

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Ing. Jiří Korbek

**Metody pro automatické nastavování a ladění
parametrů spojitých regulátorů**

**Methods for automatic design and tuning of parameters
of continuous controllers**

DISERTAČNÍ PRÁCE

Obor: Technická kybernetika
Školitel: prof. Ing. Roman Prokop, CSc.

Zlín, 2011

Poděkování:

Děkuji vedoucímu disertační práce, panu prof. Ing. Romanu Prokopovi, CSc. za odborné vedení, cenné rady a připomínky, které mi poskytoval při řešení této práce.

ABSTRAKT

Tato práce je věnována automatickému nastavování parametrů regulátorů při využití reléového identifikačního experimentu s nesymetrickým relé s hysterezí. Neznámý řízený systém je nejdříve identifikován v podobě přenosové funkce prvního řádu s dopravním zpožděním. Během experimentu s nesymetrickým relé jsou identifikovány parametry, kterými jsou zesílení K , časová konstanta T a dopravní zpoždění Θ . Pro následnou syntézu regulátorů je využit polynomiální přístup v okruhu ryzích a stabilních racionálních funkcí, který dovoluje ladění regulátoru pomocí skalárního parametru $m > 0$. Pro simulační ověření byl vytvořen programový nástroj v prostředí MATLAB, který umožňuje snadné a rychlé ověření vlastností navrženého regulátoru.

Klíčová slova:

Auto-tuning, reléová identifikace, zpětnovazební řízení.

ABSTRACT

This work is focused on automatic controllers tuning with biased relay feedback experiment. Unknown controlled system is identified as first order transfer function with time delay. All parameters are identified during the experiment with biased relay, which means the proportional gain K , time constant T and time delay term Θ . In the following controller design a polynomial approach is used. It enables tuning of the controller by a scalar parameter $m > 0$. A program system for simulations was developed in MATLAB environment. It enables easy and quick verification of the capabilities of the designed controller.

Key words:

Auto-tuning, relay-based identification, feedback control.

OBSAH

| | |
|--|-----------|
| ÚVOD | 7 |
| 1 HISTORIE A PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU | 10 |
| 2 CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE | 13 |
| 3 RELÉOVÝ ZPĚTNOVAZEBNÍ EXPERIMENT | 14 |
| 3.1 METODA EKVIVALENTNÍHO PŘENOSU..... | 14 |
| 3.2 EKVIVALENTNÍ PŘENOS RELÉOVÉ NELINEARITY | 17 |
| 3.3 SYMETRICKÉ RELÉ..... | 21 |
| 3.4 NESYMETRICKÉ RELÉ | 23 |
| 4 ALGEBRAICKÉ METODY V SYNTÉZE ŘÍZENÍ | 26 |
| 4.1 OKRUHY A TĚLESA | 27 |
| 4.2 DIOFANTICKÉ ROVNICE | 29 |
| 4.3 POPIS SYSTÉMŮ V R_{ps} | 31 |
| 4.4 FORMULACE ZÁKONŮ ŘÍZENÍ..... | 34 |
| 4.5 ODVOZENÍ ZÁKONŮ ŘÍZENÍ..... | 38 |
| 4.5.1 <i>System 1. řádu bez dopravního zpoždění.....</i> | <i>38</i> |
| 4.5.2 <i>System 2. řádu bez dopravního zpoždění.....</i> | <i>39</i> |
| 4.6 SYSTÉMY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM | 41 |
| 4.6.1 <i>Metody aproximace dopravního zpoždění.....</i> | <i>42</i> |
| 4.6.2 <i>Meromorfní funkce</i> | <i>43</i> |
| 5 LADĚNÍ REGULÁTORŮ | 45 |
| 5.1 VYVÁŽENÉ NASTAVENÍ | 45 |
| 5.2 EXPERIMENTÁLNÍ NASTAVENÍ..... | 47 |
| 5.3 APERIODICKÉ LADĚNÍ REGULÁTORU | 48 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 6 | PROGRAMOVÁ IMPLEMENTACE | 53 |
| 6.1 | MATLAB [®] + SIMULINK [®] | 53 |
| 6.2 | SIMULAČNÍ PROGRAM | 54 |
| 7 | SIMULACE A OVĚŘENÍ..... | 58 |
| 7.1 | SYSTÉMY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM..... | 58 |
| 7.2 | SYSTÉMY VYSOKÝCH ŘÁDŮ | 65 |
| 7.3 | VLIV VOLBY LADICÍHO PARAMETRU | 71 |
| 7.4 | VLIV PERTURBACE ŘÍZENÉHO SYSTÉMU..... | 75 |
| 7.5 | REÁLNÉ ŘÍZENÍ | 80 |
| 7.5.1 | <i>Popis modelu tepelné soustavy</i> | <i>80</i> |
| 7.5.2 | <i>Průběhy měření na reálném modelu</i> | <i>82</i> |
| 8 | ZÁVĚR..... | 85 |
| | SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK..... | 87 |
| | PUBLIKAČNÍ AKTIVITY | 89 |
| | LITERATURA | 92 |
| | SEZNAM OBRÁZKŮ | 97 |
| | PŘÍLOHY | 99 |

ÚVOD

Nejúčinnějším způsobem, kterým je možné ovlivnit dynamiku daného systému, je zpětná vazba. Zpětnovazební řízení a regulátory patří za posledních sto let k významným úspěchům lidského poznání a vyspělé techniky. Od třetiny minulého století patří k nejpoužívanějším zpětnovazebním regulátorům konkrétně PID regulátory, které mají tři složky, proporcionální, derivační a integrační. Je odhadováno, že téměř 90% regulačních obvodů v průmyslu je osazeno právě PID regulátory. Pro efektivní a účinnou funkci takového regulátoru je potřeba nastavit (ladit) jeho tři parametry, proporcionální, derivační a integrační. Tento postup se nazývá syntézou regulátoru. V průběhu mnoha desetiletí se hledaly postupy a algoritmy, jak nalézt správné a přijatelné hodnoty pro nastavení parametrů regulátorů. Těchto metod existuje v dnešní době celá řada. Nepochybně nejpoužívanější metoda v této oblasti je nerozlučně spjata se jmény Zieglera a Nicholse. Jejich v podstatě empirická pravidla se využívají úspěšně k nastavení parametrů regulátorů dodnes. Nevyžadují totiž mnoho informací o řízeném objektu. Znalost přenosové funkce je nahrazena experimentem s proporcionálním regulátorem ve zpětné vazbě, který přivede zpětnovazební obvod na hranici stability. Z kritických hodnot zesílení a kmitů lze pak hodnoty parametrů regulátoru odečíst z empiricky získaných tabulek. Ziegler-Nicholsovy metody se tak úspěšně využívaly po několik desetiletí. Úspěšnost tohoto nastavení má však své hranice. Vytýkají se mu často kmitavé odezvy se značným prvotním překmitem, špatné zvládnutí dopravního zpoždění, problematické použití pro integrační a nestabilní odezvu, neschopnost kompenzovat řadu poruch, atd.

S vývojem číslicové regulační techniky v druhé polovině 20. století se začaly projevat i další významné nedostatky tohoto přístupu. Šlo jednak o rizikový experiment na hranici stability a také o kritizovanou přílišnou kmitavost regulačních pochodů. Jako první navrhli Hägglund a Åström způsob, který rizikový experiment nahrazuje a automatizuje. Jednalo se o použití symetrického relé ve zpětné vazbě a důkaz, že z experimentu lze odečíst právě hledané kritické hodnoty. V kombinaci s nastavením Ziegler-Nichols byl tento způsob publikován (Åström & Hägglund, 1984) a byl převzat řadou profesionálních firem vyvíjejících prostředky pro automatizaci a regulaci pod označením auto-tuning, tedy automatické nastavení parametrů regulátorů. Do dnešní doby je tento způsob standardním vybavením mnoha software pro číslicové řízení.

Auto-tuning tedy reprezentuje syntézu regulátorů skládající se ze dvou samostatných částí. V první řadě jde o zpětnovazební reléový experiment, který musí být nějakým vhodným algoritmickým způsobem vyhodnocen. V druhé části syntézy se výsledky vyhodnocení musí definovaným způsobem zpracovat a vygenerovat vyhovující regulátor. Auto-tuning má tedy v sobě prvky adaptace, ale nové přizpůsobení na změněné podmínky je nutno vykonat novým startem celého experimentu.

V průběhu dalších dvaceti let byly rozpracovány mnohé modifikace tohoto přístupu. V části reléového experimentu šlo o rozšíření a použití různých dalších typů relé, jako je nesymetrické relé nebo relé s hysterezí. Na základě takového experimentu se obvykle již neurčují kritické hodnoty, ale přímo parametry aproximovaného přenosu nízkého řádu, obvykle prvního nebo druhého (Shen et al., 1996; Kaya & Atherton, 2001; Luyben, 2001; Majhi, 2007; O'Dwyer, 2009). Přirozeně docházelo i k rozšíření způsobu využití těchto dat pro generování parametrů regulátorů, tedy v modifikaci

vlastní syntézy řízení (García & Castelo, 2000; Thyagarajan & Yu, 2002; Yu, 2006). Původní metody auto-tuningu byly určeny pro stabilní řízené objekty vyskytující se zejména v technologických procesech. V průběhu let docházelo i k rozšíření na integrační a nestabilní systémy a na systémy s dopravním zpožděním (Majhi & Atherton, 1998).

Tato práce si klade za cíl být dalším přínosem v návrhu metod auto-tuningu. V části reléového experimentu využívá různé typy relé, zejména nesymetrické s hysterezí, které umožňuje přímou identifikaci parametrů aproximovaného přenosu (Vyhlídal, 2000; Vítečková & Víteček, 2004). Na základě identifikovaného přenosu se generuje celá třída regulátorů pomocí algebraických metod v okruhu ryzích a stabilních racionálních funkcí. Tento přístup umožňuje definovat kladný skalární parametr, jehož hodnota ovlivňuje kvalitu regulačních pochodů. Je navrženo několik způsobů, jak určovat vhodnou hodnotu tohoto parametru a tím ladit koeficienty regulátoru. Přírozeným předpokladem celého postupu je potřeba aplikovat metodu pro systémy vysokých řádů, systémy s dopravním zpožděním a z části i systémy nelineární. Předložená metodika navíc přesahuje rámec tradičních PID regulátorů a umožňuje generování regulátorů jiného typu, např. ve struktuře 2DOF. Metodiku návrhu algebraickými prostředky lze pokládat za původní řešení. Odvozené algoritmy jsou implementovány pro simulaci a ověřování v prostředí MATLAB-Simulink. Byla vytvořena řada programových produktů, které snadnou formou umožňují simulaci a porovnání implementovaných metod i laickým uživatelem. Ve finální fázi ověření byl navržený algoritmus aplikován pro řízení reálného laboratorního objektu tepelného systému.

1 HISTORIE A PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU

Principem auto-tuningu se rozumí kombinace dvou částí, z nichž každá zaznamenala svůj téměř samostatný vývoj. V první fázi auto-tuningu je nutno vykonat reléový experiment a navrhnout smysluplné využití jeho výsledku. V původní práci autorů Aström, Hägglund z roku 1984 jde o využití symetrického relé ve zpětnovazebním obvodu. Pomocí ekvivalentního přenosu lze odvodit kritické hodnoty, které odpovídají mezi stability regulačního obvodu s proporcionálním regulátorem. Ten byl základem pro nastavení metodou Ziegler-Nichols. Tento způsob tedy neidentifikuje parametry regulované soustavy ani žádné jeho aproximace (Aström & Hägglund, 1984). Uvedený postup byl dále modifikován celou řadou autorů a souvisí s použitím jiných typů relé a využitím výsledků takového experimentu (Li et al., 1991; Morilla et al., 2000; Pecharromán & Pagola, 2000; Wang et al., 2002; Thyagarajan et al., 2003; Jeng et al., 2006; Leva et al., 2006).

Vzhledem ke skutečnosti, že PID regulátory jsou nejčastější realizací dynamické zpětné vazby, je přirozené, že metodám a teorii jejich vhodného nebo optimálního nastavení byla věnována pozornost mnoha desetiletí. Celá řada autorů se věnovala problému, jakým způsobem navrhovat parametry proporcionální, integrační a derivační složky regulátoru (Ziegler & Nichols, 1942; Aström & Hägglund, 1995; Bennett, 2000; Gorez & Klán, 2000; Ingimundarson & Hägglund, 2000; Klán, 2000; Shinskey, 2002). V literatuře lze nalézt několik desítek způsobů jak hledat vhodné nastavení různými přístupy, od empirických, geometrických a analytických metod až k metodám velmi sofistikovaným a komplikovaným, které využívají optimalizační, analytické a matematické prostředky.

Metodika adaptivního (průběžného) nastavování parametrů regulátorů se v průmyslové praxi téměř nevyužívá. Při tomto postupu se parametry regulátoru mění vždy v periodách vzorkování. Nevýhodou je velká citlivost na rychlost konvergence, jelikož při rychlé konvergenci parametry regulátoru velmi kmitají kolem svých nominálních hodnot, ovšem pokud je konvergence pomalá, trvá nastavení neúměrně dlouhou dobu. Průmyslová praxe se přiklání spíše k jednorázovému nastavování parametrů regulátorů než k průběžnému adaptivnímu procesu (Aström & Hägglund, 2005). Číslicový regulátor má většinou tlačítko, kterým se spouští proces automatického nastavení, který se skládá z několika kroků. Nejdříve regulátor generuje poruchu, která může mít různou podobu (skoková změna, impuls, harmonický signál). Regulátor zaznamenává odezvu a následně ji vyhodnocuje buď na základě znalosti modelu procesu (model-based) nebo popisu chování procesu (model-free). Nakonec regulátor vypočte nové parametry a tyto použije.

Funkci automatického nastavení obsahují v dnešní době regulátory od celé řady výrobců (např. Foxboro, ABB, Yokogawa, ZPA Nová Paka, Honeywell), přičemž každý se problematice věnuje odlišným způsobem. Podrobný rozbor jednotlivých přístupů je možné nalézt v (Klán, 2009).

Přestože původní analogové regulátory byly nahrazeny číslicovými, je v dnešní době situace obdobná jako v devadesátých letech minulého století. Předpokládá se, že většina regulačních obvodů v průmyslu používá stále PID regulátory. Důvodem je jejich dobře známá struktura a existence celé řady přístupů k jejich nastavení. Na druhou stranu, literatura také uvádí, že velká část těchto regulačních obvodů má možnost výrazného vylepšení výkonu. Ovšem zásadní změnu v této oblasti nelze očekávat ani v budoucím období, jak ilustruje např. (Aström a Hägglund, 2000).

V sedmdesátých letech dvacátého století se začaly rozvíjet další metody, tzv. algebraické, které hledají vhodný regulátor jako řešení lineární (Diofantické) rovnice v předem definovaném okruhu. Tímto okruhem byl původně okruh polynomů v Laplaceově nebo Z-transformaci. Další rozvoj využíval i jiné okruhy, např. okruh ryzích a stabilních racionálních funkcí (Vidyasagar, 1988; Kučera, 1993; Kučera, 1995; Kučera, 2001). Algebraický přístup svou filozofií překonává strukturu PID regulátoru a navrhuje regulátor jako přenos ve tvaru zlomku dvou polynomů téměř libovolného řádu. Toto rozšíření v dnešní době není omezující, protože digitální (číslicová) realizace algoritmu není omezena pouze na strukturu PID, která byla relevantní při využití analogové techniky.

Následná parametrizace stabilizujících regulátorů, popsaná např. v (Youla et al., 1976; Kučera, 1993; Prokop & Corriou, 1997), ukazuje výhody algebraického přístupu při návrhu regulátorů. V případě, že existuje jeden stabilizující regulátor, pak jich existuje nekonečně mnoho a výsledný regulátor se z této množiny vybere na základě dalších podmínek kladených na regulační obvod, např. podmínka asymptotického sledování žádané veličiny (Prokop & Corriou, 1997; Prokop et al., 2000).

2 CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Cílem disertační práce je rozšířit metody a způsoby auto-tuningu, tedy automatického nastavení regulátorů, při využití reléového experimentu. Při reléovém experimentu půjde o využití nesymetrického relé bez nebo s hysterezí, které umožňuje explicitní identifikaci systému prvního nebo druhého řádu a to i s dopravním zpožděním. Na základě identifikovaného přenosu pak navrhnout algoritmicky transparentní a efektivní metodu, jakým způsobem generovat třídu stabilizujících zpětnovazebních regulátorů a jak tyto regulátory ladit. Přitom půjde o využití algebraických metod v okruhu ryzích a stabilních racionálních funkcí. Stabilizující rovnice tak generuje nekonečné množství regulátorů, z nichž lze podle řádu a podmínek dělitelnosti vybírat jednoduché a přitom vhodné pro definované zadání. Navíc tento přístup umožňuje definovat skalární ladicí parametr, který ovlivňuje dynamiku regulátoru a tím i chování celého regulačního obvodu.

Dílejší cíle disertační práce byly stanoveny takto:

1. Klasifikace reléového experimentu a syntéz pro auto-tuning.
2. Návrh vhodného reléového experimentu a jeho vyhodnocení s cílem identifikace aproximovaného přenosu.
3. Odvození třídy stabilizujících regulátorů pro účely auto-tuningu a ladění regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním.
4. Vytvoření programového prostředí pro návrh a simulaci principů auto-tuningu v prostředí Matlab-Simulink.
5. Ověření navrženého způsobu auto-tuningu v simulačním a také laboratorním prostředí.

3 RELÉOVÝ ZPĚTNOVAZEBNÍ EXPERIMENT

3.1 Metoda ekvivalentního přenosu

Teorie a prostředky metody ekvivalentních přenosů (Describing Functions) představují efektivní matematický nástroj pro pochopení (analýzu) a vylepšení (návrh) chování nelineárních systémů. Metoda ekvivalentního přenosu byla vyvinuta k zodpovězení základní otázky: „Jaké jsou nezbytné a dostatečné podmínky k tomu, aby byl nelineární zpětnovazební obvod stabilní?“ (Atherton, 1996) Bohužel, matematické nástroje nutné pro analýzu nelineárního chování jsou značně komplikovanější než v případě lineárních systémů, kde se jedná například o využití známé Laplaceovy transformace, Z-transformace, a dalších nástrojů, které v nelineárních případech nelze použít. Matematická teorie lineárních systémů poskytuje elegantní nástroje v podobě popisu chování celé řady z nich. Svým způsobem jsou tyto nástroje jednotné a unifikované pro velkou třídu nebo pro všechny lineární systémy. Tuto výhodu matematika neposkytuje v případě systémů nelineárních, které je nutno analyzovat individuálně a specificky pro různé typy nelinearity a velmi obtížně se v nelineární teorii hledá unifikovaný způsob a jednotné nástroje pro větší třídy těchto systémů. Navíc, různé typy nelineárního chování obecně vyžadují různé matematické nástroje, některé z nich jsou analyticky přesné, jiné pouze numericky přibližné. Analytické metody jsou obecně dostupné pouze pro jednoduché systémy (nízký řád, nebo pouze s jednou nelinearitou, nebo s nelinearitami popsány jednoduchými vztahy), zatímco pro komplikovanější systémy mohou být aplikovány metody přibližné. Metoda ekvivalentních přenosů patří právě do druhé kategorie přibližných metod pro složité systémy (Taylor, 1999).

Metoda ekvivalentního přenosu umožňuje v nelineárních regulačních obvodech stanovit počet mezních cyklů a jejich stabilitu. Základním předpokladem je možnost rozdělení stacionárního nelineárního regulačního obvodu na dvě části, nelineární statický člen s lichou charakteristikou a lineární dynamický člen s vlastnostmi dolní propusti. Při splnění těchto podmínek lze při harmonickém průběhu vstupní veličiny do nelineárního členu pozorovat na jeho výstupu periodický průběh daný tvarem nelineární charakteristiky. Rovněž lze z harmonického průběhu počítat pouze s první harmonickou, protože vyšší harmonické jsou potlačeny lineárním členem. Základní ideou ekvivalentního přenosu pro modelování a studium chování nelineárních systémů je náhrada každého nelineárního bloku za ekvivalentní přenos, jehož zesílení je funkcí amplitudy vstupního signálu.

Existuje nelineární člen s lichou charakteristikou $u = f(e)$. Pro vstupní veličinu ve tvaru $e(t) = A \sin \omega t$, kde A je amplituda, lze periodický průběh výstupní veličiny nelineárního členu rozložit na Fourierovu řadu (Atherton, 1996; Balátě, 2003):

$$u(t) = f(A \cdot \sin \omega t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot \sin n\omega t + b_n \cdot \cos n\omega t \quad (1)$$

Z uvedeného průběhu zahrneme první harmonickou ($a_1 = a$, $b_1 = b$, jelikož se jedná o lichou funkci, bude $b_0 = 0$):

$$a \cdot \sin \omega t + b \cdot \cos \omega t = u_N \cdot \sin(\omega t + \varphi_N) \quad (2)$$

kde u_N je amplituda a φ_N je fázový posuv první harmonické:

$$u_N(A) = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \varphi_N(A) = \arctan \frac{b}{a} \quad (3)$$

Fourierovy konstanty a a b jsou dány vztahy (Balátě, 2003):

$$\begin{aligned} a(A) &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(A \cdot \sin \psi) \cdot \sin \psi d\psi \\ b(A) &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(A \cdot \sin \psi) \cdot \cos \psi d\psi \end{aligned} \quad (4)$$

kde $\psi = \omega t$ a $2\pi = \omega T$, T je perioda harmonických kmitů.

