# Měření koeficientu přestupu tepla v závislosti na kvalitě povrchu.

Zdeněk Macek

Bakalářská práce 2011/2012



🗧 Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně Fakulta technologická

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně Fakulta technologická Ústav výrobního inženýrství akademický rok: 2011/2012

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:Zdeněk MACEKOsobní číslo:T08909Studijní program:B 3909 Procesní inženýrstvíStudijní obor:Technologická zařízení

Téma práce:

Měření koeficientu přestupu tepla v závislosti na kvalitě povrchu

#### Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte rešerši na téma vedení, sdílení a přestupy tepla

2. Popište měřící metody

- 3. Vyrobte vzorek pro měření s různou jakostí povrchu
- 4. Proměřte jakost povrchu připravených vzorků a změřte koeficient přestupu tepla
- 5. Zhodnoťte výsledky měření

Rozsah bakalářské práce: Rozsah příloh: Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

Dle doporučení vedoucího práce

Vedoucí bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce:

Ing. Jaroslav Maloch, CSc. Ústav výrobního inženýrství 13. února 2012 Termín odevzdání bakalářské práce: 25. května 2012

Ve Zlíně dne 8. února 2012

doc. Ing. Roman Čermák, Ph.D. děkan



tain Ć

prof. Ing. Berenika Hausnerová, Ph.D. ředitel ústavu

Příjmení a jméno: Zdeněk Macek

Obor: Technologická zařízení

#### PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby <sup>1</sup>;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen na příslušném ústavu Fakulty technologické UTB ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3<sup>2</sup>;
- beru na vědomí, že podle § 60<sup>3)</sup> odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60<sup>3)</sup> odst. 2 a 3 mohu užít své dílo diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Ve Zlíně 18.8.2012

Hach

zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, § 47 Zveřejňování závěrečných prací:
 Vysoká škola nevýdělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetně posudků

<sup>(1)</sup> Vysoká škola nevýdělečně zveřejňuje disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce, u kterých proběhla obhajoba, včetne posudku oponentů a výsledku obhajoby prostřednictvím databáze kvalifikačních prací, kterou spravuje. Způsob zveřejnění stanoví vnitřní předpis vysoké školy.

(2) Disertační, diplomové, bakalářské a rigorózní práce odevzdané uchazečem k obhajobě musí být též nejméně pět pracovních dnů před konáním obhajoby zveřejněny k nahlížení veřejnosti v místě určeném vnitřním předpisem vysoké školy nebo není-li tak určeno, v místě pracoviště vysoké školy, kde se má konat obhajoba práce. Každý si může ze zveřejněné práce pořizovat na své náklady výpisy, opisy nebo rozmnoženiny.

(3) Platí, že odevzdáním práce autor souhlasí se zveřejněním své práce podle tohoto zákona, bez ohledu na výsledek obhajoby.
<sup>2)</sup> zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve

znění pozdějších právnich předpisů, § 35 odst. 3:
 (3) Do práva autorského také nezasahuje škola nebo školské či vzdělávací zařízení, užije-li nikoli za účelem přímého nebo nepřímého hospodářského nebo obchodního prospěchu k výuce nebo k vlastní potřebě dílo vytvořené žákem nebo studentem ke splnění školních nebo studinich povinnosti vyplývajících z jeho právního vztahu ke škole nebo školskému či vzdělávacího zařízení (školní dílo).

studijnich povinnosti vyplyvajících z jeho pravniho vztahu ke skole nebo skolskenu či vzdelovočnih zdrželo (skolu dilo). <sup>31</sup> zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právnich předpisů, § 60 Školní dílo:

(1) Škola nebo školské či vzdělávaci zařízení mají za obvyklých podmínek právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla (§ 35 odst. 3). Odpírá-li autor takového díla udělit svolení bez vážného důvodu, mohou se tyto osoby domáhat nahrazení chybějícího projevu jeho vále u scudu listanovené (6 35 odst. 3).

vůle u soudu. Ustanovení § 35 odst. 3 zůstává nedotčeno.
 (2) Není-li sjednáno jinak, může autor školního díla své dílo užít či poskytnout jinému licenci, není-li to v rozporu s oprávněnými zájmy školy nebo školského či vzdělávacího zařízení.

(3) Škola nebo školského či vzdělávacího zařízení.
(3) Škola nebo školské či vzdělávacího zařízení jsou oprávněny požadovat, aby jim autor školniho díla z výdělku jím dosaženého v souvislosti s užitim díla či poskytnutím licence podle odstavce 2 přiměřeně přispěl na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložily, a to podle okolností až do jejich skutečné výše; přitom se přihlédne k výši výdělku dosaženého školou nebo školským či vzdělávacím zařízením z užití školniho díla podle odstavce 1.

## ABSTRAKT

Cílem bakalářské práce je určení závislosti tepelné vodivosti a přestupu tepla na kvalitě povrchu testovaných vzorků. Práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. Obsahem teoretické části je shrnutí základních tepelných pochodů vyskytujících se v praxi a nastínění jejich řešení. Praktická část má za úkol seznámit čtenáře s přípravou vzorků a měřicí aparatury a taktéž se samotným měřením.

Klíčová slova: přestup tepla, tepelná vodivost, kvalita povrchu, vedení tepla

## ABSTRACT

The aim of bachelor thesis is the determination dependence of thermal conductivity and heat transfer on the surface quality tested samples. The work is divided into theoretical and practical part. In the theoretical part is a summary of the basic thermal processes occurring in practice and outline solutions. The practical part is to acquaint the reader with sample preparation and measurement devices and also with the actual measurements.

Keywords: heat transfer, thermal conductivity, surface quality, heat conduction

Dovolte, abych poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce panu Ing. Jaroslavu Malochovi za odborné vedení, cenné rady a připomínky, které mně poskytoval v průběhu vypracování bakalářské práce a také doc. Dr. Ing. Vladimíru Patovi za pomoc při kontrole měřených vzorků.

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské/diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

# OBSAH

Ú	VOD	10
I	TEORETICKÁ ČÁST	11
1	OBECNÉ POZNATKY ZE SDÍLENÍ TEPLA	12
	1.1 ZÁKLADNÍ POJMY	12
	1.2 DRUHY SDÍLENÍ TEPLA	14
	1.2.1 Sdílení tepla prouděním (konvekcí)	17
	1.2.2 Sdílení tepla sáláním (radiací)	18
	1.3 POZNÁMKA K CHARAKTERU ÚLOH ZE SDÍLENÍ TEPLA	20
	1.4 DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE VEDENÍ TEPLA A JEJÍ ŘEŠENÍ	20
	1.4.1 Odvození rovnice	20
	1.4.2 Podmínky jednoznačnosti úloh vedení tepla	25
	1.4.2.1 Základní druhy prostorových okrajových podmínek	25
•	1.4.3 Metody resent rovnice vedent tepla	26
2	STACIONARNI VEDENI A PROSTUP TEPLA PEVNOU STENOU	28
	2.1 UVODNÍ POZNÁMKY	28
	2.2 NEOMEZENÁ ROVINNÁ STĚNA	30
	2.2.1 Vedení tepla stěnou	30
	2.2.2 Prostup tepla stenou	31
	2.3 NEOMEZENA VALCOVA STENA	34
	2.3.1 Vedení tepla stěnou	34
	2.5.2 Prostup tepta stenou	33
	2.4 URCOVANI POVRCHOVYCH TEPLOT, TEPLOT MEZI VRSTVAMI A UVNITR	36
	VKSIEV	30
	2.4.1 Povicnove teploty 2.4.1 Neomezená rovinná stěna	30
	2.4.1.2 Neomezená válcová stěna	
	2.4.2 Teploty mezi vrstvami	38
	2.4.2.1 Neomezená rovinná stěna	39
	2.4.2.2 Neomezená válcová stěna	39
	2.4.3 Výpočet teplot v určítém místě libovolné stěny	39
	2.4.5.1 Neomezena fovinna stena – tepiota ve vzdalenosti x od tepiejsmo povrchu 39	
	2.4.3.2 Neomezená válcová stěna – teplota na průměru d $(d_i < d < d_{i+1})$	40
	2.5 Rozdílné požadavky na hodnotu součinitele prostupu tepla	40
	2.5.1 Tepelná izolace	40
	2.5.1.1 Izolační materiály	41
3	NESTACIONÁRNÍ VEDENÍ TEPLA	42
4	SHRNUTÍ TEORETICKÉ ČÁSTI	43
П	PRAKTICKÁ ČÁST	44
5	PŘÍPRAVA VZORKŮ	45
	5.1 Prvotní výroba vzorků	45
	5.2 OPRACOVÁNÍ VZÁJEMNÝCH STYČNÝCH PLOCH	45
6	MĚŘENÍ A HODNOCENÍ PROFILU POVRCHU	47

6.1	PARAMETRY $R_A$ , $R_Z \land R_T$	47
6.2	HODNOCENÍ POVRCHU DLE ABBOTTOVÝCH KŘIVEK	50
7 M	ĚŘENÍ TEPLOTNÍCH KŘIVEK	52
7.1	APARATURA EXPERIMENTU	52
7.2	IZOLACE	55
7.3	Vyhodnocení výsledků měření	56
7.4	TEPLOTNÍ KŘIVKY JEDNOTLIVÝCH VZORKŮ	56
7.5	VÝPOČET SOUČINITELE TEPELNÉ VODIVOSTI VZORKŮ	61
7.	5.1 Ukázka výpočtu pro vzorek A a tabulka zbylých hodnot	63
ZÁVĚF		66
SEZNA	M POUŽITÉ LITERATURY	67
SEZNA	M POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	68
SEZNA	M OBRÁZKŮ	69
SEZNA	M TABULEK	70

# ÚVOD

Procesy sdílení tepla jsou nedílnou součástí výrobní technologie ve všech moderních průmyslových odvětvích. V současné době zde velmi narůstá snaha snížit energetickou náročnost výrobků a zkrácení časů potřebných k jejich výrobě. Znalost základních charakteristik materiálů v oblasti sdílení tepla také napomáhá ke zvyšování bezpečnosti práce a kvalitě pracovního prostředí podniku. V praxi se nejvíce setkáme s nestacionárním sdílením tepla, avšak při řešení těchto případů vyvstává řada problémů a proto jsou často řešeny metodami stacionárními, které v mnoha případech vyhovují svou přesností.

Teoretická část této práce má za úkol shrnou základní tepelné pochody vyskytující se v praxi a uvést vztahy pro jejich řešení. Podrobněji se bude věnovat stacionárnímu vedení a prostupu tepla v pevných tělesech a výpočtům s ním spojených, ostatní druhy sdílení tepla jsou vysvětleny okrajově bez většího důrazu na popis řešení, neboť není možné je plně zpracovat při daném rozsahu teoretické části.

V této práci budeme provádět vyhodnocení na základě poznatku, že koeficient přestupu tepla je ve skutečnosti tepelný odpor mezi dvěma pevnými tělesy s definovaným profilem povrchu styčných ploch.

