Aplikace Formální konceptuální analýzy v sociálních sítích

Application of Formal Concept Analysis in Social Networks

Bc. Michael Žídek

Diplomová práce
2014

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Bc. Michael Žídek**
Osobní číslo:	**A12431**
Studijní program:	**N3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor:	**Počítačové a komunikační systémy**
Forma studia:	**prezenční**
Téma práce:	**Aplikace Formální konceptuální analýzy v sociálních sítích**
Téma anglicky:	**The Application of Formal Concept Analysis in Social Networks**

Zásady pro vypracování:

1. **Zpracujte literární rešerši na internetové sociální sítě, které se nejčastěji používají a uveďte jejich přehled.**
2. **V teoretické části zpracujte přehledně základní pojmy z teorie uspořádaných množin a teorie svazů. Tvrzení formulujte bez důkazů.**
3. **Uveďte definici a základní vlastnosti Galoisových konexí a jejich konkrétní případy.**
4. **V praktické části vypracujte přehled tvrzení Formální konceptuální analýzy a formulujte základní větu.**
5. **Metodami Formální konceptuální analýzy proveďte rozbor sociálních sítí a jimi poskytovaných služeb. Aplikujte metody Formální konceptuální analýzy na navigaci v konceptuálním svazu.**

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. GANTER, Bernhard a Rudolf WILLE. Formal concept analysis: mathematical foundations. New York, c1999, x, 284 p. ISBN 35-406-2771-5.

2. KATRIŇÁK, T. a kol.: Algebra a teoretická aritmetika 1. Bratislava, Praha: ALFA, SNTL, 1985. 63-568-85.

3. JURA, Jakub. Teoretické informační systémy a vytěžování znalostí z databází. Dostupné z: www1.fs.cvut.cz/cz/u12110/pis/materialy/dm/tivzfini.doc.

4. BĚLOHRÁDEK, Radim. Konceptuální svazy a formální konceptuální analýza [online]. Dostupné z: http://belohlavek.inf.upol.cz/publications/Bel_Ksfka.pdf.

5. PROPP, James. A Galois connection in the social Networks. Mathematics magazine. Pacoima, Calif.: Mathematics Magazine, 1947-, č. 85, s. 34-36. Dostupné z: faculty.uml.edu/jpropp/galois.pdf.

6. FREEMAN, Linton C. Visualizing social networks. Journal of social structure, 2000, 1.1: 4.

Vedoucí diplomové práce: **RNDr. Jiří Klimeš, CSc.**
Ústav matematiky

Datum zadání diplomové práce: **7. února 2014**

Termín odevzdání diplomové práce: **27. května 2014**

Ve Zlíně dne 7. února 2014

UNIVERZITA TOMÁŠE BATI VE ZLÍNĚ
Fakulta aplikované informatiky
L.S.

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
děkan

prof. Ing. Karel Vlček, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zaobírá problematikou analýzy tabulkových dat pomocí formální konceptuální analýzy neboli FCA.

V teoretické části jsou vysvětleny základní pojmy z teorie množin a teorie svazů. Dále je v teoretické části vypracován přehled českých i světových internetových sítí, ve kterém jsou uvedeny i hlavní rysy těchto sítí.

V praktické části se pozornost zaměřuje již na samotný popis formální konceptuální analýzy a vysvětlení základní pojmů z této problematiky. V další kapitole jsou pak analyzována daná data týkající se sociálních sítí pomocí FCA, přičemž výsledného konceptuálního svazu jsou zřejmé společné rysy těchto sociálních sítí.

Klíčová slova: FCA, Formální konceptuální analýza, teorie svazů, uspořádané množiny, sociální sítě, facebook

ABSTRACT

This master thesis concerns the analysis of tabular data by using formal concept analysis or FCA.

In the theoretical section explains the basic concepts from set theory and lattice theory. The theoretical part of a compendium of Czech and international Internet networks, which provides the main characteristics of these networks.

In the practical part, the focus has been on the actual description of formal concept analysis and explanation of the basic concepts of this issue. The next chapter is then analyzed that data about social networks by using the FCA, the resulting conceptual lattice are obvious common features of these social networks.

Keywords: FCA, Formal conceptual analysis, lattice theory, ordered sets, social networks, facebook

Chtěl bych poděkovat svému vedoucímu panu RNDr. Jiřímu Klimešovi, CSc. za vedení při mé diplomové práci. Dále bych chtěl poděkovat spolužákům za rady a připomínky k problematice týkající se mé diplomové práce a v neposlední řadě bych také chtěl poděkovat mé rodině za podporování při studiu.

Motto:

"Numquam tradas et pugnabis"

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně ……………………

podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD

Tato diplomová práce se zabývá problematikou Formální konceptuální analýzy a možnostmi její aplikace zejména v oblasti internetových sociálních sítí.

V teoretické části je popsán pojem internetové sociální sítě, kdy vznikly a jak se vyvíjely. Dále je zpracován přehled nejznámějších světových i českých sociálních sítí, kde jsou popsány jejich charakteristické vlastnosti a funkce, spolu se stručnou historií každé sítě.

Poté se v teoretické části také věnuje tato diplomová práce teorií množin. Dále jsou zde zpracovány a vysvětleny základní operace, které se s množinami mohou provádět. Tyto operace jsou pro jednodušší pochopení doplněny i o grafické znázornění daných operací. V této podkapitole jsou také uvedeny De Morganovy zákony, které definují jednotlivé vztahy mezi množinovými operacemi.

Další podkapitolou je teorie svazů, která již souvisí přímo s FCA, jelikož svazy jsou považovány za základní kámen formální konceptuální analýzy. Dále je zde zmínka o Galoisových konexích, které s touto problematikou také zásadně souvisí.

V Praktické části se pak tato diplomová práce zaobírá přímo Formální konceptuální analýzou, jejími výhodami a vznikem této metody analýzy tabulkových dat. Také zde jsou popsány a vysvětleny základní pojmy a definice z oblasti formální konceptuální analýzy. V této části je definována základní věta FCA, spolu s příklady pro snadnější pochopení dané problematiky.

V poslední kapitole je právě použita FCA pro výzkum dat spojených s českými sociálními sítěmi. V prvním případě se jedná o návštěvnost českých sociálních sítí za březen 2014. Z těchto dat je udělán daný kontext, který je zanesen do tabulky a následně upraven pro použitý FCA, aby byly získány všechny formální koncepty a byl následně vytvořen výsledný konceptuální svaz.

V dalším případě se jedná o srovnání vlastností českých a světových sociálních sítí a nalezení společných rysů. Pomocí analyzování daného kontextu a nalezení formálních konceptů, je pak zpracován výsledný formální konceptuální svaz, který tyto vzájemné vztahy přehledně graficky zobrazuje.

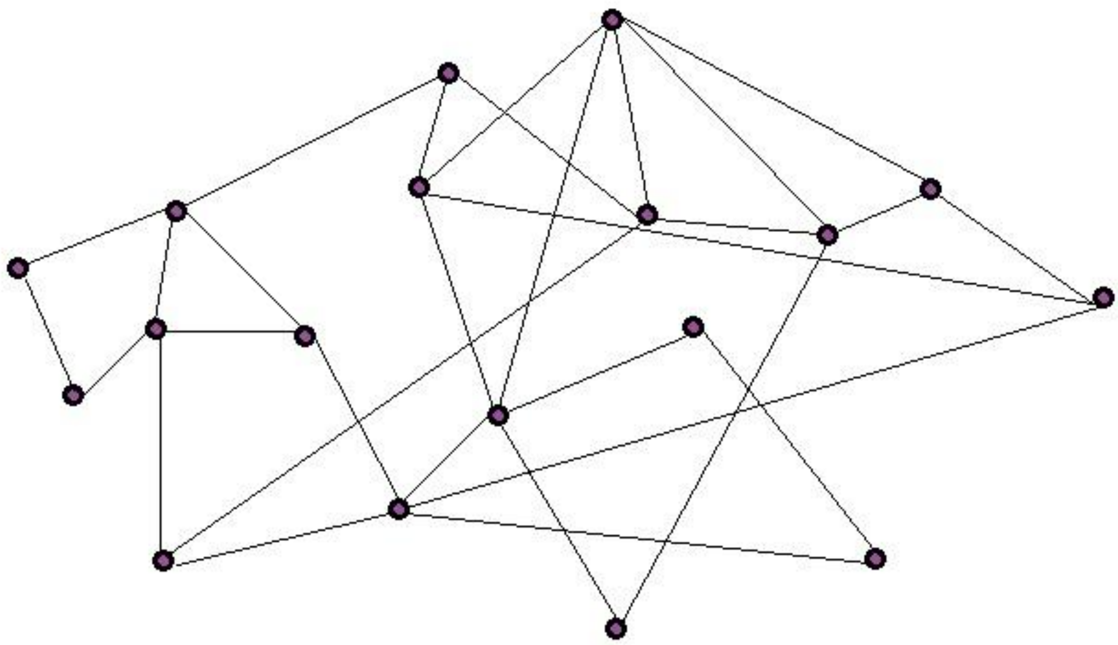
I. TEORETICKÁ ČÁST

1 INTERNETOVÉ SOCIÁLNÍ SÍTĚ

Sociologie definuje sociální síť jako propojenou skupinu lidí, kteří se navzájem ovlivňují, přičemž mohou (ale nemusí) být příbuzní. Sociální síť se tvoří na základě společných zájmů, rodinných vazeb nebo z jiných více pragmatických důvodů, jako je např. ekonomický, politický či kulturní zájem. [1]

Internetová sociální síť pak může být jakákoli webová služba, jejímž primárním cílem je sdružovat různé uživatele, umožňovat jim jednoduchou formou komunikaci s ostatními uživateli a sdílet mezi nimi informace. Tyto sdílené informace mohou být různé, ať už jde o soukromé obrázky, videa, vtipné fotky, odkazy na oblíbené písně, či pouze o textové zprávy. V dnešní době využívají sociálních sítí i firmy, aby se představili a ukázali své výrobky možným budoucím klientům a aby zajistili větší prosperitu svého businessu.

Sociální sítě mají strukturu uzlů, kde každý uzel představuje jednoho uživatele, skupinu, organizaci nebo stroj, který se v dané síti nachází. Mezi těmito uzly jsou spojnice, které znázorňují vzájemné vazby mezi jednotlivými uzly. Tyto vazby nemusí nutně představovat příbuzenské vztahy nebo přátelství, ale může se jednat klidně o společný zájem, názor nebo jinou spojitost. Sociální síť je obvykle reprezentována graficky, a to obvykle pomocí diagramu, který zachycuje jednotlivé uzly a vazby mezi nimi.



