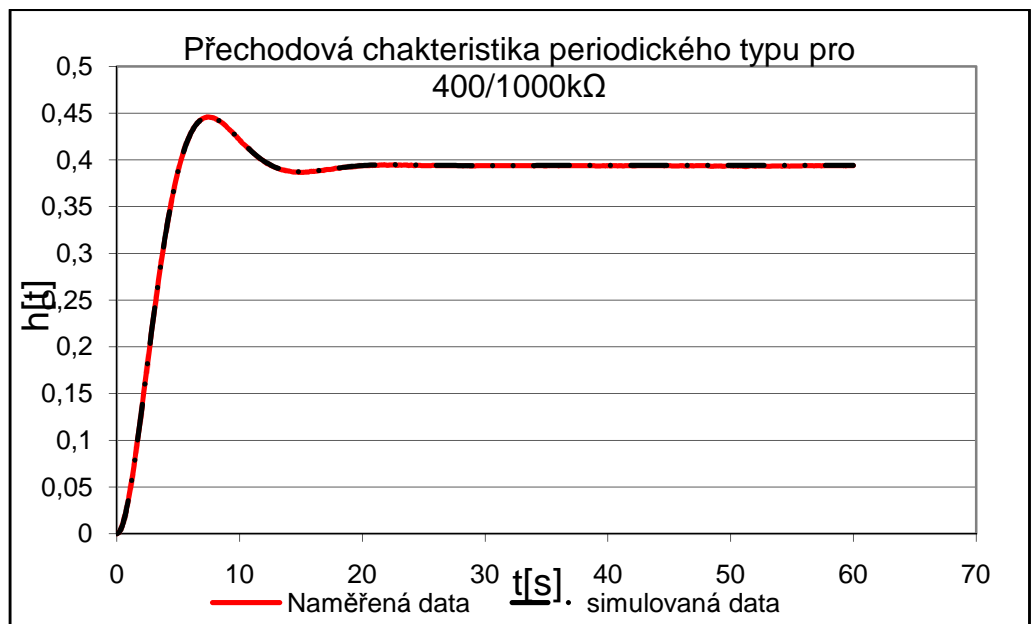
$$G(s) = \frac{0,3558}{s^2 + 0,5366s + 0,9363}$$



Obr. 17. Přejchodová charakteristika pro 100/1000kΩ

400KΩ/ 1M

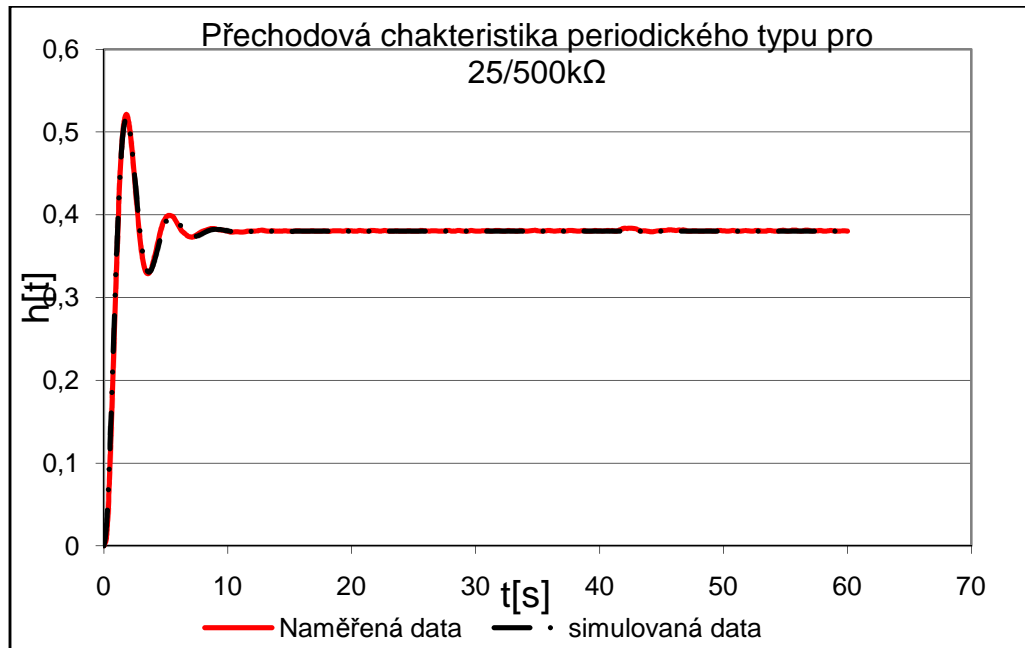
$$G(s) = \frac{0,09822}{s^2 + 0,5416s + 0,2492}$$