# I. TEORETICKÁ ČÁST

# 1 OBECNÉ POZNATKY ZE SDÍLENÍ TEPLA

Sdílením tepla je nazýván přenos tepelné energie mezi tělesy o různé teplotě nebo mezi místy o různé teplotě uvnitř určitého tělesa.

Tepelná energie (teplo) vzniká přeměnou jiných známých druhů energií: chemické, jaderné, zářivé, mechanické, elektrické, magnetické. První tři druhy přeměn se využívají převážně pro energetické, technologické účely. Další tři uvedené většinou představují, s výjimkou např. elektrického vytápění a ohřevu, tzv. ztráty.

### 1.1 Základní pojmy

Úlohy, které se týkají přenosu tepla, se zaměřují na určování teplotních polí a tepelných toků v určité části prostoru, která je předem vymezena. **Teplotní pole** udává rozložení teplot (t, T) v určitém časovém okamžiku ( $\tau$ ) ve všech bodech sledovaného prostoru. Jestliže se teplota v jednotlivých bodech tohoto prostoru nemění, nazývá se **teplotní pole stacionární** (ustálené). Mění-li se teplota v jednotlivých bodech v závislosti na čase, nazývá se **teplotní pole nestacionární** (neustálené)

V kartézských (pravoúhlých) souřadnicích můžeme dále uvažovat teplotní pole v závislosti na všech třech (x,y,z), na dvou (x,y) nebo pouze na jedné (x) souřadnici.

Teplotní pole	nestacionární	stacionární	
třírozměrné	t=f(x,y,z,t)	t=f(x,y,z)	
dvourozměrné	t=f(x,y,t)	t=f(x,y)	
jednorozměrné	t=f(x,t)	t=f(x)	
Tab 1 Matamatická priádřaní jednotlipých druhů			

Tab. 1. Matematické vyjádření jednotlivých druhů teplotních polí [5].

Z obecného hlediska je každé teplotní pole třírozměrné a nestacionární, avšak často vyhovuje i značně jednodušší řešení, např. pro pole jednorozměrné a stacionární.

V některých případech je výhodné vyjádřit teplotní pole v souřadnicích válcových (cylindrických) nebo kulových (sférických). Teplotní pole znázorňujeme pomocí **izotermických ploch** (množiny bodů o stejné teplotě) a **izotermických čar**, které získáme jako průnik izotermické plochy rovinou. Izotermické plochy a čáry pro různé teploty se nemohou vzájemně protínat, neboť v jednom a témže bodu nemůže mít teplota dvě rozdílné hodnoty. V sledovaném prostoru tvoří uzavřené křivky nebo končí na jeho rozhraní [5].

**Teplotní gradient** (obr. 1) – je vektor, který nám udává jaká je změna teploty ve směru normály k izotermickému povrchu. Kladná hodnota tohoto vektoru se bere ve směru vzrůstající teploty.

grad 
$$t = \lim_{n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{\partial t}{\partial n} [K.m^{-1}]$$
 (1)

t – teplota [K]

n – normála k izotermické ploše

Teplotní gradient, vzatý s opačným znaménkem, se nazývá pokles teploty.

Tepelný tok (tepelný výkon) – udává množství tepla přenášeného za jednotku času:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{d\tau} \quad [W] \tag{2}$$

Q-teplo [J]

 $\tau - \check{c}as [s]$ 

Obalové křivky normál k izotermickým plochám vytvářejí na dráze přenosu čáry tepelného toku (obr. 2)



Obr. 1 [5]



Obr. 2 [5]

**Hustota tepelného toku** (hustota tepelného výkonu) – je tepelný tok vztažený na jednotku povrchu:

$$\dot{q} = \frac{d\dot{Q}}{dS} \quad [W.m^{-2}] \tag{3}$$

Q – tepelný tok [W]

S – plocha povrchu [m<sup>2</sup>]

### 1.2 Druhy sdílení tepla

Obecně dochází k šíření tepelné energie působením tří základních druhů sdílení tepla. Těmi jsou:

- Vedení tepla (kondukce)
- Proudění tepla (konvekce)
- Sálání tepla (tepelné záření radiace) [7]

Velmi často se tyto druhy přenosu energie vyskytují současně. Například při proudění kapalin a plynů dochází k přenosu tepla konvekcí společně s přenosem tepla vedením (konvekčně-kondukční přenos tepla). Při proudění látky vyzařující energii (žhavé plyny) probíhá konvekčně radiační přenos energie [6].

Také se často setkáváme s případy, kdy je přenos energie doprovázen uvolňováním nebo pohlcováním energie (přechod na potenciální energii) a také přeměnami energie

z jedné formy na jinou, např. při skupenských, chemických či jaderných přeměnách složek prostředí. Sdílení tepla vedením (kondukcí)

Fyzikální podstata děje spočívá v pohybu strukturních částic hmoty. V plynech se uskutečňuje difúzí molekul a atomů, v kapalinách a dielektrických pevných tělesech pružným vlněním, v kovech difúzí volných atomů.

Snižováním tlaku u plynů dosáhneme vzdalování molekul a zvyšování odporu proti vedení tepla. Plyny, zejména při velmi nízkém tlaku, jsou velmi špatnými vodiči tepla, stejně jako některé pevné látky, a proto se jich využívá k tepelné izolaci. Volné a vysoce pohyblivé elektrony kovových materiálů jsou příčinou jejich vysoké vodivosti nejen elektrické, ale i tepelné [1].

V čisté formě dochází k vedení tepla v pevných tělesech a tekutinách jen za podmínek, při kterých může být vliv pohybu zanedbán.

Základním zákonem vedení tepla je **Fourierův zákon**, který udává vztah mezi hustotou tepelného toku a teplotním gradientem:

$$\dot{q} = -\lambda grad t \quad [W. m^{-2}] \tag{4}$$

 $\dot{q}$  – hustota tepelného toku [W.m<sup>-2</sup>]

 $\lambda$  – součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

t – teplota [K]

n – normála k izotermické ploše

Slovně vyjádřeno, je hustota tepelného toku q úměrná teplotnímu gradientu. Konstanta úměrnosti  $\lambda$  se nazývá součinitel tepelné vodivosti. Tento zákon byl odvozen z empirického poznatku, že množství tepla, které se převede mezi rovnoběžnými deskami různé teploty, které jsou ve vzdálenosti dl, je úměrné rozdílu teplot obou desek, ploše a času, a nepřímo úměrné jejich vzdálenosti. [2] Záporné znaménko v rovnici (4) znamená, že tepelný tok a teplotní gradient mají jako vektory opačný smysl (teplo se šíří ve směru klesající teploty). Homogenní neomezenou rovinnou stěnu, jejíž povrchy jsou udržovány na různých teplotách, prochází podle Fourierova zákona tepelný tok:

$$\dot{Q} = \lambda \frac{t_{s1} - t_{s2}}{l} S \quad [W] \tag{5}$$

ts1, ts2 – časově neměnné teploty izotermických povrchu stěny [K]

l – tloušťka stěny [m]

S - povrch stěny [m<sup>2</sup>]

 $\lambda$  – součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]



Obr. 3

Součinitel tepelné vodivosti  $[\lambda]$  (tepelná vodivost) – závisí na druhu látky a mění se především s její teplotou. Vliv tlaku se většinou zanedbává.

Nejvyšší hodnotu součinitele tepelné vodivosti mají **kovy**,  $\lambda = (2,3-420)$  W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>. U čistých kovů klesá s teplotou a podobně jako jejich elektrická vodivost se snižuje přísadami všeho druhu. Součinitel tepelné vodivosti **kapalin** se pohybuje v rozmezí  $\lambda = (0,1-0,7)$  W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> a až na vodu a glycerin s rostoucí teplotou klesá.

Součinitel tepelné vodivosti **plynů** má hodnotu  $\lambda = (0,006-0,2)$  W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> a se stoupající teplotou roste. Nejvyšší vodivost mají lehké plyny, např. helium a vodík. Tepelnou vodivost směsí plynů je nejlepší určovat měřením, protože neplatí jednoduchý zákon.

Uvedené orientační hodnoty se vztahují na teplotu **20°C**, u plynů a kapalin na **normální atmosférický tlak** ( $p_n$ =101325 Pa). [5]

#### 1.2.1 Sdílení tepla prouděním (konvekcí)

Probíhá nejčastěji v pohyblivém prostředí, tzn. především v tekutinách (ale též u pevných částic ve fluidní vrstvě). V čisté formě neexistuje, neboť jak uvnitř proudící tekutiny, tak na rozhraní mezi tekutinou a pevným tělesem, je vždy doprovázeno vedením tepla.

Přenos tepla mezi tekutinou a pevným povrchem při jejich přímém styku se nazývá přestup tepla. Pro určení tepelného toku se používá jednoduchý výpočtový vzorec, tzv. **Newtonova rovnice**, podle které platí:

a) Pro chlazení tekutiny

$$\dot{Q} = \alpha . \left( t_f - t_s \right) . S \tag{6}$$

b) Pro ohřev tekutiny

$$\dot{Q} = \alpha . \left( t'_s - t'_f \right) . S \tag{7}$$

- $\alpha$  součinitel přestupu tepla [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]
- t<sub>f</sub>, t<sub>f</sub>' teploty tekutiny [K]

t<sub>s</sub>, t<sub>s</sub>' - teploty stěny [K]

S - teplosměnný povrch [m<sup>2</sup>]

Hodnota součinitele přestupu tepla závisí na fyzikálních charakteristikách tekutiny, tedy i t<sub>f</sub> a t<sub>f</sub>', tvaru obtékaného tělesa a směru proudění vzhledem k jeho povrchu. Protože

je vždy ovlivněna tloušťkou mezní vrstvy i rozložením teplot v ní, pak pro určitý konkrétní případ je dána především rychlostí proudění tekutiny.

Nejnižší hodnotu má součinitel přestupu tepla při tzv. **volné neboli přirozené konvekci**, kdy k vzniku pohybu dochází pouze v důsledku rozdílných teplot stěny a tekutiny (různých hustot tekutiny u stěny a ve velké vzdálenosti od ní).

Pokud je pohyb tekutiny dán vnějším činitelem, např. působením ventilátoru nebo čerpadla, mluvíme o **nucené konvekci**.

Vysokých hodnot může součinitel přestupu tepla dosahovat při **změně skupenství**, tj. při varu kapaliny a kondenzaci par.

Konv. bez změny fáze		W.m^(-2).K^(-1)	Konv. při změně fáze	W.m^(-2).K^(-1)
volná - plyny		3 - 20	var kapalin	1000 - 20 000
	- voda	100 - 600	kondenzace par	1000 - 10 0000
nucená	- plyny	10 - 500		
	- voda	500 - 10 000		
	<ul> <li>velmi vazké kapaliny</li> </ul>	50 - 500		

Tab. 2. Orientační rozmezí hodnot součinitele přestupu tepla α [5]

### 1.2.2 Sdílení tepla sáláním (radiací)

Tepelné záření nevyžaduje na rozdíl od obou předcházejících druhů přenosu tepelné energie hmotné prostředí. Přenos se uskutečňuje prostřednictvím elektromagnetického vlnění, které vzniká v důsledku tepelného stavu těles. Při dopadu na povrch jiných těles, případně při průchodu jinými tělesy, se část energie mění zpět na energii tepelnou.