Obr. 1 - Ukázka diagramu znázorňujícího sociální síť

1.1 Historie sociálních sítí

Vznik „webových“ sociálních sítí se váže už k počátkům samotného internetu, tedy jeho předchůdce ARPANETu. Již mezi lety 1965 – 1972, kdy začaly první pokusy o elektronickou komunikaci mezi více uživateli, a byl doručen první email, se začala utvářet jakási komunita prohlubující své sociální vztahy, tedy SOCIÁLNÍ SÍŤ. [5]

Mnoho odborníků označuje za počátek sociálních sítí systém BBS (Bulletin Board System) v roce 1978, který dovoloval svým uživatelům vzájemnou komunikaci. Nevýhodou tohoto systému ale bylo, že ve stejné době mohl být připojen pouze jeden uživatel, tudíž komunikace trvala někdy i déle než 24 hodin. Dalším vývojovým krokem byla roku 1988 aplikace OuluBox, která umožňovala komunikaci po internetu v reálném čase.

Sociální síť tak jak ji známe dnes vznikla až roku 1997, kdy vznikla síť SixDegrees.com, která byla postavena na konceptu Web 2.0. V této síti poprvé mohli registrovaní uživatelé pomocí svých profilů vytvářet okruhy přátel, vytvářet si vlastní obsah a kvalitu. Tvůrci ji označovali jako nástroj pro propojení uživatelů internetu. Nicméně tato síť fungovala pouze 4 roky, protože se stala finančně neúnosnou. Proto byla roku 2001 odpojena.

Dnes existuje mnoho internetových sociálních sítí, kde některé na první pohled nevypadají jako ostatní sociální sítě, a to z toho důvodu, že zde není budování sociálních vztahů jako primární cíl, ale je to pouze jen jedna z podporovaných funkcí. V tomto případě je možné uvést jako ukázku takovéto sítě například síť CSFD.cz, nebo Youtube.com.

Obr. 2 - Loga nejznámějších sociálních sítí

1.2 Světové sociální sítě

V této podkapitole budou uvedeny pouze ty nejznámější sociální sítě které jsou k nalezení. Většina lidí se s nimi setkává v každodenním životě a pravděpodobně mají alespoň na jedné z nich svůj osobní profil.

Obr. 3 - Počet uživatelů sociálních sítí v roce 2012

1.2.1 Facebook

Sociální síť byla založena roku 2004 pod názvem Thefacebook svým zakladatelem Markem Zuckerbergem, studentem Harvardu, který chtěl vytvořit web, jež by umožňoval studentům, profesorům a personálu z Harvardu z vlastní vůle sdílet své fotografie, poznatky, osobní informace a jiné příspěvky s ostatními uživateli pomocí profilů. Thefacebook, přejmenovaný na Facebook roku 2005, byla původně otevřena jen pro studenty vysokých škol v USA, ale později se rozšířila i na University v Kanadě.

Obr. 4 - Mark Zuckerberg - Zakladatel sítě Facebook [7]

26. září 2006 (2,5 roku po spuštění) byl Facebook zcela otevřen veřejnosti - podmínkou je platná emailová adresa a věk nad 13 let. [1] Facebook patří mezi nejpopulárnější sociální sítě dnešní doby a to jak v ČR, tak i celosvětově. Podle průzkumů z roku 2012 měl Facebook více jak 3,5 milionu registrovaných uživatelů v ČR a přes 900 milionů uživatelů ve světě (viz obr. 3).

1.2.1.1 Funkce

Podstatou sítě Facebook je udržování kontaktů a sociálních interakcí přes internet, k zábavě a sdílení multimediálních dat s ostatními registrovanými uživateli. Po registraci je uživatel oprávněn využívat veškeré možnosti sociální sítě, jenž daná síť nabízí. K přihlášení do sítě se používá uživatelské jméno a heslo, které si uživatel zvolí při registraci.

Je zde možnost spravovat své přátele, přidávat nové, vést s přáteli konverzace a mnoho dalšího. Zábava je zde založena na hraní her a aplikací třetích stran, které jsou určeny spíše pro mladší uživatele. Uživatel se může zapojit do stránek a skupin s tématem, které ho zajímá a podílet se na jejich komunikaci a konaných akcích.

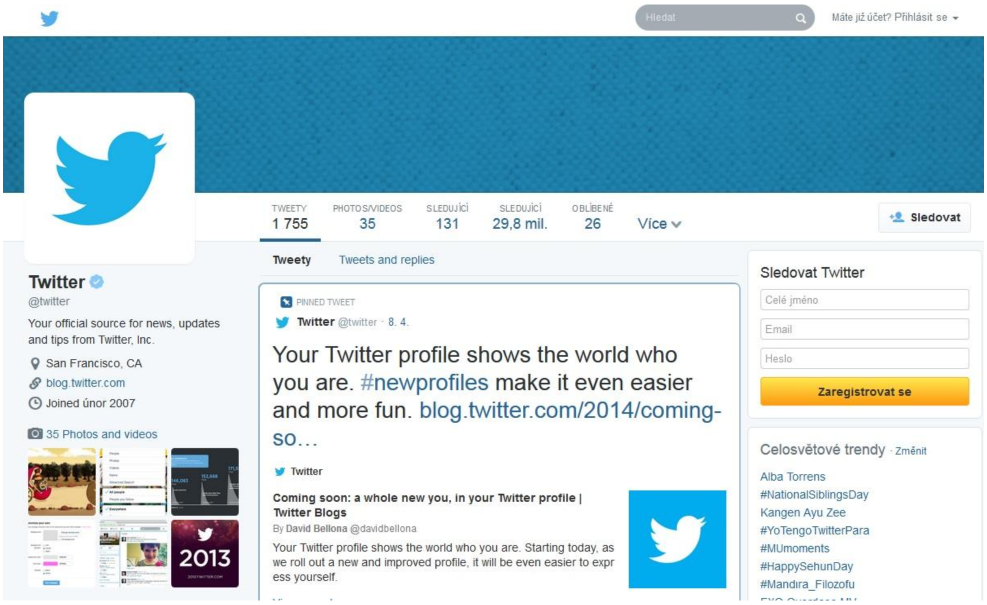
Samozřejmě registrovaný uživatel může podávat jakékoliv informace o sobě, nebo o jiných věcech, které se ho týkají. Nicméně je zde důležitou součástí i nastavení bezpečnosti a přístupu k informacím, kde si uživatel může zvolit, které informace mají být veřejné, a které mají být sdíleny s určitými uživateli, nebo které být sdíleny nemají. Je zde možnost si nechávat zaslat upozornění na různé aktivity, jako je např. okomentování svého příspěvku, prostřednictvím e-mailových zpráv.

1.2.2 Twitter

Twitter vznikl v roce 2006 a jeho autorem je Jack Dorsey. Twitter je velmi populární spíše v USA než u nás, ale i zde se těší poměrně slušné oblibě. V roce 2011 již měl přes 200 milionu registrovaných uživatelů. V ČR Twitter začíná získávat více uživatelů až od 6. srpna 2012, kdy se objevila beta verze s českým jazykem, a tudíž již mohla být používána i uživateli bez znalosti angličtiny.

Twitter nese kromě označení sociální síť ještě jedno označení a to je mikroblogovací služba, což je v podstatě velmi výstižné. Tato služba umožňuje sledovat příspěvky ostatních a psát svoje krátké příspěvky, jež se vskutku podají kraťounkým postům do blogu. Těmto příspěvkům se říká tweety.[7]

Tyto tweety mají délku max. 140 znaků. Tyto vzkazy se objevují na stránce jak uživatele, tak i na stránkách všech jeho odběratelů, kterým se říká followers. Informace o nových tweetech mohou uživatelé dostávat skrze různé desktopové či mobilní aplikace, nebo formou SMS. Na internetu je dostávání tweetů zdarma, nýbrž zasílání pomocí SMS je zpoplatněno.



Obr. 5 - Ukázka profilu na síti Twitter

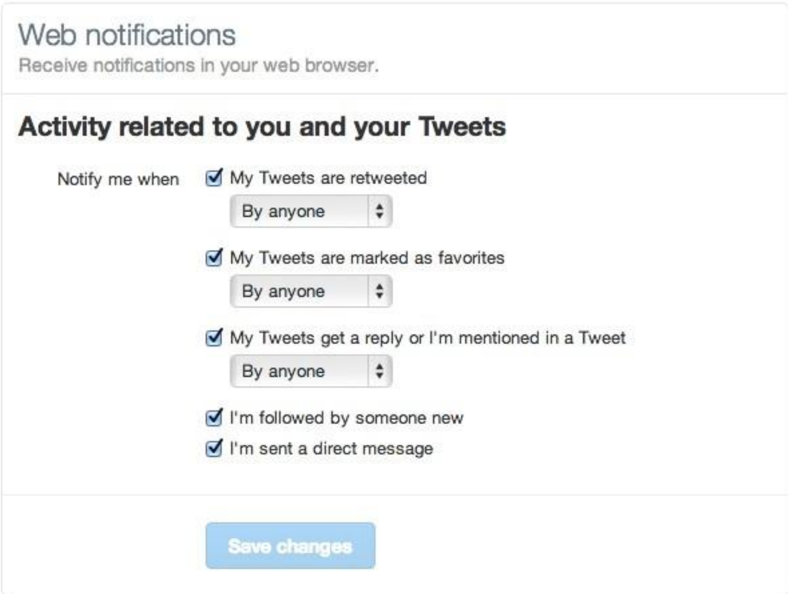
1.2.2.1 Funkce

Twitter je využíván veřejností i jako informační médium, protože se na této síti sdružuje velké množství odborníků, především z oblasti IT a moderních technologií. Sledováním jejich příspěvků se člověk čas od času dozví zajímavé informace mnohem dříve, než se objeví s klasických médiích. Dále Twitter nabízí programátorům využití svého API, pomocí kterého je možné vytvářet různé doplňky a rozšiřující služby.