Obr. 18. Přejchodová charakteristika pro 400/1000kΩ

25kΩ/ 500kΩ

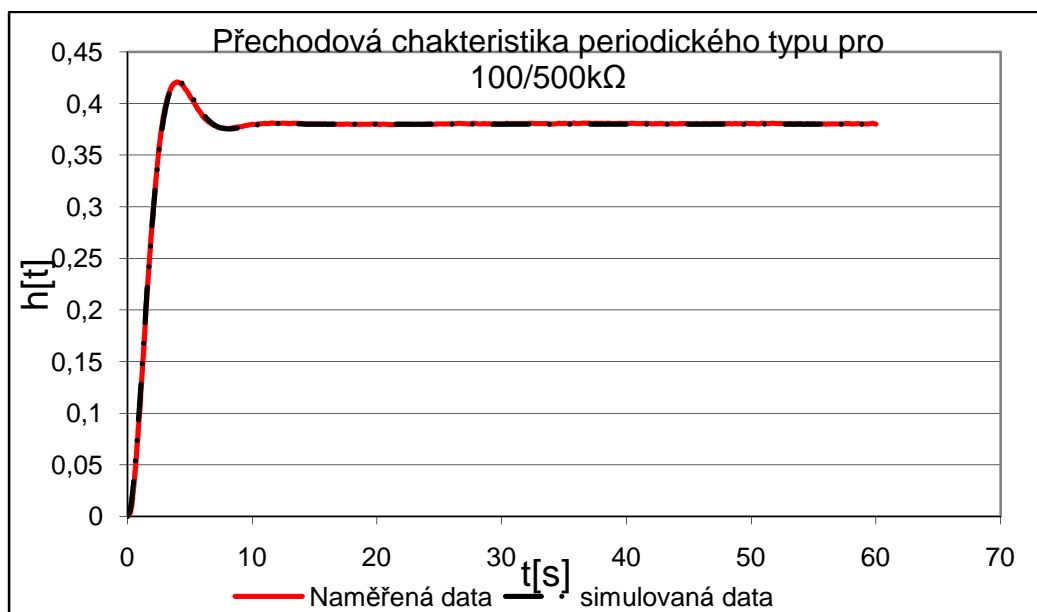
$$G(s) = \frac{1,2589}{s^2 + 1,1247s + 3,313}$$



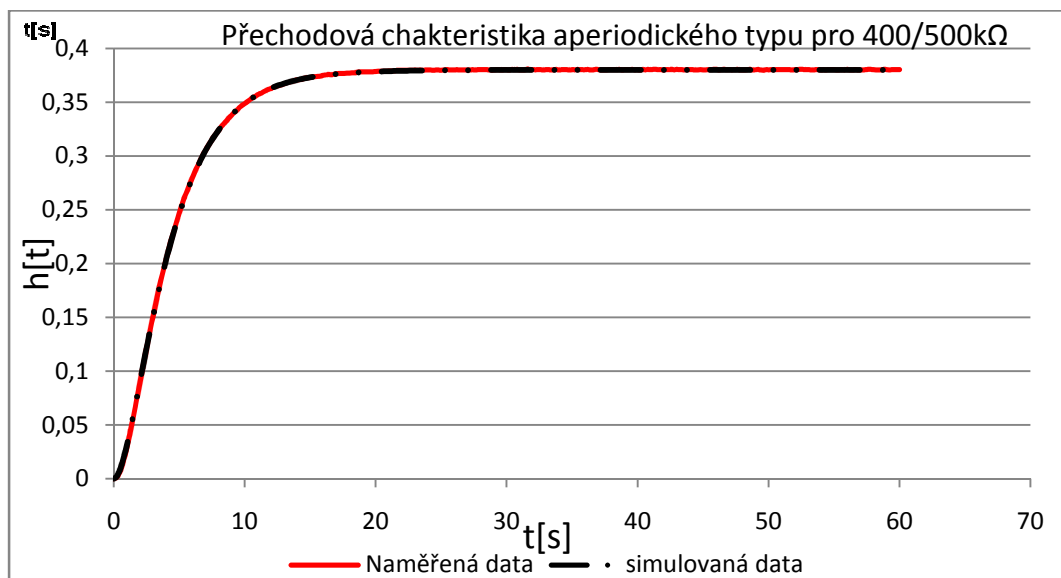
Obr. 19. Přechodová charakteristika pro 25/500kΩ