Ekvivalentní přenos nelineárního členu je poměr první harmonické výstupního signálu k vstupním harmonickým kmitům:

$$G_N(A) = \frac{u_N}{A} \cdot e^{j\varphi_N} = \frac{a}{A} + j \cdot \frac{b}{A} \quad (5)$$

Je-li statická charakteristika nelineárního členu jednoznačná, je její plošný obsah nulový a proto platí $b(A) = 0$, z čehož plyne:

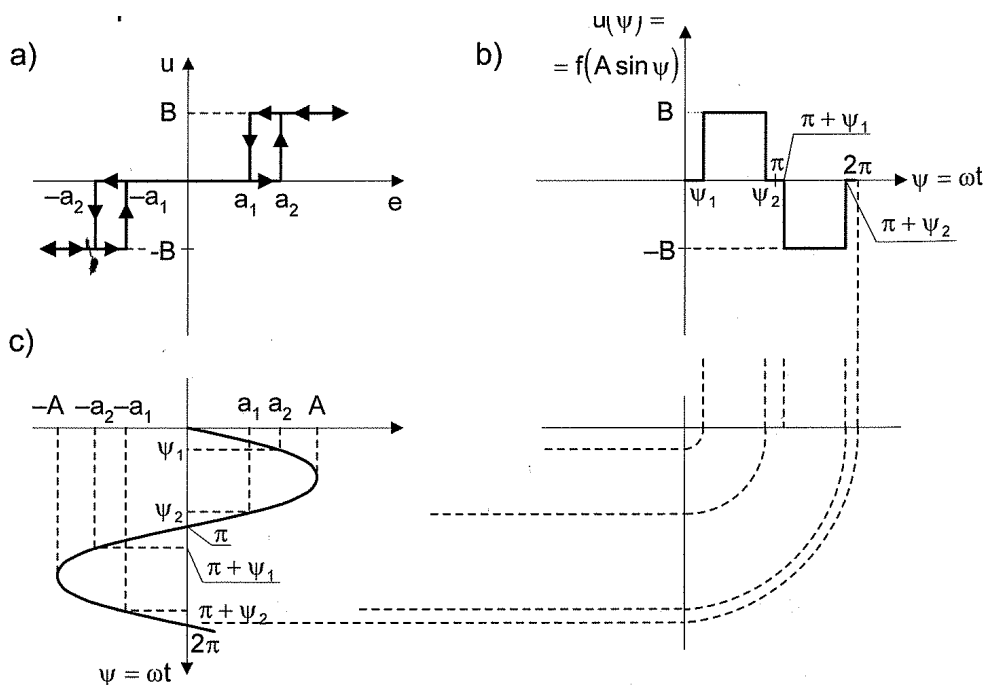
$$G_N(A) = \frac{a}{A} = \frac{1}{\pi A} \cdot \int_0^{2\pi} f(A \cdot \sin \psi) \cdot \sin \psi d\psi \quad (6)$$

Aby v uzavřeném nelineárním regulačním obvodu došlo ke vzniku autooscilací, musí platit, že kmity na výstupu $y(t)$ musí být fázově zpožděny o π (to znamená o 180°) a musí mít stejnou amplitudu jako kmity regulační odchylky $e(t)$. Výsledkem je podmínka vzniku autooscilací zapsaná pomocí ekvivalentního přenosu nelineárního členu a kmitočtové charakteristiky lineárního členu (Atherton, 1996; Balátě, 2003):

$$G(j\omega) = -\frac{1}{G_N(A)} \quad (7)$$

3.2 Ekvivalentní přenos reléové nelinearity

Na obrázku 1 jsou zakresleny průběhy statické charakteristiky (a), výstupní veličiny (b) a vstupní veličiny (c) pro nelineární člen reálného třípolohového relé. Pomocí postupu uvedeného v kapitole 3.1 je potřeba určit ekvivalentní přenos tohoto nelineárního členu.



Obrázek 1 – Reálné třípolohové relé (Balátě, 2003)

Pro sinusový průběh vstupní veličiny $e(t) = A \sin \omega t$ bude průběh výstupní veličiny $u(t) = f(A \sin \omega t)$ periodický, ale nebude sinusový. Podle obrázku 1 lze tedy psát (Balátě, 2003):

$$a_2 = A \cdot \sin \psi_1 \Rightarrow \psi_1 = \arcsin \frac{a_2}{A} \quad (8)$$

$$a_1 = A \cdot \sin(\pi - \psi_2) \Rightarrow \psi_2 = \pi - \arcsin \frac{a_1}{A} \quad (9)$$

$$u(\psi) = -u(\pi + \psi)$$

$$u(\psi) = -f(A \cdot \sin \psi) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \psi < \psi_1 \\ B & \psi_1 \leq \psi < \psi_2 \\ 0 & \psi_2 \leq \psi < \pi \end{cases}$$

$$\psi = \omega t$$

Fourierovy koeficienty jsou dány vztahy:

$$\begin{aligned} a(A) &= \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} f(A \cdot \sin \psi) \cdot \sin \psi d\psi = \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\psi_1}^{\psi_2} B \cdot \sin \psi d\psi = \\ &= \frac{2B}{\pi} \cdot [-\cos \psi]_{\psi_1}^{\psi_2} = \frac{2B}{\pi} \cdot (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \end{aligned} \quad (10)$$

Protože $\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi}$, je možné na základě (8) a (9) psát:

$$\cos \psi_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{a_2}{A}\right)^2} \quad \cos \psi_2 = -\sqrt{1 - \left(\frac{a_1}{A}\right)^2}$$

a po dosazení do (10) je výsledný vztah:

$$a(A) = \frac{2B}{\pi} \cdot \left[\sqrt{1 - \left(\frac{a_2}{A}\right)^2} + \sqrt{1 - \left(\frac{a_1}{A}\right)^2} \right] \quad (11)$$

Podobně se vypočítá i druhý koeficient:

$$\begin{aligned} b(A) &= \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} f(A \cdot \sin \psi) \cdot \cos \psi d\psi = \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\psi_1}^{\psi_2} B \cdot \cos \psi d\psi = \\ &= \frac{2B}{\pi} \cdot [\sin \psi]_{\psi_1}^{\psi_2} = \frac{2B}{\pi} \cdot [\sin \psi_2 - \sin \psi_1] \end{aligned} \quad (12)$$

po dosazení (8) a (9) je výsledný vztah:

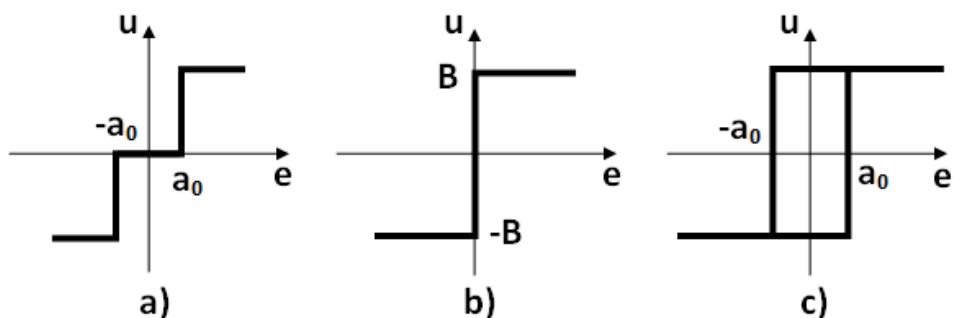
$$b(A) = \frac{2B \cdot (a_1 - a_2)}{\pi A} \quad (13)$$

Ekvivalentní přenos třípolohového reálného relé (obr. 1) je tedy dán:

$$G_N(A) = \frac{a}{A} + j \cdot \frac{b}{A} = \frac{2B}{\pi A} \cdot \left[\sqrt{1 - \left(\frac{a_2}{A}\right)^2} + \sqrt{1 - \left(\frac{a_1}{A}\right)^2} - j \cdot \frac{a_2 - a_1}{A} \right] \quad (14)$$

pro $A \geq a_2 > a_1$

V případě kdy $A < a_2$ je $G_N(A) = 0$.



Obrázek 2 – Charakteristiky relé (Balátě, 2003)

Vztah (14) je možné upravit pro další typy relé a získat tak jejich ekvivalentní přenosy. Na obrázku 2 jsou uvedeny další reléové charakteristiky – a) ideální třípolohová, b) ideální dvupolohová, c) reálná dvupolohová. Pro třípolohové relé bez hystereze (ideální) platí:

$$a_0 = a_1 = a_2$$

po dosazení do (14) získáme:

$$G_N(A) = \frac{4B}{\pi A} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a_0}{A}\right)^2} \quad A > a_0 \quad (15)$$

$$G_N(A) = 0 \quad A < a_0$$

Ekvivalentní přenos ideálního dvoupolohového relé (obr. 2b) získáme ze vztahu (14) dosazením $a_1 = a_2 = 0$.

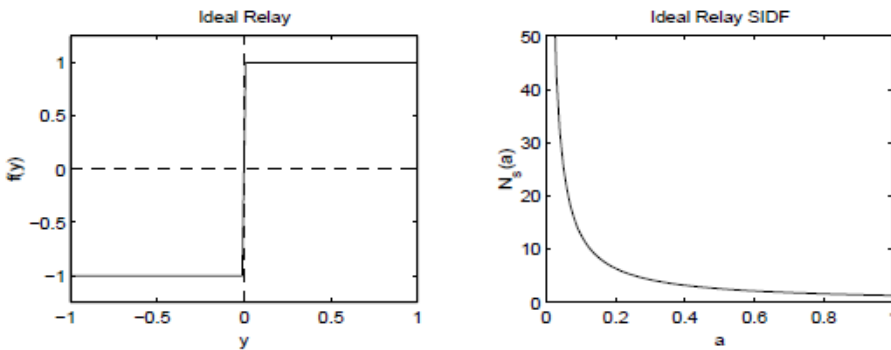
$$G_N(A) = \frac{4B}{\pi A} \quad (16)$$

Pokud se do vztahu (14) dosadí $a_2 = -a_1 = a_0$, bude výsledkem ekvivalentní přenos reálného dvoupolohového relé:

$$G_N(A) = \frac{4B}{\pi A} \cdot \left[\sqrt{1 - \left(\frac{a_0}{A}\right)^2} - j \cdot \frac{a_0}{A} \right] \quad A > a_0 \quad (17)$$

$$G_N(A) = 0 \quad A < a_0$$

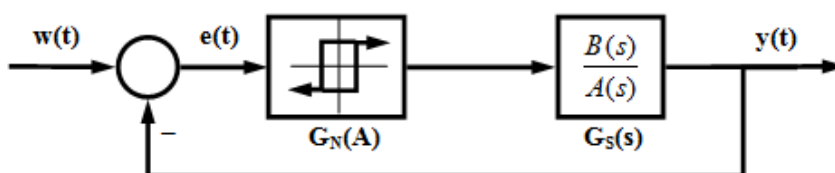
Závislost ekvivalentního přenosu na amplitudě vstupního signálu je zobrazena na obrázku 3. Je patrné, že relé působí jako velmi silné zesílení pro malé vstupní amplitudy a jako malé zesílení pro velké amplitudy.



Obrázek 3 – Ilustrace ekvivalentního přenosu relé (Taylor, 1999)

3.3 Symetrické relé

Úlohou relé, které je zapojeno ve zpětnovazebním obvodu místo regulátoru (obr. 4), je způsobit autooscilace obvodu, tj. způsobit vznik stabilního mezního cyklu. Zda ke vzniku mezního cyklu dojde, lze ověřit využitím metody ekvivalentního přenosu (Atherton, 1996; Taylor, 1999; Balátě, 2003).



Obrázek 4 – Relé ve zpětné vazbě

Podmínka vzniku stabilního mezního cyklu u obvodu na obrázku 4 má jednoduchý tvar (Taylor, 1999; Balátě, 2003):

$$G_S(j\omega) = -\frac{1}{G_N(A)} \quad (18)$$

Ekvivalentní přenos nelineárního členu s ideální reléovou charakteristikou dvoupolohového spínání (bez hystereze) je dán vztahem (Taylor, 1999; Balátě, 2003):

$$G_N(A) = \frac{4B}{\pi A} \quad (19)$$

kde B je amplituda relé, A je amplituda harmonických kmitů výstupu.

Člen s reálnou reléovou charakteristikou (s hysterezí) má ekvivalentní přenos vyjádřený vztahem (Vítečková & Víteček, 2004):

$$G_N(A) = \frac{4B}{\pi A} \cdot \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon}{A}\right)^2} - j \cdot \frac{\varepsilon}{A} \right] \quad 0 \leq \varepsilon < A \quad (20)$$

$$G_N(A) = 0 \quad 0 \leq A \leq \varepsilon$$

$$-\frac{1}{G_N(A)} = A_N(A) \cdot e^{j\varphi_N(A)} \quad 0 \leq \varepsilon < A \quad (21)$$

$$A_N(A) = \frac{\pi A}{4B} \quad \varphi_N(A) = -\pi + \arctan \frac{\varepsilon}{\sqrt{A^2 - \varepsilon^2}} \quad (22)$$

kde ε je hystereze relé, B je amplituda relé, A je amplituda harmonických kmitů výstupu, $A_N(A)$ je modul kritické charakteristiky, $\varphi_N(A)$ je fáze kritické charakteristiky.

Metodou relé je možné určit časovou konstantu T_i a dopravní zpoždění Θ_i proporcionální regulované soustavy aproximované přenosem (23) za předpokladu, že zesílení regulované soustavy K i její řád i jsou známé.

$$G(s) = \frac{K}{(T_i s + 1)^i} \cdot e^{-\Theta_i s} \quad (23)$$

Po provedení reléového experimentu je potřeba ze získaného průběhu oscilací určit amplitudu kmitů výstupní veličiny A a periodu kmitů T_y . Pro výpočet časové konstanty T_i a dopravního zpoždění Θ_i se následně použijí vztahy (Vítečková & Víteček, 2004):

$$T_i = \frac{T_y}{2\pi} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{\frac{16 \cdot K^2 \cdot B^2}{\pi^2 \cdot A^2} - 1}} \quad (24)$$

$$\Theta_i = \frac{T_y}{2\pi} \cdot \left[\pi - i \cdot \arctan \frac{2\pi \cdot T_i}{T_y} - \arctan \frac{\varepsilon}{\sqrt{A^2 - \varepsilon^2}} \right] \quad (25)$$

3.4 Nesymetrické relé

Velké množství řízených procesů lze charakterizovat pomocí přenosové funkce prvního řádu s dopravním zpožděním:

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \cdot e^{-\Theta s} \quad (26)$$

V případě, že se ve zpětnovazebním obvodu, zobrazeném na obr. 4, použije nesymetrické relé s hysterezí, je možné během jednoho reléového experimentu identifikovat také statické zesílení K . Typický průběh vstupní a výstupní veličiny během reléového experimentu je zobrazen na obr. 5.

Z obrázku je zřejmé, že pro systém (26) osciluje výstupní veličina v rámci jedné periody a tyto oscilace je možné popsat následujícími rovnicemi (Hang et al., 2001):

$$A_u = (\mu_0 + \mu) \cdot K \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Theta}{T}} \right) + \varepsilon \cdot e^{-\frac{\Theta}{T}} \quad (27)$$

$$A_d = (\mu_0 - \mu) \cdot K \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Theta}{T}} \right) - \varepsilon \cdot e^{-\frac{\Theta}{T}} \quad (28)$$

$$T_{u1} = T \cdot \ln \frac{2\mu K e^{\frac{\Theta}{T}} + \mu_0 K - \mu K + \varepsilon}{\mu K + \mu_0 K - \varepsilon} \quad (29)$$

$$T_{u2} = T \cdot \ln \frac{2\mu K e^{\frac{\Theta}{T}} - \mu K - \mu_0 K + \varepsilon}{\mu K - \mu_0 K - \varepsilon} \quad (30)$$

Tyto rovnice jsou vyjádřením periody a amplitudy autooscilací pro systém prvního řádu s dopravním zpožděním. Měřením kterékoliv trojice parametrů je možné z uvedených vztahů vypočítat parametry modelu K , T a Θ . Zesílení K je možné z důvodu zjednodušení výpočtu stanovit jako podíl integrálů výstupní a vstupní veličiny v rámci jedné periody (Vyhlídal, 2000; Hang et al., 2001):

$$K = \frac{\int_0^{T_{u1}+T_{u2}} y(t) dt}{\int_0^{T_{u1}+T_{u2}} u(t) dt} \quad (31)$$

Normalizované zpoždění $L = \Theta / T$ je získáno řešením rovnice (27) nebo (28) ve tvaru (Hang et al., 2001):

$$L = \ln \frac{(\mu_0 + \mu) \cdot K - \varepsilon}{(\mu_0 + \mu) \cdot K - A_u}$$

nebo

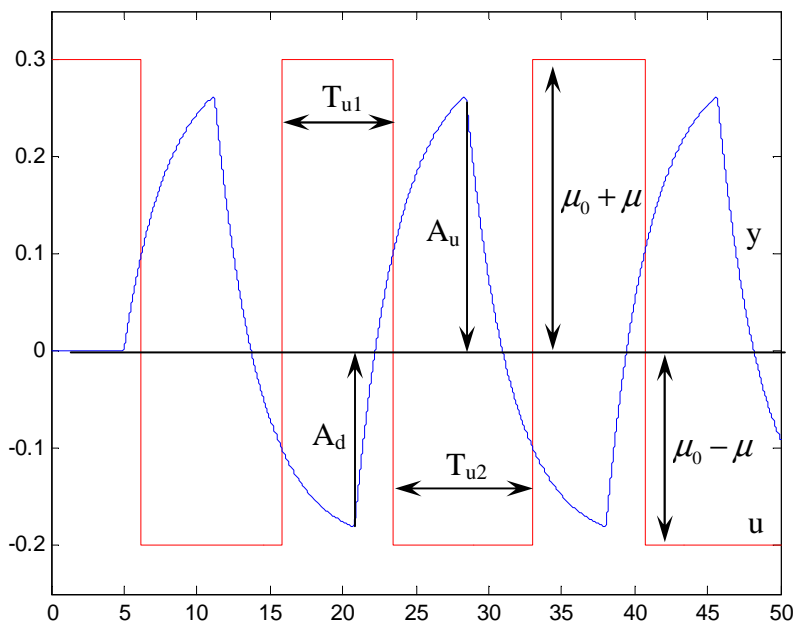
$$L = \ln \frac{(\mu - \mu_0) \cdot K - \varepsilon}{(\mu - \mu_0) \cdot K + A_d} \quad (32)$$

Z rovnice (29) nebo (30) potom plyne:

$$T = T_{u1} \cdot \left(\ln \frac{2\mu K e^L + \mu_0 K - \mu K + \varepsilon}{\mu K + \mu_0 K - \varepsilon} \right)^{-1}$$

nebo

$$T = T_{u2} \cdot \left(\ln \frac{2\mu K e^L - \mu_0 K - \mu K + \varepsilon}{\mu K - \mu_0 K - \varepsilon} \right)^{-1} \quad (33)$$



Obrázek 5 – Oscilace vstupní a výstupní veličiny

Dopravní zpoždění je následně dáno vztahem:

$$\Theta = T \cdot L \quad (34)$$

Uvedená metoda je jednoduchá z pohledu realizace a je vhodná pro systémy, které lze charakterizovat přenosovou funkcí prvního řádu s dopravním zpožděním.

Analytické vyjádření odezvy reléové zpětné vazby je pro celou řadu systémů uvedeno v (Panda & Yu, 2003).

4 ALGEBRAICKÉ METODY V SYNTÉZE ŘÍZENÍ

Algebraické nástroje a metody postupně pronikaly do teorie automatického řízení v průběhu celého dvacátého století. Pojem polynomu vnesla do lineární teorie již Laplaceova transformace a polynomy se také staly základním prostředkem pro studium stability lineárních systémů. V padesátých letech dvacátého století se však začala zdůrazňovat jejich algebraická podstata. To znamená, že na přenosovou funkci se nepohlíží jako na funkci komplexní proměnné, ale jako na podíl dvou polynomů, tedy algebraický objekt. Tento nový pohled se objevuje například v publikacích (Aström, 1970; Peterka, 1972).

Důsledné využití algebraické teorie polynomiálních operací pro diskrétní systémy provedl Kučera v letech 1973 až 1978, výsledky jsou prezentovány v monografii (Kučera, 1979; Kučera, 1991). Základní filozofií algebraického přístupu je pohled na množinu polynomů jako na algebraickou strukturu s názvem okruh, tedy množinu, ve které neplatí axiom dělení. Dalším důležitým aspektem je, že charakteristická rovnice zpětnovazebního obvodu je rovnice se dvěma známými polynomy (čítatel a jmenovatel řízeného objektu) a dvojicí neznámých polynomů (čítatel a jmenovatel regulátoru). Takové rovnice se v algebře nazývají Diofantické, a pokud jejich řešení existuje, je těchto řešení nekonečně mnoho. Vhodným výběrem z této množiny řešení lze získat nejjednodušší regulátor, „nejvhodnější“ regulátor nebo optimální regulátor. Mnohoznačnost regulátorů přes řešení Diofantické rovnice se nazývá Youla-Kučerova (Bongiorno) parametrizace. Velmi jednoduše se tak řeší problémy stabilizace nebo umístění pólů charakteristické rovnice.

Později byla metodika rozšířena i na jiné okruhy, než pouze množinu polynomů, např. na okruh ryzích a stabilních funkcí R_{PS} , což je uvedeno např. v pracích (Vidyasagar, 1988; Kučera, 1993). Tato práce preferuje přístup a řešení návrhu regulátorů právě v množině R_{PS} , která je pro výsledný regulátor a jeho výběr univerzálnější a vhodnější než množina polynomů.

4.1 Okruhy a tělesa

Pojmy známé z algebry, jako jsou okruh a těleso, jsou používány také v teorii řízení (Kučera, 1993) a zpracování signálů (Vidyasagar, 1988). Okruhem se rozumí neprázdná množina Ω , ve které je možné sčítat a násobit s příslušnými axiomy.

Axiomy sčítání prvků okruhu:

$$a + b = b + a \quad \text{platí komutativní zákon}$$

$$\exists O \in \Omega : a + O = O + a = a \quad \text{existuje nulový prvek}$$

$$\forall a : \exists (-a) \quad a + (-a) = O \quad \text{existuje inverzní prvek}$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \text{platí asociativní zákon}$$

Axiomy násobení prvků okruhu:

$$a \cdot b = b \cdot a \quad \text{platí komutativní zákon}$$

$$\exists 1 \in \Omega : a \cdot 1 = 1 \cdot a = a \quad \text{existuje jednotkový prvek}$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \quad \text{platí asociativní zákon}$$

Axiomy sčítání a násobení prvků okruhu:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c \quad \text{platí distributivní zákon}$$

Okruh je tedy množina prvků, se kterými můžeme provádět operace sčítání, odčítání a násobení při platnosti asociativních, komutativních a distributivních zákonů. Naopak dělit v okruhu obecně nelze. To znamená, že ke každému prvku okruhu a nemusí existovat jednotkový (invertibilní) prvek b tak, aby platilo $ab = 1$. V případě, že ke každému prvku v okruhu existuje také prvek inverzní při operaci násobení, jde o těleso. Okruh je tak jistou podmnožinou tělesa.

Z faktu, že v okruhu nelze dělit, plyne o to důležitější pojem dělitelnosti. Stručně řečeno, prvek a dělí prvek b tehdy, existuje-li prvek c (a, b, c jsou prvky okruhu) tak, že platí $b = ac$.

Definice: Prvek okruhu d je dělitelem prvků a, b právě tehdy, když $a = a_0d$ a $b = b_0d$. Největším společným dělitelem je $d_0 = \text{NSD}(a,b)$ tehdy, jestliže všichni dělitelé d jsou děliteli d_0 .

Pro elementární okruh celých čísel je dělitelnost chápána přes prvočinitele, tedy a dělí b tehdy, jestliže všechny prvočinitele a jsou také prvočiniteli b . Množina polynomů také tvoří okruh, což lze ověřit uvedenými axiomy. Dělitelnost v polynomech je definována přes kořeny, tedy polynom a dělí polynom b , jestliže všechny kořeny a jsou také kořeny b (bez ohledu na to, zda leží ve stabilní nebo nestabilní polorovině). Přirozeně tato dělitelnost se týká i polynomů v Laplaceově transformaci nebo v dalších transformacích (jako např. Z-transformace, Fourierova transformace).

Obecný postup, jak nalézt největší společný dělitel dvou prvků okruhu se nazývá Euklidův algoritmus. Podrobněji je popsán např. v (Kučera, 1979) nebo (Vidyasagar, 1988). V uvedených zdrojích se vyskytuje i postup zvaný zobecněný Euklidův algoritmus, který navíc řeší nejmenší společný násobek těchto prvků a řeší speciální Diofantickou rovnici.