Energie vyzařována tělesy prudce vzrůstá s jejich teplotou. Podle Stefan-Boltzmannova zákona upraveného s ohledem na vlastnosti skutečných těles, je intenzita vyzařování:

$$E = \varepsilon. \, \sigma. \, T^4 \tag{8}$$

 $\varepsilon$  – experimentálně určený proměnný emisní součinitel [-]

 $\sigma$  – Stefan-Boltzmannova konstanta,  $\sigma$ =5,67.10<sup>-8</sup> [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-4</sup>]

T – teplota povrchu tělesa (absolutní) [K]

Celkový tok zářivé energie na těleso E může být z části odražen (reflexe) jako tok  $E_r$ , z části pohlcen (absorpce) jako  $E_a$  a z části propuštěn (transparence) jako tok  $E_t$ 

Relativní míry jednotlivých toků jsou dány podílem z celkové zářivé energie.

Hodnota proměnného emisního součinitele se pohybuje v rozmezí  $0 < \varepsilon < 1$ . U **pevných těles** mají nejnižší hodnotu zrcadlově leštěné povrchy některých kovů a slitin (Au, Ag, Al, bronz)  $\varepsilon$ =0,02 – 0,06, nejvyšší hodnotu drsné povrchy (červené cihly, omítka, dřevo, azbestová lepenka) i olejové barvy, porcelán, sklo, smalty aj.  $\varepsilon$ =0,82 – 0,96. Také **kapaliny** mívají velký **emisní součinitel**, např. voda (0-100°C)  $\varepsilon$ =0,95 – 0,96. U **plynů** vykazují větší vyzařovací schopnost pouze silnější vrstvy tří a víceatomových plynů. Neznečištěné plyny jedno a dvou atomové se na přenosu tepla zářením podílejí buď nepatrně, nebo vůbec.

Přenos tepla zářením je složitý děj, na kterém se podílí více těles sledované soustavy. Výsledná tepelná bilance určitého tělesa je dána vlastním vyzařováním a pohlcováním záření jinými tělesy a zářivé energie odražené. Nejjednodušší rovnice použitelná v praxi vyjadřuje výsledný zářivý tok mezi horkým povrchem (T,  $\varepsilon$ , S) a ohraničujícími konstrukcemi velkého prostoru (T<sub>0</sub>,  $\varepsilon_0$ =1, S<sub>0</sub>>>S):

$$\dot{Q} = \varepsilon. \, \sigma. \, (T^4 - T_0^4). \, S \tag{9}$$

ε – experimentálně určený proměnný emisní součinitel [-]

 $\sigma$  – Stefan-Boltzmannova konstanta,  $\sigma$ =5,67.10<sup>-8</sup> [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-4</sup>]

T – teplota povrchu tělesa (absolutní) [K]

T<sub>0</sub> – teplota prostoru (absolutní) [K]

S - teplosměnný povrch [m<sup>2</sup>]

Uvedená rovnice se používá pro výpočet ztrát zářením rozvodů horkých tekutin, stěn pecí apod.

### 1.3 Poznámka k charakteru úloh ze sdílení tepla

Většina rovnic a metod je zaměřená především na určování teplotních polí v pevných tělesech a na určování tepelných toků, ke kterým v nich při nerovnoměrném rozložení teplot dochází vedením tepla. Vznik nerovnoměrného teplotního pole má buď příčiny vnější, nebo vnitřní.

**Vnější příčiny** jsou dány vzájemným působením mezi povrchem tělesa a okolním prostředím, předměty v okolí, ohraničujícími konstrukcemi apod. K matematickému vyjádření tohoto působení, tzv. prostorových okrajových podmínek, slouží vztahy pro přenos tepla konvekcí a zářením.

**Vnitřní příčiny** vzniku nerovnoměrného teplotního pole může představovat transformace jiných forem energií na energii tepelnou, ke které dochází uvnitř tělesa. Pokud tato transformace přichází v úvahu, mluvíme o vedení tepla s tepelnými zdroji.

#### 1.4 Diferenciální rovnice vedení tepla a její řešení

Rovnici odvodil Jean Baptiste Joseph Fourier. Jejím řešením obdržíme rozložení teplot ve sledovaném prostoru v závislosti na souřadnicích a čase. Přesnější název by tedy byl diferenciální rovnice teplotního pole. [5]

#### 1.4.1 Odvození rovnice

Při odvozování diferenciální rovnice vycházíme z principu zachování energie a principu ekvivalencí energií (podstata 1. zákona termodynamiky). V libovolném hmotném prostředí vymezíme elementární hranol s délkou hran dx, dy, dz. Podle uvedených principů je časová změna entalpie (veličina vyjadřující tepelnou energii uloženou v jednotkovém množství látky) hmotného prostředí v elementárním hranolu dána:

- výměnou tepla vedením se sousedícími částicemi hmoty

Přeměnou jiné formy energie na energii tepelnou

Platí:

$$\frac{\partial I}{\partial \tau} = \frac{\partial (\rho. dV. c_{p.} t)}{\partial \tau} = d\dot{Q}_{ved} + d\dot{Q}_{zdr}$$
(10)

 $\tau - \check{c}as [s]$   $\partial I - p\check{r}ir\mathring{u}stek entalpie [J]$   $\rho - hustota [kg.m^{-3}]$   $c_p - m\check{e}rn\acute{a} tepeln\acute{a} kapacita [J.kg^{-1}.K^{-1}]$  t - teplota [°C]  $V - element\acute{a}rn\acute{n} objem hranolu [m^{3}]$  $\dot{Q} - tepeln\acute{y} tok [W]$ 

Předpokladem platnosti této rovnice je, že nedochází k fázovým změnám (při t=konst).



Elementární toky vedením tepla ve směru osy x:

$$d\dot{Q}_x = -\lambda_x \frac{\partial t}{\partial x} dS = -\lambda_x \frac{\partial t}{\partial x} dz. dy$$
<sup>(11)</sup>

$$d\dot{Q}_{x+dx} = d\dot{Q}_x + \frac{\partial}{\partial x}(d\dot{Q}_x)dx$$
(12)

$$d\dot{Q}_{x+dx} = d\dot{Q}_x + \frac{\partial}{\partial x} (-\lambda_x \frac{\partial t}{\partial x} dz. dy) dx$$
(13)

t – teplota [K]

 $\lambda$  – součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

dx, dy, dz - délky hran uvažovaného hranolu [m]

S – teplosměnná plocha [m<sup>2</sup>]

Rozdíl těchto tepelných toků představuje změnu akumulované energie vedením tepla ve směru osy x. Po úpravě:

$$d\dot{Q} - d\dot{Q}_{x+dx} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx. dy. dz = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial t}{\partial x} \right) dV$$
(14)

Analogické vztahy platí i pro vedení tepla ve směru os y,z. Celková časová změna tepla akumulovaného vedením v elementárním hranolu je dána vztahem:

$$d\dot{Q}_{ved} = \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_x \frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_y \frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z \frac{\partial t}{\partial z}\right)\right] \cdot dV$$
(15)

t – teplota [K]

 $\lambda$  – Součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

x, y, z – osy uvažovaného hranolu

V – elementární objem hranolu [m<sup>3</sup>]

Součinitel tepelné vodivosti neizotropních nehomogenních těles musíme uvažovat obecně v závislosti na směru, souřadnicích a teplotě, případně i dalších veličinách. Působení vnitřních tepelných zdrojů můžeme vyjádřit pomocí jejich měrného tepelného výkonu [W.m<sup>-3</sup>] a elementárního objemu [m<sup>3</sup>]:

$$d\dot{Q}_{zdr} = \dot{q}_{zdr} \,.\, dV \tag{16}$$

 $\dot{q}_{zdr}$  – hustota tepelného toku vnitřních tep. zdrojů [W.m<sup>-2</sup>]

V – elementární objem hranolu [m<sup>3</sup>]

Qzdr – tepelný tok vnitřních tep. zdrojů [W]

Pokud dosazujeme střední hodnoty fyzikálních charakteristik, materiálu nebo je uvažujeme konstantní, můžeme psát:

$$\frac{\partial(\rho. dV. c_p. t)}{\partial \tau} = \rho. c_p. dV. \frac{\partial t}{\partial \tau}$$
(17)

 $\tau - \check{c}as [s]$ 

 $\rho$  – hustota [kg.m<sup>-3</sup>]

 $c_p$  – měrná tepelná kapacita [J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

t – teplota [K]

V – elementární objem hranolu [m<sup>3</sup>]

Po dosazení rovnic (15) a (16) do rovnice (10) a podělení objemem dV obdržíme základní tvar diferenciální rovnice vedení tepla:

$$\rho. c_{\rm p}. \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_{\rm x} \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_{\rm y} \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{\rm z} \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \dot{q}_{\rm zdr}$$
(18)

Takto psaná rovnice platí obecně, tedy i pro neizotropní a nehomogenní tělesa, u kterých závisí součinitel tepelné vodivosti jak na teplotě a souřadnicích, tak na směru odpovídajících os. Pro izotropní látky se tato rovnice upravuje na tvar.

 $(1 \cap$ 

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \left( \frac{\partial^2 \cdot t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \cdot t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \cdot t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}_{zdr}}{\rho \cdot c_p} = a \cdot \nabla^2 t + \frac{\dot{q}_{zdr}}{\rho \cdot c_p}$$
(19)

 $\tau$  – čas [s]

t – teplota [K]

 $\rho$  – hustota [kg.m<sup>-3</sup>]

c<sub>p</sub> – měrná tepelná kapacita [J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

 $\lambda$  – součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

a – součinitel teplotní vodivosti  $[m^2.s^{-1}]$ 

 $\dot{q}_{zdr}$  – hustota tepelného toku vnitřních tep. zdrojů [W.m<sup>-2</sup>]

Součinitel teplotní vodivosti (a) charakterizuje rychlost šíření teplotního impulsu v klidovém hmotném prostředí. Obecně platí:

- pro nehomogenní izotropní tělesa: a=a(x,y,z,t, ...)
- pro homogenní izotropní tělesa: a=a(t, ...)

Analytická řešení teplotních polí vychází obvykle z předpokladu, že součinitel teplotní vodivosti se nemění: a=konst.