100kΩ/ 500kΩ

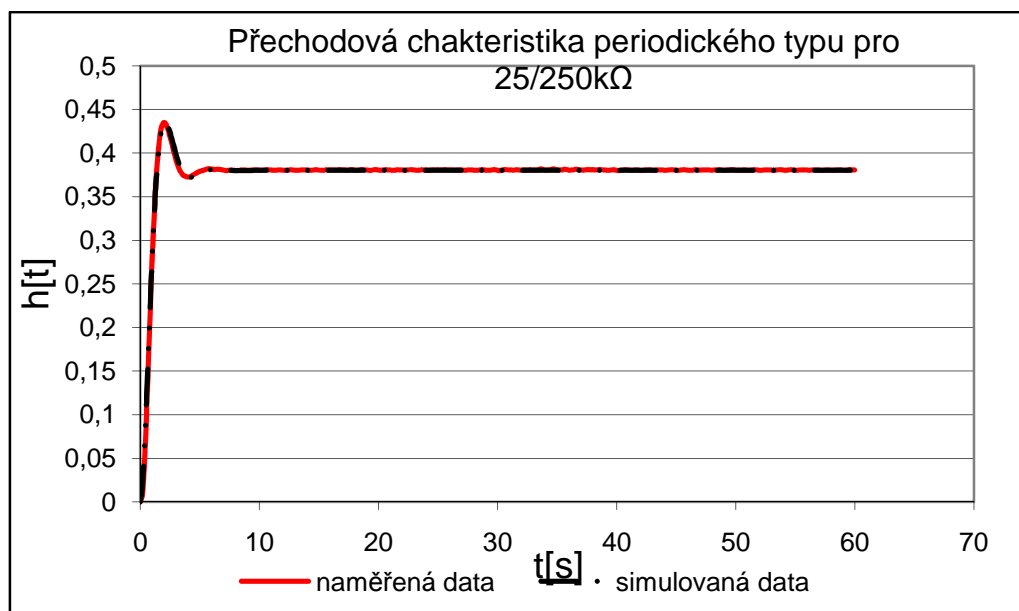
$$G(s) = \frac{0,3406}{s^2 + 1,0912s + 0,8963}$$



Obr. 20. Přechodová charakteristika pro 100/500kΩ

$400k\Omega / 500K\Omega$ 

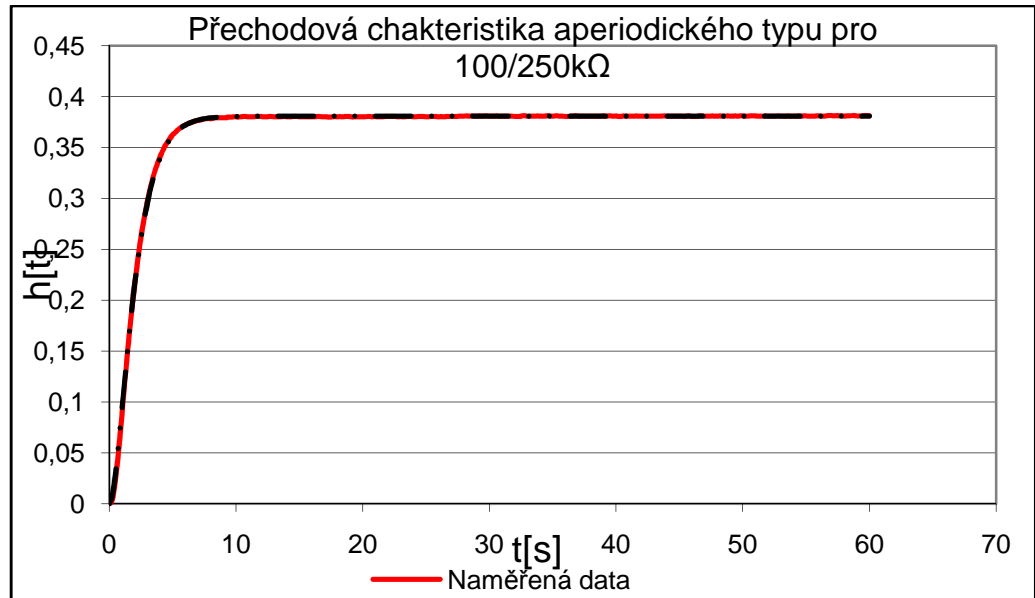
Obr. 21. Přechodová charakteristika pro 400/500kΩ