4.2 Diofantické rovnice

Základním požadavkem zpětnovazebního obvodu je, aby všechny důležité přenosy v něm byly stabilní. Stabilita podle Ljapunova se odvíjí ze stability jmenovatele, tedy z vlastnosti, že pro spojité lineární dynamické systémy musí kořeny (póly) ležet v levé části komplexní roviny. Pro zpětnovazební obvody, popsané v další části, platí, že všechny důležité přenosy v obvodu mají stejného jmenovatele, který se nazývá charakteristický. V případě polynomiálního vyjádření přenosu, je tímto jmenovatelem polynom $ap + bq$, pokud b/a představuje přenos řízeného systému a q/p přenos řídicího systému, tedy regulátoru. Pokud definujeme pravou stranu charakteristického polynomu jako stabilní polynom, převádí se úloha nalezení regulátoru na řešení jedné rovnice o dvou neznámých, která se v množině typu okruh nazývá Diofantická.

Nejdůležitější roli, tedy v algebraické teorii lineárního řízení má právě tato rovnice. Známymi proměnnými jsou zde polynomy čitatele a jmenovatele přenosu řízeného systému a neznámé jsou polynomy přenosu regulátoru. Pravá strana se pokládá také za známou proměnnou, kterou volí uživatel podle požadavků na kvalitu řízení.

Z pohledu algebry a matematické teorie se Diofantickou rovnicí rozumí jedna rovnice o dvou neznámých typu:

$$a \cdot x + b \cdot y = c \quad (35)$$

ovšem za předpokladu, že všechny proměnné jsou prvky nějakého okruhu, protože v tělese by rovnice postrádala smysl. Bez ohledu na konkrétní volbu okruhu platí několik společných skutečností. V první řadě, řešení rovnice (35) existuje právě tehdy, jestliže největší společný dělitel a, b dělí c . Pokud označíme největšího společného dělitele $d = NSD(a, b)$, lze tímto d rovnicí (35) převést na tvar:

$$a_0 \cdot x + b_0 \cdot y = c_0 \quad (36)$$

kde a_0 a b_0 jsou nesoudělné (Husták, 2003).

Dále platí, že pokud existuje jedna dvojice řešení x_0, y_0 , pak existuje nekonečně mnoho řešení. V případě rovnice (36) jsou tato řešení dána:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + b_0 \cdot z \\ y &= y_0 - a_0 \cdot z \end{aligned} \quad (37)$$

kde z je libovolný prvek okruhu a x_0, y_0 jsou partikulárním řešením rovnice (36). Obecně nemusí být snadné nalezení partikulárního řešení rovnice (35) ani v případě jednoduchých okruhů celých čísel nebo polynomů. K nalezení partikulárního řešení lze efektivně využít zobecněný Euklidův algoritmus (Vidyasagar, 1988), který najde v případě nesoudělných proměnných a, b řešení rovnice:

$$a_0 \cdot \tilde{x} + b_0 \cdot \tilde{y} = 1 \quad (38)$$

a partikulární řešení x_0 a y_0 rovnice (36) se pak získá z řešení \tilde{x} a \tilde{y} jednoduchým vynásobením libovolnou pravou stranou c_0 .

4.3 Popis systémů v R_{PS}

Dynamický lineární spojité systém se standardně popisuje diferenciální rovnicí nebo jejím přenosovým ekvivalentem v Laplaceově transformaci. Přenos jednorozměrného systému je tedy přirozené vyjádřit jako podíl dvou polynomů v proměnné s . Jak bylo uvedeno, množina polynomů tvoří okruh a návrh regulátoru lze tedy převést na řešení Diofantické rovnice. Okruh polynomů však v tomto postupu přináší velkou nevýhodu. Pokud se použije parametrické vyjádření všech řešení podle (37), je naprostá většina výsledných regulátorů nepoužitelná z důvodu, že stupeň čitatele je vyšší jako stupeň jmenovatele. To plyne z přirozené vlastnosti přenosu řízeného objektu, kde stupeň jmenovatele je vyšší než stupeň čitatele. V interpretaci pro regulátor, v rovnici (37) reprezentuje x jmenovatele a y čitatele přenosu regulátoru. Důsledkem parametrizace (37) je, že stupeň čitatele roste rychleji jako stupeň jmenovatele. V osmdesátých letech minulého století byl tento nedostatek překonán definicí jiného okruhu, který se nazývá okruh ryzích a stabilních racionálních funkcí s označením R_{PS} (Vidyasagar, 1988).

Okruh R_{PS} je tedy množinou všech ryzích a stabilních racionálních funkcí. Ryzost funkce (někdy označovaná jako kauzalita, nebo fyzikální realizovatelnost) znamená, že stupeň čitatele je menší nebo maximálně roven stupni jmenovatele. Stabilita je zajištěna umístěním všech pólů v levé komplexní polorovině mimo imaginární osy. Vyjádření přenosové funkce dynamického systému jako podíl polynomů je triviální a známé. Přepis podílu polynomů na podíl prvků z okruhu R_{PS} je také velmi jednoduchý a znamená vydělit čitatele i jmenovatele přenosu stabilním polynomem dostatečně vysokého stupně, například:

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{\frac{b(s)}{(s+m)^n}}{\frac{a(s)}{(s+m)^n}} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (39)$$

kde $m > 0$ je libovolný parametr a $n = \max \{deg a(s), deg b(s)\}$.

Pro přehlednost se prvky okruhu polynomů označují malými písmeny $a(s)$, $b(s)$, $w(s)$ a prvky okruhu R_{PS} velkými písmeny $A(s)$, $B(s)$, $W(s)$, atd.

Je potřeba zdůraznit, že množina R_{PS} má charakter a vlastnosti okruhu. V první řadě je nutné ověřit všechny potřebné axiomy uvedené v části 4.1. Poté lze konstatovat, že všechny axiomy jsou splněny, pokud je nulový prvek R_{PS} definován jako číslo nula a jednotkový prvek jako číslo jedna. Dále je potřebné si uvědomit, že invertibilními prvky v R_{PS} jsou všechny polynomiální zlomky se stejným stupněm a stabilním čitatelem.

Příklady:

$$\frac{1}{s}; \frac{1}{s-1}; \frac{s+1}{s-2}; \frac{s^2+1}{s+1} \notin R_{PS}$$

$$\frac{s}{s+1}; \frac{s-1}{s+2}; \frac{s^2+3s}{(s+1)^4}; \frac{s+2}{s+1} \in R_{PS}$$

$$\frac{s}{s+1}; \frac{s-1}{s+2}; \frac{1}{s+2}; \frac{s+1}{(s+2)^2} \text{ nejsou invertibilní v } R_{PS}$$

$$\frac{s+1}{s+2}; \frac{5}{1}; \frac{(s+1)^2}{(s+2)^2} \text{ jsou invertibilní v } R_{PS}$$

Dělitelnost v okruhu R_{PS} je definována následovně: X dělí Y právě tehdy, když všechny nestabilní nuly X , včetně imaginární osy a nekonečna, jsou také nestabilními nulami Y . Přenos má nekonečnou nulu, když stupeň

čitatele je menší než stupeň jmenovatele. Její násobnost je dána relativním řádem (Husták, 2003).

Příklady:

$$\frac{s+1}{(s+2)^2} \quad \text{dělí} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{s-1}{(s+2)^3}; \quad \text{nedělí} \quad \frac{s-1}{s+4}$$

$$\frac{s-1}{s+1} \quad \text{dělí} \quad \frac{s-1}{s+4} \quad \frac{s-1}{(s+2)^2}; \quad \text{nedělí} \quad \frac{1}{3}$$

Důležitý výsledek pro regulační zpětnovazební řízení je uvedený v (Vidyasagar, 1988). Zpětnovazební obvody uvedené v další části jsou stabilní právě tehdy když „charakteristický člen“ $AP + BQ$ je invertibilní v R_{PS} . Další úvahou lze odvodit, že invertibilita tohoto členu je ekvivalentní řešení Diofantické rovnice, kterou lze nazvat charakteristickou rovnicí v okruhu ryzích a stabilních racionálních funkcí:

$$AP + BQ = 1 \tag{40}$$

Přirozeně platí, že pokud existuje partikulární řešení rovnice (40), existuje nekonečně mnoho těchto řešení, která jsou dána vztahy:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + BZ \\ Y &= Y_0 - AZ \end{aligned} \tag{41}$$

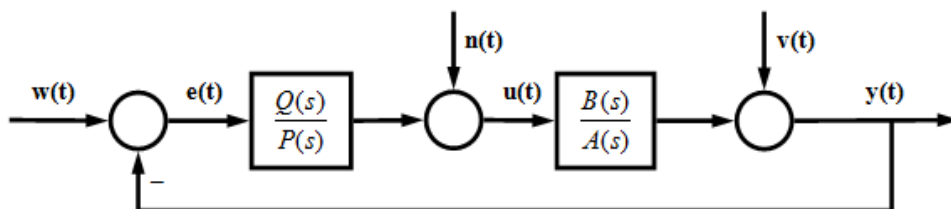
Tyto vztahy jsou analogickým vyjádřením vztahu (37) v okruhu polynomů a jsou platné pro všechna nesoudělná A a B , což znamená, že původní polynomiální přenos a/b musí být také v nesoudělném tvaru, jinak je takový systém neřiditelný. Nutno poukázat na rozdíl v Diofantické rovnici v okruhu polynomů a v okruhu R_{PS} . V okruhu R_{PS} jsou všechna řešení Q/P dána ryzím přenosem a lze tedy vybrat libovolné z nich. Pro účely této práce se

další vhodné řešení vybírá na základě podmínek dělitelnosti (Vidyasagar, 1988; Kučera, 1993).

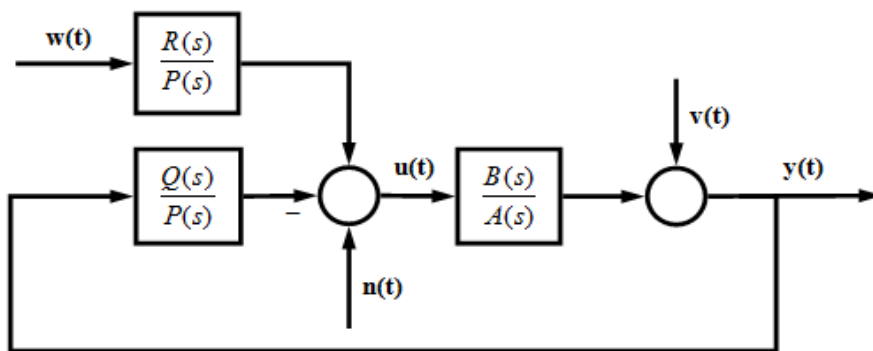
4.4 Formulace zákonů řízení

Základní tezí teorie automatického řízení je, že zpětná vazba je nejúčinnějším prostředkem, jak změnit dynamiku a vlastnosti řízeného objektu. Nejrozšířenější a nejběžnější regulační obvody se vyskytují ve dvou možných zapojeních. Prvním z nich je zpětnovazební zapojení, které je označováno jako Feedback (FB) nebo s jedním stupněm volnosti (1DOF). Schéma regulačního obvodu je uvedeno na obrázku 6. Druhou možností je struktura s přímovazebním i zpětnovazebním regulátorem, která je označována jako FeedbackFeedforward (FBFW) nebo se dvěma stupni volnosti (2DOF). Zapojení je vidět na obrázku 7.

V obou případech označuje $B(s)/A(s)$ řízený systém, $Q(s)/P(s)$ zpětnovazební regulátor, $R(s)/P(s)$ přímovazební regulátor, w žádanou (referenční) veličinu, e regulační odchylku, u akční zásah, y regulovanou (řízenou) veličinu, n poruchu na akční zásah (load disturbance), v poruchu na výstupu.



Obrázek 6 – Regulační obvod s jedním stupněm volnosti (1DOF, FB)



Obrázek 7 – Regulační obvod se dvěma stupni volnosti (2DOF, FBFW)

Žádaná veličina w má obvykle tvar skokové změny a v R_{PS} je dána:

$$w = \frac{G_w}{F_w} = \frac{\frac{1}{s+m}}{\frac{s}{s+m}} \quad (42)$$

Poruchové veličiny na výstupu z řízeného systému mohou mít tvar např. harmonického signálu (v_1) nebo lineárně narůstajícího signálu (v_2):

$$v_1 = \frac{G_v}{F_v} = \frac{\frac{1}{(s+m)^2}}{\frac{s^2 + \omega^2}{(s+m)^2}} \quad v_2 = \frac{G_v}{F_v} = \frac{\frac{1}{(s+m)^2}}{\frac{s^2}{(s+m)^2}} \quad (43)$$

Porucha působící na akční zásah se obvykle modeluje pomocí jednotkového skoku:

$$n = \frac{G_n}{F_n} = \frac{\frac{1}{s+m}}{\frac{s}{s+m}} \quad (44)$$

Struktura 1DOF je speciálním případem struktury 2DOF a algebra přenosů v R_{PS} se v zásadě neliší od algebry přenosů v okruhu polynomů (Prokop et al., 2002). Pro veličiny ve struktuře FBFW (2DOF), podle obr. 7, platí:

$$y = \frac{B}{A} \cdot u + v \quad u = \frac{R}{P} \cdot w - \frac{Q}{P} \cdot y \quad (45)$$

Regulovaná veličina a regulační odchylka jsou tedy dány vztahy:

$$y = \frac{BR}{AP+BQ} \cdot \frac{G_w}{F_w} + \frac{BP}{AP+BQ} \cdot \frac{G_n}{F_n} + \frac{AP}{AP+BQ} \cdot \frac{G_v}{F_v} \quad (46)$$

$$e = \left(1 - \frac{BR}{AP+BQ} \right) \cdot \frac{G_w}{F_w} - \frac{BP}{AP+BQ} \cdot \frac{G_n}{F_n} - \frac{AP}{AP+BQ} \cdot \frac{G_v}{F_v} \quad (47)$$

V případě zpětnovazebního zapojení podle obr. 6 je regulovaná veličina a regulační odchylka získána položením $R = Q$ ve vztazích (46) a (47):

$$y = \frac{BQ}{AP+BQ} \cdot \frac{G_w}{F_w} + \frac{BP}{AP+BQ} \cdot \frac{G_n}{F_n} + \frac{AP}{AP+BQ} \cdot \frac{G_v}{F_v} \quad (48)$$

$$e = \left(1 - \frac{BQ}{AP+BQ} \right) \cdot \frac{G_w}{F_w} - \frac{BP}{AP+BQ} \cdot \frac{G_n}{F_n} - \frac{AP}{AP+BQ} \cdot \frac{G_v}{F_v} \quad (49)$$

Analýzou vztahů (46) – (49) lze získat elegantní a jednoduchý výsledek pro syntézu regulátorů v prostředí R_{PS} . V prvé řadě, pro obě uvedené struktury platí, že k jejich stabilitě je nutné a postačující, aby zpětnovazební regulátor splňoval Diofantickou rovnici $AP + BQ = 1$. Obvykle se však od regulačních obvodů vyžaduje více. Zejména, aby regulační odchylka konvergovala k nule. To lze v případě 2DOF zajistit

volbou přímovazebního regulátoru R , který je dán řešením Diofantické rovnice:

$$F_w Z + BR = 1 \quad (50)$$

což plyne z analýzy prvního výrazu (46). Pro případ 1DOF se nulovost regulační odchylky musí zajistit dalším požadavkem na zpětnovazební regulátor a výsledek plyne z analýzy prvního vztahu v rovnici (48). Lze ho formulovat jako podmínku, že z řešení Diofantické rovnice $AP + BQ = 1$ se musí vybrat takové řešení P , aby platilo:

$$F_w \text{ dělí součin } AP$$

Pro kompenzaci dalších signálů, které se mohou v regulačním obvodu vyskytovat (n, ν), poskytuje tato filozofie podobně jednoduchý výsledek, tedy pro kompenzaci těchto signálů je nutné a postačující, aby jmenovatele těchto signálů v R_{PS} byly děliteli součinu AP . Pro strukturu 1DOF je tedy pro asymptotické sledování a kompenzaci poruch nutno vybrat ze všech řešení $AP + BQ = 1$ takové, aby platilo:

$$F_w F_\nu F_n \text{ dělí součin } AP$$

Je vhodné poznamenat, že v R_{PS} zůstane podíl Q/P vždy ryzí, protože ke každému nově vybranému P se vygeneruje příslušné Q v okruhu ryzích a stabilních funkcí. Tuto úvahu nelze provést v okruhu polynomů, zde by bylo nutno přeformulovat kompletní Diofantické rovnice a zejména jejich pravé strany, aby výsledný regulátor neměl derivační chování.

4.5 Odvození zákonů řízení

Jako ilustraci syntézy řízení v R_{PS} , uvedenou v části 4.4, a pro další účely této práce, bude uveden způsob nalezení stabilizujících regulátorů pro dva nejjednodušší případy systémů prvního a druhého řádu.

4.5.1 Systém 1. řádu bez dopravního zpoždění

Spojité lineární systém prvního řádu je obecně popsán přenosovou funkcí, kterou lze pro okruh R_{PS} napsat:

$$G(s) = \frac{b_0}{s + a_0} = \frac{\frac{b_0}{s+m}}{\frac{s+a_0}{s+m}} \quad m > 0 \quad (51)$$

Úkolem je nalézt stabilizující regulátory tak, aby v případě použití referenčního signálu ve tvaru jednotkového skoku, došlo k asymptotickému sledování žádané hodnoty. Řešení vychází z Diofantické rovnice (40) a jejího parametrického řešení (41). Stabilizující rovnice má partikulární řešení nultého stupně, tedy regulátor $Q/P = q_0 / p_0$ a rovnice pro výpočet parametrů regulátoru pro systém prvního řádu (51) má tedy tvar:

$$(s + a_0) \cdot p_0 + b_0 \cdot q_0 = s + m \quad (52)$$

Porovnáním koeficientů u mocnin s je získáno partikulární řešení rovnice (52). Parametrické řešení pro získání všech regulátorů tedy je:

$$\begin{aligned} P &= 1 + \frac{b_0}{s+m} \cdot Z \\ Q &= \frac{m-a_0}{b_0} - \frac{s+a_0}{s+m} \cdot Z \end{aligned} \quad (53)$$

kde Z je libovolný prvek okruhu R_{PS} .

Asymptotického sledování žádané veličiny při její skokové změně je dosaženo volbou prvku Z tak, aby platilo, že jmenovatel žádané hodnoty v R_{PS} (42) dělí P .

Protože dělitelnost v R_{PS} je dána nestabilními nulami prvků R_{PS} , nejjednodušší řešení P nesmí obsahovat absolutní člen ve svém čitateli. Tedy parametr $Z = z_0$ je nutno spočítat z podmínky:

$$P = 1 + \frac{b_0}{s+m} \cdot z_0 = \frac{s+m+b_0 z_0}{s+m} \quad (54)$$

aby čítec byl roven čitateli F_w (42) tedy:

$$\begin{aligned} m + b_0 z_0 &= 0 \\ Z = z_0 &= -\frac{m}{b_0} \end{aligned} \quad (55)$$

Výsledný zpětnovazební PI regulátor je dán jako podíl Q/P po vykrácení stejného jmenovatele $(s+m)$:

$$C(s) = \frac{Q}{P} = \frac{\frac{2m - a_0}{b_0} s + \frac{m^2}{b_0}}{s} \quad (56)$$

4.5.2 Systém 2. řádu bez dopravního zpoždění

Spojité lineární systém druhého řádu je obecně popsán přenosovou funkcí ve tvaru:

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{\frac{b_0}{(s+m)^2}}{\frac{s^2 + a_1 s + a_0}{(s+m)^2}} \quad (57)$$

Diofantická rovnice (40) má v tomto případě tvar:

$$(s^2 + a_1s + a_0) \cdot (p_1s + p_0) + b_0 \cdot (q_1s + q_0) = (s + m)^3 \quad (58)$$

Všechny regulátory je možné získat z parametrického řešení:

$$\begin{aligned} P &= \frac{p_1s + p_0}{s + m} + \frac{b_0}{(s + m)^2} \cdot Z \\ Q &= \frac{q_1s + q_0}{s + m} - \frac{s^2 + a_1s + a_0}{(s + m)^2} \cdot Z \end{aligned} \quad (59)$$

kde Z je libovolný prvek okruhu R_{PS} a partikulární řešení jsou získána porovnáním koeficientů u jednotlivých mocnin s :

$$s^3 : p_1 = 1$$

$$s^2 : p_0 + a_1p_1 = 3m \Rightarrow p_0 = 3m - a_1$$

$$s^1 : a_1p_0 + a_0p_1 + b_0q_1 = 3m^2 \Rightarrow q_1 = \frac{3m^2 - 3a_1m + a_1^2 - a_0}{b_0}$$

$$s^0 : a_0p_0 + b_0q_0 = m^3 \Rightarrow q_0 = \frac{m^3 - 3a_0m + a_0a_1}{b_0}$$

Obdobnými manipulacemi jako v případě vztahu (54) lze odvodit, že pro asymptotické sledování žádané veličiny při její skokové změně je nutná volba prvku Z ve tvaru:

$$Z = -\frac{p_0m}{b_0} \quad (60)$$

Následně je možné dosazením (60) do parametrického řešení (41) získat čitatele a jmenovatele přenosu regulátoru:

$$\tilde{P} = \frac{s^2 + s \cdot (p_0 + m)}{(s + m)^2} \quad (61)$$

$$\tilde{Q} = \frac{s^2 \left(q_1 + \frac{p_0 m}{b_0} \right)}{(s+m)^2} + \frac{s \left(q_0 + q_1 m + a_1 \frac{p_0 m}{b_0} \right)}{(s+m)^2} + \frac{a_0 \frac{p_0 m}{b_0} + q_0 m}{(s+m)^2} \quad (62)$$

Po jednoduché substituci je možné výsledný regulátor zapsat:

$$C(s) = \frac{\tilde{Q}}{\tilde{P}} = \frac{\tilde{q}_2 s^2 + \tilde{q}_1 s + \tilde{q}_0}{s(s + \tilde{p}_0)} \quad (63)$$

kde substituované koeficienty jsou:

$$\tilde{p}_0 = p_0 + m$$

$$\tilde{q}_2 = q_1 + \frac{p_0 m}{b_0}$$

$$\tilde{q}_1 = q_0 + q_1 m + a_1 \frac{p_0 m}{b_0}$$

$$\tilde{q}_0 = a_0 \frac{p_0 m}{b_0} + q_0 m$$

Přenos (63) tedy odpovídá tzv. realistickému PID regulátoru.

4.6 Systémy s dopravním zpožděním

Mnoho objektů řízení, zejména v průmyslových aplikacích, vykazuje dopravní zpoždění, tedy posunutí argumentu pravé strany diferenciální rovnice. V přenosovém vyjádření se dopravní zpoždění vyjadřuje (z věty o posunutí Laplaceovy transformace) exponenciální funkcí. Přenos systému s dopravním zpožděním lze tedy vyjádřit jako podíl polynomů vynásobený exponenciální funkcí, tj. $G(s) \cdot e^{-\theta s}$. Pro zpětnovazební řízení má dopravní zpoždění jednoznačně negativní účinek. Plyne z Nyquistova kritéria stability a „tlačí“ zpětnovazební obvod ke kritickému bodu -1.