Tato síť umožňuje, jak už je zmíněno výše, posílat tweety na svou zeď, retweet příspěvků, což je přeposlání tweetu někoho jiného, vytvářet si a měnit vlastní profil, což je společné pro většinu sociálních sítí, posílat soukromé zprávy dalším uživatelům nebo následovat nějakého uživatele. Zde je největší rozdíl mezi Twitterem a ostatními sociálními sítěmi.

Zatímco u ostatních soc. sítí musí každý vztah potvrdit obě strany, zde tomu tak není. Následovat někoho je pouze rozhodnutí daného uživatele, a jakmile je toto rozhodnutí uděláno, ihned mu jsou přeposílány příspěvky uživatele, kterého následuje. Díky tomuto je Twitter vhodný například i pro novináře, protože sledovaná osoba nedostává příspěvky od uživatelů, kteří ji sledují. Samozřejmě to platí pouze pokud se uživatelé nesledují navzájem. Nicméně i zde je řešení, jak tomu zabránit. Pokud se uživateli nelíbí osoba, která odebírá jeho příspěvky, lze takovéhoto uživatele zablokovat.

Stejně jako u Facebooku je i zde možnost zasílání upozornění, bohužel zatím pouze pro mobilní klienty na smartphonech. V mobilních aplikacích pro Android nebo iOS je už možné si nastavit, aby uživatel byl upozorněn, když na jeho tweet někdo zareaguje, retweetne ho nebo když uživatel obdrží soukromou zprávu. Brzy by tyto funkce měli dostat i na webové klienty.



Obr. 6 - Nastavení upozornění [10]

1.2.3 Google+

Sociální síť Google+ vznikla 28.6.2011 kdy se společnost Google rozhodla vstoupit s jistotou na pole sociálních sítí a konkurovat do té doby bezkonkurenčnímu Facebooku. Nicméně Google+ byl ze začátku pouze pro omezený počet uživatelů, do kterého se veřejnost nedostala. Po několika změnách a zvyšování kvót počtu uživatelů se v září 2011 tato síť otevřela i široké veřejnosti v Beta verzi.

Podmínkou pro registraci bylo, že uživatel musí být plnoletý. Nicméně jak je zvykem u mladých lidí, tak i tento limit se dal jednoduše obejít vyplněním falešného data narození. V lednu 2012 ale síť Google+ ukončila testovací režim a otevřela se i pro neplnoleté uživatele. Stejně jako Facebook zde byla vytvořena nová minimální věková hranice a to 13 let.

Obr. 7 - Logo Google+

1.2.3.1 Funkce

Stejně jako ostatní sociální sítě, nevětší důraz je zde kladen na shromažďování přátel, komunikaci a sdílení informací a multimediálních souborů mezi nimi. uživatel si své přátele může dávat do kruhů, což jsou vlastně takové skupiny podle toho, zda se jedná o rodinu, spolupracovníky, blízké přátele nebo pouze známé. Díky tomu může uživatel jednoduše rozhodovat s kým bude jaké příspěvky sdílet, a naopak, které příspěvky zůstanou jaké skupině skryty.

Tato sociální síť umožňuje uživateli posílání zpráv přátelům, ale také mu umožňuje si chatovat s více lidmi v jedné komunikaci, či dokonce díky službě Hangouts pořádat videochat s přáteli zdarma, pokud má uživatel na smartphonu připojení k internetu. Dále zde byla, od srpna 2011, možnost hraní her, které ale byly později, 30. června 2013, společností Google ze sociální sítě odstraněny.

V neposlední řadě se zde, stejně jako u konkurenční sítě Facebook, nechává volba vzhledu profilu na samotném uživateli. V tomto ohledu si jsou obě sítě dost podobné. Google+ zde má ale možnost zůstat do určité míry anonymní, a to tím, že se dá v nastavení zvolit blokace vyhledání profilu.

1.2.4 Youtube

Youtube patří do skupiny sociálních sítí, přestože již na první pohled se od ostatních liší právě svými primárními cíly. Tento server neslouží primárně s udržování sociálních vztahů mezi uživatelem a jeho přáteli, ale sdílení vlastních videí či filmům jakémukoliv uživateli této služby, bez ohledu na to, zda je mezi danými uživateli nějaký vztah.

Youtube lze lépe popsat jako internetový video-hosting server, který byl založen v roce 2005. Nicméně již od začátku bylo jasné, že bude velmi populární. Během prvních dvou let svého provozu totiž dosáhl návštěvnosti přes 100 milionů uživatelů denně, čímž se umístil na 3. příčce v žebříčku Alexa Global Top 500.

O tom, že měl tento server velký potenciál již od začátku svého provozu svědčí i fakt, že jej v listopadu 2006 odkoupila společnost Google za sumu přes 1.6 miliard dolarů. V roce 2008 navíc získal server i české rozhraní, a Česká republika se tak stala 10. zemí v Evropě, kde byl server Youtube.com lokalizován. V roce 2010 navíc získal server Youtube 1. místo v soutěži Křišťálová Lupa v kategorii publikační platformy.

Jelikož je zde vše zdarma, je otázkou, jak to, že je tento server tak výdělečný. Hlavní příjmy tohoto serveru jsou totiž z reklam, které jsou zobrazovány se spuštěným videa nebo jsou zde zobrazovány různými bannery na bocích stránky.

1.2.4.1 Funkce

Jak již bylo zmíněno výše, hlavní podstatou této sítě je sdílení videí s ostatními uživateli internetu, a to bez ohledu na to, zda li jsou na této síti registrováni. Pro prohlížení videí totiž není nutná registrace, a tak si sdílená videa může prohlížet opravdu skoro kdokoli.

Protože Youtube patří společnosti Google, má každý uživatel služby Gmail automaticky i účet na tomto serveru. Pro uživatele, kteří účet nemají, je registrace také zdarma, a je zde nutná až tehdy, chce-li uživatel vložit své video, komentovat video jiného uživatele, tvořit si svůj playlist a další.

Nahrávání videí je zde jednoduché, protože je zde podpora všech běžně používaných formátů videa. Pro rychlé nalezení požadovaného videa může uživatel použít vyhledávání videí, které je umístěno v horní části stránky.

V dnešní době je zde největším problémem copyright a jeho vědomé porušování ze strany uživatelů, kteří vkládají cizí videa nebo části filmů. Neméně vážným problémem je to, že ač je na tomto serveru zakázáno stahovat jeho obsah, existují programy i internetové stránky, které toto omezení bez problému obchází.

1.3 České sociální sítě

V České republice existuje jen malé množství čistě českých internetových sociálních sítí. Mezi nejznámější bezesporu patří Lide.cz, Spoluzaci.cz, Libimseti.cz a pak trochu jiná forma sociální sítě jako například CSFD.cz a jiné.

1.3.1 Lide

Lide.cz pouze česká sociální síť, která slouží především k hledání nových přátel, vytváření sociálních vztahů a udržování těchto navázaných vztahů. Tento portál je podporován českým portálem Seznam.cz, takže každý uživatel využívající emailové služby, kterou Seznam.cz poskytuje, se zde může přihlásit na svůj profil pomocí stejných přihlašovacích údajů, jako má k emailové adrese.

Obr. 8 - Logo Lide.cz

1.3.1.1 Funkce

Na této sociální síti si může každý uživatel vytvořit svůj vlastní profil, vyplnit informace o sobě, nahrát si na profil fotky nebo videa a komunikovat s ostatními uživateli.

Nejdříve si registrovaný uživatel zvolí v jaké skupině lidí chce hledat nové nebo stávající přátele, zda se jedná o dívky nebo muže, v jakém věku a v jaké lokalitě. Potom vybranému uživateli může poslat vzkaz. Vzkazy zde nemusejí být nutně jen textové, ale mohou být i hlasové.

Dále se zde nabízí možnost zapojit se do diskuzí, které zde pokrývají dostatečně velké spektrum různých témat od počítačů a internetu, přes hudbu, kulturu, lásku a vztahy až po téma vědy a techniky. Dále se zde nachází i nástěnka, kam si uživatelé mohou posílat různé vtipné obrázky a písničky či jiné věci.

Nevýhodou této sítě je, že pokud uživatel chce umístit obrázek či video na nástěnku svých přátel, potřebuje znát alespoň základní příkazy jazyka HTML. pokud je nezná, musí vyhledat na internetu programy, či stránky, které mu vypíší kód pro vložení zvoleného obrázku v jazyce HTML, a ten poté už jen uživatel pošle na nástěnku svému příteli.

1.3.2 Spolužáci

Další ryze česká sociální síť, která je provozována portálem Seznam.cz, který koupil majoritní podíl v roce 2005. Jak již sám název sítě napovídá, je tato sociální síť určena k navázání kontaktů a komunikaci s přáteli nebo osobami, s nimiž daný uživatel chodil do školy.

Obr. 9 - Hlavní stránka portálu Spolužáci.cz

Portál Seznam.cz uvádí: "Velice oblíbený komunitní server na němž se nachází databáze tříd jednotlivých základních a středních škol, gymnázií nebo učilišť v České republice - současných, ukončených i odmaturovaných."[20]

1.3.2.1 Funkce

Tato síť má sdružovat uživatele, kteří chodili nebo popřípadě ještě stále chodí do stejné školy, popřípadě do stejné třídy, a umožnit jim nepřetržitě komunikovat a sdílet mezi sebou své obrázky, příspěvky nebo dokumenty.

Po registraci je nutné si vybrat svou školu a svou třídu, zodpovědět na kontrolní otázku a uživatel je přihlášen do třídy. Školy jsou pro snadnou hledání a orientaci řazeny do okresů a měst, ve kterých se daná škola nachází. Jakmile je zodpovězena správně kontrolní otázka a uživatel je přihlášen do třídy, má možnost se podílet na věcech, které se nacházejí na nástěnce třídy. Na této stránce je uveden i seznam všech spolužáků, kteří jsou do třídy registrováni. Komunikace probíhá formou krátkých příspěvků na zeď třídy nebo školy, popřípadě formou osobní zprávy či e-mailu.

Položka Spolužáci slouží k zobrazení výpisu všech spolužáků, spolu s jejich kontakty a fotografiemi. Stejně to platí pro položku učitelé, kde se zobrazí jejich kontakt a fotografie, popřípadě, jaký předmět danou třídu vyučovali. Nachází se zde i fotogalerie, kde může uživatel vložit fotografii a dále ji začlenit například už do předem vytvořených složek. Je možné přidávat také video soubory, které se po nahrání zobrazují ve videogalerii a na nástěnce třídy, kde může každý spolužák hodnotit, zda se mu to video libí, nebo nelíbí, popřípadě k němu přidat krátký komentář.