 $25K\Omega / 250K\Omega$ 

Obr. 22. Přechodová charakteristika pro 25/250kΩ

100kΩ/ 250KΩ

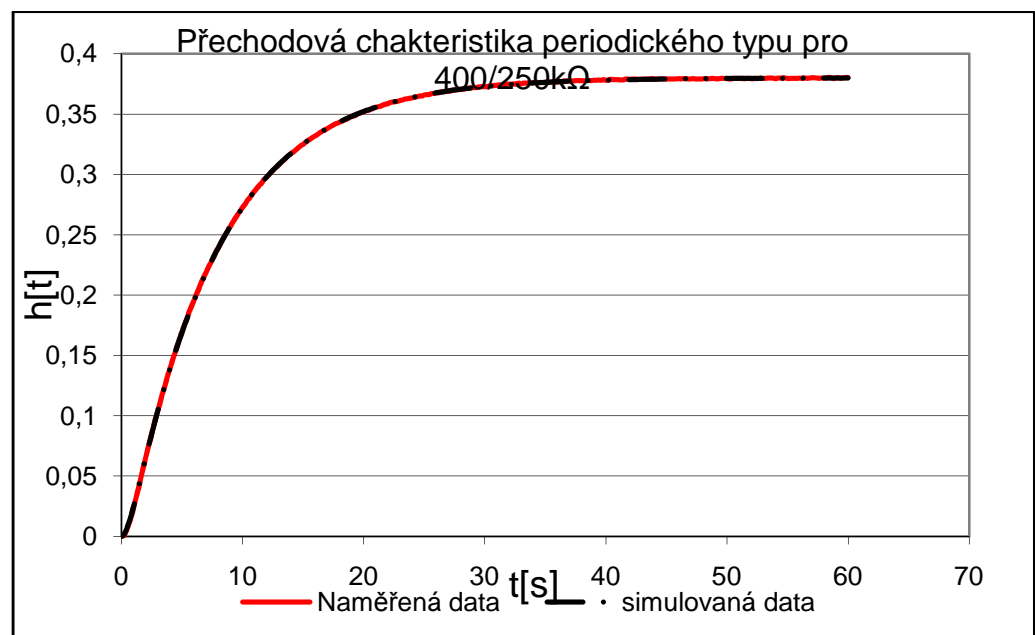
$$G(s) = \frac{0,3395}{s^2 + 1,8892s + 0,8992}$$



Obr. 23. Přechodová charakteristika pro 100/250kΩ

400kΩ/ 250KΩ

$$G(s) = \frac{0,083}{s^2 + 1,769s + 0,2204}$$



Obr. 24. Přechodová charakteristika pro 400/250kΩ

6.2.2 Frekvenční charakteristika

Amplituda a souřadnice pro jednotlivé kruhové frekvence ω_i počítejte podle vztahů:

$$A(\omega_i) = \frac{A_y(\omega_i)}{A_u(\omega_i)} \quad P(\omega_i) = A(\omega_i) \cos \varphi(\omega_i) \quad Q(\omega_i) = A(\omega_i) \sin \varphi(\omega_i) \quad (57)$$

Tab. 1. Naměřená a vypočtená data

T [s]	ω [rad/s]	f [Hz]	Ain [V]	Aout [V]	posun [s]	fi [rad]	A [-]	A [dB]	Re	Im
10	0,6283	0,1000	6	0,45	-3,50	-2,1991	0,0750	22,4988	-0,0441	-0,0607
40	0,1571	0,0250	6	1,50	-7,55	-1,1860	0,2500	12,0412	0,0939	-0,2317
50	0,1257	0,0200	6	1,75	-7,50	-0,9425	0,2917	10,7023	0,1714	-0,2360
70	0,0898	0,0143	6	2,05	-8,00	-0,7181	0,3417	-9,3279	0,2573	-0,2248
90	0,0698	0,0111	6	2,10	-9,00	-0,6283	0,3500	-9,1186	0,2832	-0,2057
100	0,0628	0,0100	6	2,15	-9,00	-0,5655	0,3583	-8,9143	0,3026	-0,1920
200	0,0314	0,0050	6	2,30	-13,00	-0,4084	0,3833	-8,3285	0,3518	-0,1522
500	0,0126	0,0020	6	2,30	-30,00	-0,3770	0,3833	-8,3285	0,3564	-0,1411
4000	0,0016	0,0003	6	2,40	-15,00	-0,0236	0,4000	-7,9588	0,3999	-0,0094

k určení všech koeficientů hledaného frekvenčního přenosu je zapotřebí $(m+n+1)/2$ tj 2 body naměřené frekvenční charakteristiky. Ze všech naměřených T(s) byli vybrány body pro T(s)=40 a T(s)=70. Z těchto naměřených bodů potřebujeme znát ω , Re, Im.

$$G(j\omega) = \frac{b_0}{a_2(j\omega)^2 + a_1j\omega + 1} = \frac{b_0}{1 - a_2\omega^2 + a_1j\omega} = \frac{M(\omega)}{N(\omega)} \quad (58)$$

$$G(j\omega) = \frac{c_i + j\omega_i d_i}{e_i + j\omega_i f_i}$$

z toho vyplývá:

$$c_i = b_0 \quad d_i = 0 \quad e_i = 1 - a_2\omega_i^2 \quad f_i = a_1$$

$$c_i - e_i P_i + \omega_i f_i Q_i = 0$$

$$\omega_i d_i - e_i Q_i - \omega_i f_i P_i = 0$$

po dosazení:

$$\begin{aligned} b_0 - (1 - a_2 \omega_i^2) P_i + \omega_i a_1 Q_i &= 0 \\ -(1 - a_2 \omega_i^2) Q_i - \omega_i a_1 P_i &= 0 \end{aligned}$$