Existuje několik přístupů jak řešit regulační obvody s dopravním zpožděním. Pravděpodobně nejznámějším způsobem je použití Smithova prediktoru, což znamená rozvětvení zpětné vazby o model regulovaného systému (Husták, 2003; Majhi, 2007). Další možnosti spočívají v aproximaci exponenciální funkce $e^{-\theta s}$ různými metodami, případně v zanedbání dopravního zpoždění při syntéze regulátoru.

4.6.1 Metody aproximace dopravního zpoždění

Taylorův rozvoj čitatele:

$$e^{-\theta s} \approx \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (\theta s)^n \quad (64)$$

Taylorův rozvoj jmenovatele:

$$e^{-\theta s} \approx \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (\theta s)^n} \quad (65)$$

Padé aproximace:

$$e^{-\theta s} \approx \frac{P_n(s)}{Q_n(s)} \quad (66)$$

$$P_n(s) = 1 - \frac{\theta s}{2} + \frac{1}{12} (\theta s)^2 - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n!}{(2n)!} (\theta s)^n \quad (67)$$

$$Q_n(s) = 1 + \frac{\theta s}{2} + \frac{1}{12} (\theta s)^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} (\theta s)^n \quad (68)$$

Nejčastěji je používána Padé aproximace ve tvaru:

$$e^{-\Theta s} \approx \frac{1 - \frac{\Theta s}{2}}{1 + \frac{\Theta s}{2}} = \frac{2 - \Theta s}{2 + \Theta s} \quad (69)$$

Přesnost všech výše uvedených aproximací lze ovlivnit volbou n . Podrobnější analýzu jednotlivých aproximací lze nalézt např. v (Husták, 2003).

4.6.2 Meromorfní funkce

Jiným přístupem k návrhu regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním je využití meromorfních funkcí. Základní filozofie vychází z úvahy, že zpoždění se vyskytuje i v levé straně diferenciální rovnice (Zítek & Kučera, 2003; Zítek et al., 2008). Zpožďující členy se zde ponechávají neaproximovány, ale definuje se jiný okruh než je R_{PS} . Podrobnější popisy a vlastnosti však přesahují rámec této práce. Definují se tzv. retardované (zpožděné) kvazipolynomy, které obsahují členy $e^{-\Theta s}$ (Prokop & Pekař, 2009):

$$m(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=1}^{h_i} m_{ij} \cdot s^i \cdot e^{-\Theta_{ij}s} \quad \Theta_{ij} \geq 0 \quad (70)$$

Pomocí kvazipolynomů je možné definovat okruh ryzích a stabilních RQ-meromorfních funkcí R_{MS} (Zítek & Kučera, 2003; Zítek et al., 2008). Další odvození je analogií konstrukce uvedené v části 4.3 pro okruh R_{PS} . Na přenos je tak možné pohlížet jako na podíl kvazipolynomů. Systém prvního řádu s dopravním zpožděním je tedy možné zapsat v okruhu R_{MS} jako (Prokop & Pekař, 2009):

$$G(s) = \frac{b_0 e^{-\tau s}}{s + e^{-\vartheta s}} = \frac{\frac{b_0 e^{-\tau s}}{s + m_0 e^{-\Theta s}}}{\frac{s + e^{-\vartheta s}}{s + m_0 e^{-\Theta s}}} \quad \tau, \vartheta, \Theta \geq 0; \quad m_0 > 0; \quad \Theta m_0 < \frac{\pi}{2} \quad (71)$$

A podobně, také regulátor se vyjadřuje pomocí Diofantických rovnic v tomto modifikovaném okruhu. Některé z výsledků lze nalézt v (Pekař & Prokop, 2008; Pekař et al., 2009).

5 LADĚNÍ REGULÁTORŮ

5.1 Vyvážené nastavení

Metoda vyváženého nastavení autorů Klán a Gorez má za cíl především kvalitní regulační odezvy, založené na rovnováze mezi proporcionálními a integračními zásahy PI regulátoru za předpokladu jejich kritického tlumení, tj. s malým nebo žádným přeregulováním. Jako míra integrační aktivity PI regulátoru se používá kritérium ITAE (Dorf & Bishop, 1998), pro míru proporcionální aktivity je navrženo nové kritérium (Klán & Gorez, 2000).

Klíčovou podmínkou vyváženého nastavení je rovnováha mezi proporcionálním výkonem J_p a integračním výkonem J_i regulátoru. Druhou podmínkou je výsledná regulační odezva bez přeregulování nebo s malým přeregulováním.

Regulační odezvy odpovídající vyváženému nastavení PI regulátoru a jednotkovému skoku žádané hodnoty je možné charakterizovat následovně (Klán & Gorez, 2000):

- jsou tlumenější než při Ziegler-Nicholově nastavení
- mají redukovanou hodnotu kritéria ITAE
- odpovídá jim redukovaná energie akčních členů

Výsledkem je nový způsob nastavení PI regulátoru, který je dán pravidlem (Klán & Gorez, 2000):

$$\begin{aligned}K_p &= 0,5 \\T_I &= 0,4 \cdot T_{CR}\end{aligned}\tag{72}$$

kde T_{CR} je kritická perioda používaná pro nastavení metodou Ziegler-Nicholse.

Jelikož je v praxi určováno nastavení často pouze přibližně (v toleranci 10 – 20 %), lze vztahy (72) zapsat do podoby snadnější pro zapamatování (73). Zároveň, pokud není zesílení řízeného systému rovno jedné, jsou vztahy pro výpočet parametrů regulátoru dány:

$$\begin{aligned}K_p &= \frac{1}{2K} \\T_I &= \frac{1}{2} T_{CR}\end{aligned}\tag{73}$$

kde K je zesílení řízeného systému.

Pro systémy s dopravním zpožděním jsou vztahy pro vyvážené nastavení PI a PID regulátorů uvedeny v publikaci (Klán, 2000).

Je uvažován tříparametrový model ve tvaru:

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \cdot e^{-\theta s}\tag{74}$$

kde K je zesílení, T je časová konstanta, θ je dopravní zpoždění.

Definuje se normalizované dopravní zpoždění, které je možné použít k popisu obtížnosti regulace, dané poměrem:

$$\tau = \frac{\theta}{\theta + T} \quad (75)$$

Parametry regulátorů jsou pak dány vztahy (Klán, 2000):

$$K_P = \frac{1}{K} \cdot \left[1 - \frac{2\tau}{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}} \right] \quad (76)$$

$$T_I = \left[\frac{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}}{2} - \tau \right] \cdot (\theta + T) \quad (77)$$

$$T_D \leq \frac{T_I}{4} \quad (78)$$

5.2 Experimentální nastavení

Ve vytvořeném simulačním programovém systému byla ponechána možnost experimentálního nastavení tím, že je uživateli dovoleno měnit hodnotu ladicího parametru m a tím měnit parametry výsledného regulátoru, které je nutné při každé změně m nechat znova vypočítat. Následně je možné provést simulaci řízení s vizualizací průběhu.

V případě experimentálního nastavování průmyslových PID regulátorů je tento postup prováděn v několika krocích (Klán, 2000). Platí zde zásada, že se parametry regulátoru nastavují v pořadí P, I, D. To znamená, že jako první se nastavuje proporcionální zesílení K_P , potom integrační časová konstanta T_I a jako poslední derivační časová konstanta T_D .

Jednotlivé kroky je možné shrnout do následujících bodů (Klán, 2000):

- 1) Eliminuje se vliv integrační složky (nastavením na maximum) a derivační složky (nastavením na minimum).
- 2) Proporcionální zesílení se nastaví na nízkou hodnotu (např. 0,5).
- 3) Zvyšuje se postupně po malých krocích proporcionální zesílení až do doby dosažení vhodného poměru mezi rychlostí a kmitavostí regulační odezvy.
- 4) Postupně se snižuje integrační časová konstanta T_I a zpravidla se tím také odstraňuje trvalá regulační odchylka. Ukončí se opět ve chvíli, kdy odezvy vyhovují.
- 5) Postupně se zvyšuje derivační časová konstanta T_D , jejíž účinek platí pouze do určité míry.

5.3 Aperiodické ladění regulátoru

Nízkokmitavá nebo úplně aperiodická odezva regulačního pochodu je obvyklá a velmi žádoucí u převažující většiny aplikací. Algebraický přístup a metodika parametrizace regulátorů umožňuje elegantní a transparentní způsob odvození vztahu mezi ladicím parametrem $m > 0$ a nastavením PI regulátorů podle části 4.5.

Nechť je objekt reléového experimentu identifikován ve tvaru lineárního spojitého systému prvního řádu (51).

Pro systémy prvního řádu generuje metodika v R_{PS} množinu regulátorů dle (56) ve tvaru:

$$C(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{\frac{q_1 s + q_0}{s + m}}{\frac{s}{s + m}} \quad (79)$$

$$q_1 = \frac{2m - a_0}{b_0} \quad q_0 = \frac{m^2}{b_0} \quad (80)$$

Přenos mezi w a y v regulačním obvodu 1DOF podle obr. 5 je:

$$K_{w,y} = \frac{BQ}{AP + BQ} = BQ = \frac{(2m - a_0)s + m^2}{(s + m)^2} = \frac{k_1 s + k_0}{(s + m)^2} \quad (81)$$

Dle analýzy přenosu $K_{w,y}$ mohou nastat 4 případy odezvy na jednotkový skok, které jsou zobrazeny na obr. 8. Pro regulační pochod jsou přirozeně žádoucí případy b) nebo c). Analyticky lze dokázat, že pro přechodovou charakteristiku přenosu $K_{w,y}$ jsou nežádoucí případy a) a d) podmíněny existencí extrému. Odvození vztahu pro ladění aperiodického regulačního pochodu lze provést z obecného vyjádření pro přechodovou charakteristiku přenosu (51), tedy:

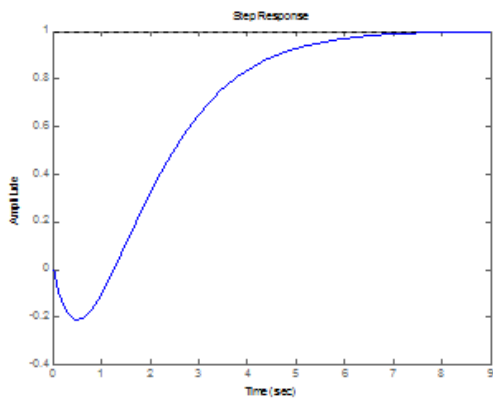
$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{k_1 s + k_0}{s(s + m)^2} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{A}{s} + \frac{B}{s + m} + \frac{C}{(s + m)^2} \right\} \quad (82)$$

Po vyjádření koeficientů rozkladu (82):

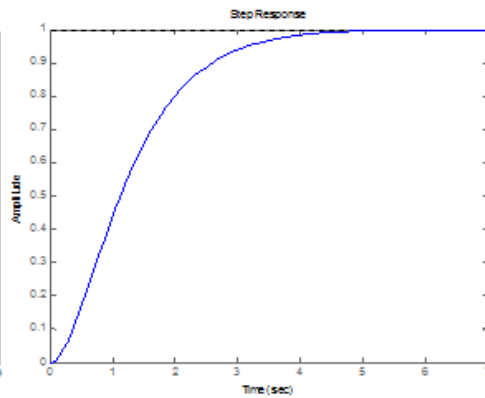
$$A = \frac{k_0}{m^2} \quad B = -\frac{k_0}{m^2} \quad C = k_1 - \frac{k_0}{m} \quad (83)$$

Ize přechodovou charakteristiku (82) v časové oblasti napsat jako:

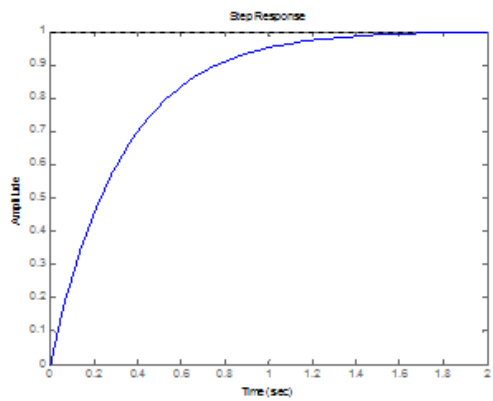
$$h(t) = A + B \cdot e^{-mt} + C \cdot t \cdot e^{-mt} \quad (84)$$



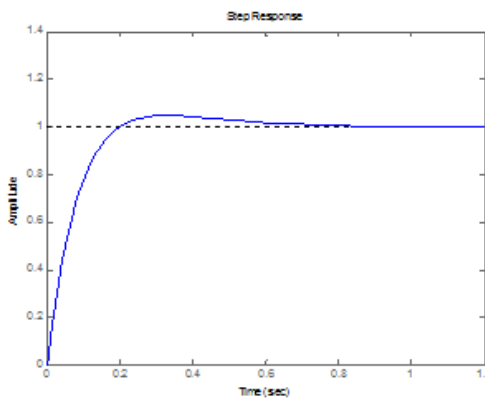
a)



b)



c)



d)

Obrázek 8 – Tvary přechodových charakteristik

Podmínka existence extrému $h(t)$ je vyjádřena vztahem:

$$h'(t) = -m \cdot B \cdot e^{-mt} + C \cdot (e^{-mt} - m \cdot t \cdot e^{-mt}) = 0 \quad (85)$$

který vede na vyjádření pro časový okamžik extrému:

$$t_e = \frac{1}{m} - \frac{B}{C} \quad (86)$$

Pro aperiodický pochod nesmí existovat extrém pro kladný časový okamžik, tedy musí platit $t_e < 0$, což vede na nerovnici:

$$1 < \frac{B}{C} \cdot m \quad (87)$$

Po dosazení za B , C vede nerovnice (87) na vztah:

$$1 < \frac{-k_0}{mk_1 - k_0} = \frac{-\frac{k_0}{k_1}}{m - \frac{k_0}{k_1}} = \frac{n}{n - p} \quad (88)$$

Protože přenos (82) má konečnou nulu $n = -k_0 / k_1$ a má dvojnásobný pól $p = -m$, lze další jednoduchou úpravou získat nerovnost:

$$1 < \frac{1}{1 - \frac{p}{n}} \quad (89)$$

Platnost (89) vede na vztah mezi nulou a pólem:

$$0 < \frac{p}{n} < 1 \quad (90)$$

Z rovnice (88) lze získat také vztah mezi ladicím parametrem $m > 0$ a identifikovaným koeficientem a_0 . Dosazení k_0 a k_I z (81) a dále za p , n do vztahu (90) vede na nerovnost:

$$0 < \frac{2m - a_0}{m} < 1 \quad (91)$$

Protože parametr m je vždy kladný, lze úpravou získat konečný vztah mezi koeficientem přenosu a_0 a ladicím parametrem pro syntézu:

$$\frac{a_0}{2} < m < a_0 \quad (92)$$

Podmínka (92) poskytuje při znalosti koeficientu a_0 aperiodický průběh regulačního pochodu a ladicí parametr lze v tomto intervalu volit libovolně. Je předmětem dalšího zkoumání a simulací, který parametr $m > 0$ z (92) je optimální, a zda zajišťuje aperiodické nebo „téměř aperiodické“ chování, pokud řízeným systémem bude systém vysokého řádu, případně pokud bude přítomno dopravní zpoždění nebo dojde ke změně dynamiky řízeného systému.

Pro ladění regulátoru je nutné odvodit explicitní vztah mezi a_0 a m . Protože je nutné respektovat, že systém prvního řádu (51) je pouhou aproximací systému vyššího řádu, je vhodné z nerovnice (92) vzít prostřední hodnotu, tedy $m = 0,75a_0$ a tím získat velmi jednoduchý ladicí vztah.

Postup pro aperiodické seřízení konvenčních PI a PID regulátorů je možné nalézt v (Vítečková & Víteček, 2006).

6 PROGRAMOVÁ IMPLEMENTACE

6.1 Matlab[®] + Simulink[®]

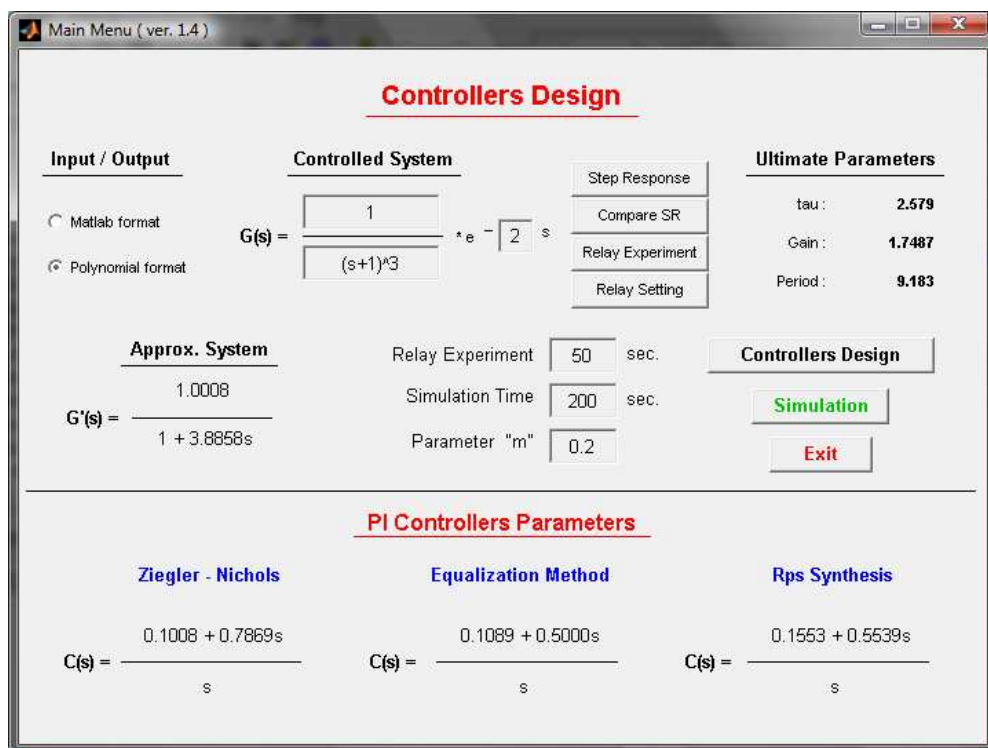
Matlab je technický programovací jazyk a interaktivní prostředí pro tvorbu algoritmů, vizualizaci a analýzu dat a numerické výpočty. S využitím Matlabu je možné řešit technické výpočty rychleji než pomocí tradičních programovacích jazyků, jako jsou např. C, C++, atd. Matlab je možné využít ve velké řadě aplikací, včetně zpracování signálů a obrazu, komunikací, návrhu regulátorů, testování a měření. Přídavné moduly (add-on) umožňují rozšíření Matlab prostředí také pro řešení specifických problémů v jednotlivých aplikačních oblastech. Matlab také nabízí řadu nástrojů pro dokumentaci a sdílení vlastních prací. Je možné také integrovat Matlab kód s jinými programovacími jazyky a aplikacemi, a také distribuovat vlastní algoritmy a aplikace.

Simulink je prostředí pro modelování a simulaci dynamických a embedded systémů. Poskytuje interaktivní grafické prostředí a uživatelsky definovatelné sady a bloky knihoven, které následně umožňují navrhovat, simulovat a implementovat řadu systémů, včetně komunikačních, řídicích, a zpracování signálů, videa a obrazu. Simulink je integrován v Matlabu a umožňuje tak okamžitý přístup k silným nástrojům, které dovolují vytvářet algoritmy, analyzovat a vizualizovat simulace, vytvářet dávkové skripty, přizpůsobovat prostředí pro modelování, atd.

V disertační práci je prostředí Matlab se Simulinkem využito k vytvoření programového prostředku pro jednoduchý návrh a simulaci principů auto-tuningu. Pro vlastní výpočty je navíc použit Polynomial Toolbox, který umožňuje řešení Diofantických rovnic.

6.2 Simulační program

V průběhu práce bylo vytvořeno několik verzí programového prostředí. Z počátku byl vytvořen program, který umožňoval aplikovat metodu auto-tuningu na systémy libovolného řádu, ale identifikace byla prováděna přenosovou funkcí pouze prvního řádu bez dopravního zpoždění. V simulačním experimentu byly porovnávány tři metody syntézy regulátoru, mezi které patřila metoda Ziegler-Nichols, metoda vyváženého nastavení autorů Klán, Gorez a rovněž syntéza v okruhu R_{PS}. Hlavní menu systému je vidět na obrázku 9.



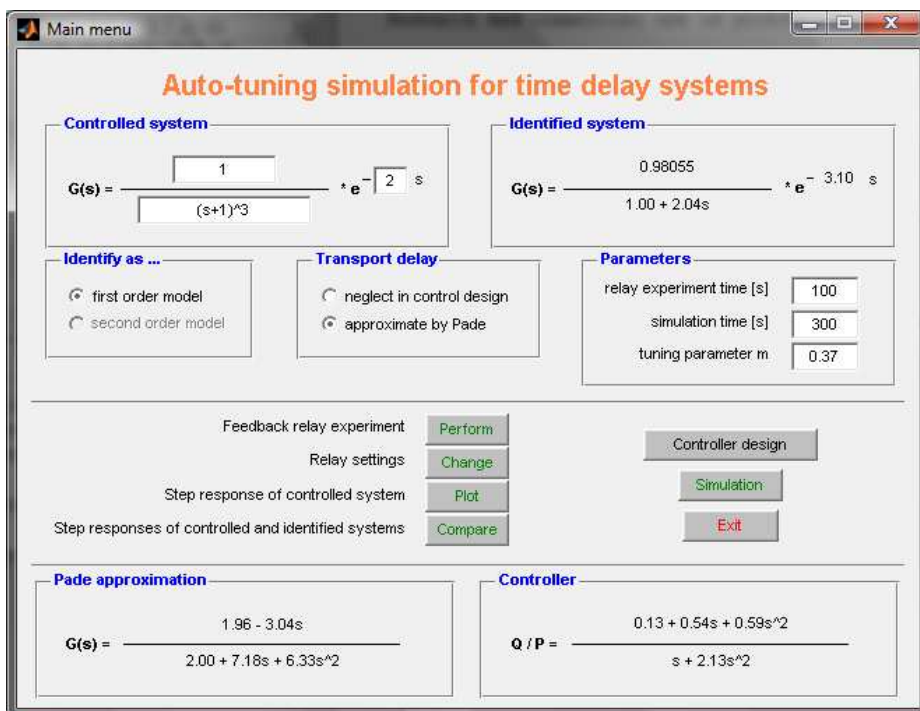
Obrázek 9 - Hlavní menu původního programového systému

Postupné přidávání dalších možností do programového systému vedlo k poslední vytvořené verzi, která umožňuje aplikovat auto-tuning na simulovaný řízený systém libovolného řádu s dopravním zpožděním a identifikuje jej ve tvaru přenosové funkce prvního řádu s dopravním zpožděním. Toto dopravní zpoždění je možné před vlastní syntézou regulátoru zanedbat nebo aproximovat Padé rozvojem. Syntéza je provedena pouze algebraickou metodou v okruhu R_{PS} .