Předposlední položka pro rychlé orientování je položka Dokumenty, kde jsou zobrazeny veškeré dokumenty, které byly vloženy na nástěnku třídy. Nejčastěji se jedná o textové dokumenty nebo prezentace. Jako poslední položka menu rychlého orientování je Škola, kde po kliknutí na tuto položku se otevře stránka školy, informace o třídách registrovaných třídách, informace, kde se škola nachází, její www stránky, informace o učitelích na dané škole a další informace.

1.3.3 CSFD

Jedná se o server Česko-Slovenské filmové databáze, která byla založena roku 2001. Jedná se o sociální síť, která má jako primární cíl udržovat aktuální informace jak o filmech, tak i o hercích, a dalších lidech, kteří pracují ve filmovém průmyslu. Tato stránka má oproti IMDb širší záběr na lokální scénu, což je pro uživatele jen příznivější. Oproti tomu CSFD ztrácí v množství poskytovaných informací o audiovizuálních dílech než zmiňovaná IMDb.

Obr. 10 - Logo CSFD.cz

V listopadu 2013 vyšla tato informace: "Na největší tuzemské filmové databázi ČSFD.cz bude možné od příštího roku koupit digitální licence k filmům. Zatím půjde o novinky Jana Hřebejka a Ondřeje Sokola."[21]

1.3.3.1 Funkce databáze

Primárním cílem této sítě je udržovat informace o všem, co se týká filmů a filmového průmyslu. Tato síť udržuje aktuální informace o filmech, které jsou do kina, které se natáčejí, nebo které již jsou dávno vydány na DVD nebo BD. Nicméně jsou zde zahrnuty i profily herců, ale také i hudebních skladatelů a scénáristů.

Další funkcí databáze je udržovat aktuální program v kinech v celé české republice, aby, aby uživatel nemusel pracně tyto informace hledat na jednotlivých stránkách kin. Jsou zde i informace o Kino premiérách, premiérách vycházejících na DVD, včetně sekce, kde jsou informace o filmech, které vychází v časopisech jako příbalový dárek. V neposlední řadě jsou zde statistiky a žebříčky filmů, stejně jako filmové diskuze, kterých se může uživatel zúčastnit.

1.3.3.2 Uživatelské funkce

Dále je zde umožněno registrovaným uživatelům vést si svůj vlastní profil, hodnotit filmy, psát k nim příspěvky, případně film komentovat, zakládat si a spravovat vlastní filmotéku, ať už jsou to filmy, které uživatel pouze viděl, nebo je vlastní fyzicky doma na některém z nosičů.

Další funkcí, která je registrovanému uživateli nabízena je funkce Budíčku, což je takové upozornění, které přijde uživateli na mail, pokud si zvolil že chce vidět film, který teprve bude mít v kinech premiéru. Tato funkce zajistí, že daný uživatel je hned informován o tom, že film se již dostal do kina. Je to výhodné zejména u filmů, které jsou například pokračováním úspěšného předešlého dílu.

Mezi jednu z posledních funkcí je zde i funkce bazar, která dává možnost registrovaným uživatelům nabídnout zakoupené filmy k prodeji ostatním uživatelům a to buď že mají již 2 stejné filmy, nebo si obstarali film na novějším nosiči, nebo už jej prostě nechtějí. Je to většinou levnější a rychlejší varianta, než hledat na internetu a nechávat si jej posílat přímo od distributora.

2 TEORIE MNOŽIN

Teorie množin je část diskrétní matematiky, která se zaobírá právě studiem množin, jejich uspořádáním a prací s nimi. Vzhledem k tomu, jak je na množinu pohlíženo, může se mluvit buďto o naivní teorii množin, kdy je na množinu pohlíženo jako na objekt, nebo o axiomatickou teorii množin, kde je množina přesně formulována pomocí axiomů, díky kterým lze pak odvodit další vlastnosti množin pomocí matematické logiky.

2.1 Základní pojmy

Prvek množiny v matematice je objekt, který je pevně určen, a je součástí množiny a značí se malým písmenem abecedy. Pokud se jedná o vyjádření jakéhokoliv prvku, pak se nejčastěji používá označení pomocí malého písmena x.

Množina je poté soubor libovolných prvků. Patří-li prvek do množiny X, je možné prohlásit, že v ní leží, že je jejím prvkem nebo že množina X tento prvky obsahuje. V takovém případě vypadá zápis tohoto výroku $x \in X$. V případě, že množina X neobsahuje daný prvek x, je zápis $x \notin X$.

Máme-li množinu, jenž neobsahuje žádný prvek, pak je tato množina označována jako **Prázdná množina** a je značena $X = \emptyset$, nebo je možné tuto množinu zapsat pomocí výčtu jejích prvků $X = \{\}$.

Podmnožina je množina prvků, kde všechny prvky dané množiny jsou obsaženy taky v jiné množině. Formální zápis vypadá takto: $(B \subseteq A) \Leftrightarrow (\forall x)((x \in B) \Rightarrow (x \in A))$

Věta 1.1: *Nechť množina A obsahuje prvky {v, w, x, y, z} a množina B = {x, y}, pak označujeme množinu B právě podmnožinou množiny A, neboť obsahuje všechny prvky množiny B.*

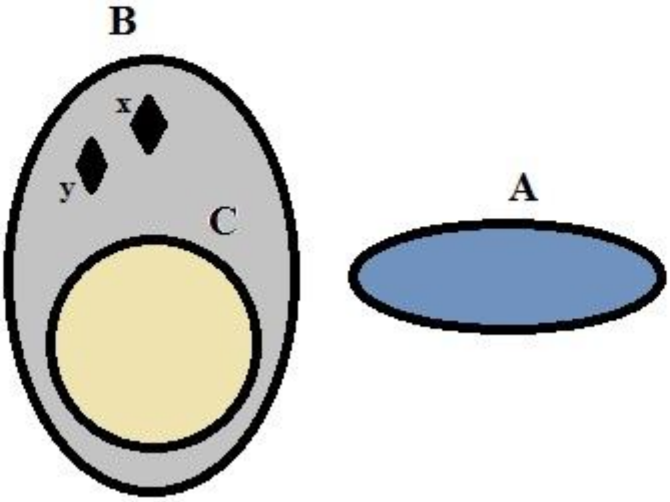
Z definice podmnožiny dále vyplývá, že jakákoliv množina, je podmnožinou sama sebe.Z formálního zápisu tohoto vyjádření musí opravdu platit, že $A \subseteq A$. Poté platí i výraz, že prázdná množina je podmnožinou jakékoliv množiny.

Věta 1.2: *Nechť množina A = Ø a množina B ={a, b, c, d}, pak množina A je opravdu podmnožinou množiny B.*

Vztah „být podmnožinou“ se nazývá **inkluze**.[24]

Potenční množina je taková množina, která je tvořena všemi možnými podmnožinami dané množiny. Označuje se P(A) neboli 2^A.

Věta 1.3: *Nechť je množina A tvořena prvky {a, b, c}, pak potenční množina množiny A je označována jako P(A) = {Ø, {a}, {b}, {c}, {a, b}, {a, c}, {b, c}, {a, b, c}}.*



Obr. 11 - Zobrazení množin A, B a C

2.2 Množinové operace

V této podkapitole jsou ukázány pouze ty základní operace, se kterými se může uživatel setkat ve spojení s množinami. Budou zde uvedeny operace jako průnik, sjednocení, rozdíl nebo doplněk množiny. Jinými slovy jsou to takové operace, které z množin vytvářejí nové množiny. Pro jednoznačnost budou příklady dělány pouze se dvěma množinami.

2.2.1 Sjednocení množin

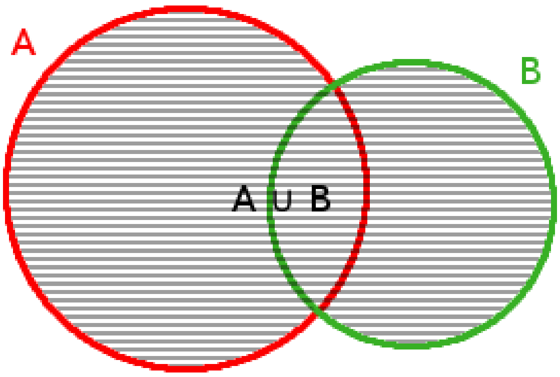
Jedná se o operaci, kdy z množiny A a množiny B vznikne množina C, která je tvořena všemi prvky, které se vyskytují alespoň v jedná z obou uvedených množin. Operace sjednocení se značí znakem ∪ nebo ∨. Formální zápis výše zmíněného vyjádření pak vypadá $A \cup B = \{x|\ x \in A \vee x \in B\}$.

Věta 1.4: *Nechť jsou dány množina A s množinou B, pak množina C je tvořena sjednocením těchto dvou množin A ∪ B, kde výsledná množina je pak tvořena prvky množiny A i množiny B.*

Příklad 1: Je dána množina A = {1, 2, 3} a množina B = {4, 5, 6}. Množina C, která je dána vztahem C = A ∪ B, pak vypadá takto:

C = A ∪ B = {1, 2, 3}∪{4, 5, 6}

C = {1, 2, 3, 4, 5, 6}



Obr. 12 - Zobrazení operace sjednocení A ∪ B [26]

2.2.2 Průnik množin

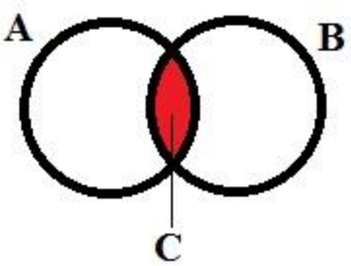
Jedná se o operaci, kdy výsledná množina C, je tvořena prvky množin, které patří do množiny A, a současně do množiny B. Formální zápis vyjádření pak vypadá C = A ∩ B.

Věta 1.5: *Nechť je dána množina A s množinou B, s nimiž je prováděna operace průniku, pak výsledná množina C je tvořená prvky, kterou jsou společné pro množinu A i B.*

Příklad 2: Jsou dány množiny A = {1, 2, 3, 4} s množinou B = {1, 3, 5,} a množina C je udána zápisem C = A ∩ B. Z předešlého tvrzení vyplývá, že množina C je tvořena společnými prvky množin A i B.