úpravami získáme:

$$b_0 + a_2 \omega_i^2 P_i + a_1 \omega_i Q_i = P_i$$

$$a_2 \omega_i^2 Q_i - a_1 \omega_i P_i = Q_i \Rightarrow a_1 = \frac{a_2 \omega_i^2 Q_i - Q_i}{\omega_i P_i}$$

dosazením první rovnice do druhé získáme:

$$b_0 + a_2 \omega_i^2 P_i + \frac{a_2 \omega_i^2 Q_i - Q_i}{\omega_i P_i} \omega_i Q_i = P_i$$

$$b_0 + a_2 \omega_i^2 P_i + \frac{a_2 \omega_i^2 Q_i^2}{P_i} = P_i + \frac{Q_i^2}{P_i}$$

po úpravě:

$$b_0 + a_2 \frac{\omega_i^2}{P_i} (P_i^2 + Q_i^2) = P_i + \frac{Q_i^2}{P_i}$$

dosazením dvou bodů z naměřených dat:

$$b_0 + a_2 \frac{\omega_1^2}{P_1} (P_1^2 + Q_1^2) = P_1 + \frac{Q_1^2}{P_1}$$

$$b_0 + a_2 \frac{\omega_2^2}{P_2} (P_2^2 + Q_2^2) = P_2 + \frac{Q_2^2}{P_2}$$

Vybrány body pro $T(s)=40$ a $T(s)=70$:

$$\omega_1 = 0.15708$$

$$\omega_2 = 0.08976$$

$$Q_1 = -0.23171$$

$$Q_2 = -0.2248$$

$$P_1 = 0.093854$$

$$P_2 = 0.257299$$

$$b_0 + a_2 \frac{0.15708^2}{0.093854} (0.093854^2 + -0.23171^2) = 0.093854 + \frac{-0.23171^2}{0.093854}$$

$$b_0 + a_2 \frac{0.08976^2}{0.257299} (0.257299^2 + -0.2248^2) = 0.257299 + \frac{-0.2248^2}{0.257299}$$

$$b_0 + a_2 0.0164 = 0.6659$$

$$b_0 + a_2 3.6 \cdot 10^{-3} = 0.4537$$

$$a_2 = \frac{0.4537 - b_0}{3.6 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow b_0 + \frac{0.4537 - b_0}{3.6 \cdot 10^{-3}} 0.0164 = 0.6659$$

$$b_0 \left(1 - \frac{0.0164}{3.6 \cdot 10^{-3}} \right) = 0.6659 - \frac{0.4537 * 0.0164}{3.6 \cdot 10^{-3}}$$