Práce s vytvořeným systémem je velice jednoduchá a rychlá. V prvním kroku je potřeba zadat parametry simulovaného řízeného systému (*Controlled system*). Jelikož je využito prostředků Polynomial Toolboxu, zadává se čítec i jmenovatel s příslušnými mocninami s . Jakmile jsou parametry zadány, je nutné vybrat, jakým modelem se bude řízený systém identifikovat (*Identify as*) a jak se bude manipulovat s dopravním zpožděním při návrhu regulátoru (*Transport delay*). Dále je možné upravovat parametry programu, jako např. časový horizont reléového experimentu a/nebo simulačního ověření regulačního pochodu, případně měnit automaticky navrženou hodnotu ladícího parametru (*Parameters*). Vlastní proces automatického nastavení je zahájen stisknutím tlačítka „*Perform*“. V této fázi probíhá identifikace parametrů modelu podle předvolby uživatele (*Identify as*) pomocí nesymetrického relé s hysterezí ve zpětné vazbě. Schéma zapojení obvodu v simulačním prostředí Simulink je zobrazeno na obrázku 11.

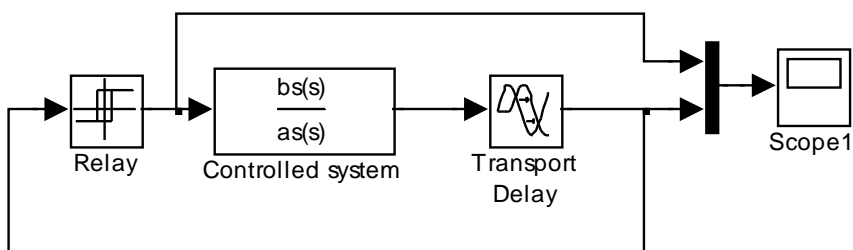
Po úspěšném provedení jsou zobrazeny parametry modelu v horní části okna (*Identified system*). Srovnání přechodových charakteristik původního řízeného systému a jeho modelu je možné po stisknutí tlačítka „*Compare*“. Druhou fází je vlastní syntéza regulátoru. Provedena je stisknutím tlačítka „*Controller design*“. Parametry regulátoru jsou poté

zobrazeny ve spodní části (*Controller*). Pokud byla vybrána aproximace dopravního zpoždění, je navíc v levé části zobrazen přenos po provedení této aproximace. Pokud bylo zvoleno zanedbání dopravního zpoždění, zůstává toto pole (*Pade approximation*) prázdné. Po výpočtu parametrů regulátoru je aktivováno tlačítko „Simulation“, které umožňuje ověřit schopnost navrženého regulátoru řídit původně zadaný systém (*Controlled system*). V případě, že průběh regulačního pochodu je nevyhovující, je možné změnit hodnotu ladicího parametru, opětovně přepočítat parametry regulátoru a spustit simulaci znovu.

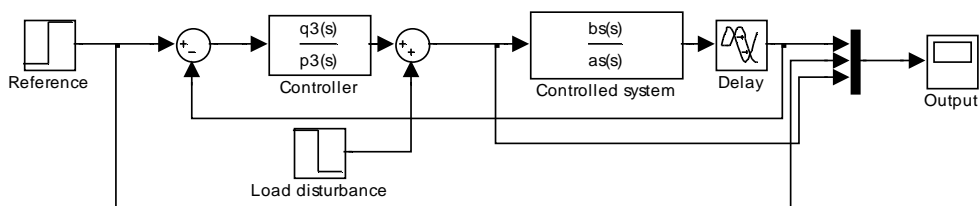


Obrázek 10 – Hlavní menu programového systému

Schéma regulačního obvodu, který je využit pro ověření vypočtených parametrů regulátoru, je zobrazeno na obrázku 12. Blok označený „Load disturbance“ slouží k zavedení poruchové veličiny ve tvaru skokové funkce na výstup z regulátoru a ověření, zda je navržený regulátor schopen takovou poruchu eliminovat. K této poruše dochází automaticky ve třech čtvrtinách časového horizontu, který byl nastaven pro simulační ověření (*Simulation time*).



Obrázek 11 – Zapojení obvodu pro reléovou identifikaci v Simulinku



Obrázek 12 – Zapojení obvodu pro simulaci řízení v Simulinku

7 SIMULACE A OVĚŘENÍ

Tato kapitola je věnována simulačnímu ověření navrženého postupu automatického ladění parametrů regulátoru. Je využito vytvořeného programového systému, který je popsán v kapitole 6.2 a umožňuje jednoduše a rychle ověřit navrženou metodiku automatického nastavení regulátoru.

7.1 Systémy s dopravním zpožděním

V této části jsou uvedeny ilustrativní příklady automatického nastavení regulátorů pro systémy, které obsahují dopravní zpoždění. Regulátory jsou vždy navrženy dva. V prvním případě se při syntéze neuvažuje přítomnost dopravního zpoždění (je zanedbáno). Padé rozvoj je využit k aproximaci až ve druhém návrhu. Průběhy regulačních pochodů jsou přiloženy na obrázcích.

Příklad 1

Systém popsáný přenosovou funkcí třetího řádu s dopravním zpožděním ve tvaru:

$$G(s) = \frac{0,8}{(2s+1)^3} \cdot e^{-2s} \quad (93)$$

byl po provedení reléového experimentu s nesymetrickým relé s hysterezí identifikován ve tvaru přenosu prvního řádu s dopravním zpožděním:

$$\tilde{G}(s) = \frac{0,78}{4,3s+1} \cdot e^{-3,7s} \quad (94)$$

Porovnání přechodových charakteristik nominálního systému (93) a identifikovaného systému (94) je uvedeno na obr. 13.

Následná algebraická syntéza parametrů regulátoru při zanedbání dopravního zpoždění vedla při volbě parametru $m = 0,17$ na tvar:

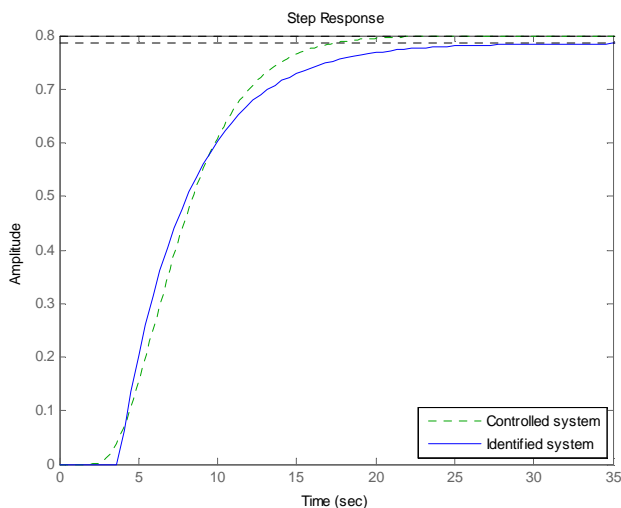
$$C(s) = \frac{0,65s + 0,17}{s} \quad (95)$$

Průběh výstupní veličiny při použití takto navrženého regulátoru (95) k řízení původního nominálního systému (93) je zobrazen na obr. 14.

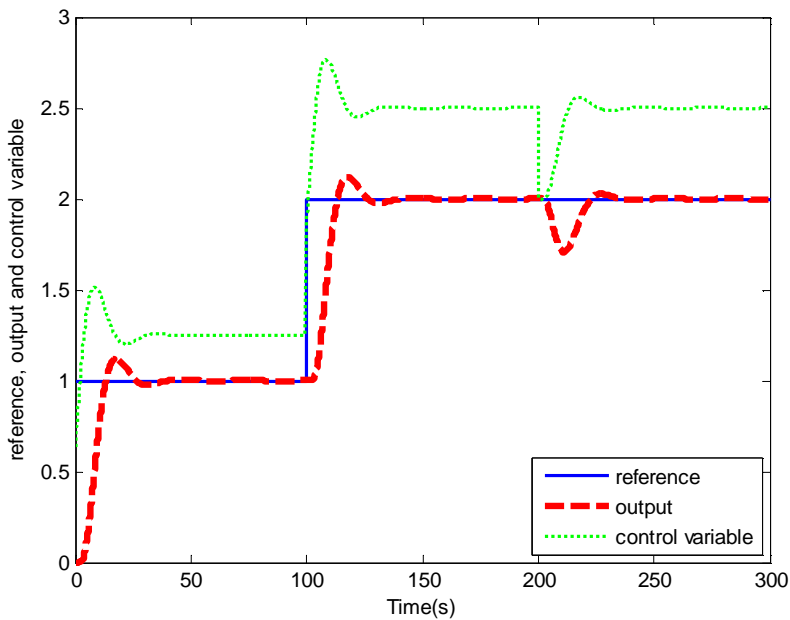
V případě, že je dopravní zpoždění před vlastní syntézou aproximováno pomocí (69), je pro stejnou hodnotu $m = 0,17$ regulátor:

$$C(s) = \frac{13,3s^2 + 3,3s + 0,2}{20s^2 + s} \quad (96)$$

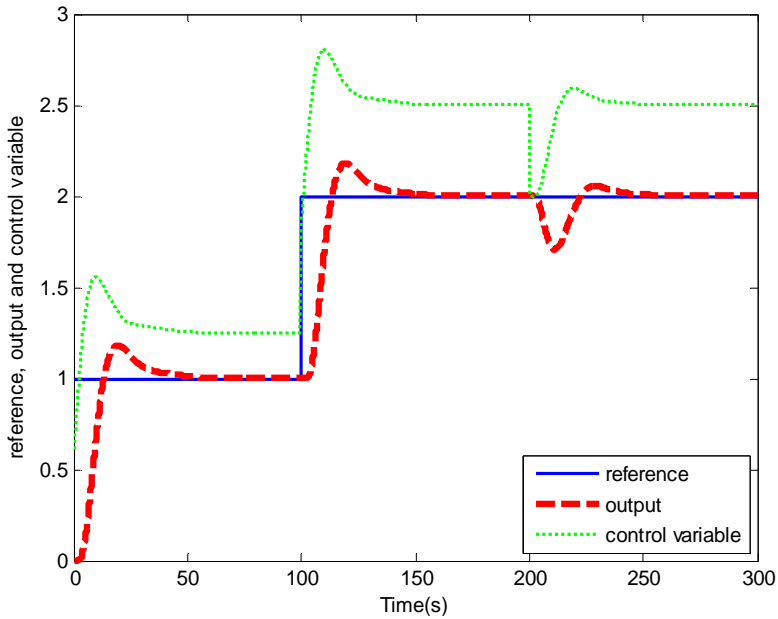
Průběh regulace původního systému (93) při použití regulátoru (96) je uveden na obr. 15.



Obrázek 13 – Přechodové charakteristiky systémů (93) a (94)

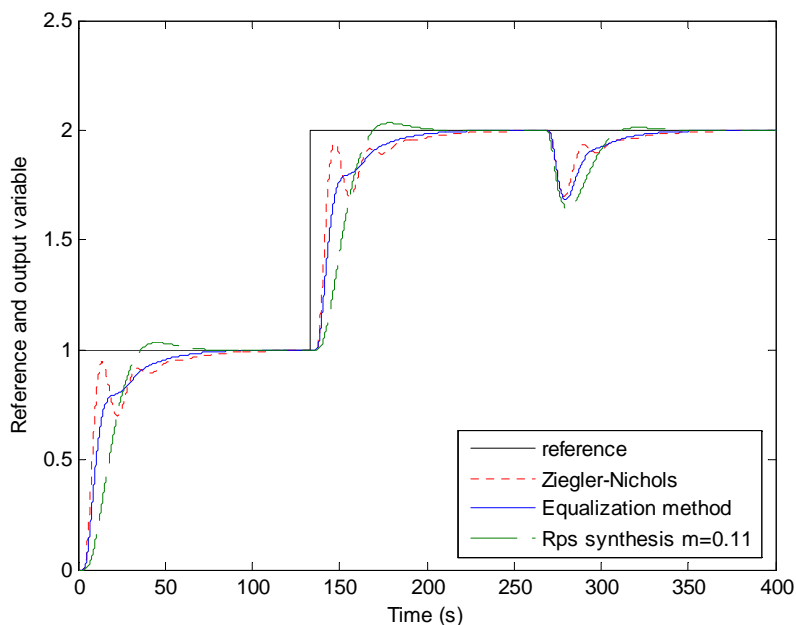


Obrázek 14 – Průběh řízení systému (93) regulátorem (95)



Obrázek 15 – Průběh řízení systému (93) regulátorem (96)

Obrázek 16 ilustruje průběhy regulačních pochodů při využití regulátorů navržených metodami Ziegler-Nichols, vyváženým nastavením a syntézou v okruhu R_{PS} pro systém (94) se zanedbaným dopravním zpožděním.



Obrázek 16 – Porovnání metod návrhu regulátorů pro (94)

Příklad 2

Je zvolen systém třetího řádu s dopravním zpožděním tak, že dopravní zpoždění je třikrát větší než časová konstanta. Systém je tedy popsán přenosovou funkcí ve tvaru:

$$G(s) = \frac{0,8}{(2s+1)^3} \cdot e^{-6s} \quad (97)$$

Po provedení reléového experimentu byl tento systém identifikován ve tvaru přenosové funkce prvního řádu s dopravním zpožděním:

$$\tilde{G}(s) = \frac{0,8}{3,8s + 1} \cdot e^{-8,4s} \quad (98)$$

Při zanedbání dopravního zpoždění při syntéze regulátoru jsou parametry pro hodnotu $m = 0,15$ dány přenosem:

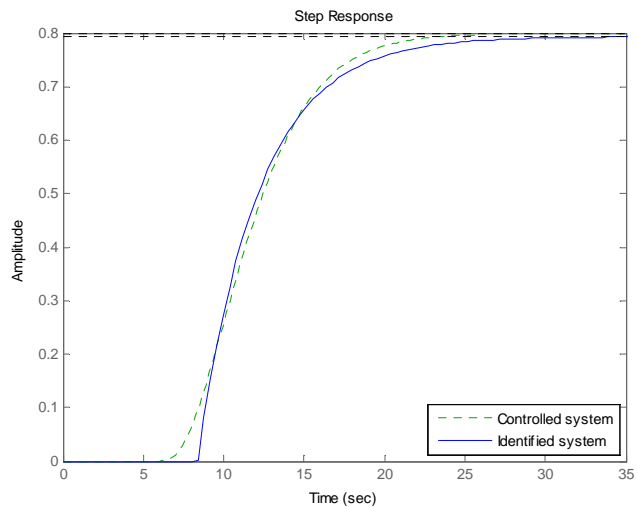
$$C(s) = \frac{0,15s + 0,11}{s} \quad (99)$$

Průběh regulačního pochodu je uveden na obrázku 18.

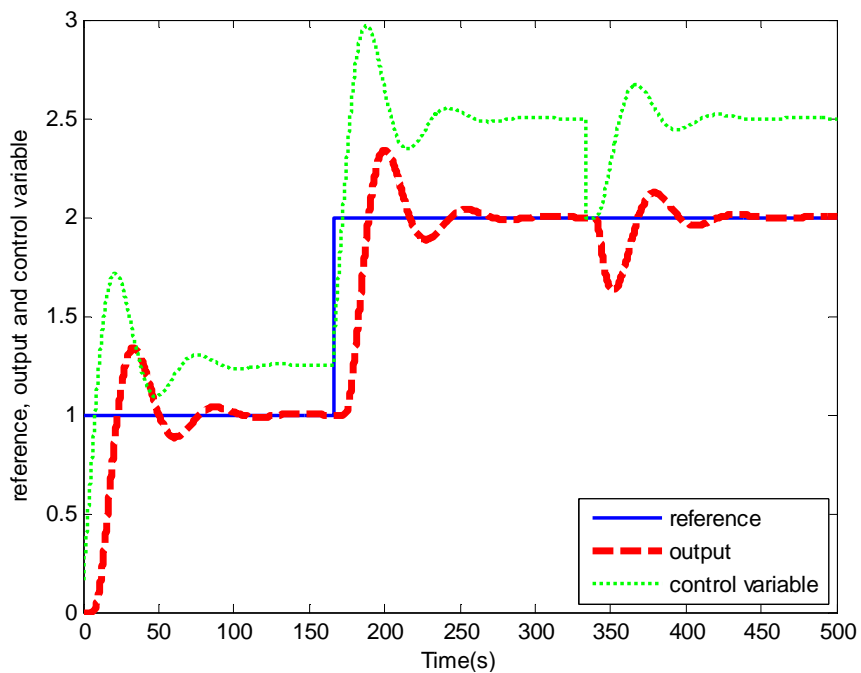
Pokud je dopravní zpoždění identifikovaného systému (98) před syntézou aproximováno pomocí (69), jsou parametry regulátoru pro stejné $m = 0,15$ ve tvaru:

$$C(s) = \frac{1,9s^2 + 0,7s + 0,06}{6,4s^2 + s} \quad (100)$$

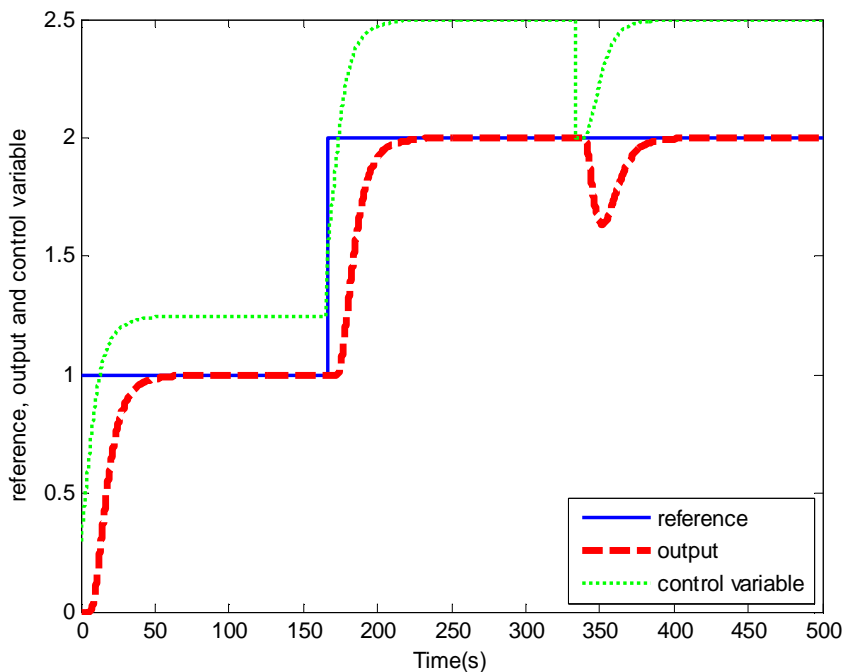
Průběh regulace nominálního systému (97) je uveden na obrázku 19.



Obrázek 17 – Přejchodové charakteristiky systémů (97) a (98)



Obrázek 18 – Průběh řízení systému (97) regulátorem (99)



Obrázek 19 – Průběh řízení systému (97) regulátorem (100)

Zatímco na obr. 14 a 15 nejsou zřejmé výrazné rozdíly v průběhu regulačních pochodů s regulátorem navrženým při zanedbání dopravního zpoždění nebo při jeho aproximaci, na obr. 18 a 19 je rozdíl v průběhu řízení patrný na první pohled. Ve druhém případě je regulace při použití regulátoru, který byl navržen až po aproximaci dopravního zpoždění, výrazně lepší, s aperiodickým průběhem, než při jeho zanedbání.

7.2 Systémy vysokých řádů

Tato část ilustruje případy, kdy je systém vysokého řádu aproximován přenosovou funkcí prvního řádu s dopravním zpožděním, je provedena syntéza regulátoru pro tento identifikovaný systém a následně je takto získaný regulátor použit k řízení původního systému vysokého řádu.

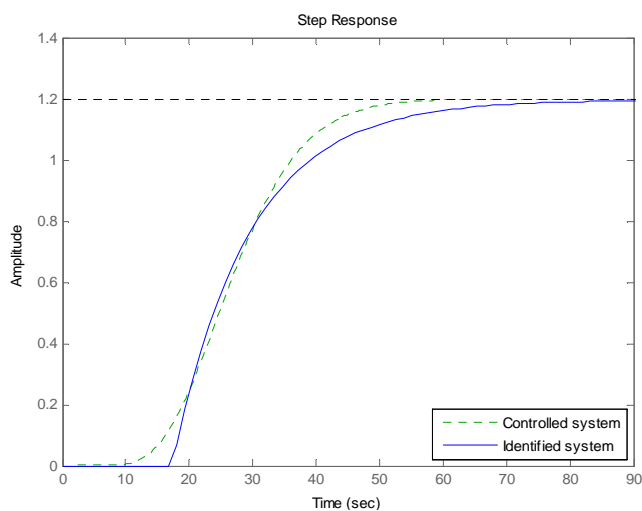
Příklad 3

Systém osmého řádu s dopravním zpožděním, popsany přenosem:

$$G(s) = \frac{1,2}{(3,2s + 1)^8} \cdot e^{-2s} \quad (101)$$

byl pomocí reléového experimentu identifikován ve tvaru přenosové funkce prvního řádu s dopravním zpožděním:

$$\tilde{G}(s) = \frac{1,2}{12,1s + 1} \cdot e^{-17,2s} \quad (102)$$

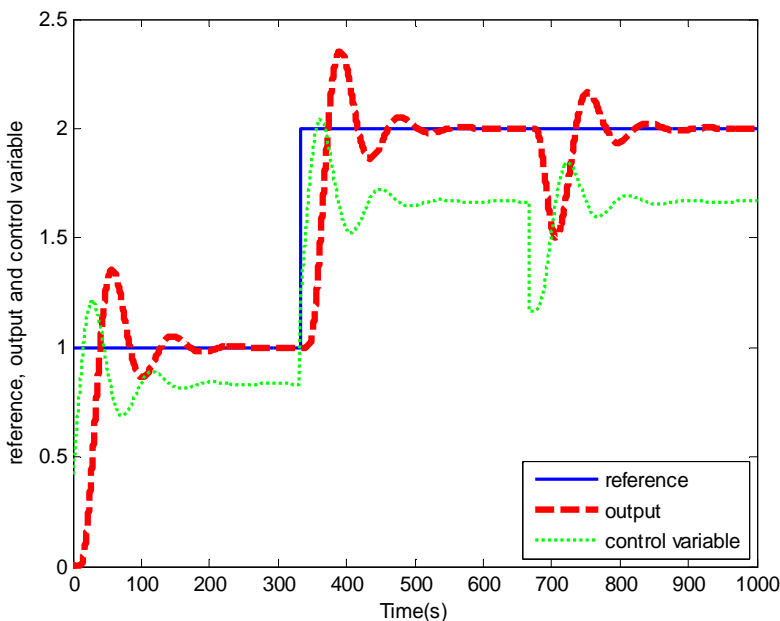


Obrázek 20 – Přejchodové charakteristiky systémů (101) a (102)

Nejprve byl navržen regulátor při zanedbání dopravního zpoždění pro hodnotu ladicího parametru $m = 0,06$. Regulátor je ve tvaru:

$$C(s) = \frac{0,4s + 0,04}{s} \tag{103}$$

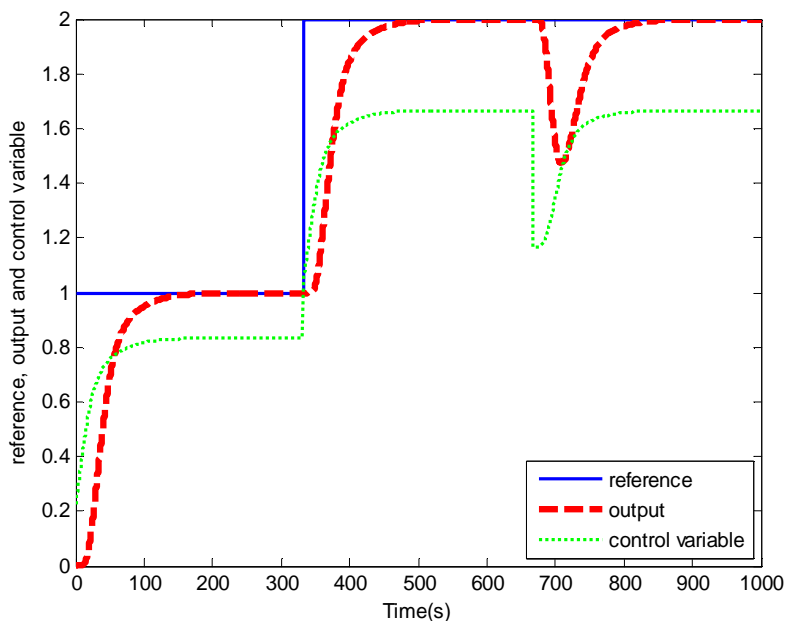
Průběh regulačního pochodu při použití regulátoru (103) k řízení nominálního systému (101) je vidět na obrázku 21.