Při řešení některých úloh se používají souřadnice válcové nebo kulové. Např. ve válcových souřadnicích r,  $\varphi$ , z, má diferenciální rovnice vedení tepla v izotropním pevném tělese tvar:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a. \left( \frac{\partial^2 \cdot t}{\partial r^2} + \frac{1\partial t}{r\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \cdot t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \cdot t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}_{zdr}}{\rho \cdot c_p}$$
(20)

 $\tau - \check{c}as [s]$ 

t – teplota [K]

 $\rho$  – hustota [kg.m<sup>-3</sup>]

 $c_p$  – měrná tepelná kapacita [J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

 $\dot{q}_{zdr}$  – hustota tepelného toku vnitřních tep. zdrojů [W.m<sup>-2</sup>]

#### 1.4.2 Podmínky jednoznačnosti úloh vedení tepla

Diferenciální rovnice vedení tepla má nekonečně mnoho řešení a platí pro těleso libovolného tvaru, vystavené libovolnému tepelnému působení. Aby bylo možné určité konkrétní řešení, musíme znát podmínky jednoznačnosti úlohy, tedy:

- a) geometrický tvar tělesa (nejjednodušší tvary neomezená rovinná a válcová stěna, válec, koule)
- b) fyzikální charakteristiky materiálu tělesa a jejich závislost na teplotě, souřadnicích apod. (nejjednodušší případ – λ, ρ, c<sub>p</sub>, … = konst.)
- c) druh a charakter působení vnitřních tepelných zdrojů
- d) okrajové podmínky
  - časové, udávající rozložení teplot v tělese v určitém čase, nejčastěji na počátku děje (označují se proto také jako počáteční) t=t(x, y, z, τ<sub>0</sub>); nejjednodušší případ t=t<sub>a</sub>=konst.
  - Prostorové, které vyjadřují tepelné působení na povrch tělesa (označují se také jako hraniční nebo mezní)

#### 1.4.2.1 Základní druhy prostorových okrajových podmínek

Matematická fyzika rozlišuje tři základní druhy prostorových okrajových podmínek:

Prvního druhu, na povrchu tělesa je zadáno rozložení teplot jako funkce místa a času;
 nejjednodušší případ:

$$t_s (x, y, z, \tau) = t_s = konst$$
(21)

 Druhého druhu, je zadána hustota tepelného toku na povrch tělesa ve směru normály jako funkce místa a času: nejjednodušší případ:

$$\dot{\mathbf{q}}_{\mathrm{s}}$$
 (x, y, z,  $\tau$ ) =  $\dot{\mathbf{q}}_{\mathrm{s}}$  = konst (22)

x, y, z - souřadnice místa

τ - čas [s]

Třetího druhu, povrch tělesa je obklopen tekutinou, v každém místě v blízkosti povrchu a čase známe teplotu tekutiny a součinitel přestupu tepla.

Nejjednodušší případ okrajových podmínek 3. druhu nastává, je-li rozložení teplot tekutiny proudící po povrchu rovnoměrné, s časem se nemění a součinitel přestupu tepla je

také stálý. Analytické vyjádření této podmínky sestavíme pomocí rovnice pro přestup tepla a rovnice vedení tepla v hmotě tělesa na jeho povrchu.

$$\alpha.\left(t_{S,\tau}+t_{f}\right)=-\lambda.\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{s}$$
(23)

- t<sub>s</sub> teplota povrchu tělesa [K]
- t<sub>f</sub> teplota tekutiny [K]
- $\alpha$  součinitel přestupu tepla [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]
- $\lambda$  součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]
- n normála k izotermické ploše

Kromě uvedených tří základních rozlišujeme ještě okrajové prostorové podmínky:

 Čtvrtého druhu, povrch tělesa je vystaven kontaktnímu tepelnému působení jiného tělesa; matematické vyjádření této podmínky:

$$-\lambda_{I} \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{S,I} = -\lambda_{II} \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{S,II}$$
(24)

 Pátého druhu, při tepelném působení na povrch tělesa dochází k fázovým přeměnám (tavení, vypařování, sublimace) a poloha povrchu se mění v závislosti na čase.

#### 1.4.3 Metody řešení rovnice vedení tepla

Úplný popis a výčet všech metod není v daném rozsahu práce možný a nebyl by ani účelný. Tato část se proto zaměří pouze na jejich stručný přehled a hodnocení.

Analytickými metodami je možno řešit jen omezený počet lineárních úloh (a=konst.) s nepříliš složitými podmínkami jednoznačnosti. Avšak snaha přiblížit charakter tepelného působení na povrch tělesa skutečným podmínkám v běžné praxi vede ke složitým okrajovým podmínkám. Také součinitel teplotní vodivosti a především součinitel přestupu tepla není možno uvažovat konstantní. Proto se s nimi lze v praxi setkat pouze při řešení jednoduchých stacionárních úloh. Výhodou analytických řešení je, že dávají názor na vliv jednotlivých veličin na průběh teplotního pole. Numerické metody udávají průběh teplotního pole v prostoru a čase číselnými hodnotami. V poslední době jsou nejvíce rozšířeny dvě, a to metoda konečných prvků a metoda konečných rozdílů. Obě jsou vhodné při využití počítačové techniky. Druhá z nich umožňuje řešit úlohy s prakticky libovolnými okrajovými podmínkami, s proměnnými fyzikálními charakteristikami materiálu, vnitřními tepelnými zdroji apod. Použitelnost této metody je omezena pouze znalostí číselných hodnot veličin vstupujících do výpočtu a charakterem jejich změny v průběhu celého řešení.

**Teorie podobnosti** má velký význam v případech, kdy je experiment jediným způsobem jak získat použitelné výpočetní vztahy. Popisuje zásady správného modelování dějů a účelného zobecňování výsledků zkoušek.

**Metoda analogie** se zakládá na formální shodě matematického popisu dvou, fyzikální podstatou odlišných jevů a formální shodě popisu podmínek jejich jednoznačnosti. I když je možno řešit některé úlohy např. analogii mezi hydraulickými a tepelnými ději, je vhodnější využívat analogii elektrotepelnou. Analogové modely se v tomto případě sestavují nejsnadněji a elektrické veličiny se měří snadno, rychle a přesně. Tato metoda však už také ztratila svůj původní význam. [6]

# 2 STACIONÁRNÍ VEDENÍ A PROSTUP TEPLA PEVNOU STĚNOU

Při stacionárním vedení tepla není teplota funkcí času, ale jen souřadnic [3].

Tepelný tok, který prochází od jednoho povrchu stěny k druhému, je podmíněn jejich rozdílnými teplotami. Pokud jsou tyto teploty zadány, označuje se děj jako vedení tepla stěnou.

Rozdílné teploty povrchů stěn vznikají v důsledku rozdílného tepelného působení. Nejčastěji jsou dány např. působením teplejší a studenější tekutiny, které od sebe pevná stěna odděluje. Jsou-li zadány teploty obou tekutin, můžeme určit součinitele přestupu tepla a tepelné působení na povrchy stěny vyjádřit Newtonovou rovnicí (6), (7). Při takto formulovaných úlohách se děj označuje jako **prostup tepla stěnou**.

# 2.1 Úvodní poznámky

Stacionární vedení tepla představuje nejčastěji zvláštní případ obecnějšího děje – stacionárního prostupu tepla stěnou. Vzájemně se liší pouze způsobem zadání okrajových podmínek, které navíc nemusí být na obou stranách stejné. Pro jednoduchou rovinnou stěnu naznačuje tuto skutečnost obr. 5.



Obr. 5 [5]

Ve všech uvedených příkladech (a-d) můžeme předpokládat, že kolem obou povrchů proudí tekutina. Zadané veličiny jsou na obrázku vyznačeny, zbývající se určují výpočtem. Povrchové teploty se zadávají tehdy, mohou-li být určeny měřením, případně tehdy, má-li některý z odporů proti přestupu tepla (nebo i oba) zanedbatelnou hodnotu – obr. 5 c, a.

Zadané teploty prostředí jsou obecně výchozími hodnotami při návrhových výpočtech – obr. 5 d. Tepelné působení může být zadáno i hustotou tepelného toku procházejícího stěnou. Při stacionárním vedení tepla je tento tok oběma povrchy stejný, a aby byla úloha jednoznačná, potřebujeme znát ještě jednu veličinu, např. teplotu některého povrchu – obr. 5 b. Snaha vysvětlovat vedení a prostup odděleně často vede k nelogickým a ne-správným formulacím úloh.

Jak bylo uvedeno, zadává se při prostupu tepla tepelné působení okrajovými prostorovými podmínkami třetího druhu. Na povrch omývaný kapalinou se skutečně přenáší teplo pouze konvekcí. Pokud však je povrch omýván vzdušinou, dochází zpravidla k současnému přenosu tepla konvekcí a zářením. Pokud se oběma druhy sdílení tepla povrch současně ohřívá nebo chladí a tyto druhy sdílení závisí na stejném (nebo velmi podobném) rozdílu teplot, zahrnuje se nejčastěji vliv tepelného záření do tzv. **celkového součinitele přestupu tepla**.

$$\alpha = \alpha_k + \alpha_z \tag{25}$$

- $\alpha$  součinitel přestupu tepla celkový [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]  $\alpha_k$  – součinitel přestupu tepla - konvekce [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]
- $\alpha_z$  součinitel přestupu tepla záření [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]

$$\alpha_z = \frac{\dot{q}_z}{\Delta t} \tag{26}$$

 $\dot{q}_z$  – hustota zářivého toku [W.m<sup>-2</sup>]

 $\Delta t - rozdíl teplot [K]$ 

Součinitel tepelné vodivosti pevné stěny je dán především její teplotou. V literatuře je tato závislost uváděna v tabulkách, grafech nebo vzorcem. V posledním případě se uvádí nejčastěji závislost lineární:

$$\lambda = \lambda_0 [1 + b. (t - t_o)] \tag{27}$$

 $\lambda$  – součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

 $\lambda_0$  – součinitel tepelné vodivosti při teplotě t<sub>0</sub> [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

b - experimentálně určená konstanta [-]

U pevných těles závisí fyzikální charakteristiky (tedy i součinitelé tepelné vodivosti) na tlaku jen velmi málo. Ale v tělesech, která vykazují velké tepelné rozdíly, vznikají i tepelná pnutí.

#### 2.2 Neomezená rovinná stěna

Tepelné toky stěnou budeme ve všech uvedených případech vztahovat na 1m<sup>2</sup> stěny, tedy pomocí hustoty tepelného toku, která je na tepelný tok vázána rovnicí (3). Při rovnoměrném tepelném působení ji můžeme upravit na tvar:

$$\dot{Q} = \dot{q}.S \tag{28}$$

 $\dot{q}$  – hustota tepelného toku [W.m<sup>-2</sup>]

S – teplosměnná plocha [m<sup>2</sup>]

#### 2.2.1 Vedení tepla stěnou

Pro jednoduchou stěnu dostaneme výpočetní vztah, dělíme-li rovnici (5) plochou S. Pro hustotu tepelného toku platí:

$$q = \lambda \cdot \frac{t_{s1} - t_{s2}}{l} = \frac{t_{s1} - t_{s2}}{l/\lambda}$$
(29)

t – teploty povrchů desky [K]

l – tloušťka desky [m]

Vedení tepla stěnou složenou z více jednoduchých, těsně přiléhajících vrstev vyplývá z obecnějších vztahů, uvedených v následující části.