$$b_0 - 3.55 = -1.4$$

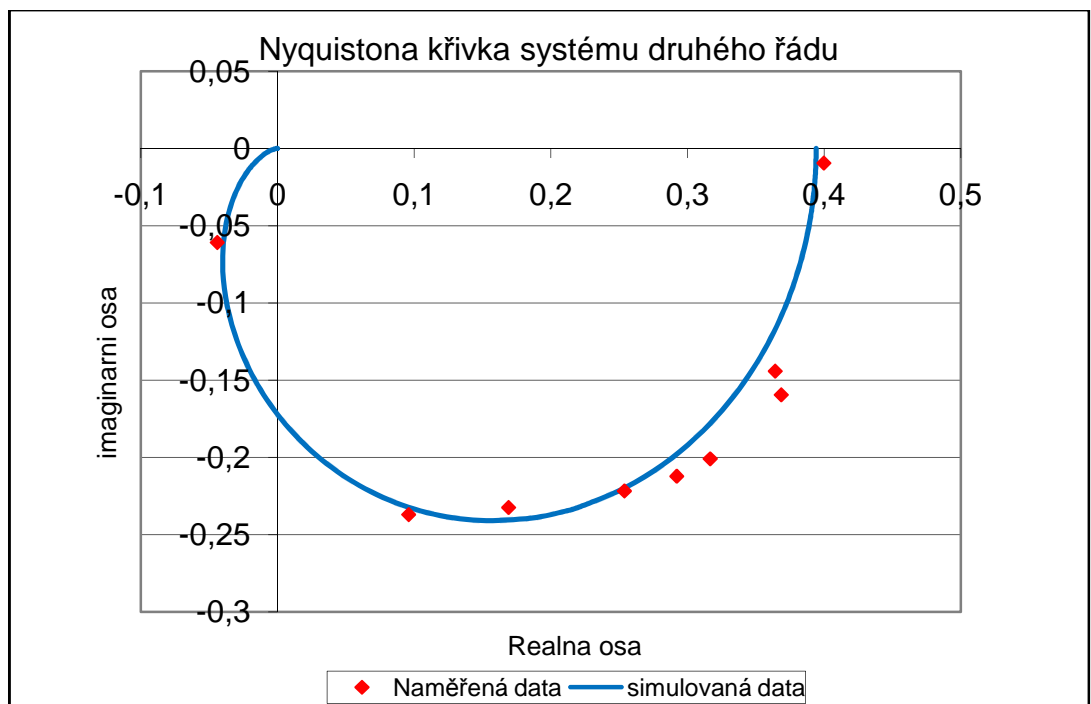
$$b_0 = \frac{1.4}{3.55} = 0.3943$$

$$a_2 = \frac{0.4537 - 0.3943}{3.6 \cdot 10^{-3}} = 16.5$$

$$a_1 = \frac{a_2 \omega_1^2 Q_1 - Q_1}{\omega_1 P_1} = \frac{16.5 * 0.15708^2 * -0.23171 - (-0.23171)}{0.15708 * 0.093854} = 9.31$$

Výsledný aproximovaný přenos:

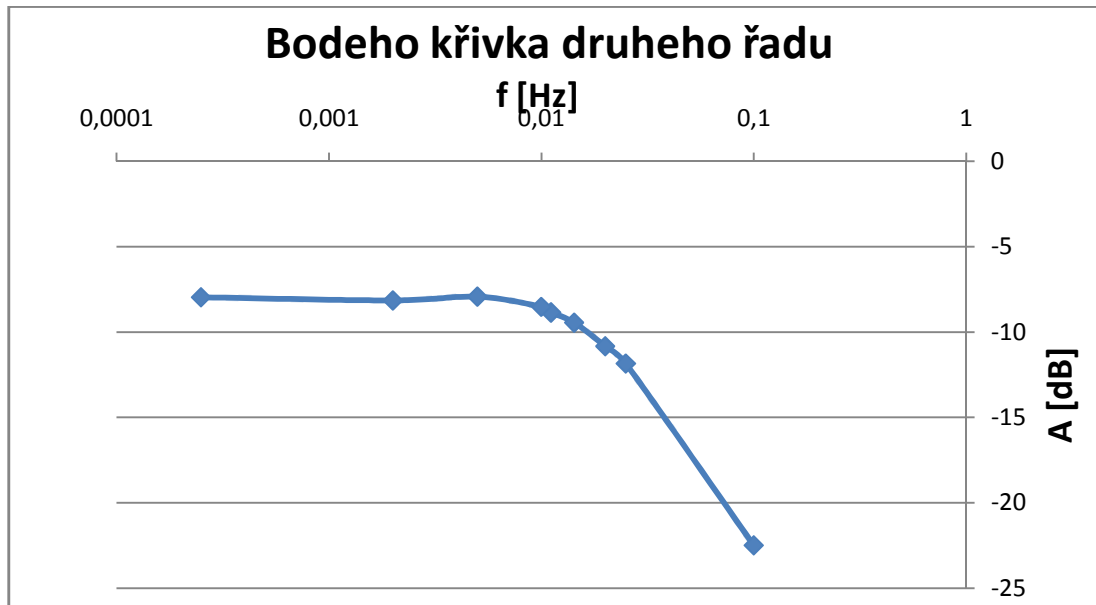
$$G(s) = \frac{0.3943}{16.5s^2 + 9.31s + 1}$$