Obrázek 21 – Průběh řízení systému (101) regulátorem (103)

Následně bylo dopravní zpoždění aproximováno pomocí (69) a výpočet byl proveden pro stejnou hodnotu ladicího parametru $m = 0,06$ jako v předchozím případě. Regulátor je dán přenosem:

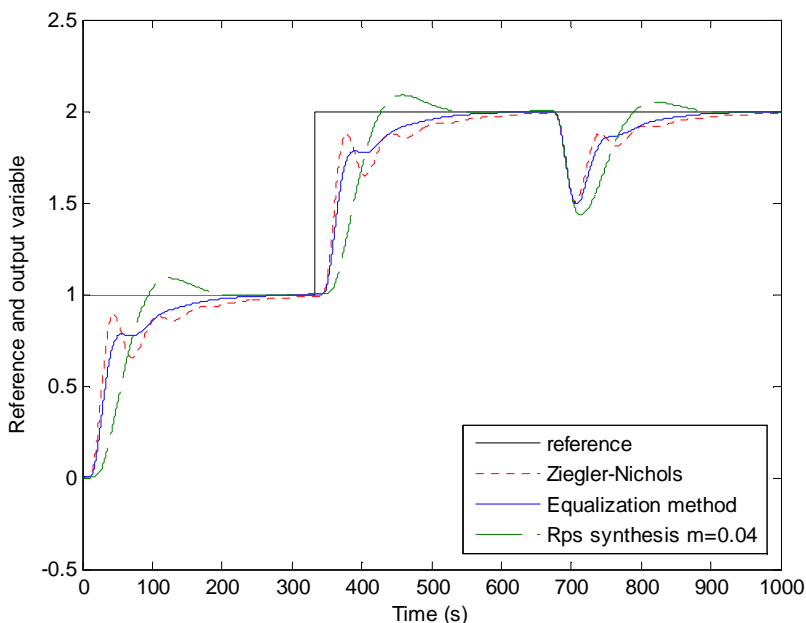
$$C(s) = \frac{3,2s^2 + 0,5s + 0,02}{13,9s^2 + s} \tag{104}$$



Obrázek 22 – Průběh řízení systému (101) regulátorem (104)

Z provedených simulací je zřejmé, že zanedbání dopravního zpoždění, i v případě přibližně stejné velikosti jako časová konstanta, vede u systému vysokého řádu k výrazně horšímu průběhu regulačního pochodu, než tomu bylo u systému nižšího řádu (obr. 14 a 15).

Na obr. 23 jsou vidět průběhy regulačních pochodů při řízení systému (101) pomocí regulátorů navržených metodami Ziegler-Nichols, vyváženým nastavením, a syntézou v okruhu R_{PS} pro identifikovaný systém (102) bez dopravního zpoždění.



Obrázek 23 – Porovnání metod návrhu regulátorů pro (102)

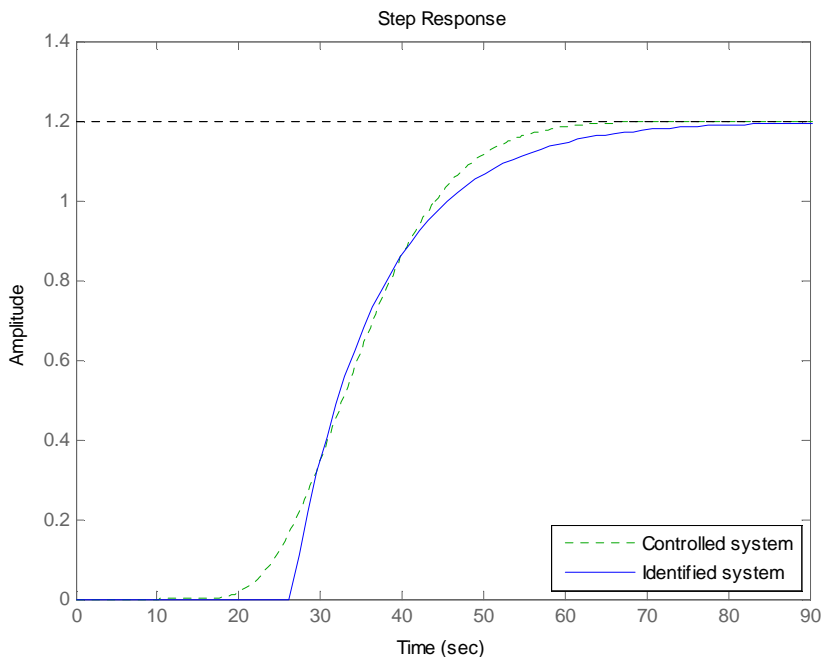
Příklad 4

Druhý příklad je opět podobný předchozímu, rozdíl je pouze ve velikosti dopravního zpoždění, které je zvoleno přibližně třikrát větší, než je časová konstanta systému, který je popsán přenosovou funkcí:

$$G(s) = \frac{1,2}{(3,2s+1)^8} \cdot e^{-10s} \quad (105)$$

Reléovou identifikací byl stanoven odpovídající přenos prvního řádu s dopravním zpožděním ve tvaru:

$$\tilde{G}(s) = \frac{1,2}{10,75s+1} \cdot e^{-26,3s} \quad (106)$$



Obrázek 24 – Přebodové charakteristiky systémů (105) a (106)

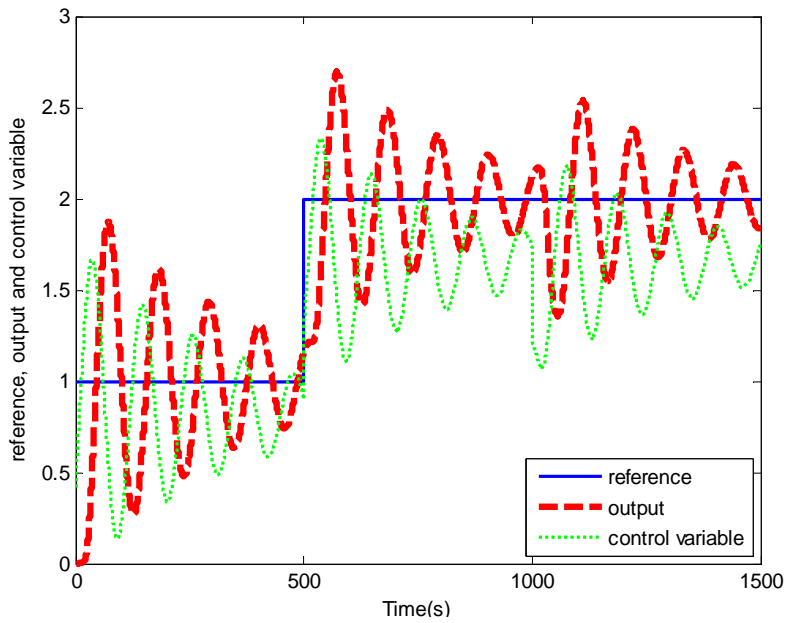
Při syntéze, kdy bylo dopravní zpoždění zanedbáno, je regulátor pro hodnotu ladicího parametru $m = 0,07$ dán přenosem:

$$C(s) = \frac{0,4s + 0,04}{s} \quad (107)$$

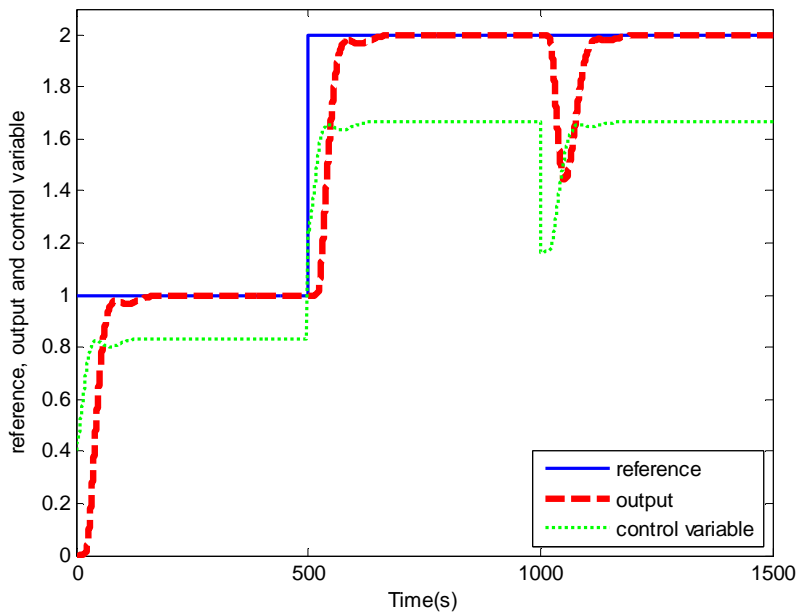
Průběh regulačního pochodu při řízení nominálního systému (105) regulátorem (107) je vidět na obrázku 25.

Pokud je dopravní zpoždění aproximováno a je použita stejná velikost ladicího parametru $m = 0,07$ pro syntézu, je regulátor dán přenosem:

$$C(s) = \frac{2,6s^2 + 0,4s + 0,02}{6,5s^2 + s} \quad (108)$$



Obrázek 25 – Průběh řízení systému (105) regulátorem (107)



Obrázek 26 – Průběh řízení systému (105) regulátorem (108)

Z uvedených průběhů regulačních pochodů na obr. 25 a 26 je zřejmé, že zanedbání velkého dopravního zpoždění u systémů vysokých řádů je již velmi problematické a regulační pochod se blíží k hranici stability.

7.3 Vliv volby ladicího parametru

Uvedené simulace ilustrují vliv volby ladicího parametru $m > 0$ na výsledný regulační pochod pro různé systémy. Nominální systém je identifikován ve tvaru přenosové funkce prvního řádu bez dopravního zpoždění. Syntéza regulátoru je provedena v okruhu R_{PS} a hodnoty ladicího parametru jsou voleny z intervalu (92). Získané regulátory jsou následně použity k řízení původního nominálního systému a výsledné regulační pochody jsou zobrazeny na přiložených obrázcích.

Příklad 5

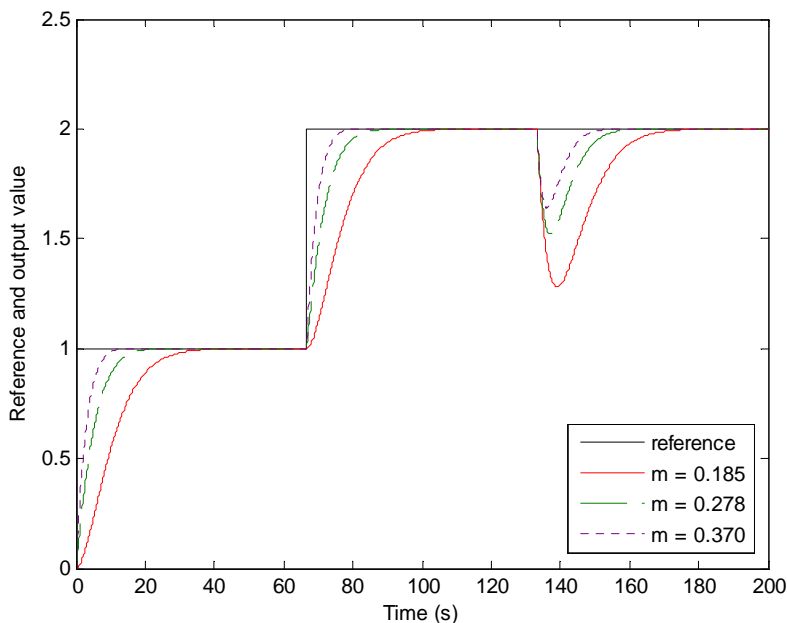
Nominální systém je dán přenosem prvního řádu bez dopravního zpoždění:

$$G(s) = \frac{2}{3s+1} \quad (109)$$

Po provedení reléového experimentu je identifikovaný systém:

$$\tilde{G}(s) = \frac{2}{2,7s+1} \quad (110)$$

Na obrázku 27 je zobrazen průběh regulačního pochodu pro tři zvolené ladicí parametry (92). Voleny jsou krajní hodnoty intervalu $0,5/T$ a $1/T$ a rovněž střední hodnota z intervalu $0,75/T$.



Obrázek 27 – Vliv volby ladícího parametru na regulaci systému (109)

Jelikož je nominální i identifikovaný systém stejného (prvního) řádu, odpovídají regulační pochody navrženému pravidlu pro aperiodické sledování žádané hodnoty.

Příklad 6

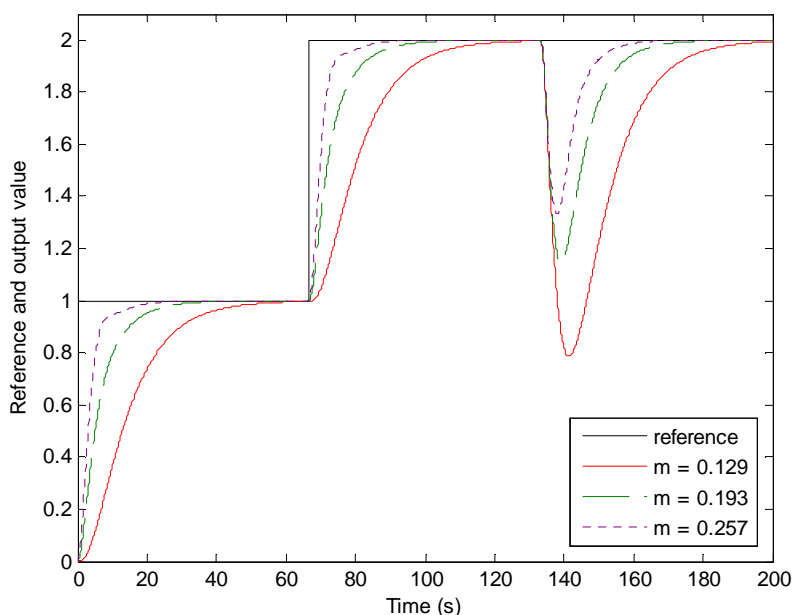
Nominální systém je dán přenosem druhého řádu bez dopravního zpoždění ve tvaru:

$$G(s) = \frac{3}{(2s+1)^2} \quad (111)$$

Po provedení reléového experimentu je identifikovaný systém bez dopravního zpoždění:

$$\tilde{G}(s) = \frac{3}{3,89s+1} \quad (112)$$

Srovnání regulačních pochodů při řízení systému (111) pomocí regulátorů navržených pro identifikovaný systém (112) pro tři různé ladicí parametry z intervalu (92) je vidět na obrázku 28.



Obrázek 28 – Vliv volby ladicího parametru na regulaci systému (111)

Přestože je nominální systém druhého řádu identifikován ve tvaru přenosové funkce prvního řádu bez dopravního zpoždění, jsou regulační pochody v daném intervalu ladicích parametrů stále aperiodické.

Příklad 7

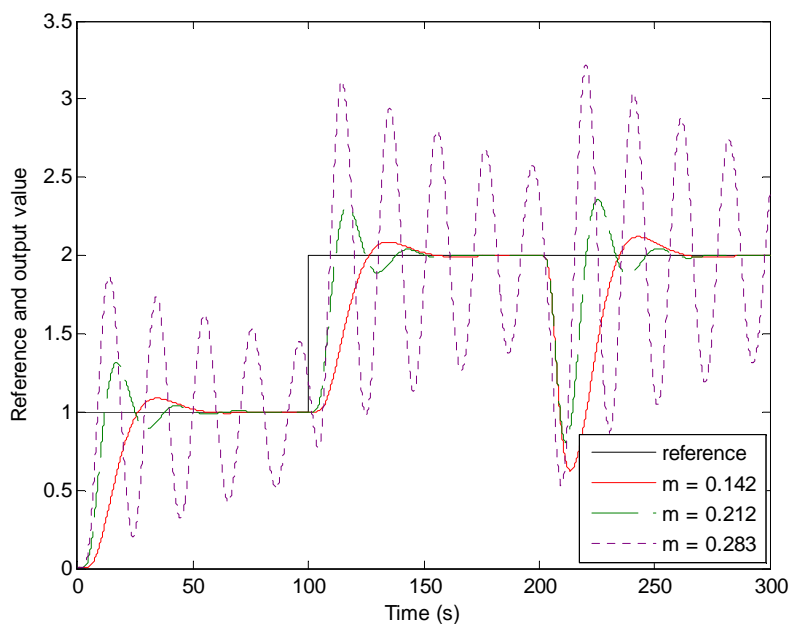
Přenos nominálního systému vysokého řádu je ve tvaru:

$$G(s) = \frac{3}{(s+1)^8} \quad (113)$$

Identifikovaný systém prvního řádu bez dopravního zpoždění je dán:

$$\tilde{G}(s) = \frac{3}{3,53s+1} \quad (114)$$

Srovnání regulačních pochodů je vidět na obrázku 29.



Obrázek 29 – Vliv volby ladicího parametru na regulaci systému (113)

Z obrázku je zřejmé, že identifikace systému vysokého řádu pomocí přenosové funkce prvního řádu bez dopravního zpoždění již neposkytuje aperiodické průběhy při použití podmínky (92).

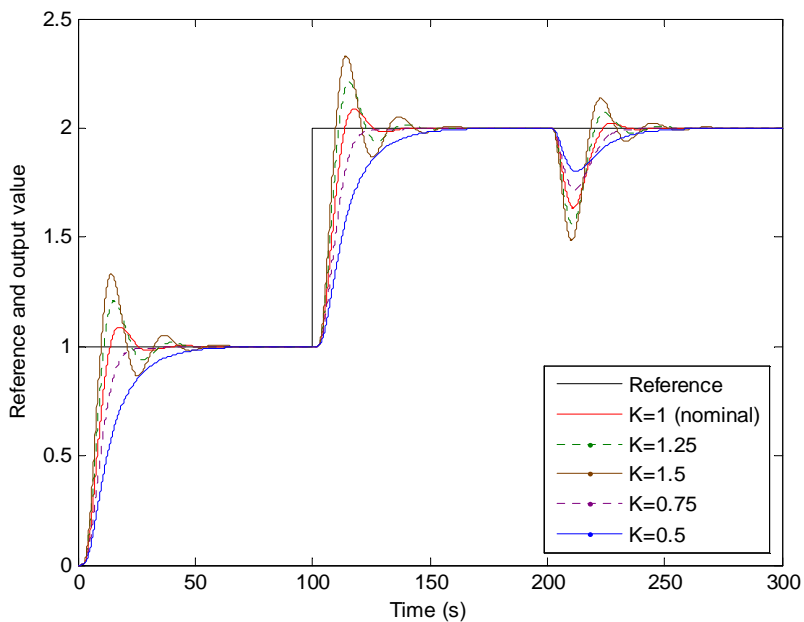
7.4 Vliv perturbace řízeného systému

Pro srovnání vlivu perturbace parametrů řízeného systému vůči identifikovaným parametrům a následně vypočtenému regulátoru byly provedeny další simulační ověření.

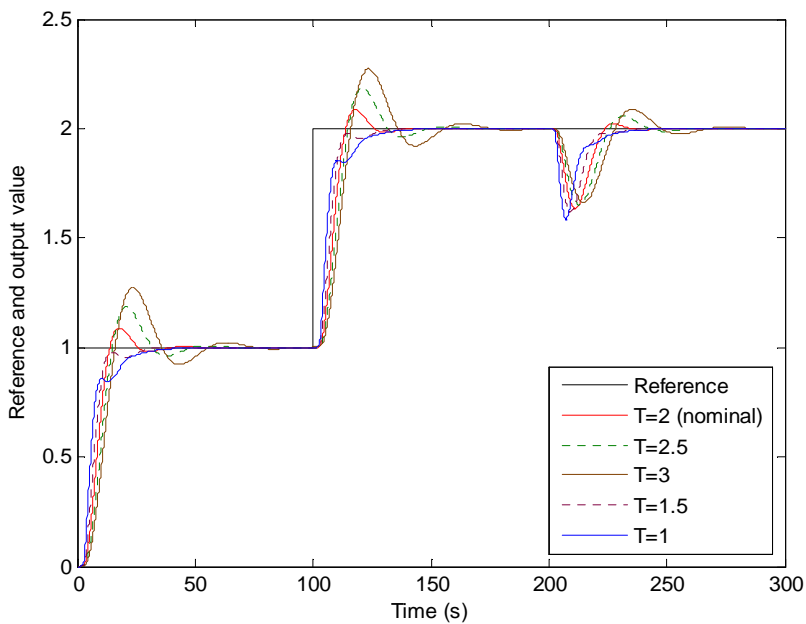
Reléová identifikace a následná syntéza regulátoru byla provedena pro systém třetího řádu s dopravním zpožděním, který je popsán přenosem:

$$G(s) = \frac{1}{(2s+1)^3} \cdot e^{-2s} \quad (115)$$

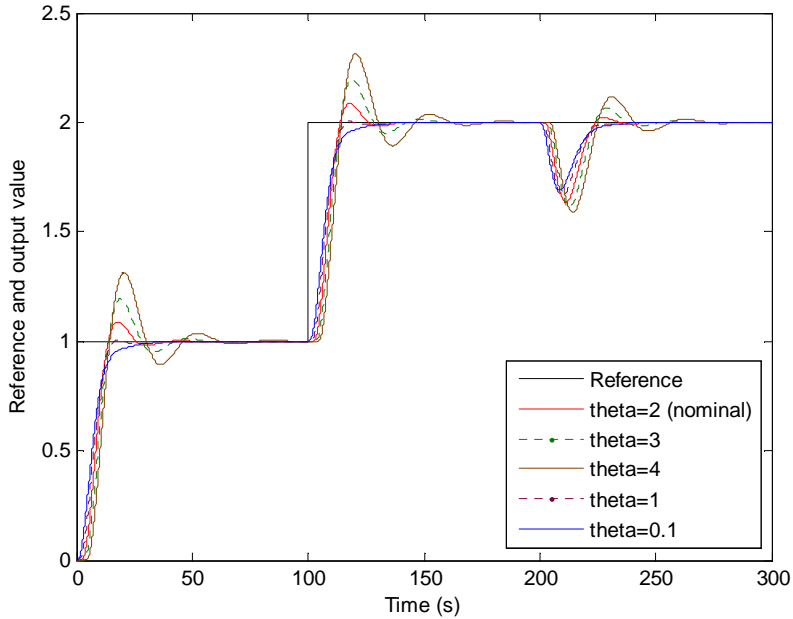
Dopravní zpoždění bylo při návrhu regulátoru zanedbáno. Při simulacích pak byly měněny parametry původního řízeného systému (115), přičemž parametry regulátoru zůstaly stejné, tedy generované vztahem (56).