C = A ∩ B = {1, 2, 3, 4} ∩ {1, 3, 5}

C = {1, 3}



Obr. 13 - Zobrazení průniku C = A ∩ B

2.2.3 Rozdíl množin

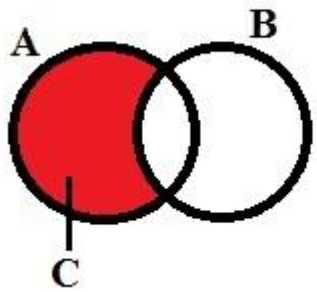
Rozdíl množiny A a B, který se značí A - B, je množina, která obsahuje všechny prvky množiny A s výjimkou těch, jež jsou zároveň prvky množiny B. [30] To znamená, že výsledná množina je tvořena původní množinou A, ze které jsou vyjmuty společné prvky s množinou B.

Věta 1.6: *Nechť je dána množina A s množinou B, na než je aplikována operace rozdílu, pak výsledná množina C je tvořena množinou A, kde jsou vynechány prvky nacházející se v množině B.*

Příklad 3: Je dána množina A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} a množina B = {4, 5, 6, 7, 8, 9}. Množina C je dána operací rozdílu množin C = A - B. Výsledná množina C je pak tvořena těmito prvky:

C = A - B = {1, 2, 3, 4, 5, 6} - {4, 5, 6, 7, 8, 9}

C = {1, 2, 3}



Obr. 14 - Grafické zobrazení rozdílu množin C = A - B

2.2.4 Doplněk množin

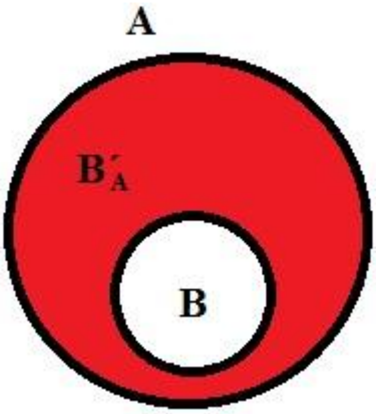
Doplněk množin je podobná operace mezi množinami jako rozdíl. Zde také platí, že výsledná množina je tvořena prvky množiny A, ze které jsou vyloučeny společné prvky s množinou B. Jediným rozdílem je, že je zde nutná podmínka toho že množina B musí být podmnožinou množiny A. Doplněk značíme formálním zápisem B'_A.

Veta 1.7: *Nechť je dána množina A s množinou B, mezi nimiž je platí vztah B $\subseteq$ A, pak doplněk množiny B´ je dán prvky z množiny A mimo prvky podmnožiny B.*

Příklad 4: Je dána množina A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} a množina B = {3, 4, 5}, kde množina B ⊆ A, pak doplněk B'_A je tvořen prvky množiny A mimo prvky podmnožiny B.

$B'_A = A - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5\}$

$B'_A = \{1, 2, 6, 7\}$



Obr. 15 - Doplněk množiny B'_A

2.3 De Morganovy zákony

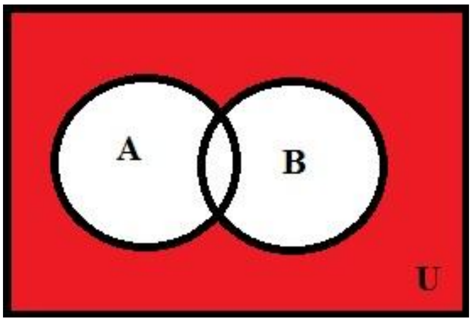
De Morganovy zákony jsou pojmenovány po Augustu De Morganovi, který je definoval. Tyto zákony definují vztahy mezi množinovými operacemi sjednocení, průnik a doplňkem množiny.

Věta 1.8: *Nechť jsou definovány množiny A, B a doplňky daných množin A´ a B´, pak De Morganovy zákony upravují základní vztahy mezi nimi.*

De Morganovy zákony pak upravují výše zmíněné vztahy a pak platí:

$$\mathbf{(A \cup B)' = A' \cap B'}$$

$$\mathbf{(A \cap B)' = A' \cup B'}$$



Obr. 16 - Zobrazení $(A \cap B)' = A' \cup B'$

3 TEORIE SVAZŮ

Teorie svazů je oblast algebry, která se zabývá právě uspořádanými množinami, ve kterých existuje ke každým dvěma prvkům supremum a infimum.

3.1 Svazy

Svazem je každá uspořádaná množina **(L, ≤)** ve které ke každým dvěma prvkům existuje supremum i infimum. Supremum označujeme **sup(a,b)** a infimum označujeme jako **inf(a,b)**.

Příklad 5: Každý řetězec (neboli lineárně uspořádaná množina, tj. uspořádaná množina, v níž jsou každé dva prvky srovnatelné) je svaz.

Příklad 6: Pro libovolnou množinu **X** je **$(2^X, \subseteq)$** svaz.

Věta 2.1: *Nechť (L,≤) je svaz, pak pro libovolné prvky a,b ∈ L se označuje jejich supremum symbolem a ∨ b a jejich infimum symbolem a ∧ b, kde poté platí, že (L,∨) a (L,∧) jsou polosvazy a obě operace jsou spolu svázány tzv. absorpčními zákony.*

Pro každé prvky **a,b ∈ L** platí:

$$\mathbf{a \lor (b \land a) = a \land (b \lor a) = a}$$

Kromě toho pro každé prvky **a,b ∈ L** platí:

$$\mathbf{a \land b = a \Leftrightarrow a \leq b \Leftrightarrow a \lor b = b}$$

Věta 2.1: *Nechť (L,∨,∧) je množina se dvěma idempotentními, asociativními a komutativními operacemi, které jsou spolu svázány absorpčními zákony. Pak platí:*

pro každé prvky **a,b ∈ L** platí

$$a \land b = a \Leftrightarrow a \lor b = b$$

definujeme-li na **L** relaci ≤ takto:

pro libovolné prvky **a,b ∈ L** klademe

$$a \leq b \Leftrightarrow a \lor b = b$$

pak je ≤ uspořádání na **L** *takové, že* ***(L, ≤)*** *je svaz, v němž pro libovolné prvky* ***a,b ∈ L*** *je prvek* ***a ∨ b*** *jejich* ***supremum*** *a prvek* ***a ∧ b*** *jejich* ***infimum****.*

Z výše zmíněného vyplývá, že svazy jsou totéž co algebraické struktury **(L, ∨, ∧)** se dvěma idempotentními, asociativními a komutativními operacemi, svázanými spolu absorpčními zákony. Proto i tyto struktury **(L, ∨, ∧)** se budou nazývat svazy.

Použitím **principu duality** se zjistí, že je-li **(L, ∨, ∧)** svaz, pak i **(L, ∧, ∨)** je svaz. Obecně, jestliže v libovolném platném tvrzení o svazech se systematicky zamění supremum ↔ infimum, dostaneme opět platné tvrzení o svazech.

Protože není nutné zdůrazňovat, zda-li se uvažuje svaz jako uspořádaná množina nebo jako algebraická struktura se dvěma operacemi, nebude v dalším textu, nebude-li to z určitého důvodu vhodné nebo dokonce nevyhnutelné, uspořádání či operace vyznačovat. Bude se tedy místo o svazu **(L, ≤)** či svazu **(L, ∨, ∧)** jednoduše psát pouze o svazu **L**.

Věta 2.2: *Nechť v libovolném svazu* **L** *pro každou trojici prvku* ***a, b, c*** $\in$ **L** *platí tzv. distributivní nerovnosti*

$$(a \vee b) \wedge (a \vee c) \geq a \vee (b \wedge c),$$

$$(a \wedge b) \vee (a \wedge c) \leq a \wedge (b \vee c).$$

Je-li navíc **c ≤ a**, *platí tzv. modulární nerovnost*

$$(a \wedge b) \vee c \leq a \wedge (b \vee c).$$

Věta 2.3: *Nechť L je svaz, n* $\in N$. *Pro libovolné prvky* $a_1, \ldots, a_n \in L$ *platí, že* $a_1 \vee \ldots \vee a_n$ *je supremum množiny* $\{a_1, \ldots, a_n\}$ *a* $a_1 \wedge \ldots \wedge a_n$ *je infimum množiny* $\{a_1, \ldots, a_n\}$.*[32],[34]*

3.2 Polosvazy

Prvek **x** grupoidu **(G,·)** se nazývá idempotentní, pokud **x · x = x**. Komutativní pologrupa, jejíž každý prvek je idempotentní, se nazývá **polosvaz**. Podle této definice se tedy bude i prázdný grupoid, který je také komutativní i asociativní, považovat za polosvaz.

Příklad 7: Pro libovolnou množinu ***X*** bude symbolem $\mathbf{2^X}$ označována množina všech podmnožin množiny ***X***. Pak $(\mathbf{2^X},\cap)$ a $(\mathbf{2^X},\cup)$ jsou polosvazy.

Příklad 8: Množina všech přirozených čísel **N** spolu s operací největší společný dělitel (resp. nejmenší společný násobek) tvoří polosvaz.

Věta 2.5: *Nechť* ***(G,·)*** *je komutativní pologrupa, pak množina všech idempotentních prvku tvoří podgrupoid pologrupy* ***(G,·)****, který je polosvazem.*

Věta 2.6: *Nechť* ***(G,≤)*** *je uspořádaná množina, v níž k libovolným dvěma prvkům* ***a,b ∈ G*** *existuje supremum* ***a ∨ b****, pak* ***(G,≤)*** *je polosvaz a navíc pro každé* ***a,b ∈ G*** *platí:*

$$\mathbf{a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b}$$

Věta 2.7: *Nechť* ***(L,·)*** *je polosvaz. Potom relace* ***≤*** *daná vztahem* ***a ≤ b ⇔ a · b = b****, pak pro každé* ***a, b ∈ L*** *je uspořádání na* **L***, ve kterém pro každé* ***a, b ∈ L*** *je* ***a · b*** *supremum množiny* ***{a, b}*** *v* ***(L,≤)****.*

Z výše uvedených vět, pak vyplývá následující důsledek:

"Polosvazy jsou totéž, co uspořádané množiny, kde ke každým dvěma prvkům existuje supremum!"

Uplatnění principu duality:

Nechť ***(L,≤)*** je uspořádaná množina. Definujeme-li na **L** novou relaci **⊴** takto: pro libovolné prvky **a,b ∈ L** klademe

$$\mathbf{a \trianglelefteq b \Leftrightarrow b \leq a},$$

pak je **(L, ⊴)** opět uspořádaná množina, přičemž supremum v **(L, ≤)** se stane infimem v **(L, ⊴)** a naopak.