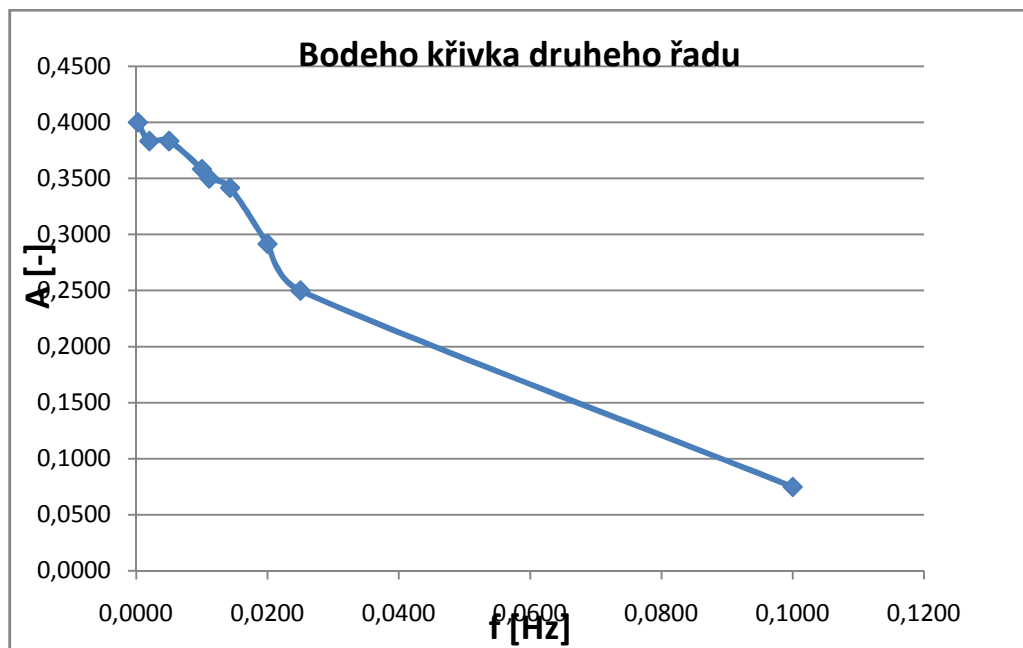
Obr. 25. Nyquistova křivka

Určení frekvenční charakteristiky v logaritmických souřadnicích (Bodeho křivky):

$$f = \frac{1}{T} \text{ [Hz]} \quad A_1 = \frac{A_{out}}{A_{in}} \text{ [-]} \quad A = 20 * \log A_1 \text{ [dB]} \quad (59)$$



Obr. 26. Bodeho křivka pro amplitudu v dB



Obr. 27. Bodeho křivka pro fázi ve stupních

ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo popsat, navrhnout, realizovat a ověřit elektronický model soustavu druhého řádu.

V teoretické části byly uvedeny základní poznatky z teorie lineárních spojitéch dynamických systémů, kde tato analytická část byla rozdělena na vnější a vnitřní popis. Vnější popis byl vyjádřen lineární diferenciální rovnicí, přenosovou funkcí, rozložením na nul a pólů, přechodovou funkcí, impulzní funkcí, frekvenčním přenosem systému a frekvenčními charakteristikami. V dalším bodě byl uveden pojem Ljapunovské stability pro spojitě systémy a popsána některá algebraická i geometrická kritéria stability pro lineární systémy. Vnitřní popis byl vyjádřen stavovými rovnicemi. Součástí byl i postup převodu popisu vnitřního na vnější a zpět. Při popisu byl kladen důraz na vlastnosti modelu stabilní astatické soustavy druhého řádu.

V praktické části byl řešen návrh analogového elektronického modelu, který vycházel z analýzy přenosu soustavy druhého řádu. Tento byl upraven tak, aby bylo možno aplikovat principy blokové algebry. Touto dekompozicí pak bylo možno navrhnout jednotlivé části elektronického obvodu, sestávajícího z operačních zesilovačů, kapacitních a odporových prvků. Návrh elektronického modulu byl realizován v prostředí programu PROFICAD. Dále byla navržena deska plošného spoje a osazena. Model umožňuje uživateli nastavit statické zesílení, časové konstanty (resp. frekvenci vlastních kmitů) a koeficient relativního tlumení.

Poslední část práce se zabývala ověřením vlastností zkonstruovaného modelu pomocí statických a dynamických charakteristik, které pak byly graficky srovnány se simulacemi na matematickém modelu v prostředí MS Excel. Pro porovnání statické charakteristiky, přechodových funkcí, Nyquistových i Bodeho křivek byly vybrány soustavy jak aperiodického, tak periodického typu.

Navržený a zkonstruovaný model bude možné využít v předmětech Automatizace a Teorie systému vyučovaných na Fakultě aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně.

ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

The aim of this bachelor's thesis was to describe, design, construct and verify an electronic model of the second order continuous system.

In the theoretical part, a basic overview of the theory of linear continuous dynamic systems was presented. This analytic part was divided into the outer and inner (state space) system description where the stress was put onto the second order system dynamics. The former one was expressed by a linear differential equation, a transfer function, a distribution of zeros and poles, an impulse and a step response, then by a frequency transfer function and by frequency characteristics. The next part of the work introduced the notion of the (Lyapunov) stability for continuous systems and there were also described some algebraic and geometric criteria here. The state description was formulated in the form of state equations. The transformation between these two description was also presented.

The practical part focused design of the analog electronic model based on the theoretical part. The transfer function of the second order system was rearranged and decomposed so that principles of a block algebra could be utilized. The appropriate parts of the appliance could be then set up by basic electronic parts such as operational amplifiers, capacitors and resistors. The scheme was sketched in the PROFICAD programming environment. Design and the assemblage of an integrated circuits board followed. A static gain, time constants and a relative dumping coefficient can be set at the appliance by a user. The last part of work dealt with the verification of the constructed electronic model by measuring its static and dynamic characteristics - step responses, Nyquist and Bode plots. The obtained data were then compared with the simulations on the mathematical model, for an aperiodical as well as a periodical case.