Jako jednoduché stěny z neizotropního materiálu je možno počítat také stěny, které jsou složeny z tenkých, těsně přiléhajících vrstev. Pokud se např. střídavě opakují dvě vrstvy s odlišnou hodnotou součinitele tepelné vodivosti, platí pro ekvivalentní vodivost ve směru kolmém na povrch stěny:

$$\lambda_{\perp} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}} \tag{30}$$

Uvnitř stěny ve směru rovnoběžném s jejím povrchem je ekvivalentní vodivost:

$$\lambda_{\parallel} = \frac{\lambda_1 \cdot \delta_1 + \lambda_2 \cdot \delta_2}{\delta_1 + \delta_2} \tag{31}$$

 $\delta$  – tloušťka stěny [m]

 $\lambda$  – součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

Podobný výpočet je možno uplatnit i u stěny válcové.

#### 2.2.2 Prostup tepla stěnou

Vzorec budeme odvozovat pro stěnu složenou ze dvou vrstev obr. 6. Vyjdeme z rovnosti hustoty tepleného toku při přestupu z teplejší tekutiny na stěnu, vedením jednotlivými vrstvami a při přestupu do chladnější tekutiny. Newtonovu rovnici můžeme psát pomocí tepelných odporů, podobně jako při vedení tepla v rovnici (31). Teploty tekutin bývá u stacionárního prostupu tepla zvykem označovat  $t_1$  a  $t_2$ .

Z jednotlivých rovnic pro přestup a vedení tepla určíme nejprve odpovídající rozdíly teplot:

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_{s1}}{\frac{1}{\alpha_1}} \to t_1 - t_{s1} = \dot{q} \cdot \frac{1}{\alpha_1}$$
(32)

$$\dot{q} = \frac{t_{s1} - t_{s2}}{\frac{l_1}{\lambda_1}} \to t_{s1} - t_{s2} = \dot{q} \cdot \frac{l_1}{\lambda_1}$$
(33)

$$\dot{q} = \frac{t_{s2} - t_{s3}}{\frac{l_2}{\lambda_2}} \to t_{s2} - t_{s3} = \dot{q} \cdot \frac{l_2}{\lambda_2}$$
 (34)

$$\dot{q} = \frac{t_{s3} - t_2}{\frac{1}{\alpha_2}} \to t_{s3} - t_2 = \dot{q} \cdot \frac{1}{\alpha_2}$$
 (35)

Sečtením rovnic pro vyjádření teplotních rozdílů vyloučíme teploty obou povrchů i teplotu mezi vrstvami (u prostupu nejsou zadány).

$$t_1 - t_2 = \dot{q} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}\right)$$
(36)



Z toho je hustota tepelného toku stěnou:

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}}$$
(37)

Obecně pro stěnu složenou z n těsně přiléhajících vrstev platí:

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} = k.(t_1 - t_2)$$
(38)

- k součinitel prostupu tepla  $[W.m^{-2}.K^{-1}]$
- $\lambda$  součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]
- l tloušťky stěn [m]
- $\alpha$  součinitel přestupu tepla [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]
- $\dot{q}$  hustota tepelného toku [W.m<sup>-2</sup>]

t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub> – teploty stěn [K]

Z rovnice (39) vyplývá pro součinitel tepla obecně:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 + \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}}$$
(39)

Převrácená hodnota součinitele prostupu tepla vyjadřuje celkový tepelný odpor proti prostupu tepla, který klade 1m<sup>2</sup> stěny.

Zjednodušením výše uvedené rovnice (39) obdržíme výpočetní vztahy, a to jak pro nejjednodušší případ prostupu tepla, tak pro obecné řešení vedení tepla složenou stěnou.

#### Prostup tepla jednoduchou rovinnou stěnou (n=1):

$$\dot{q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_1 - t_2)$$
(40)

Nebo:

$$\dot{q} = k.(t_1 - t_2)$$
 (41)

 $\lambda$  – součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

l – tloušťky stěn [m]

 $\alpha$  – součinitel přestupu tepla [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]

 $\dot{q}$  – hustota tepelného toku [W.m<sup>-2</sup>]

t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub> – teploty stěn [K]

Vedení tepla stěnou složenou z n těsně přiléhajících vrstev:

Při odvozování pro dvě vrstvy bychom v ukázce postupu vypustili rovnice (33) a (36). Obecně pak platí:

$$\dot{q} = \frac{t_{s,1} - t_{s,n+1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{\lambda_i}}$$
(42)

### 2.3 Neomezená válcová stěna

Tepelné toky můžeme vztahovat na 1m délky stěny. Pro celkový tok pak bude platit vztah:

$$\dot{Q} = \dot{q}_l. L \tag{43}$$

L – délka stěny [m]

#### 2.3.1 Vedení tepla stěnou

Válcová stěna je vystavena tepelnému působení zadanému okrajovými prostorovými podmínkami prvního druhu. Vyšší teplota je na vnitřním povrchu stěny.

Tepelný tok elementární válcovou vrstvou o délce 1m je podle Fourierova zákona.

$$\dot{q}_l = -\lambda \frac{dt}{dr} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \tag{44}$$

t – teplota [K]

r – poloměr [m]

Rovnici upravíme separací proměnných a uvedením rozmezí pro integraci v rozmezí celé tloušťky stěny (λ=konst.):

$$\int_{t_{s1}}^{t_{s2}} dt = -\frac{\dot{q}_l}{2.\pi . r} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$
(45)

Po integraci a úpravě získáme:

$$\dot{q}_{l} = \frac{\pi . (t_{s1} - t_{s2})}{\frac{1}{2.\lambda} . \ln \frac{r_{2}}{r_{1}}}$$
(46)

Pro praxi je vhodnější zadávat vnitřní a vnější průměr válcové stěny:

$$\dot{q}_{l} = \frac{\pi . \left(t_{s1} - t_{s2}\right)}{\frac{1}{2.\lambda} . \ln \frac{d_{2}}{d_{1}}}$$
(47)

#### 2.3.2 Prostup tepla stěnou

Podobně jako u neomezené rovinné stěny vysvětlíme postup při odvozování na obecnějším příkladu. Opět budeme uvažovat stěnu složenou ze dvou vrstev. Z rovnosti toku při přestupu i vedení tepla opět nejprve určíme jednotlivé teplotní rozdíly.

$$\dot{q}_1 = \alpha_1 (t_1 - t_{s1}) \pi. d_1 \to t_1 - t_{s1} = \frac{\dot{q}_l}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1}$$
(48)

$$\dot{q}_{l} = \frac{\pi . (t_{s1} - t_{s2})}{\frac{1}{2.\lambda} . \ln \frac{d_{2}}{d_{1}}} \to t_{s1} - t_{s1} = \frac{\dot{q}_{l}}{\pi} . \frac{1}{2\lambda_{1}} \ln \frac{d_{2}}{d_{1}}$$
(49)

$$\dot{q}_{l} = \frac{\pi \cdot (t_{s2} - t_{s3})}{\frac{1}{2 \cdot \lambda_{2}} \cdot \ln \frac{d_{3}}{d_{2}}} \to t_{s2} - t_{s3} = \frac{\dot{q}_{l}}{\pi} \cdot \frac{1}{2\lambda_{2}} \ln \frac{d_{3}}{d_{2}}$$
(50)

$$\dot{q}_l = \alpha_2 . (t_{s3} - t_2)\pi . d_3 \to t_{s3} - t_2 = \frac{\dot{q}_l}{\pi} . \frac{1}{\alpha_2 . d_3}$$
 (51)

- $\lambda$  součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]
- l tloušťky stěn [m] ġ – hustota tepelného toku [W.m<sup>-2</sup>]
- $t_{s1}, t_{s2}... teploty stěn [K]$
- $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  součinitele přestupu tepla [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]
- d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>,... průměry válcových trubek [m]

Sečtením rovnic vyjadřujících teplotní rozdíly vyloučíme nezadané teploty. Úpravou dostaneme:

$$\dot{q}_{l} = \frac{\pi (t_{1} - t_{2})}{\frac{1}{\alpha_{1} \cdot d_{1}} + \frac{1}{2\lambda_{1}} \ln \frac{d_{2}}{d_{1}} + \frac{1}{2\lambda_{2}} \ln \frac{d_{3}}{d_{2}} + \frac{1}{\alpha_{2} \cdot d_{3}}}$$
(52)

Obecně platí pro stěnu složenou z n těsně přiléhajících vrstev:

$$q_{l} = \frac{\pi \cdot (t_{1} - t_{2})}{\frac{1}{\alpha_{1} \cdot d_{1}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_{i}} \ln \frac{d_{i+1}}{d_{i}} + \frac{1}{\alpha_{2} \cdot d_{n+1}}}$$
(53)

I tuto rovnici bychom mohli psát pomocí tzv. lineárního součinitele prostupu tepla, je to však méně obvyklé než u stěn rovinných. Zjednodušením rovnice (53) získáme další výpočetní vztahy uváděné v literatuře.

Prostup tepla jednoduchou válcovou stěnou (n=1)

$$\dot{q}_{l} = \frac{\pi \cdot (t_{1} - t_{2})}{\frac{1}{\alpha_{1} \cdot d_{1}} + \frac{1}{2\lambda_{i}} \ln \frac{d_{2}}{d_{1}} + \frac{1}{\alpha_{2} \cdot d_{2}}}$$
(54)

 $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  – součinitele přestupu tepla [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]

d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>,... – průměry válcových trubek [m]

Vedení tepla válcovou stěnou složenou z n těsně přiléhajících vrstev:

$$\dot{q}_{l} = \frac{\pi (t_{s1} - t_{s,n+1})}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_{i}} \ln \frac{d_{i+1}}{d_{i}}}$$
(55)

Všechny uvedené rovnice je možné použít i pro případ, kdy tepelný tok směřuje dovnitř válcové stěny. Ale proto, že je zvykem značit vyšší teplotu  $t_1$ , bude výpočet přehlednější, označíme-li v souladu s touto skutečností opačně také indexy u průměru a do rovnic (44) a (55) dosadíme místo výrazu  $d_{i+1}/d_i$  jeho převrácenou hodnotu. Při odvozování uvedených rovnic měl totiž přírůstek teploty a poloměru opačné znaménko.

### 2.4 Určování povrchových teplot, teplot mezi vrstvami a uvnitř vrstev

Výpočetní vztahy uvedené v této části jdou zaměřeny na neomezené stěny rovinné a válcové.

#### 2.4.1 Povrchové teploty

Význam určování povrchových teplot spočívá v tom, že teplota vnějšího povrchu topných zařízení, rozvodů horkých tekutin a podobně nesmí překročit určitou nebezpečnou hodnotu. Překročením by v praxi mohlo dojít ke vznícení hořlavých látek nebo ohrožení hygienických podmínek.

Při výpočtu můžeme použít dva postupy. Známe-li tepelný tok stěnou (zpravidla), dosadíme jeho hodnotu do rovnic, které vyjadřovaly teplotní rozdíly při odvozování prostupu tepla stěnami. V obecném případě ovšem nahradíme teplotu  $t_{s3}$  výrazem  $t_{s,n+1}$ . Pokud hustotu tepleného toku neznáme a nepotřebujeme znát, vycházíme při určování teplot ze skutečnosti, že teplotní rozdíly se nastaví v poměru tepelných odporů.