Obrázek 30 – Průběhy řízení při změně zesílení



Obrázek 31 – Průběhy řízení při změně časové konstanty

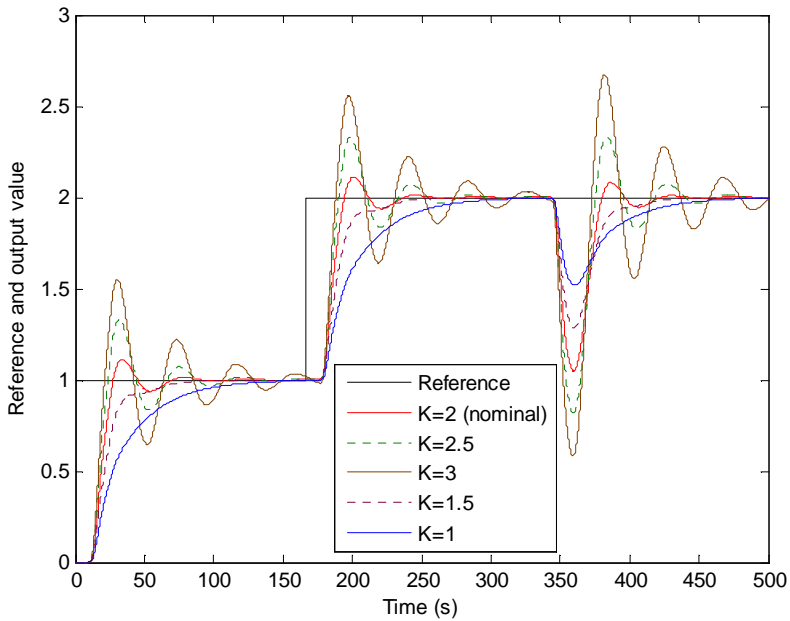


Obrázek 32 – Průběhy řízení při změně dopravního zpoždění

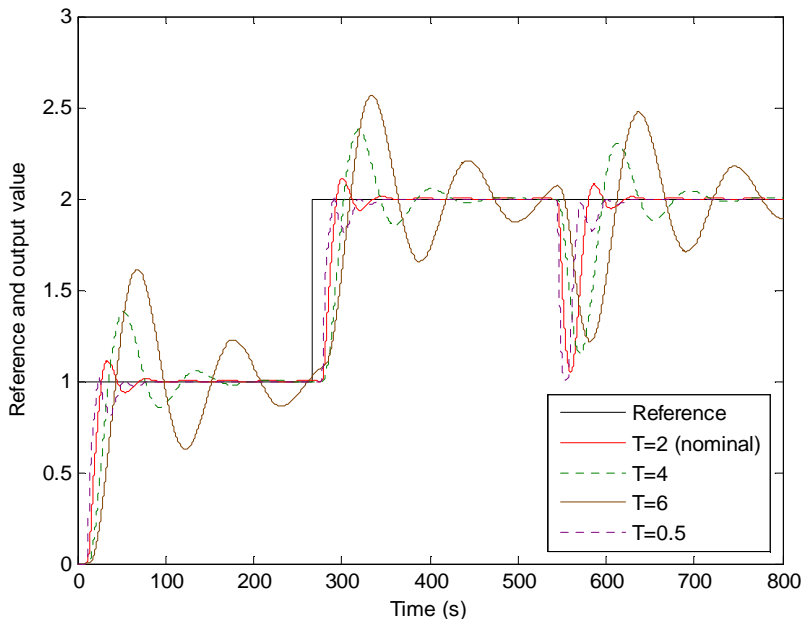
Jako další příklad je uveden systém čtvrtého řádu s dopravním zpožděním, které je pětinasobné vůči časové konstantě. Popsán je přenosovou funkcí:

$$G(s) = \frac{2}{(2s+1)^4} \cdot e^{-10s} \quad (116)$$

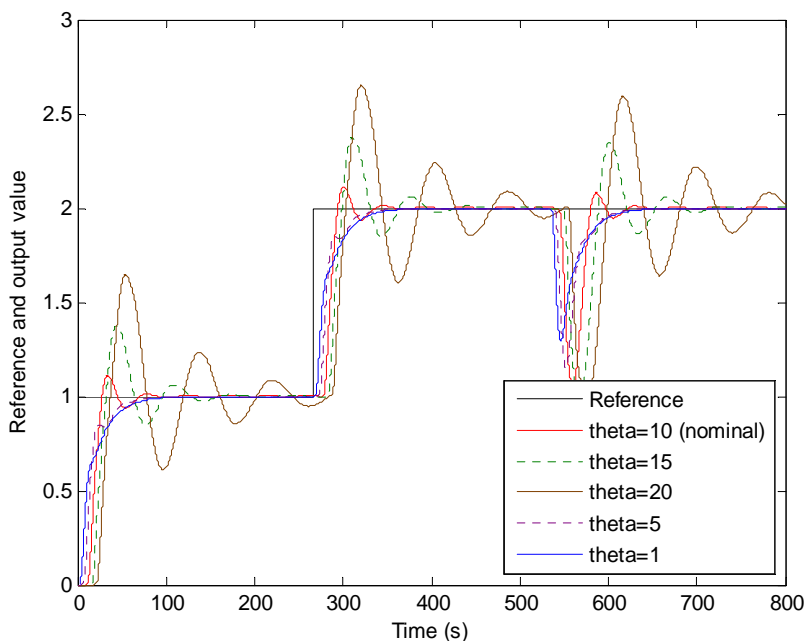
Dopravní zpoždění je v tomto případě před vlastní syntézou aproximováno Padé rozvojem. V simulacích byly následně provedeny změny parametrů systému (116) při zachování parametrů regulátoru, který byl pro původní systém navržen.



Obrázek 33 – Průběhy řízení při změně zesílení



Obrázek 34 – Průběhy řízení při změně časové konstanty



Obrázek 35 – Průběhy řízení při změně dopravního zpoždění

Z uvedených obrázků je patrné, že při změně parametrů k vyšším hodnotám oproti původně identifikovaným, nastávají u regulace výrazné kmity před ustálením a také překmit přes žádanou hodnotu se zvětšuje. Na druhou stranu se při změnách k nižším hodnotám překmity zmenšují, kmitavost mizí, ale doba potřebná k dosažení referenční hodnoty se prodlužuje. Je tedy možné říct, že regulátor je schopen do jisté míry řídit také perturbované soustavy.

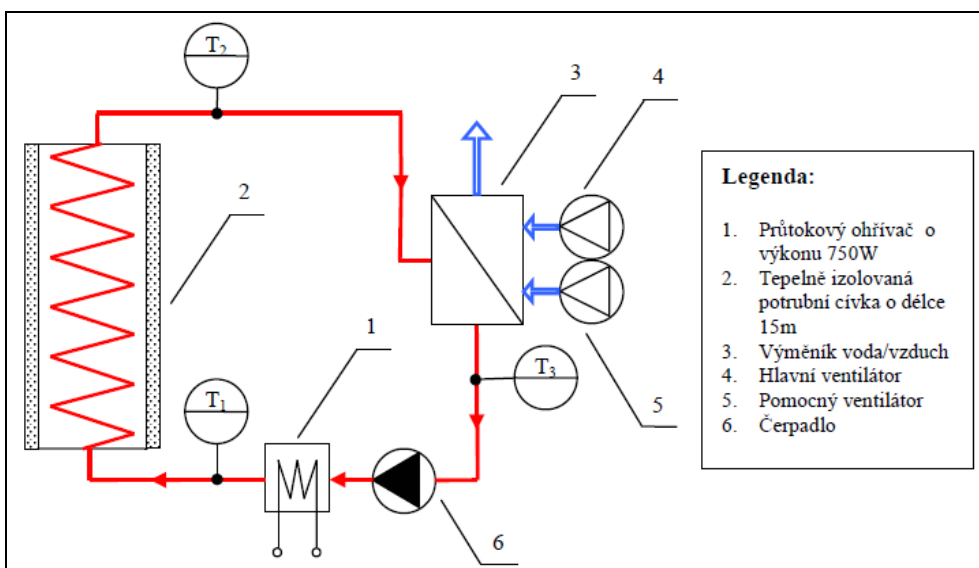
7.5 Reálné řízení

K ověření navrženého postupu automatického nastavení parametrů regulátoru byl proveden experiment na laboratorním modelu tepelné soustavy. Cílem bylo potvrdit, zda je navržená metodika schopna úspěšně fungovat také v reálném prostředí.

7.5.1 Popis modelu tepelné soustavy

Výukový tepelný model s dopravním zpožděním je založen na principu přenosu tepla pomocí teplonosného média v potrubním systému. Blokové schéma modelu je uvedeno na obr. 36. Teplonosné médium (voda) je transportováno pomocí spojitě regulovaného čerpadla 6 do průtokového ohříváče 1 o výkonu 750 W. Teplota vody vystupující z ohříváče je měřena platinovým teploměrem T_1 . Ohřátá voda dále vstupuje do tepelně izolované potrubní cívky 2, která je tvořena měděným potrubím o délce 15 m. Zde vzniká, v závislosti na zvolených otáčkách čerpadla, dopravní zpoždění v rozmezí 50 až 200 sekund. Spotřebič tepelné energie představuje výměník tepla typu voda/vzduch 3, který předává tepelnou energii teplonosného média do okolního prostředí. Úroveň spotřeby tepla lze nastavit pomocí dvou regulovatelných ventilátorů 4 a 5. Ventilátor 5 lze ovládat pouze dvoustavově (zapnuto/vypnuto), zatímco ventilátor 4 je řízen spojitě a slouží primárně pro generování poruchové veličiny při ověřování vlastností navržených regulátorů. Teplota vody vstupující do výměníku a vystupující z výměníku je měřena platinovým teploměrem T_2 , respektive T_3 . Z výměníku se voda vrací zpět do čerpadla a celý koloběh teplonosného média se opakuje. Vliv tepelné roztažnosti vody kompenzuje expanzní nádobka, která je umístěna na nejvyšším bodě tepelného modelu.

Rozhraní mezi tepelným modelem a počítačem tvoří jednotka pro sběr dat CTRL V3, která na základě příkazů odesílaných prostřednictvím standardního sériového rozhraní RS232 provádí veškeré operace související s ovládáním a měřením jednotlivých veličin. Jednotka je vybavena čtyřmi analogovými vstupy s rozsahem 0 až 10 V, dvěma analogovými výstupy s rozsahem 0 až 10 V se zatížitelností 50 mA, a čtyřmi logickými vstupy a výstupy. Komunikační rozhraní je od měřeného/ovládaného systému optoelektronicky odděleno. K přenosu dat mezi CTRL V3 a počítačem je použit znakově orientovaný přenosový protokol, který zajišťuje efektivní komunikaci s programovým systémem Matlab 6.5.



Obrázek 36 – Schéma tepelného modelu s dopravním zpožděním

7.5.2 Průběhy měření na reálném modelu

Vlastní experimentální ověření auto-tuningu na reálné soustavě je složeno z několika kroků. V první fázi dochází k ustálení teploty měřené teploměrem T2 při výkonu ohřívače 30%. Následně jsou provedeny reléové kmity s hysterezí 2°C. Po vyhodnocení naměřených údajů je provedena identifikace parametrů soustavy prvního řádu s dopravním zpožděním, které je následně aproximováno Padé aproximací. Poté je provedena syntéza regulátoru a okamžitě je zahájena regulace na žádanou teplotu 60°C.

Měření č.1

Zde byly kmity relé zvoleny tak, že při zapnutí je výkon ohřívače 40% a při vypnutí 10%, což jsou, vůči výkonu 30% při ustalování, nesymetrické kmity. Po provedení reléové identifikační části byl vypočten regulátor a zahájena regulace teploty na žádanou hodnotu 60°C. Reálná soustava byla v tomto případě identifikována přenosovou funkcí prvního řádu s dopravním zpožděním ve tvaru:

$$G(s) = \frac{0,4}{147s + 1} \cdot e^{-154s}$$

Regulátor pro zvolenou periodu vzorkování (10 s) a ladicí parametr $m=0,0051$ je ve tvaru:

$$C(z) = \frac{0,77z^{-2} - 1,62z^{-1} + 0,85}{0,97z^{-2} - 1,97z^{-1} + 1}$$

Průběh regulačního pochodu je vidět na obrázku v příloze 1.

Měření č.2

Průběh identifikační části je stejný jako při měření 1. Po jejím provedení byl opět vypočten regulátor a zahájena regulace. V první části na žádanou hodnotu 60°C a poté na 45°C. Reálná soustava byla identifikována přenosovou funkcí prvního řádu s dopravním zpožděním ve tvaru:

$$G(s) = \frac{0,5}{160s + 1} \cdot e^{-173s}$$

Regulátor pro zvolenou periodu vzorkování (10 s) a ladicí parametr $m=0,0047$ je ve tvaru:

$$C(z) = \frac{0,64z^{-2} - 1,35z^{-1} + 0,71}{0,97z^{-2} - 1,97z^{-1} + 1}$$

Průběh regulačního pochodu je opět vidět na obrázku v příloze 2.

Měření č.3

Průběh identifikační části je stejný jako při měření 1. V první části je teplota regulována na žádanou hodnotu 60°C, poté na 45°C a nakonec na 55°C. Reálná soustava byla identifikována přenosovou funkcí prvního řádu s dopravním zpožděním ve tvaru:

$$G(s) = \frac{0,6}{194s + 1} \cdot e^{-161s}$$

Regulátor pro zvolenou periodu vzorkování (10 s) a ladicí parametr $m=0,0039$ je ve tvaru:

$$C(z) = \frac{0,86z^{-2} - 1,78z^{-1} + 0,92}{0,99z^{-2} - 1,99z^{-1} + 1}$$

Průběh regulačního pochodu je uveden na obrázku v příloze 3.

Rozdíly u identifikovaných parametrů soustavy po provedení reléové identifikace jsou způsobeny rozdílnými podmínkami v laboratoři při vlastním měření, jelikož jednotlivá měření byla provedena s odstupem několika dní. Rovněž je zde možné zahrnout vliv (tolerance) vlastních měřicích prostředků.

8 ZÁVĚR

Tato práce byla věnována problematice automatického nastavování parametrů regulátorů při využití nesymetrického relé s hysterezí jako prostředku pro identifikaci neznámých parametrů řízeného systému. Cílem bylo propojení reléové identifikace s moderními metodami syntézy regulátorů. Celý postup je tedy složen ze dvou samostatných kroků. V první fázi probíhá reléový experiment, jehož výsledkem jsou parametry přenosu nízkého řádu s dopravním zpožděním, kterým je aproximován původní neznámý řízený systém. K takto identifikovanému systému je následně provedena syntéza regulátoru v okruhu ryzích a stabilních racionálních funkcí. Tento přístup umožňuje zavedení kladného skalárního parametru, kterým je možné ovlivňovat výsledné parametry regulátoru, tedy regulátor dále ladit. Základním problémem, který byl řešen, je vhodná volba tohoto ladicího parametru. V práci byly popsány dva způsoby, jak tuto hodnotu automaticky navrhnout a použít při syntéze. Jedním z popsaných přístupů byla metodika vyváženého nastavení autorů Klán a Gorez, která je zaměřena na rovnováhu mezi proporcionálním a integračním výkonem regulátoru. Druhý navržený postup spočíval ve vyhledání hodnoty ladicího parametru na základě podmínky aperiodického průběhu regulačního pochodu. Jako inovační přínos práce pro oblast auto-tuningu lze pokládat kombinaci reléové identifikace řízeného systému a syntézy regulátoru v okruhu ryzích a stabilních racionálních funkcí.

Pro účely simulačního ověření navržených postupů byl vytvořen programový prostředek v prostředí Matlab-Simulink, který umožňuje velmi jednoduše a rychle vykonat vlastní reléový identifikační experiment se zadaným přenosem a následně provést syntézu regulátoru k získanému

přenosu nízkého řádu. Program umožňuje volbu řádu identifikovaného přenosu (první nebo druhý) a rovněž ponechává na uživateli, zda dopravní zpoždění před vlastní syntézou regulátoru zanedbá nebo aproximuje Padé rozvojem. Také je ponechána možnost ovlivnění hodnoty ladicího parametru mimo hodnoty navržené automaticky. Schopnost takto získaného regulátoru řídit původní systém je ověřena pomocí simulačního prostředí Simulink, kde probíhá regulace na žádanou hodnotu v zadaném časovém horizontu.

Navržená metodika automatického nastavení parametrů regulátorů byla ověřena řadou simulačních příkladů ve vytvořeném prostředí, ale také při řízení reálného laboratorního modelu tepelné soustavy s dopravním zpožděním, který byl na pracovišti vyvinut pro výukové účely.

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

| | |
|--------------|---|
| 1DOF | struktura obvodu s jedním stupněm volnosti |
| 2DOF | struktura obvodu se dvěma stupni volnosti |
| $a(A)$ | Fourierova konstanta |
| $a(s)$ | jmenovatel přenosu řízeného systému v polynomech |
| $b(A)$ | Fourierova konstanta |
| $b(s)$ | čitatel přenosu řízeného systému v polynomech |
| B | amplituda kmitů relé |
| $B(s)$ | čitatel přenosu řízeného systému v R_{PS} |
| A | amplituda periodického signálu výstupu |
| $A(s)$ | jmenovatel přenosu řízeného systému v R_{PS} |
| $A_N(A)$ | modul kritické charakteristiky |
| D | derivační složka regulátoru |
| $e(t)$ | časový průběh regulační odchylky |
| FB | struktura obvodu se zpětnovazebním regulátorem |
| FBFW | struktura obvodu s přímo i zpětnovazebním regulátorem |
| $G(j\omega)$ | frekvenční přenos |
| $G(s)$ | přenos řízeného systému |
| $G_N(A)$ | ekvivalentní přenos nelineárního členu |
| I | integrační složka regulátoru |
| ITAE | Integral of Time multiplied by Absolute Error |
| K | proporcionální zesílení řízeného systému |
| K_P | proporcionální zesílení regulátoru |
| L | normalizované dopravní zpoždění |
| $n(t)$ | časový průběh poruchy na akční zásah |
| P | proporcionální složka regulátoru |
| $P(s)$ | jmenovatel přenosu regulátoru v R_{PS} |

| | |
|---------------|--|
| $Q(s)$ | čitatel přenosu regulátoru v R_{PS} |
| $R(s)$ | čitatel přenosu přímovazebního regulátoru v R_{PS} |
| R_{MS} | okruh meromorfních funkcí |
| R_{PS} | okruh ryzích a stabilních racionálních funkcí |
| T | časová konstanta řízeného systému |
| T_D | derivační časová konstanta regulátoru |
| T_I | integrační časová konstanta regulátoru |
| $u(t)$ | časový průběh regulační veličiny |
| u_N | amplituda první harmonické |
| $v(t)$ | časový průběh poruchy na výstupní veličinu |
| $w(t)$ | časový průběh žádané veličiny (referenční signál) |
| $Z(s)$ | libovolný prvek z okruhu R_{PS} |
| ε | hystereze relé |
| φ_N | fázový posuv první harmonické |
| Θ | dopravní zpoždění |
| ωt | úhlová frekvence |

PUBLIKAČNÍ AKTIVITY

- [1] PERŮTKA, K.; KORBEL, J. New Method of Setting Poles in Pole Placement Approach. In *Proceedings of 15th International DAAAM Symposium*. Vienna: DAAAM International Vienna, 2004. s. 12-13 ISBN 3-901509-42-9.
- [2] KORBEL, J.; PROKOP, R. Automatic tuning of controllers using relay experiment. In *Proceedings of 15th International DAAAM Symposium*. Vienna: DAAAM International Vienna, 2004. s. 12-13 ISBN 3-901509-42-9.
- [3] PROKOP, R.; KORBEL, J. Autotuning - automatické ladění jednoduchých regulátorů. In *Proceedings the 6th International Scientific - Technical Conference Proces Control*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2004. s.1-9, ISBN 80-7194-662-1.
- [4] KORBEL, J.; PROKOP, R. Návrh, ladění a simulace robustního řízení. In *Proceedings the 6th International Scientific - Technical Conference Proces Control*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2004. s. 1-9, ISBN 80-7194-662-1.
- [5] MATUŠŮ, R.; PROKOP, R.; KORBEL, J. Algebraic approach to design and tuning of PI controllers for higher order systems. In *Proceedings of the 16th International DAAAM Symposium*. Vienna: DAAAM International Vienna, 2005. s. 245-246 ISBN 3-901509-46-1.
- [6] PROKOP, R.; KORBEL, J. Comparison of relay based auto tuning methods. In *Proceedings of 15th International Conference on Process Control*. Bratislava: Slovak University of Technology, 2005. ISBN 80-227-2235-9.
- [7] PROKOP, R.; KORBEL, J.; MATUŠŮ, R. PI autotuners based on biased relay identification. In *IFAC World Congress*. Praha: IFAC - International Federation of Automatic Control, 2005. ISBN 0-08-045108-X.
- [8] PROKOP, R.; KORBEL, J.; MATUŠŮ, R. Relay-based autotuning: a second order algebraic design. In *IEEE International Symp. on ISP*. Faro: IEEE Control Systems Society, 2005. ISBN 0-7803-9031-8.