The designed and constructed appliance can be used for education in subjects Automation and System Theory at Tomas Bata University in Zlín, Faculty of Applied Informatics.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] PROKOP, Roman ; MATUŠŮ, Radek; PROKOPOVÁ, Zdenka. *Teorie automatického řízení : lineární spojité dynamické systémy*. první. Zlín : UTB - Academia centrum Zlín, 2006. 102 s. ISBN 80-7318-369-2.
- [2] BALÁTĚ, Jaroslav. *Automatické řízení*. Praha : BEN-technická literatura, 2003. 664 s. ISBN 80-7300-020-2.
- [3] ŠTECHA, Jan; HAVLENA, Vladimír . *Teorie dynamických systémů : Přednášky*. Praha : Vydavatelství ČVUT, 2002. 248 s. ISBN 80-01-01971-3.
- [4] JANEČEK, Josef. Diskrétní Routh-Schurovo kritérium stability. In JANEČEK, Josef. *Diskrétní Routh-Schurovo kritérium stability* [online]. Technická univerzita Liberec : [s.n.], 2006 [cit. 2010-05-25]. Dostupné z WWW: <fm.tul.cz/~krtsub/fm/m6a/marena/blany_m6a/rstest.doc>.
- [5] NAVRÁTIL, Pavel. *Podpora cvičení z předmětu : Teorie automatického řízení I*. UTB Zlín : [s.n.], 2007. 240 s.
- [6] KMÍNEK, Miloš; KADLEC, Karel. *Měřicí a řídicí technika* [online]. Praha : Ústav počítačová a řídicí techniky, 2000, 2005 [cit. 2010-05-26]. Dostupné z WWW:<<http://uprt.vscht.cz/kminekm/mrt/F3/F3k32-sous.htm>>

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

G	Obrazový přenos
ζ	koeficient poměrného tlumení.
ω	kmitočet [čas^{-1}], úhlová frekvence.
$u(t)$	Akční veličina, řízení
t	reálná proměnná-čas
w(t)	žádaná veličina
y(t)	výstupní veličina
T	vzorkovací perioda
n	stupeň mnohočlenu ve jmenovateli
m	stupeň mnohočlenu v čitateli
L	operátor přímé Laplaceovy transformace
s	komplexní proměnná v L-transformaci.
h(t)	přechodová funkce, grafické vyjádření $h(t)$ = přechodová charakteristika
a_i, b_j	koeficienty přenosu řízení
$G(j\omega)$	kmitočtový přenos
R	rezistor
U	napětí
C	kondenzátor
K	zesílení
W(s)	přenos soustavy
f	frekvence
A	amplituda
H(s)	jednotkový skok
Y(s)	výstupní signál

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1. Jednotkový skok.....	14
Obr. 2. Přebodová charakter. Systému druhého řádu	14
Obr. 3 Jednotkový impuls.....	15
Obr. 4. Impulsní charakter. systému druhého řádu.....	15
Obr. 5. Nyquistova křivka systému druhého řádu.....	16
Obr. 6. Bodeho křivka systému druhého řádu.....	17
Obr. 7. Průběhy Michajlovových křivek pro různé případy.....	20
Obr. 8. Zpětnovazební obvod pro Nyquistovo kritérium.....	21
Obr. 9. Průběhy Nyquistovy charakteristiky.....	21
Obr. 10. Blokové schéma soustavy druhého řádu.....	32
Obr. 11. Elektronické schéma soustavy druhého řádu.....	32
Obr. 12. El. Schéma sumátor.....	33
Obr. 13. El. Schéma statického zesílení.....	33
Obr. 14. El. Schéma integrátoru.....	34
Obr. 15. El.schéma integrátoru se zpětnou vazbou.....	35
Obr. 16.Přebodová charakteristika pro 25/1000kΩ.....	38
Obr. 17. Přebodová charakteristika pro 100/1000kΩ.....	39
Obr. 18. Přebodová charakteristika pro 400/1000kΩ.....	39
Obr. 19. Přebodová charakteristika pro 25/500kΩ.....	40
Obr. 20. Přebodová charakteristika pro 100/500kΩ.....	40
Obr. 21. Přebodová charakteristika pro 400/500kΩ.....	41
Obr. 22. Přebodová charakteristika pro 25/250kΩ.....	41
Obr. 23. Přebodová charakteristika pro 100/250kΩ.....	42
Obr. 24. Přebodová charakteristika pro 400/250kΩ.....	42
Obr. 25. Nyquistova křivka.....	46

Obr. 26. Bodeho křivka pro amplitudu v dB.....	47
Obr. 27. Bodeho křivka pro fázi ve stupních.....	47

SEZNAM TABULEK

Tab. 1. Naměřená a vypočtená data.....	43
--	----

SEZNAM PŘÍLOH

K bakalářské práci je přiloženo CD s prací v elektronické podobě dále zde najdeme průběhy v programu excel a vytvořená schémata v programu Matlab.