#### 2.4.1.1 Neomezená rovinná stěna

$$t_{s1} = t_1 - q \frac{1}{\alpha_1}$$
(56)

$$t_{s,n+1} = t_2 - q \frac{1}{\alpha_2}$$
(57)

$$t_{s1} = t_1 - (t_1 - t_2) \frac{\frac{1}{\alpha_1}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$$
(58)

$$t_{s,n+1} = t_2 + (t_1 - t_2) \frac{\frac{1}{\alpha_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$$
(59)

 $\alpha_1, \alpha_2$  – součinitele přestupu tepla [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]

 $\lambda$  – součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub> – teploty povrchů válcových stěn [K]

#### 2.4.1.2 Neomezená válcová stěna

$$t_{s1} = t_1 - \frac{q_l}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1}$$
(60)

$$t_{s,n+1} = t_2 + \frac{q_l}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{n+1}}$$
(61)

$$t_{s1} = t_1 - (t_1 - t_2) \frac{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1}}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{n+1}}}$$
(62)

$$t_{s,n+1} = t_2 + (t_1 - t_2) \frac{\frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{n+1}}}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{n+1}}}$$
(63)

 $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  – součinitele přestupu tepla [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>]

d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>,... – průměry válcových trubek [m]

 $\lambda$  – součinitel tepelné vodivosti [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub> – teploty povrchů válcových stěn [K]

#### 2.4.2 Teploty mezi vrstvami

Určování teplot mezi vrstvami složených stěn má význam především pro kontrolu nejvyšší přípustné teploty materiálu, ze kterých jsou jednotlivé vrstvy vyrobeny.

Význam v praxi také má posouzení vlivu usazenin na střední pracovní teplotu stěny.

Postup při sestavování následujících rovnic je podobný jako při určování povrchových teplot.

#### 2.4.2.1 Neomezená rovinná stěna

$$t_{s,x} = t_1 - \dot{q} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{x-1} \frac{l_i}{\lambda_i}\right)$$
(64)

$$t_{s,n+1} = t_1 - (t_1 - t_2) \cdot \frac{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{x-1} \frac{l_i}{\lambda_i}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$$
(65)

#### 2.4.2.2 Neomezená válcová stěna

$$t_{s,x} = t_1 - \frac{\dot{q}_l}{\pi} \cdot \left( \frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \sum_{i=1}^{x-1} \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} \right)$$
(66)

$$t_{s,x} = t_1 - (t_1 - t_2) \cdot \frac{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \sum_{i=1}^{x-1} \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{n+1}}}$$
(67)

Uvedené rovnice (64) až (67) uvádějí výpočet hledané teploty od teplejší strany, podobné rovnice je možno sestavit i pro výpočet od strany chladnější.

#### 2.4.3 Výpočet teplot v určitém místě libovolné stěny

Výpočet teplot v určitém místě libovolné vrstvy má význam např. při kontrole jejich hodnot v místě uložení armatury, rozvodů apod. Opět by bylo možné uvést řešení vycházející od teploty teplejší nebo chladnější tekutiny. Pro jednoduchost však předpokládejme, že teploty povrchů sledované vrstvy jsou již vypočteny.

#### 2.4.3.1 Neomezená rovinná stěna – teplota ve vzdálenosti x od teplejšího povrchu

$$t_{x} = t_{s,i} - (t_{s,i} - t_{s,i+1}) \cdot \frac{x}{l_{1}}$$
(68)

2.4.3.2 Neomezená válcová stěna – teplota na průměru d ( $d_i < d < d_{i+1}$ )

$$t_{d} = t_{s,i} - (t_{s,i} - t_{s,i+1}) \cdot \frac{\ln \frac{d}{d_{i}}}{\ln \frac{d_{i+1}}{d_{i}}}$$
(69)

Rovnice (68) a (69) platí za předpokladu, že součinitel tepelné vodivosti materiálu stěny může být považován za konstantní.

#### 2.5 Rozdílné požadavky na hodnotu součinitele prostupu tepla

Podle účelu ke kterému slouží pevná stěna oddělující teplejší a chladnější tekutinu, rozlišujeme dva základní případy s naprosto odlišnými požadavky na číselnou hodnotu součinitele prostupu tepla.

Co **nejvyšší** hodnota je žádoucí především u rekuperativních výměníků tepla. Při intenzivním prostupu tepla vycházejí rozměry zařízení menší, a to při dobrém využití tepelné energie. V mnoha případech vyhovuje, odděluje-li tekutiny kovová stěna, která má malý odpor proti vedení tepla. Výrazně se to projeví např. při vysokých hodnotách součinitele přestupu tepla na obou stranách stěny. Pokud stěna odděluje tekutiny s rozdílnou, na jedné straně velmi nízkou hodnotou součinitele přestupu tepla, ovlivní tato strana v rozhodující míře celkový odpor proti prostupu tepla.

U rozvodů horkých tekutin, různých druhů pecí, stavebních konstrukcí, chladírenských prostorů a podobně, je naopak žádoucí, aby hodnota součinitele prostupu tepla byla co nejnižší a tedy jejich tepelné ztráty s povrchová teplota co nejmenší. V tomto případě je vhodné zhotovovat stěny z materiálů špatně vedoucích teplo. Pokud to nestačí nebo není možné s ohledem na pracovní podmínky stěny, např. pevnost, těsnost apod., opatřujeme jejich povrch přídavnou vrstvou materiálu s malou tepelnou vodivostí, tzv. tepelnou izolací.

#### 2.5.1 Tepelná izolace

Hlavní důvody pro zvyšování odporu stěn proti prostupu tepla přídavnou vrstvou izolačního materiálu jsou následující.

a) Ekonomické – sleduje se hospodárné využití tepla a tím i jeho úspora

- b) Technologické vyvolané potřebou vhodných podmínek pro uskutečnění určitého výrobního postupu
- c) Hygienické dané požadavkem na zdravotně nezávadné prostředí pro práci lidí
- d) Bezpečnostní vyžaduje se především snížení teploty povrchu stěny na hodnotu, která vylučuje nebezpečí vzniku požáru, výbuch a zranění osob.

#### 2.5.1.1 Izolační materiály

Materiály používané pro tepelnou izolaci mají mít co nejmenší tepelnou vodivost, a to proto, aby přídavná vrstva nanášená na chráněnou stěnu nevycházel příliš silná. Proto se tak označují materiály, které v rozmezí teplot 50-100°C mají součinitel tepelné vodivosti menší než 0,25 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>. Některé izolační materiály se používají v přírodním stavu, např. slída, korek, dřevo apod. Většina se však získává zpracováním přírodních materiálů a dodává pod různými názvy, např. skelná, strusková a čedičová vlna, křemelina, perlit aj.

Nejlépe izolují lehké pórovité hmoty, protože vzduch má malou vodivost a v malých dutinách nemůže proudit. S rostoucí teplotou jejich tepelná vodivost vzrůstá, neboť vzrůstá tepelná vodivost vzduchu a současně dochází v dutinách k intenzivnímu přenosu tepla zářením. Zpěňovadlem ovšem nemusí být vzduch, ale jiný plyn s lepší hodnotou součinitele tepelné vodivosti.

Součinitel teplené vodivosti však není jediným měřítkem k posouzení vhodnosti určitého izolačního materiálu. Dalším důležitým kritériem je schopnost odolávat vysokým teplotám, tou se většina materiálů s velmi malou tepelnou vodivostí nevyznačuje. Proto se k izolaci povrchů o vysoké teplotě používá izolace složená z více vrstev.

# 3 NESTACIONÁRNÍ VEDENÍ TEPLA

Řešení nestacionárních polí v pevných tělesech je zvláštní případ energetických bilancí neustálených dějů, který odpovídá časově neustálenému sdílení tepla vyvolanému jiným tepelným způsobem na toto těleso. Velmi často se setkáváme s nestacionárním vedením tepla při ohřevu nebo ochlazování těles, které má v technické praxi značný význam.

Popis nestacionárních teplotních polí může být určitým přibližným řešením pro reálný systém, který je velmi složitý a přesné řešení v celé komplexnosti je ve většině případů zcela nereálné. Avšak v technické praxi nám v řadě případů nejde o znalost absolutní hodnoty určité sledované veličiny, ale zda se její velikost určitým vnějším zásahem změní žádoucím směrem. V tomto případě nám značnou službu mohou poskytnout analytická řešení limitních případů skutečných reálných dějů [2].

# 4 SHRNUTÍ TEORETICKÉ ČÁSTI

Teoretická část této bakalářské práce se zabývala tématy, která jsou potřebná při řešení experimentu obsaženého v části praktické a také nastínila možná řešení dalších tepelných pochodů, které jsou součástí běžné praxe. Teoretické poznatky obsažené v této části mohou čtenáři pomoci při řešení základních druhů sdílení tepla, jakož jsou proudění, vedení a sálání. Okrajově se tato kapitola zabývala také izolačními materiály a požadavky, které jsou na ně kladeny.

# II. PRAKTICKÁ ČÁST

# 5 PŘÍPRAVA VZORKŮ

Cílem práce je zjištění přechodového odporu na styčných plochách v závislosti na jakosti (způsobu povrchové úpravy) povrchu těchto ploch. Bylo proto vytvořen etalon o dvojnásobné výšce ( $\delta = 20$  mm), ve kterém nedochází k nežádoucím přechodovým odporům. S tímto etalonem byly pak porovnávány vzorky složené ze dvou válečků o výšce 10 mm. Vzorky složené ze dvou válečků se tedy lišily pouze vytvořenou rovinnou dělící plochou kolmou k ose válečků.

### 5.1 Prvotní výroba vzorků

Pro výrobu měřených vzorků byl vybrán dural 7075.T651 z důvodu snadného opracování a relativně vysokého součinitele tepelné vodivosti.

Měřené vzorky byly soustruženy z tyčového materiálu na univerzálním hrotovém soustruhu na rozměry:

$$d = 38 \text{ mm}$$
  
 $\delta = 10 \text{ mm}$ 

d – průměr měřeného vzorku

 $\delta - výška$  měřeného vzorku

Byl vyroben také referenční vzorek dvojnásobné výšky  $\delta = 20$  mm pro měření koeficientu přestupu tepla při ideálních povrchových parametrech.

Vzorky byly dále broušeny na obvodové rovinné brusce pro zarovnání a dosažení vyšší jakosti styčných ploch.

### 5.2 Opracování vzájemných styčných ploch

Pro potřeby experimentu bylo nutné vybrousit vzájemné styčné plochy vzorků do požadovaných jakostí. Z hlediska ekonomické nenáročnosti bylo zvoleno ruční vybrušování povrchu pomocí smirkových papírů o různé hrubosti, které svými výsledky bylo pro toto měření dostačující. Bylo použito 7 různých hrubostí o hodnotách 80, 120, 240, 320, 600, 800 a 1200. Broušení probíhalo pod vodou a papír byl přiložen na dokonale rovinné mramorové desce.

Obroušené vzorky byly vždy jednotlivě uchovány v ochranném obalu pro případ znečištění či mechanického poškození styčných ploch.