Polosvazy jsou totéž co uspořádané množiny, kde ke každým dvěma prvkům existuje infimum [32].

3.3 Podsvaz, ideál, filtr, homomorfismus

Věta 2.8**:** *Nechť* ***(L, ∨, ∧)*** *je svaz,* ***A*** *podmnožina jeho nosné množiny* ***L****, pak* ***A*** *je podsvaz svazu* ***(L, ∨, ∧)****, jestliže je* ***A*** *podgrupoidem grupoidu* ***(L, ∨)*** *a současně podgrupoidem grupoidu* ***(L, ∧)****.*

Je tedy **A ⊆ L** podsvazem svazu **L**, právě když pro každé **a, b ∈ L** platí **a ∨ b ∈ A** a zároveň **a ∧ b ∈ A**.

Příklad 9: Každá jednoprvková podmnožina svazu je jeho podsvazem, prázdná množina je podsvazem libovolného svazu, každý svaz je svým vlastním podsvazem.

Věta 2.9: *Nechť* **L** *je svaz,* **A ⊆ L** *podmnožina, pak* A *je ideál svazu* **L**, *jestliže je* **A** *podsvazem svazu* **L**, *který navíc splňuje podmínku: pro každé* **a ∈ A** *a každé* ***x ∈ L*** *platí*

$$x \leq a \Rightarrow x \in A$$

Duálně k předešlé větě pak existuje tvrzení, že **A** je filtr svazu **L**, jestliže je **A** podsvazem svazu **L**, který navíc splňuje podmínku: pro každé **a ∈ A** a každé **x ∈ L** platí

$$\mathbf{x \geq a \Rightarrow x \in A}$$

Ideál svazu je tedy podsvaz, který s každým svým prvkem **a** obsahuje i všechny prvky svazu menší než **a**. **Filtr svazu** je poté podsvaz, který s každým svým prvkem **a** obsahuje i všechny prvky svazu vetší než **a**.

Příklad 10: Každý svaz je svým ideálem i filtrem. Prázdná množina je poté ideálem i filtrem libovolného svazu.

Věta 2.10: *Průnik libovolného neprázdného systému podsvazů (resp. ideálů nebo filtrů) daného svazu je opět podsvaz (resp. ideál nebo filtr) tohoto svazu.*

Je-li **L** svaz, **A ⊆ L** podmnožina svazu, pak díky předchozí větě je možné nyní definovat ideál **A↓** svazu **L** generovaný množinou **A** jako průnik všech ideálů tohoto svazu obsahujících množinu **A**. Duálně k tomuto, pak filtr **A↑** svazu **L** generovaný množinou **A** je průnik všech filtrů tohoto svazu obsahujících množinu **A**. Je-li **A** = **{a}**, pak lze stručně psát **a↓** místo **{a}↓**, resp. **a↑** místo **{a}↑**, mluvíme o **hlavním ideálu**, popřípadě o **hlavním filtru**, generovaném prvkem **a**.

Pro svaz **L** a podmnožinu **A ⊆ L** je ideál **A↓** generovaný množinou **A** tím nejmenším (vzhledem k množinové inkluzi) ideálem svazu **L** ze všech ideálů obsahujících množinu **A**. Duálně filtr **A↑** generovaný množinou **A** je tím nejmenším (vzhledem k množinové inkluzi) filtrem svazu **L** ze všech filtrů obsahujících množinu **A**.

Je zřejmé, že podmnožina **A ⊆ L** je ideálem svazu **L**, právě když **A↓** = **A**, a je filtrem svazu **L**, právě když **A↑** = **A**.

Věta 2.11: *Nechť* ***L*** *je svaz,* ***A ⊆ L*** *podmnožina, pak pro ideál* ***A↓*** *generovaný množinou* ***A*** *platí*

$$\mathbf{A{\downarrow} = \{x \in G;\ \exists n \in N\ \exists\ a_1, \ldots, a_n \in A : x \leq a_1 \vee \ldots \vee a_n\}}.$$

Duálně k tomuto výrazu, pro filtr $\mathbf{A}\uparrow$ *generovaný množinou* **A** *platí*

$$\mathbf{A}\uparrow = \{x \in G;\ \exists n \in N\ \exists\ a_1, ..., a_n \in A : x \geq a_1 \wedge ... \wedge a_n\}.$$

Věta 2.12: *Nechť* **(L,≤)** a **(H,⊴)** *jsou uspořádané množiny, pak* **f: L→H** *je zobrazení množiny L do množiny H, kde je* **f** *izotonní zobrazení, jestliže pro každé* **a, b ∈ L** *platí implikace*

$$a \leq b \Rightarrow f(a) \trianglelefteq f(b).$$

Je-li ***f*** *bijekce a obě zobrazení* ***f*** *i* f^{-1} *jsou izotonní, pak* ***f*** *je izomorfismus uspořádaných množin.*

Nechť ***L*** *a* ***H*** *jsou svazy a* ***f: L→H*** *je zobrazení, pak* ***f*** *je svazový homomorfismus, jestliže pro každé* ***a, b ∈ L*** *platí*

$$f(a \wedge b) = f(a) \wedge f(b),\ f(a \vee b) = f(a) \vee f(b).$$

f *je svazový izomorfismus (neboli izomorfismus svazů), je-li* ***f*** *bijektivní homomorfismus.*

Protože každý svaz je také uspořádaná množina, je otázkou, zda-li svazový homomorfismus je také izotonním zobrazením.

Věta 2.13: *Nechť* ***L*** *a* ***H*** *jsou svazy,* ***f: L → H*** *zobrazení.*

1. *Je-li* ***f*** *svazový homomorfismus, pak* ***f*** *je izotonní zobrazení a homomorfní obraz* ***f(G) ={f (a); a ∈ L}*** *je podsvaz svazu* ***H****.*
2. *Zobrazení* ***f*** *je svazový izomorfismus, právě když* ***f*** *je izomorfismus uspořádaných množin.*[34]

3.4 Úplné svazy

Podle věty **Věta 2.4** v libovolném svazu má každá neprázdná konečná podmnožina $\{a_1, ..., a_n\}$ supremum $a_1 \vee ... \vee a_n$ a infimum $a_1 \wedge ... \wedge a_n$. Nekonečná podmnožina však supremum či infimum obecně mít nemusí.

Definice 2.14: *Uspořádaná množina, v níž pro každou podmnožinu existuje supremum a infimum, se nazývá* ***úplný svaz.***

Každý úplný svaz **L** má nejmenší prvek (infimum množiny **L** ve svazu **L**) a největší prvek (supremum množiny **L** ve svazu **L**).

Je-li $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{L}$, pak infimum množiny **A** ve svazu **L** je největší dolní závora množiny **A** ve svazu **L**. Dolní závora množiny **A** ve svazu **L** je prvek $\mathbf{x} \in \mathbf{L}$ takový, že pro každé $\mathbf{a} \in \mathbf{A}$ platí $\mathbf{x} \leq \mathbf{a}$. V případě $\mathbf{A} = \emptyset$ je tato podmínka splněna pro každé $\mathbf{x} \in \mathbf{L}$, a tedy odtud plyne, že každý prvek svazu **L** je v **L** dolní závorou prázdné množiny. Proto infimem prázdné množiny ve svazu **L** je největší prvek svazu **L**. Duálně k tomuto tvrzení je supremem prázdné množiny ve svazu L nejmenší prvek svazu L.

Příklad 11: Prázdný svaz není úplný, neboť pro jeho (jedinou) prázdnou podmnožinu neexistuje infimum ani supremum. Jinými slovy, prázdný svaz nemá nejmenší prvek ani největší prvek, protože nemá žádný prvek.

Příklad 12: Pro libovolnou množinu X je $(\mathbf{2^X}, \subseteq)$ úplný svaz.

Příklad 13: Pro libovolnou nekonečnou množinu **X** tvoří množina všech konečných podmnožin množiny **X** spolu s inkluzí $\subseteq$ svaz, který není úplným svazem.

Věta 2.15. *Nechť* $(\mathbf{L}, \leq)$ *je uspořádaná množina, pak následující podmínky jsou ekvivalentní:*

1. $(\mathbf{L}, \leq)$ *je úplný svaz.*
2. $(\mathbf{L}, \leq)$ *má nejmenší prvek a každá neprázdná podmnožina množiny* **L** *má v uspořádané množině* $(\mathbf{L}, \leq)$ *supremum.*
3. $(\mathbf{L}, \leq)$ *má největší prvek a každá neprázdná podmnožina množiny* **L** *má v uspořádané množině* $(\mathbf{L}, \leq)$ *infimum.*

Vzhledem k předchozí poznámce je zřejmé, že podmínku 2 lze formulovat stručněji, a to že každá podmnožina množiny **L** má v uspořádané množině $(\mathbf{L}, \leq)$ supremum. Analogicky pro podmínku 3, kterou lze formulovat tak, že každá podmnožina množiny **L** má v uspořádané množině $(\mathbf{L}, \leq)$ infimum.

Příklad 14: Svaz všech podgrup dané grupy **G** je dle předchozí věty úplný svaz, neboť má největší prvek (celou grupu **G**) a každá neprázdná množina podgrup má v tomto svazu infimum, kterým je průnik těchto podgrup. Rovněž svaz všech podsvazů (popřípadě svaz ideálů nebo svaz filtrů) daného svazu je úplný svaz.

Příklad 15: $(\mathbf{N} \cup \{\infty\}, \leq)$ je dle předchozí věty úplný svaz, neboť má největší prvek ∞ a každá neprázdná podmnožina množiny $\mathbf{N} \cup \{\infty\}$ má v $(\mathbf{N} \cup \{\infty\}, \leq)$ infimum (plyne z dobré uspořádanosti).

Příklad 16: Ze svazu **(N, |)**, který není úplný, lze doplněním nuly (která se stane jeho největším prvkem) utvořit úplný svaz **(N ∪ {0}, |)**.

Jak ukazuje následující věta, předchozí případy nebyly nijak výjimečné, jelikož vždy existuje způsob, jak doplnit svaz tak, aby se stal úplným.