- [9] PROKOP, R.; KORBEL, J. Relé ve zpětné vazbě aneb Převrat v návrhu regulátorů? *Automatizace*, 2006, roč. 49, č. 3, s.190-197. ISSN 0005-125X.
- [10] PROKOP, R.; PEKAŘ, L.; KORBEL, J. Relay-based autotuning with meromorphic control synthesis. In *Asian Control Conference*. Oxford: PERGAMON Elsevier Science Ltd, 2006, s. 121-127. ISBN 979-15017-0.
- [11] MATUŠŮ, R.; PROKOP, R.; KORBEL, J. Analysis and tuning of PI controllers designed through algebraic tools. In *Proceedings of the 6th Asian Control Conference*. Bandung, Indonésie: Institut Teknologi Bandung, 2006, s. 31-35. ISBN 979-15017-0.
- [12] KORBEL, J.; PROKOP, R. Autotuning pro systémy s dopravním zpožděním. In *Proceedings of the 7th International Scientific - Technical Conference Process Control*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2006, s. 6. ISBN 80-7194-860-8.
- [13] KORBEL, J.; PROKOP, R.; MATUŠŮ, R. Relay-based autotuners – first and second order algebraic design. In *18th International DAAAM Symposium* Vienna: DAAAM International Vienna, 2007. s. 387-388 ISBN 3-901509-58-5.
- [14] MATUŠŮ, R.; PROKOP, R.; KORBEL, J. Uncertain Quasi-polynomials: Robust Stability of Time-Delay Systems. In *Annals of DAAAM for 2007 & Proceedings of the 18th International DAAAM Symposium*, první vyd. Vienna: DAAAM International Vienna, 2007. s. 443-444. ISBN 3-901509-58-5.
- [15] PEKAŘ, L.; PROKOP, R.; KORBEL, J. Autotuning for delay systems in meromorphic functions – a second order case. In *Proceedings of the European Control Conference*. 2007, s. 1839-1845. ISBN 978-960-89028-5-5.
- [16] KORBEL, J.; PROKOP, R. Autotuning – Influence of control loop structure. In *Proceedings the 8th International Scientific - Technical Conference Process Control 2008*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2008, s. 28. ISBN 978-80-7395-077-4.
- [17] KORBEL, J.; DOSTÁLEK, P.; PROKOP, R. Application of autotuning to a laboratory model. In *Proceedings of the 17th International*

- Conference on Process Control 2009*. Bratislava: Slovak University of Technology, 2009, s. 152-154. ISBN 978-80-227-3081-5.
- [18] PROKOP, R.; KORBEL, J.; PROKOPOVÁ, Z. Relay-based autotuning with algebraic kontrol design. In *Proceedings of the 23rd European Conference on Modelling and Simulation ECMS 2009*. Madrid, 2009. ISBN 0-9553018-9-0 (CD-ROM).
- [19] MATUŠŮ, R.; PROKOP, R.; KORBEL, J. Description and analysis of interval systems. In *Proceedings of the 23rd European Conference on Modelling and Simulation ECMS 2009*. Madrid, 2009. ISBN 0-9553018-9-0 (CD-ROM).
- [20] KORBEL, J.; DOSTÁLEK, P.; PROKOP, R. Auto-tuning control of real time model. In *Proceedings of the 20th International DAAAM Symposium*. Vienna: DAAAM International Vienna, 2009, s. 1103-1104. ISBN 978-3-901509-70-4.

Závěrečné zprávy projektů:

- [21] KORBEL, JIŘÍ. *Programové prostředí pro návrh robustních regulátorů*. Závěrečná zpráva projektu Fondu rozvoje VŠ MŠMT č. G1/2194, 2005.

Vedené kvalifikační práce:

- [22] VEVERKOVÁ, JANA. *Analýza robustnosti systému řízení se Smithovým prediktorem*, bakalářská práce, UTB ve Zlíně, FAI, 2004.
- [23] PIŠAN, RADIM. *Autotuning regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním*, bakalářská práce, UTB ve Zlíně, FAI, 2006.
- [24] ŘEZNÍČEK, PETR. *Polynomiální syntéza regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním*, bakalářská práce, UTB ve Zlíně, FAI, 2007.

LITERATURA

- [1] ASTRÖM, K.J. *Introduction to Stochastic Control Theory*. Academic Press, New York, 1970.
- [2] ASTRÖM, K.J.; HÄGGLUND, T. Automatic tuning of simple regulators with specification on phase and amplitude margins. *Automatica*. 1984, 20, s. 645-651.
- [3] ASTRÖM, K.J.; HÄGGLUND, T. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. 2nd edition. International Society for Measurement and Con, 1995. 343 s. ISBN 978-1556175169.
- [4] ASTRÖM, K.J.; HÄGGLUND, T. The future of PID control. In *Preprints of IFAC Workshop PID'00*. 2000. s. 19-30. ISBN 0080436242.
- [5] ASTRÖM, K.J.; HÄGGLUND, T. *Advanced PID control*. ISA - The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2005. 461 s. ISBN 978-1-55617-942-6.
- [6] ATHERTON, D.P. *The control handbook*. [s.l.] : IEEE Press, 1996. The describing function method, s. 363-372. ISBN 0-8493-8570-9.
- [7] BALÁTĚ, J. *Automatické řízení*. Praha: BEN-technická literatura, 2003. 663 s. ISBN 80-7300-020-2.
- [8] BENNETT, S. The past of PID controllers. In *Preprints of IFAC Workshop PID'00*. 2000. s. 3-11. ISBN 0080436242.
- [9] DORF, R.; BISHOP, R. *Modern Control Systems*. Addison-Wesley Longman, Inc. 1998.
- [10] GARCÍA, R.F.; CASTELO, F.J.P. A complement to autotuning methods on PID controllers. In *Preprints of IFAC Workshop PID'00*. 2000. s. 101-104. ISBN 0080436242.
- [11] GOREZ, R.; KLÁN, P. Nonmodel-based explicit design relations for PID controllers. In *Preprints of IFAC Workshop PID'00*. 2000. s. 141-146. ISBN 0080436242.

- [12] HANG, C.C.; ASTRÖM, K.J.; WANG, Q.G. Relay feedback auto-tuning of process controllers – a tutorial review. *Journal of Process Control*. 2001, 12, s. 143-162.
- [13] HUSTÁK, P. *Systémy s dopravním zpožděním a návrh robustních regulátorů pro jejich řízení*. Zlín, 2003. 126 s. Dizertační práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně.
- [14] INGIMUNDARSON, A.; HÄGGLUND, T. Robust automatic tuning of an industrial PI controller for dead-time systems. In *Preprints of IFAC Workshop PID'00*. 2000. s. 149-154. ISBN 0080436242.
- [15] JENG, J.C.; HUANG, H.P.; LIN, F.Y. Modified relay feedback approach for controller tuning based on assessment of gain and phase margins. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 2006, 45, s. 4043-4051.
- [16] KAYA, I.; ATHERTON, D.P. Parameter estimation from relay autotuning with asymmetric limit cycle data. *Journal of Process Control*. 2001, s. 429-439.
- [17] KLÁN, P. Moderní metody nastavení PID regulátorů. *Automa*. 2000, s. 54-57.
- [18] KLÁN, P.; GOREZ, P. Vyvážené nastavení PI regulátorů. *Automa*. 2000, s. 49-53.
- [19] KLÁN, P. Komerčně využívané pokročilé metody nastavování PID regulátorů. *Automa*. 2009, s. 14-18.
- [20] KUČERA, V. *Discrete Linear Control: The Polynomial Equation Approach*. Wiley, Chichester. 1979.
- [21] KUČERA, V. *Analysis and design of discrete linear control systems*. Academia, Praha. 1991. ISBN 80-200-0252-9.
- [22] KUČERA, V. Diophantine equations in control - A survey. *Automatica*. 1993, 29, s. 1361-1375.
- [23] KUČERA, V. Algebraic methods in control, theory and applications. In *Preprints of the DYCOMANS Workshop*. 1995. s. 83-88.
- [24] KUČERA, V. Robustní regulátory. *Automa*. 2001, 6, s. 43-45.

- [25] LEVA, A.; BASCETTA, L.; SCHIAVO, F. Model-based PI/PID autotuning with fast relay identification. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 2006, 45, s. 4052-4062.
- [26] LI, W.; ESKINAT, E.; LUYBEN, W.L. An improved autotune identification method. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 1991, 30, s. 1530-1541.
- [27] LUYBEN, W.L. Getting more information from relay-feedback tests. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 2001, 40, s. 4391-4402.
- [28] MAJHI, S.; ATHERTON, D.P. Autotuning and controller design for unstable time delay processes. In *Preprints of UKACC Int. Conf. on Control*. 1998. s. 769-774.
- [29] MAJHI, S. Relay based identification of processes with time delay. *Journal of Process Control*. 2007, 17, s. 93-101.
- [30] MORILLA, F.; GONZÁLES, A.; DURO, N. Auto-tuning PID controllers in terms of relative damping. In *Preprints of IFAC Workshop PID'00*. 2000. s. 161-166. ISBN 0080436242.
- [31] O'DWYER, A. *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. London: Imperial College Press, 2009. 623 s. ISBN 1-84816-242-1.
- [32] PANDA, R.C.; YU, C.C. Analytical expressions for relay feedback responses. *Journal of Process Control*. 2003, 13, s. 489-501.
- [33] PECHARROMÁN, R.R.; PAGOLA, F.L. Control design for PID controllers auto-tuning based on improved identification. In *Preprints of IFAC Workshop PID'00*. 2000. s. 89-94. ISBN 0080436242.
- [34] PEKAŘ, L., PROKOP, R. Algebraic control of integrating processes with dead time by two feedback controllers in the ring RMS. In *Int. J. of Circuits, Systems and Signal Processing*. 2008. s. 249-263. ISSN: 1998-4464.
- [35] PEKAŘ, L.; PROKOP, R.; DOSTÁLEK, P. Circuit heating plant model with internal delays. In *WSEAS Transaction on Systems*. 2009. s. 1093-1104. ISSN: 1109-2777.

- [36] PETERKA, V. On steady state minimum variance control strategy. *Kybernetika*. 1972, 8, s. 219-232.
- [37] PROKOP, R.; CORRIOU, J.P. Design and analysis of simple robust controllers. *Int. J. Control*. 1997, 66, s. 905-921.
- [38] PROKOP, R.; HUSTÁK, P.; PROKOPOVÁ, Z. Robust PID like controllers – design and tuning. In *Preprints of IFAC Workshop PID'00*. 2000. s. 320-325. ISBN 0080436242.
- [39] PROKOP, R.; HUSTÁK, P.; PROKOPOVÁ, Z. Simple robust controllers: Design, tuning and analysis. In *Preprints of 15th IFAC World Congress*. 2002.
- [40] PROKOP, R.; PEKAŘ, L. Systémy se zpožděním: kvazipolynomiální přístup. *Automatizace*. 2009, 52, 7, s. 414-418.
- [41] SHEN, S.H.; WU, J.H.; YU, C.C. Use of biased-relay feedback for system identification. *American Institute of Chemical Engineers*. 1996, 42, s. 1174-1180.
- [42] SHINSKEY, F.G. Process Control: As taught vs as practiced. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 2002, 41, s. 3745-3750.
- [43] TAYLOR, J.H. Describing Functions. *Electrical Engineering Encyclopedia*. 1999.
- [44] THYAGARAJAN, T.; YU, C.C. Improved autotuning using shape factor from relay feedback. In *Preprints of IFAC World Congress*. 2002.
- [45] THYAGARAJAN, T.; YU, C.C.; HUANG, H. Assessment of controller performance: a relay feedback approach. *Chemical Engineering Science*. 2003, 58, s. 497-512.
- [46] VIDYASAGAR, M. *Control system synthesis: a factorization approach*. MIT Press, Cambridge, M.A, 1988. 456 s. ISBN 0262720124.
- [47] VÍTEČKOVÁ, M.; VÍTEČEK, A. Experimentální identifikace metodou relé. In *Automatizácia a informatizácia*. 2004.

- [48] VÍTEČKOVÁ, M.; VÍTEČEK, A. Seřízení regulátorů PI a PID na aperiodický regulační pochod. In *Proceedings of the 7th International conference on Control of power & heating systems*. Zlín: Academia Centrum, 2006. s. P82_1-P82_5.
- [49] VYHLÍDAL, T. Anisochronic first order model and its application to internal model control. In *ASR '2000 Seminar*. 2000.
- [50] WANG, QG.; LEE, T.H.; LIN, Ch. *Relay feedback: Analysis, Identification and Control*. London: Springer-Verlag, 2002. 385 s. ISBN 1852336501.
- [51] YOULA, D.; BONGIORNO, J., Jr.; JABR, H. Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers Part I: The single-input-output case. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1976, 21, 1, s. 3-13. ISSN 0018-9286.
- [52] YU, C.C. *Autotuning of PID Controllers*. London: Springer-Verlag, 2006. 261 s. ISBN 1-84628-036-2.
- [53] ZIEGLER, J.G.; NICHOLS, N.B. Optimum settings for automatic controllers. In *Transactions of the American society of mechanical engineers*. 1942. s. 759-768.
- [54] ZÍTEK, P.; KUČERA, V. Algebraic design of anisochronic controllers for time delay systems. *International Journal of Control*. 2003, 76, s. 905-921.
- [55] ZÍTEK, P.; KUČERA, V.; VYHLÍDAL, T. Meromorphic observer-based pole assignment in time delay systems. *Kybernetika*. 2008, 44, 5, s. 633-648.

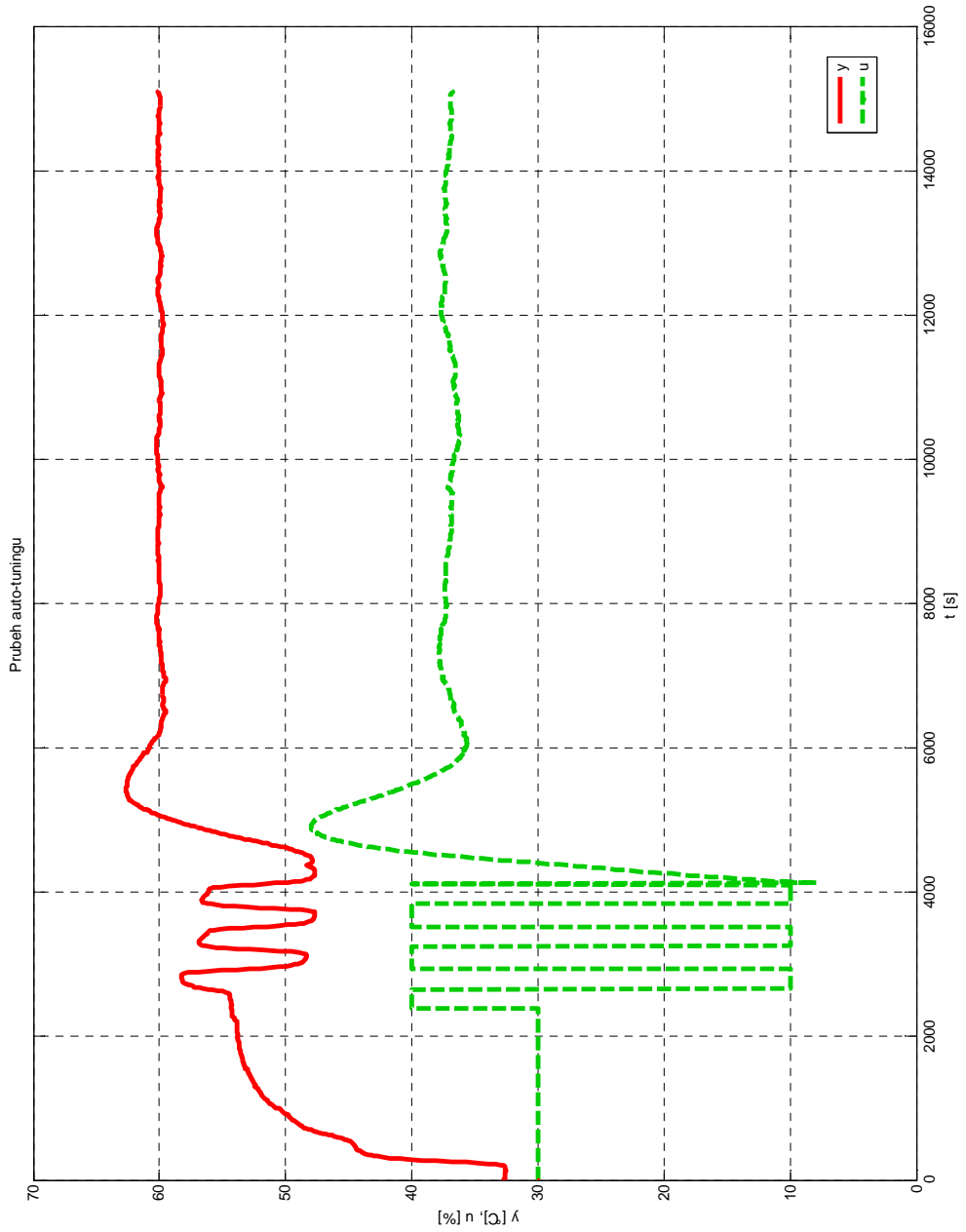
SEZNAM OBRÁZKŮ

| | |
|---|----|
| Obrázek 1 – Reálné třípolohové relé (Balátě, 2003)..... | 17 |
| Obrázek 2 – Charakteristiky relé (Balátě, 2003)..... | 19 |
| Obrázek 3 – Ilustrace ekvivalentního přenosu relé (Taylor, 1999)..... | 20 |
| Obrázek 4 – Relé ve zpětné vazbě..... | 21 |
| Obrázek 5 – Oscilace vstupní a výstupní veličiny | 25 |
| Obrázek 6 – Regulační obvod s jedním stupněm volnosti (1DOF, FB)..... | 34 |
| Obrázek 7 – Regulační obvod se dvěma stupni volnosti (2DOF, FBFW) ... | 35 |
| Obrázek 8 – Tvary přechodových charakteristik | 50 |
| Obrázek 9 - Hlavní menu původního programového systému..... | 54 |
| Obrázek 10 – Hlavní menu programového systému | 56 |
| Obrázek 11 – Zapojení obvodu pro reléovou identifikaci v Simulinku..... | 57 |
| Obrázek 12 – Zapojení obvodu pro simulaci řízení v Simulinku..... | 57 |
| Obrázek 13 – Přechodové charakteristiky systémů (93) a (94)..... | 59 |
| Obrázek 14 – Průběh řízení systému (93) regulátorem (95) | 60 |
| Obrázek 15 – Průběh řízení systému (93) regulátorem (96) | 60 |
| Obrázek 16 – Porovnání metod návrhu regulátorů pro (94)..... | 61 |
| Obrázek 17 – Přechodové charakteristiky systémů (97) a (98)..... | 63 |
| Obrázek 18 – Průběh řízení systému (97) regulátorem (99) | 63 |
| Obrázek 19 – Průběh řízení systému (97) regulátorem (100)..... | 64 |
| Obrázek 20 – Přechodové charakteristiky systémů (101) a (102) | 65 |
| Obrázek 21 – Průběh řízení systému (101) regulátorem (103)..... | 66 |
| Obrázek 22 – Průběh řízení systému (101) regulátorem (104)..... | 67 |
| Obrázek 23 – Porovnání metod návrhu regulátorů pro (102)..... | 68 |
| Obrázek 24 – Přechodové charakteristiky systémů (105) a (106) | 69 |
| Obrázek 25 – Průběh řízení systému (105) regulátorem (107)..... | 70 |
| Obrázek 26 – Průběh řízení systému (105) regulátorem (108)..... | 70 |

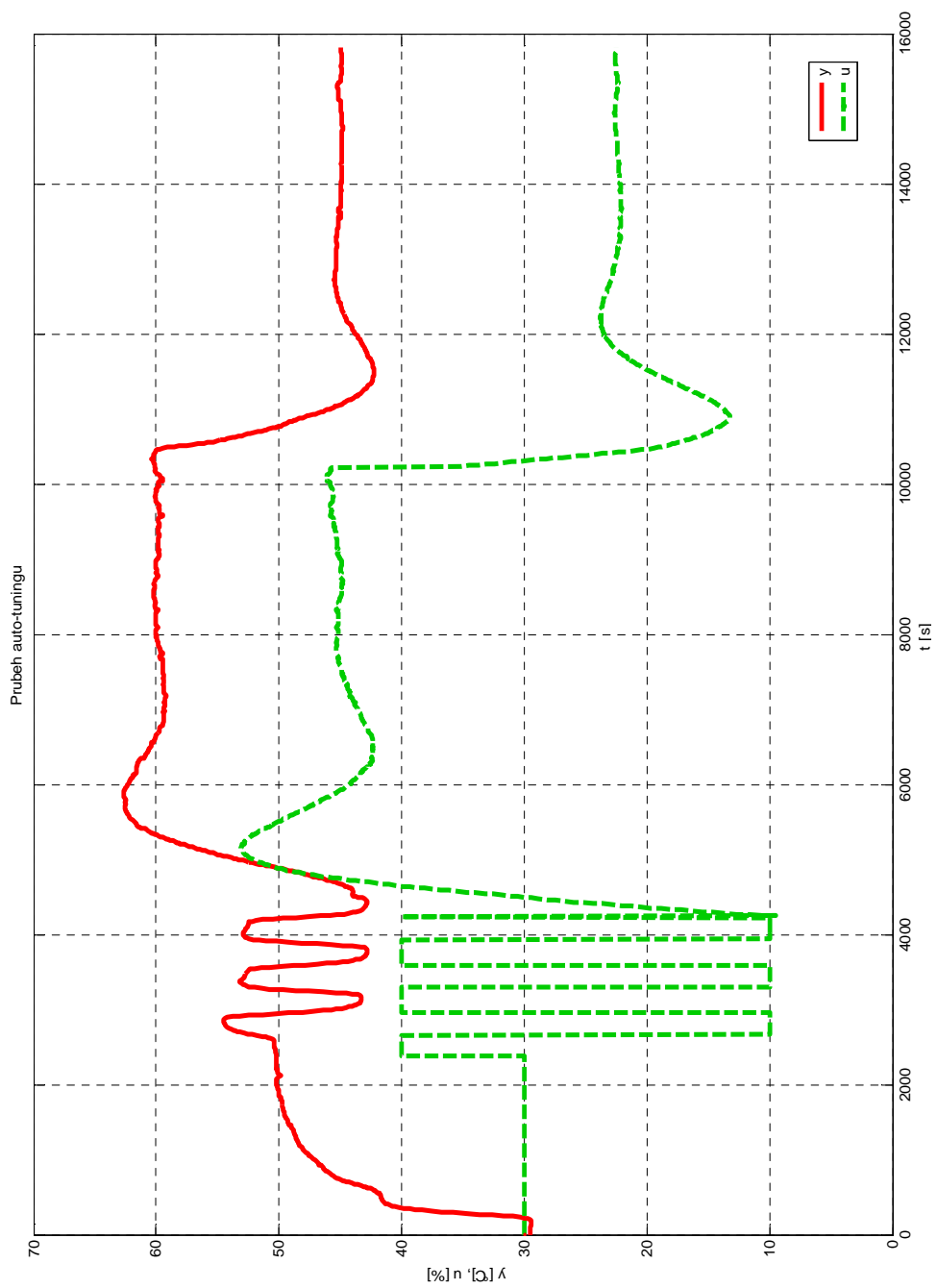
| | |
|---|----|
| Obrázek 27 – Vliv volby ladicího parametru na regulaci systému (109)..... | 72 |
| Obrázek 28 – Vliv volby ladicího parametru na regulaci systému (111)..... | 73 |
| Obrázek 29 – Vliv volby ladicího parametru na regulaci systému (113)..... | 74 |
| Obrázek 30 – Průběhy řízení při změně zesílení..... | 76 |
| Obrázek 31 – Průběhy řízení při změně časové konstanty | 76 |
| Obrázek 32 – Průběhy řízení při změně dopravního zpoždění | 77 |
| Obrázek 33 – Průběhy řízení při změně zesílení..... | 78 |
| Obrázek 34 – Průběhy řízení při změně časové konstanty | 78 |
| Obrázek 35 – Průběhy řízení při změně dopravního zpoždění | 79 |
| Obrázek 36 – Schéma tepelného modelu s dopravním zpožděním | 81 |

PŘÍLOHY

Příloha 1 – Průběh regulace na reálném modelu (měření 1)



Příloha 2 – Průběh regulace na reálném modelu (měření 2)



Příloha 3 - Průběh regulace na reálném modelu (měření 3)