Obr. 7

U finální podoby vzorků vyobrazené na fotografii (obr. 7) je velmi dobře patrná rozdílná jakost povrchu styčných ploch. Vzorky jsou na fotografii seřazeny ve směru hodinových ručiček vzestupně podle čísla použité hrubosti brusného papíru.

# 6 MĚŘENÍ A HODNOCENÍ PROFILU POVRCHU

Pro analýzu skutečné jakosti povrchů byl použit přístroj Taylor Hobson Talysurf CLI 500. Vyhodnocování dat probíhalo za použití programu TalyMap Gold ve verzi 5.1.1 (číslo sestavení 5374).

Pro zpřesnění výsledků probíhalo měření ve dvou osách (tedy příčně i podélně) vždy v délce 4 mm

### 6.1 Parametry R<sub>a</sub>, R<sub>z</sub> a R<sub>t</sub>

V následující tabulce jsou uvedeny hodnoty parametrů  $R_a$ ,  $R_z$  a  $R_t$  všech měřených vzorků. Hodnoty jsou měřeny a vypočteny dle ISO 4287. Úvodní číslo v následující tabulce označuje použitou zrnitost brusného papíru.

	Rz	Rt	Ra		Rz	Rt	Ra
80 - 1. vzorek			-	600 - 1. vzorek			
příčně	14,5	18,6	2,43	příčně	11,2	14,6	1,87
podélně	13,5	16	2,54	podélně	8,52	11,2	1,41
80 - 2. vzorek				600 - 2. vzorek			
příčně	16,4	21,7	2,61	příčně	15	20,2	1,92
podélně	13,1	16,7	2,26	podélně	9,44	11,8	1,48
120 - <mark>1. v</mark> zorek			8) (3)	800 - 1. vzorek			
příčně	16,2	23,2	2,63	příčně	10,6	13,3	1,79
podélně	16,5	21,4	3,14	podélně	8,71	10	1,5
120 - 2. vzorek				800 - 2. vzorek			
příčně	18,6	23,7	3,02	příčně	12,9	14,8	2,14
podélně	15,4	17,7	2,85	podélně	13,8	19,4	1,96
240 - 1. vzorek			100	1200 - 1. vzorek			
příčně	13,5	18,2	2,04	příčně	4,05	5,34	0,632
podélně	10,8	14,4	1, <mark>6</mark> 9	podélně	3,17	4,09	0,557
240 - 2. vzorek		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Rec	1200 - 2. vzorek			
příčně	14,9	17,1	2,6	příčně	3,64	4,38	0,54
podélně	12,3	14	2,44	podélně	3,4	4,56	0,524
320 - 1. vzorek							
příčně	12,3	13,7	2,08				
podélně	10,5	13,4	1,71				
320 - 2. vzorek							
příčně	12,6	15,5	2,21	1			
podélně	14,3	18,4	2,27				

Tab. 3. Přehled naměřených parametrů styčných ploch

Při broušení smirkovým papírem s nejmenší hrubostí bylo dosaženo hodnot R<sub>a</sub> pod 0,6, což představuje drsnost povrchu dosahovanou jemným obráběním a pokles koeficientu

přestupu tepla by tedy měl být oproti celistvému válečku minimální. U zkušebních vzorků s vyššími hodnotami R<sub>a</sub> by měly být rozdíly již patrnější.

Na dalších obrázcích je možné pozorovat drsnost a vlnitost jednotlivých povrchů. Vždy je přiložen pouze jeden profil k prvnímu z dvojice zkoušených vzorků a to v příčném směru.

Profil povrchu obroušen brusným papírem o hrubosti zrna 80:



Obr. 8

Profil povrchu obroušen brusným papírem o hrubosti zrna 120:



Obr. 9

Profil povrchu obroušen brusným papírem o hrubosti zrna 240:



Obr. 10

Profil povrchu obroušen brusným papírem o hrubosti zrna 320:



Obr. 11

Profil povrchu obroušen brusným papírem o hrubosti zrna 600:



Obr. 12

Profil povrchu obroušen brusným papírem o hrubosti zrna 800:



Profil povrchu obroušen brusným papírem o hrubosti zrna 1200:



Obr. 14

Po zhlédnutí přiložených křivek lze konstatovat i velmi malou míru vlnitosti na styčných plochách, čímž je zaručen dostatečně velký kontakt mezi zkoušenými vzorky.

### 6.2 Hodnocení povrchu dle Abbottových křivek

Z přiložených Abbottových křivek je patrné, že na povrchu je nemalé množství výstupků a prohlubní. Některé mohou být způsobeny uvolněným zrnem brusného papíru nebo předchozími metodami obrábění. S přihlédnutím na amatérské podmínky, ve kterých byly vzorky připravovány, je však tento výsledek více než dostačující.

Stejně jako v předchozí kapitole, i zde budou zobrazeny Abbottovy křivky prvního vzorku z dvojice a pouze v příčném směru.



Abbottova křivka při použití brusného papíru o hrubosti 80 a 120:

Obr. 15

Abbottova křivka při použití brusného papíru o hrubosti 240 a 320:



Obr. 16



Abbottova křivka při použití brusného papíru o hrubosti 600 a 800:



Abbottova křivka při použití brusného papíru o hrubosti 1200:



Obr. 18

# 7 MĚŘENÍ TEPLOTNÍCH KŘIVEK

Tato kapitola je hlavním celkem praktické části. Má za cíl představit aparaturu experimentu, izolace a taktéž výsledky vlastního měření.

# 7.1 Aparatura experimentu

K měření je použit přístroj podle Fitche. Tento přístroj se ve většině případů používá k měření tepelné vodivosti fólií, desek plastů nebo pryží, avšak lze jej použít i v případě zde uvedeného experimentu. Aparatura sestává ze tří hlavních částí.

Tou první jsou dva lázňové termostaty Huber CC1-E s nerezovou vanou (viz obr 19.), jimiž jsou na stálých teplotách udržovány okruhy s teplou a studenou vodou. Prvním z nich protéká kapalina o teplotě  $t_1=25$ °C (chladící médium), ve druhém proudí kapalina o teplotě  $t_2=45$ °C (ohřívací médium). Diference teplot udržovaná termostaty je tedy 20°C.



Obr. 19 Lázňový termostat Huber CC1-E

Druhou část tvoří dva mosazné horní válce, přičemž jeden je ohřevný a druhý chladící a spodní, taktéž mosazný, válec s připojeným termočlánkem typu měď-konstantan. Do ohřevného válce proudí voda z teplejšího okruhu a slouží k temperaci aparatury a vzorků. Druhý, chladící válec zajišťuje ochlazování duralových vzorků při samotném měření. Spodní měřící válec je vsazen do plastového izolačního krytu a podpírán kovovým pod-stavcem. (viz obr. 21 a obr. 22)



Obr. 20 Model aparatury s měřícím a ohřívajícím (chladícím) válcem



Obr. 21 Znázornění okruhu s médiem a podpěr



Obr. 22 Reálná podoba temperovaného a snímacího válce se vzorky

Třetím stupněm je převodní systém National Instruments USB - 9162, který přes USB port převádí data do osobního počítače s nainstalovaným SW LabView Signal Express ve verzi 8.2, pro záznam závislosti času na teplotě.



Obr. 23 Převodní systém NI USB - 9162



Celková struktura měřící sestavy je znázorněna na schématu (obr. 23).

Obr. 24 Schéma aparatury [8]

1 - mosazný válec (t<sub>1</sub>) 2 - mosazný válec (t<sub>2</sub>) 3 - měřící válec 4 - termočlánek (měďkonstantan) 5 - převodní systém 6 - PC 7 - izolační kryt měřícího válce 8 - stabilizovaný stejnosměrný zdroj 9 - měřený vzorek 10 - termostaty 11 - závaží

### 7.2 Izolace

Měřící soustavu bylo nutné ochránit před působením vnějších vlivů. K tomuto účelu dokonale posloužila izolace vyrobená z desek pěnového polystyrenu EPS. Desky byly přesně vyřezány laserem, aby dokonale izolovaly aparaturu v době experimentu.



Obr. 25 Izolace soustavy - rozložená



Obr. 26 Zaizolovaná a zatížená aparatura

Pro odstranění nežádoucích nedokonalostí kontaktu styčných ploch bylo použito ocelového závaží (viz obr. 26).

# 7.3 Vyhodnocení výsledků měření

Sběr dat probíhal za pomoci již zmíněného SW LabView Signal Express v němž dle rychlosti průběhu temperance byla nastavena perioda snímání teploty na 5 nebo 10 sekund.

Po přiložení temperančního válce o teplotě  $t_2=45^{\circ}$ C bylo nutné ustálení teploty měřených vzorků a aparatury. Po ustálení byl přiložen válec o teplotě  $t_1=25^{\circ}$ C a také bylo spuštěno samotné snímání teplot měřených vzorků. Snímání bylo ukončeno při ustálení na teplotách cca. 25°C.

# 7.4 Teplotní křivky jednotlivých vzorků

Zde uvedené křivky představují průběh změny teplot v čase τ jednotlivých vzorků.



Vzorek A - celistvý vzorek s dvojnásobnou výškou δ - etalon (bez vzájemných styčných ploch)

Obr. 27

Vzorek B - povrch opracován brusným papírem o hrubosti zrna 1200



Obr. 28



Vzorek C - povrch opracován brusným papírem o hrubosti zrna 800

Obr. 29

Vzorek D - povrch opracován brusným papírem o hrubosti zrna 600



Obr. 30



Vzorek E - povrch opracován brusným papírem o hrubosti zrna 320

Obr. 31

Vzorek F - povrch opracován brusným papírem o hrubosti zrna 240



Obr. 32



Vzorek G - povrch opracován brusným papírem o hrubosti zrna 120

Obr. 33

Vzorek H - povrch opracován brusným papírem o hrubosti zrna 80



Obr. 34

### 7.5 Výpočet součinitele tepelné vodivosti vzorků

Pro odvození matematického modelu popisující závislost teploty měřeného vzorku na čase je možné vycházet z následující bilance tepla:

$$-K\frac{dt}{d\tau} = \frac{S.\lambda.(t-t_1)}{\delta} + B.(t-t_1)$$
<sup>(70)</sup>

- K tepelná kapacita měřícího válečku [J.K<sup>-1</sup>]
- S plocha vzorku [m<sup>2</sup>]
- $\lambda$  tepelná vodivost [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]
- t snímaná teplota měřícího válečku [K]
- t1 teplota temperanční desky [K]
- t2 počáteční teplota měřícího válečku [K]
- $\delta$  tloušťka vzorku [m]
- B koeficient tepelných ztrát [J.s<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]
- τ čas [s]

Pravá strana rovnice (70) představuje tok tepla přes hmotu vzorku bloku 1 do měřícího válečku. Zde jsou započítány i ztráty tepla vzniklé přirozený prouděním vzduchu kolem měřící aparatury. V případě zde prováděného experimentu jsou však tyto ztráty téměř nulové, díky izolaci z polystyrenu, tudíž jsou při vlastním výpočtu tepelné vodivosti zanedbány.