Věta 2.16: *Nechť **L** je svaz, pak existuje úplný svaz **U**, který obsahuje podsvaz **H**, jenž je izomorfní se svazem **L**.* [32], [34]

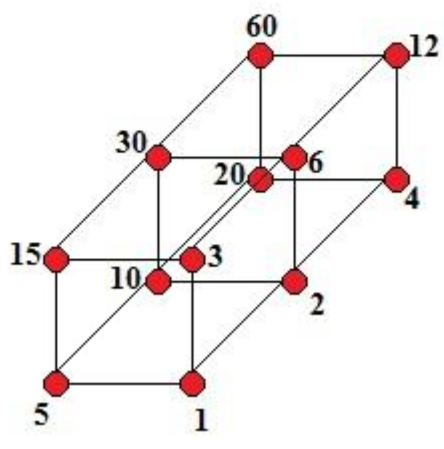
3.5 Hasseův Diagram

V matematické disciplíně zabývající se teorií uspořádání je možné se setkat s pojmem Hasseův diagram. Tento diagram se používá k zobrazení konečné částečně uspořádané množiny.

Věta 2.17: *Nechť **(A, ≤)** je uspořádaná množina s prvky tvořící vrcholy diagramu pomocí jehož je zobrazena, pak tento diagram se nazývá Hasseovým diagramem.*

Příklad 17: Je dána množina A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60} všech dělitelů čísla 60.

Tato uspořádána množina zobrazena pomocí Hasseova diagramu pak může vypadat dle obrázku Obr. 17, kde každý z prvků množiny A představuje vrchol diagramu.



Obr. 17 - Zobrazení množiny A pomocí Hasseova diagramu

4 GALOISOVY KONEXE

Pod pojmem Galoisovy konexe se skrývá dvojice zobrazení, které mají, jako vše ostatní, své omezení a musí platit daná pravidla. Na principu Galoisových konexí mezi svazy podmnožin množiny atributů a objektů je založena Formální konceptuální analýza, která bude zpracována níže, v praktické části této diplomové práce.

Věta 3.1: *Nechť jsou* **(A, ≤a)**, **(B, ≤b)** *uspořádané množiny a* **f: A → B**, **g: B → A** *zobrazením těchto množiny, pak dvojice zobrazení* **(f, g)** *se nazývá Galoisova konexe mezi* **(A, ≤a)** *a* **(B, ≤b)**, *jestliže platí následující výroky:*

1. *zobrazení* ***f*** *a* ***g*** *jsou antitonní*
2. *pro všechna* **x ∈ A**, **y ∈ B** *platí*

$$x \leq a g(f(x)),\ y \leq b f(g(y))$$ [33].

Předpokládáme-li, že znalost je symetrická relace tak, že A zná B a pokud a pouze tehdy, když B zná A. (Tato symetrie platí pro některé druhy známosti, jako je "Friending" vztah na Facebooku.) [35]. Tato definice je lepe pochopitelná z ukázky příkladu.

Příklad 18: Jsou dány uspořádané množiny (**A, ≤ a**), (**B, ≤ b**) a dvojice zobrazení **f:** (**A, ≤ a**) → (**B, ≤ b**), **g:** (**B, ≤ b**) → (**A, ≤ a**).

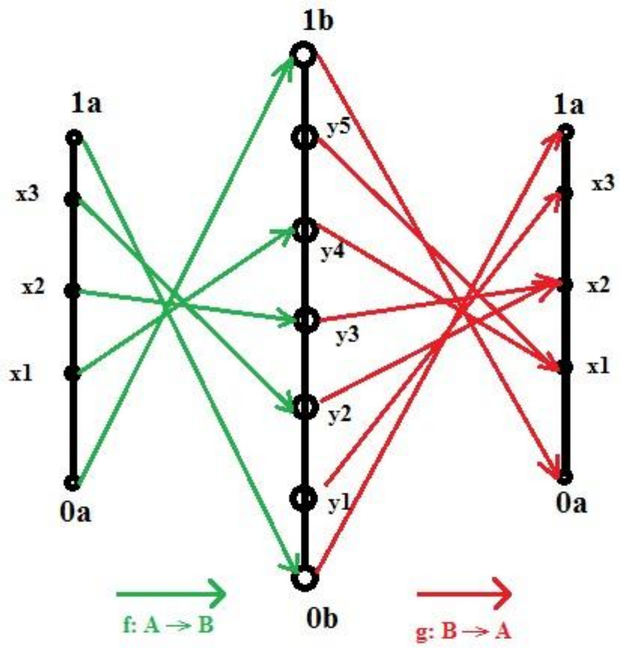
Galoasova konexe je pak dána tabulkami zobrazení **f: A → B** a **g: B → A**, kde výsledné zobrazení vypadá dle obrázku Obr. 18.

	0a	x1	x2	x3	1a
f	1b	y2	y3	y4	0b

Tab. 1 - Tabulka zobrazení f: A → B

	0b	y1	y2	y3	y4	y5	1b
g	1a	x3	x2	x2	x1	x1	0a

Tab. 2 - Tabulka zobrazení g: B → A

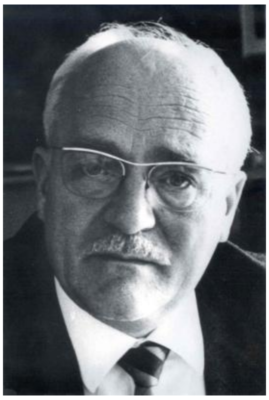


Obr. 18 - Galoisova konexe mezi (A, ≤ a) a (B, ≤ b)

II. PRAKTICKÁ ČÁST

5 FORMÁLNÍ KONCEPTUÁLNÍ ANALÝZA

Formální konceptuální analýza, (dále jen ve zkratce FCA - z anglického Formal Concept Analysis), je metoda datové analýzy. Místo termínu "formální konceptuální analýza" se také používá termín "metoda konceptuálních svazů". [36] Za hlavního tvůrce a průkopníka je považován Rudolf Wille, který již v 80. letech 20. století publikoval základní principy FCA. Dále na universitě v Darmstadtu pracoval v oblasti se základy FCA v rámci programu restrukturalizace teorie svazů.

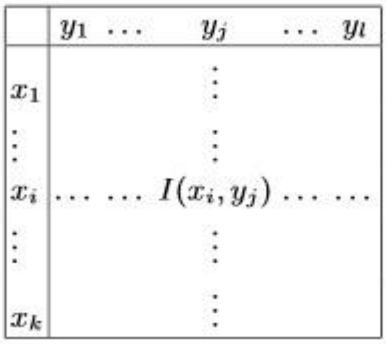


Obr. 19 - Rudolf Wille

FCA je výhodnější v tom ohledu, že oproti jiným metodám pro analýzu dat je tvořen konceptuální svaz nad celým vstupním vektorem dat. Proto je možné koncepty považovat stále za celek, jelikož obsahují pořád všechny detaily. V tomto případě se jedná o tabulková data, která jsou dána objekty a atributy.

Pod pojmem atribut objektu se chápe vlastnost, kterou daný objekt disponuje. Dále se v tabulce dat formulují vztahy mezi objekty a jejich atributy. Základním vztahem mezi objektem a atributem je vztah, že daný objekt má nebo nemá daný atribut (např. *objekt **zvíře** má atribut **létání***).

FCA vychází s teorie vazů a uspořádaných množin. Soubor vstupních dat, do kterého patří objekty a atributy, se nazývá kontext. Jak bylo zmíněno výše, jedná se o metodu analýzy tabulkových dat, kdy jsou zkoumány vztahy mezi objekty a atributy. Tyto vztahy jsou v tomto případě reprezentovány tabulkou.



Obr. 20 - Tabulková data [36]

Na obrázku Obr. 19 je znázornění vstupních dat reprezentovaných tabulkou, kde objekty jsou zde reprezentovány jako data pod označením $\mathbf{x_i}$ a atributy jsou zde reprezentovány označením $\mathbf{y_i}$. Obecné pravidlo je takové, že objekty by se měly do tabulky zapisovat jako řádková data a atributy jako sloupcová data. Výraz $\mathbf{I(x_i,y_i)}$ pak znázorňuje vyjádření, zda mezi objektem a atributem existuje vztah či nikoliv. Pokud mezi objektem a atributem existuje vztah, může být zaznačen například pomocí symbolu **X** a neexistující vztah může být reprezentován prázdným místem v tabulce.

Například tyto vztahy mohou být reprezentovány binárním vyjádřením pomocí 0 a 1, kde hodnota 1 označuje "pravdu", což značí existující vztah mezi daným objektem a atributem, zatímco hodnota 0 pak značí "nepravdu", což znamená, že daný objekt nemá daný atribut.

	Atribut 1	**Atribut 2**	**Atribut 3**	**Atribut 4**
Objekt 1	1	0	0	1
Objekt 2	0	1	1	1
Objekt 3	1	0	1	0
Objekt 4	1	1	1	1
Objekt 5	0	1	0	1

Tab. 3 - Bivalentní logické atributy

FCA je nazývána explorativní metodou analýzy dat, což ve své podstatě znamená, že se jedná o průzkumovou analýzu dat. Tím, že data jsou reprezentována přehledně v tabulce, nabízí uživateli netriviální informace o těchto vstupních datech, které mohou být využitelné přímo nebo při dalším zpracování dat.

V FCA je pojem tvořen v souladu s tzv. Port-Royalskou logikou, což znamená. že pojem je tvořen svým rozsahem a obsahem. To znamená, že rozsah pojmu jsou všechny objekty, které pod daný pojem patří. Naproti tomu obsah pojmu jsou všechny atributy, které patří pod daný pojem.

Příklad 19: Jak vypadá rozsah a obsah pojmu **PES**? Z předešlého tvrzení vyplývá, že rozsah daného pojmu tvoří množina všech psů, zatímco obsah pojmu pes tvoří množina atributů všech psů, např. "mít ocas", "štěkat", apod.

Dále jsou používány i hierarchicky řazené pojmy jako je podpojem a nadpojem, což označuje skupinu pojmů, které jsou více či méně obecné. Nadpojem je logicky více obecný než pojem a podpojem je naopak více konkrétní pojem. Vztah nadpojem - pojem uspořádává množinu všech konceptů podle jejich obecnosti. Takto uspořádaná množina se pak nazývá konceptuální svaz.

Příklad 20: Savec je nadpojmem pojmu **pes** a naopak pojem **pes** je podpojmem nadpojmu **savec**.