Levá strana rovnice (70) představuje akumulaci tepla v měřicím válečku.

Řešením rovnice (70) získáme:

$$t = t_1 - (t_1 - t_2) \exp(-(A_1 - A_2) \cdot \tau)$$
(71)

Kde pro A<sub>1</sub> a A<sub>2</sub> platí vztahy:

$$A_1 = \frac{S\lambda}{\delta K} \tag{72}$$

$$A_2 = \frac{B}{K} \tag{73}$$

$$A_3 = A_1 + A_2 \tag{74}$$

Z nelineární regrese získáme za použití SW SigmaPlot bezrozměrný koeficient b.

$$A_1 = b - A_2 \tag{75}$$

V případě zde prováděného experimentu jsou ztráty zařízení A2 zanedbatelné proto:

$$A_1 = b \tag{76}$$

Výpočet tepelné vodivosti:

$$\lambda = \frac{A_1 \cdot \delta \cdot K_1}{S} \tag{77}$$

- δ výška měřeného vzorku [m]
- S styčná plocha vzorku a měřicího válce  $[m^2]$
- K<sub>1</sub> tepelná kapacita válečků (K<sub>1</sub>=153,107 J.K<sup>-1</sup>)

$$S = \frac{\pi . d^2}{4} \tag{78}$$

### 7.5.1 Ukázka výpočtu pro vzorek A a tabulka zbylých hodnot

$$A_1 = b = 0,0304 \tag{79}$$

$$\lambda = \frac{A_1 \cdot \delta \cdot K_1}{S} = \frac{0,0304.0,02.153,107}{0,001134} = 82,089 \, W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1} \tag{80}$$

$$S = \frac{\pi . \, 0.038^2}{4} = 0.001134m^2 \tag{81}$$

V následující tabulce jsou uvedeny koeficienty tepelné vodivosti pro všechny testované vzorky.

Označení vzorku	Ekv. koeficient tepelné vodivosti $\lambda$ [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	Δλ [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
А	82,09	0
В	81,28	0,81
С	79,12	2,97
D	78,04	4,05
E	74,26	7,83
F	73,18	8,91
G	71,02	11,07
Н	44,82	37,26

Tab. 4. Koeficienty tepelné vodivosti vzorků

Odpor měřené soustavy je převrácená hodnota ekvivalentního koeficientu tepelné vodivosti.

Označení vzorku	Odpor měřených vzorků R [m.K.W <sup>-1</sup> ]
A - plný	0,01218
В	0,01230
С	0,01264
D	0,01281
E	0,01347
F	0,01367
G	0,01408
Н	0,02231

Tab. 5. Odpor měřených vzorků

Pro názorné porovnání jednotlivých odporů je uvedena taktéž tabulka s procentuálním vyjádřením odporů jednotlivých vzorků.

Označení vzorku	Procentuální vyjádření odporů vzorků [%]
A - plný	100,0
В	101,0
С	103,8
D	105,2
E	110,5
F	112,2
G	115,6
Н	183,1

Tab. 6. Procentuální vyjádření jednotlivých odporů

Měrný odpor vzorků vypočítat pomocí vztahu:

$$R_{etalonu} = \frac{\delta}{\lambda}$$
(82)

$$R_{vzorku} = \frac{\delta}{\lambda} + R_p \tag{83}$$

Označení vzorku	Měrný odpor měřených vzorků [m².K/W <sup>-1</sup> ]
A - plný	0,0002436
В	0,0002461
С	0,0002528
D	0,0002563
E	0,0002693
F	0,0002733
G	0,0002816
Н	0,0004462

Tab. 7. Měrný odpor měřených vzorků

Ze vztahu (83) lze jednoduchou úpravou vyjádřit vztah přechodového odporu R<sub>p</sub>.

$$R_p = R_{vzorku} - \frac{\delta}{\lambda} \tag{84}$$

Označení vzorku	х R <sub>a</sub>	$R_{p} [m^{2}.K.W^{-1}]$
A - plný		0
В	0,5	2,428E-6
С	1,9	9,147E-6
D	1,7	12,646E-6
E	2,1	25,693E-6
F	2,2	29,668E-6
G	2,9	37,982E-6
Н	2,5	202,542E-6

Tab. 8. Přechodové odpory R<sub>p</sub>

# ZÁVĚR

První, teoretická část této bakalářské práce měla za úkol seznámit čtenáře se základními principy sdílení tepla a jejich využitím v každodenní praxi. Cílem teoretické části také bylo naznačení řešení jednotlivých dějů.

Praktická část byla zaměřena na popis výroby vzorků, jejich mechanické opracování potřebné k dosažení požadovaných parametrů, měření těchto parametrů a především na samotné měření závislosti jejich tepelné vodivosti a drsnosti povrchu.

Úprava povrchů probíhala za pomocí brusných papírů přiložených na mramorové desce s rovným povrchem. Tento způsob úprav styčných ploch je běžný v amatérské elektrotechnické praxi. Povrch vzorků byl proměřen na měřicím přístroji Taylor Hobson Talysurf CLI 500. Další a stěžejní kapitolou praktické části bylo představení měřicí aparatury a především samotné měření a vyhodnocení teplotních křivek spolu s výpočtem koeficientu tepelné vodivosti. Při měření nebylo použito teplovodivých past, protože se nepodařilo nalézt metodu, která by zajistila vytvoření rovnoměrně tenké vrstvy u všech vzorků.

Prováděný experiment prokázal, že tepelná vodivost vzorku má souvislost s jakostí jeho povrchu. Výsledky měření odpovídaly teoretickým předpokladům. Při použití brusného papíru o hrubosti zrna 1200, což odpovídá drsnosti povrchu dosahované při broušení, se výsledek přiblížil vedení tepla v plném vzorku. Při broušení brusnými papíry o hrubosti 800 a 600 (Ra=1,6) se výsledky od plného vzorku také lišily pouze v řádu procent. Větší odchylka (10-15%) se objevila až u vzorků broušených hrubými brusnými papíry (hrubost zrna 120-320). Tepelný odpor prudce narostl až u povrchu opracovaného brusným papírem o jmenovité hrubosti 80.

Je zřejmé, že zpřesněním měřicí metody by bylo možné získat kvalitnější výsledky a změnou technologie opracování povrchů by se dosáhlo lepšího vedení, avšak náklady vynaložené na úpravu aparatury by byly neúměrné dosaženému zkvalitnění. Dalšího zpřesnění by bylo možné dosáhnout opakováním měření a použitím statistických metod zpracování naměřených výsledků.

# SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- BRZOBOHATÝ, P.: Měření tepelné a teplotní vodivosti polymerních materiálů.
   Diplomová práce, UTB ve Zlíně, Zlín 2002, s. 15-18
- [2] MIKLAŠ, R.: Tepelná vodivost kaučukových směsí. Diplomová práce, FT VUT, Zlín 1998, s. 14-1
- [3] KOZÁKOVÁ, K.:Tepelná vodivost kompozitů. Diplomová práce, FT VUT, Zlín 2000, s. 20
- [4] AZ izolace. Způsoby přenosu tepla [online]. 2009 [cit. 2012-02-02]. Dostupné z: http://www.azizolace.cz/page\_2\_1.html
- [5] BLAHOŽ, Vladimír a Zdeněk KADLEC. Základy sdílení tepla. Ostrava: Sdružení požárního a bezpečnostního inženýrství v Ostravě, 2000, s. 4. ISBN 80-902001-1-7.
- [6] ŠORIN, S.N.. Sdílení tepla. Praha: SNTL Nakladatelství technické literatury, n.p., 1968, s. 18. ISBN 04-014-68.
- [7] KOLOMAZNÍK, K, J SEDLÁŘ a A MACHÁČKOVÁ. Teorie technologických procesů III. 1. vydání. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1978.
- [8] UTB VE ZLÍNĚ, Fakulta technologická. Laboratorní cvičení Měření tepelné vodivosti plastů: Nestacionární měření tepelné vodivosti.

# SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

ġ	Hustota tepelného toku [W.m <sup>-2</sup> ]
Δt	Rozdíl teplot [K]
λ	Součinitel tepelné vodivosti [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$t_{s1}, t_{s2}$	Časově neměnné teploty izotermických povrchu stěny [K]
1	Tloušťka stěny [m]
S	Teplosměnný povrch [m <sup>2</sup> ]
α	Součinitel přestupu tepla [W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$t_{\rm f}, t_{\rm f}'$	Teplota tekutiny [K]
t <sub>s</sub> , t <sub>s</sub> '	Teplota stěny [K]
3	Experimentálně určený poměrný emisní součinitel [-]
σ	Stefan-Boltzmannova konstanta [W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-4</sup> ]
Т	Absolutní teplota povrchu tělesa [K]
a	Součinitel teplotní vodivosti [m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\alpha_k, \alpha_z$	Součinitel přestupu tepla konvekcí a zářením [W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$q_z$	Hustota výsledného zářivého toku [W.m <sup>-2</sup> ]
$q_l$	Hustota tepelného toku válcovou stěnou dlouhou 1m [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
k	Součinitel prostupu tepla [W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]
L	Délka válcové stěny [m]
τ	Čas [s]
d	Průměr [m]
r	Poloměr [m]

# SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1. Teplotní gradient	13
Obr. 2. Čáry tepelného toku	14
Obr. 3. Naznačení tepelné vodivosti	16
Obr. 4. Elementární hranol pro Fourierovu rovnici	21
Obr. 5. Prostup tepla rovinnou stěnou	28
Obr. 6. Prostup tepla rovinnou složenou stěnou	32
Obr. 7. Finální podoba měřených vzorků	44
Obr. 8 14. Graf drsností a vlnitostí měřených vzorků	46-47
Obr. 15 18 Abbottovy křivky měřených vzorků	48-49
Obr. 19. Lázňový termostat Huber CC1-E	50
Obr. 20. Model aparatury s měřícím a ohřívajícím (chladícím) válcem	51
Obr. 21. Znázornění okruhu s médiem a podpěr	51
Obr. 22 Reálná podoba temperovaného a snímacího válce se vzorky	52
Obr. 23 Převodní systém NI USB - 9162	52
Obr. 24. Schéma aparatury	53
Obr. 25. Izolace soustavy - rozložená	53
Obr. 26. Zaizolovaná a zatížená aparatura	54
Obr. 27 34. Teplotní křivky jednotlivých vzorků	55-58

# SEZNAM TABULEK

Tab. 1. Matematické vyjádření jednotlivých druhů teplotních polí [5]	12
Tab. 2. Orientační rozmezí hodnot součinitele přestupu tepla α [5]	18
Tab. 3. Přehled naměřených parametrů styčných ploch	47
Tab. 4. Koeficienty tepelné vodivosti vzorků	64
Tab. 5. Odpor měřených vzorků	64
Tab. 6. Procentuální vyjádření jednotlivých odporů	65
Tab. 7. Měrný odpor měřených vzorků	65
Tab. 8. Přechodové odpory R <sub>p</sub>	66