5.1 Základní pojmy a definice FCA

V této podkapitole budou podrobněji, ale přesto stručně, probrány základní pojmy, které se týkají FCA. Dále zde budou uvedeny základní definice a názorné příklady, které slouží k rychlejšímu pochopení problematiky.

5.1.1 Formální kontext

Definice 4.1: Formální kontext je trojice $< \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{I} >$, kde **I** je binární relace mezi množinami **X** a **Y**.

Prvky množiny **X** se nazývají objekty a prvky množiny **Y** se nazývají atributy. Zápis $< \mathbf{x}, \mathbf{y} > \in \mathbf{I}$ lze pak interpretovat tak, že objekt **x** má atribut **y**. Formální kontext tedy reprezentuje tabulková objekt-atributová data [36], jak jsou znázorněna v tabulce Tab. 3.

Každý kontext $< \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{I} >$ pak definuje své operátory $\uparrow$ a $\downarrow$ takto:

pro $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{X}$

$$\mathbf{A}^{\uparrow} = \{ \mathbf{y} \in \mathbf{Y} \mid \forall\, \mathbf{x} \in \mathbf{A} : < \mathbf{x}, \mathbf{y} > \in \mathbf{I} \},$$

pro $\mathbf{B} \subseteq \mathbf{Z}$

$$\mathbf{B}^{\downarrow} = \{ \mathbf{x} \in \mathbf{X} \mid \forall\, \mathbf{y} \in \mathbf{B} : < \mathbf{x}, \mathbf{y} > \in \mathbf{I} \}.$$

$\mathbf{A}^{\uparrow}$ je pak množina všech atributů společných pro všechny objekty z množiny **A**, naproti tomu $\mathbf{B}^{\downarrow}$ je pak množina všech objektů, které sdílejí všechny atributy z **B**.

Příklad 21: Jsou dána vstupní data reprezentována (kontextovou) tabulkou.

I	a1	a2	a3	a4
o1	1	0	1	1
o2	0	1	0	0
o3	1	1	1	1
o4	1	1	1	0

Tab. 4 - Příklad kontextové tabulky

Příklad formálních kontextů, vyčtených z tabulky Tab. 4:

$\{o2\}^{\uparrow} = \{a2\}$,

$\{o1, o4\}^{\uparrow} = \{a1, a3\}$,

$\{o1, o2\}^{\uparrow} = \emptyset$

5.1.2 Indukované Galoisovy konexe

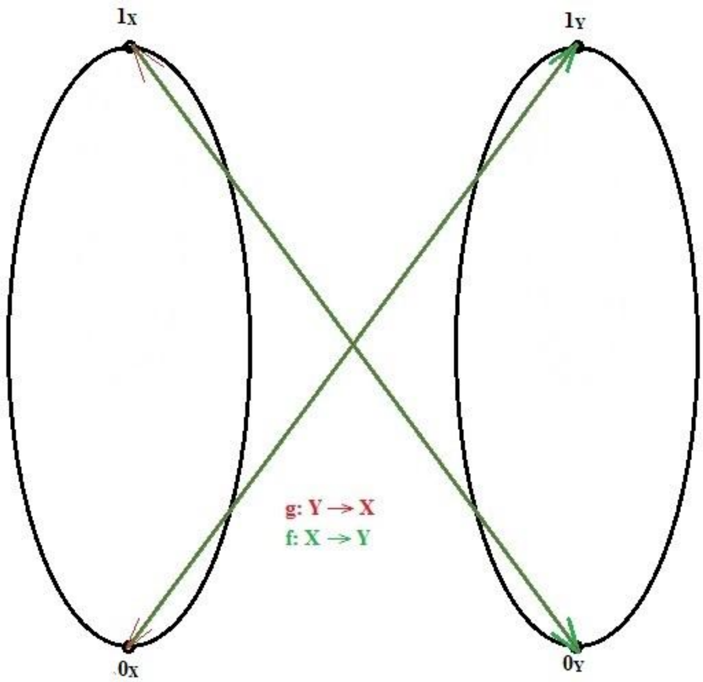
Definice 4.2: Galoisova konexe je mezi množinami **X** a **Y** je dvojice zobrazení **(f, g)**, kde zobrazení jsou definovány takto:

$$\mathbf{f}: 2^X \rightarrow 2^Y \text{ a } \mathbf{g}: 2^Y \rightarrow 2^X$$

Věta 4.3: *Nechť je dána binární relace* $I \subseteq X \times Y$*, která tvoří indukovaná zobrazení* $\Uparrow I$ *a* $\Downarrow I$ *Galoisovou konexi mezi* X *a* Y.

Opačně k tomuto výrazu lze předpokládat, že tvoří-li **f** a **g** Galoisovu konexi mezi **X** a **Y**, pak existuje binární relace $\mathbf{I} \subseteq \mathbf{X} \times \mathbf{Y}$ tak, že zobrazení $\mathbf{f} = \Uparrow\mathbf{I}$ a $\mathbf{g} = \Downarrow\mathbf{I}$. Tím je jednoznačně určen vztah mezi Galoisovými konexemi a binárními relacemi mezi **X** a **Y**.

Příklad 22: Jsou dány uspořádané množiny **(X, ≤)** a **(Y, ≤)** se svými největšími prvky $\mathbf{1}_X$, $\mathbf{1}_Y$ a nejmenšími prvky $\mathbf{0}_X$ a $\mathbf{0}_Y$.



Obr. 21 - Znázornění Galoisovy konexe mezi množinami X a Y

5.1.3 Formální koncept

Definice 4.4: Formální koncept daného kontextu < **X, Y, I** > je dvojice **(A, B)**, kde $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{X}$ a $\mathbf{B} \subseteq \mathbf{Y}$, přičemž musí platit, že $\mathbf{A}^{\uparrow} = \mathbf{B}$ a $\mathbf{B}^{\downarrow} = \mathbf{A}$.

Množina **A** je množina, která se skládá z množiny objektů a množina **B** je množina atributů takových, že **B** jsou právě všechny atributy společné pro objekty z **A** a **A** jsou právě všechny objekty, které mají společné atributy z **B**.

Množina všech konceptů v kontextu < **X, Y, I** > se značí $\mathcal{K}$**(X, Y, I)**. Formálně to můžeme vyjádřit zápisem ve tvaru:

$$\mathcal{K}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{I}) = \{(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \mid \mathbf{A} \subseteq \mathbf{X}, \mathbf{B} \subseteq \mathbf{Y}, \mathbf{A}^{\uparrow} = \mathbf{B}, \mathbf{B}^{\downarrow} = \mathbf{A}\}.$$

Při analýza tabulkových dat pomocí FCA se mluví o konceptu, což se dá chápat jako vyznačený obdélník v tabulce, který značí daný formální kontext. Ke správné analýze je nutné nalézt všechny koncepty, které se v zadané tabulce nacházejí. V tabulce se hledají vždy největší obdélníky, od kterých se postupuje k menším.

Příklad 23: Je dána tabulka kontextů. Z této tabulky je nutné vybrat všechny koncepty a vypsat je kvůli dalšímu zpracování.

I	a1	a2	a3	a4
o1	1	1	1	0
o2	0	1	1	0
o3	1	0	0	1

Tab. 5 - Tabulka formálních konceptů

Jak je vidět, největší možný obdélník je $\langle \mathbf{A_1, B_1} \rangle$ = **<{ o1, o2 }, { a1, a2>**. Další obdélník je $\langle \mathbf{A_2, B_2} \rangle$ = **<02, {a2, a3}>**, tento obdélník není nutné mezi koncepty uvádět, jelikož $\langle \mathbf{A_2, B_2} \rangle \subseteq \langle \mathbf{A_1, B_1} \rangle$.

Všechny formální koncepty dané tabulky pak jsou:

<{o1, o2}, {a1, a2}>

<o1, {a1, a2, a3}>

<{o1, o3} , a1>

<o3, {a1, a4}>

5.1.4 Konceptuální svaz

Pojmem konceptuální svaz se rozumí množina všech formálních konceptů v daném formálním kontextu. To znamená, že formální koncepty, které jsou uvedeny v příkladu 23 tvoří konceptuální svaz.

Definice 4.5: Konceptuální svaz je množina $\mathcal{K}(\mathbf{X, Y, I})$ spolu s relací $\leq$ definovanou na $\mathcal{K}(\mathbf{X, Y, I})$ předpisem

$$(\mathbf{A_1, B_1}) \leq (\mathbf{A_2, B_2}) \text{ právě když } \mathbf{A_1} \subseteq \mathbf{A_2} \text{ (ekvivalentně k tomu } \mathbf{B_2} \subseteq \mathbf{B_1}).$$

V konceptuálním svazu se označuje jako **Int(I)** množina obsahů všech konceptů z $\mathcal{K}(\mathbf{X, Y, I})$. Podobně pak je možné značit množinu rozsahů konceptů z $\mathcal{K}(\mathbf{X, Y, I})$ jako **Ext(I)**. V konceptuálním svazu pak relace $\leq$ je relací podpojem-nadpojem (bylo vysvětleno na straně 39).

5.1.5 Hlavní věta o konceptuálních svazech

Tato věta popisuje obecně strukturu konceptuálních svazů $\mathcal{K}(\mathbf{X, Y, I})$, kde mimo jiné i zdůvodňuje právě název konceptuální svaz. Tuto větu definoval roku 1982 Rudolf Wille.

Věta 4.6: *Je dán formální kontext* **<*X, Y, I*>**, *kde* $\mathcal{K}$**(*X, Y, I*)** *je vzhledem k relaci* $\leq$ *úplný svaz, ve kterém jsou infima a suprema.*

Tyto infima a suprema jsou dána předpisy na obrázku Obr. 21.

$$\bigwedge_{j\in J}\langle A_j,B_j\rangle = \left\langle \bigcap_{j\in J} A_j, \Big(\bigcap_{j\in J} A_j\Big)^{\uparrow}\right\rangle = \left\langle \bigcap_{j\in J} A_j, \Big(\bigcup_{j\in J} B_j\Big)^{\downarrow\uparrow}\right\rangle$$

$$\bigvee_{j\in J}\langle A_j,B_j\rangle = \left\langle \Big(\bigcap_{j\in J} B_j\Big)^{\downarrow}, \bigcap_{j\in J} B_j\right\rangle = \left\langle \Big(\bigcup_{j\in J} A_j\Big)^{\uparrow\downarrow}, \bigcap_{j\in J} B_j\right\rangle$$

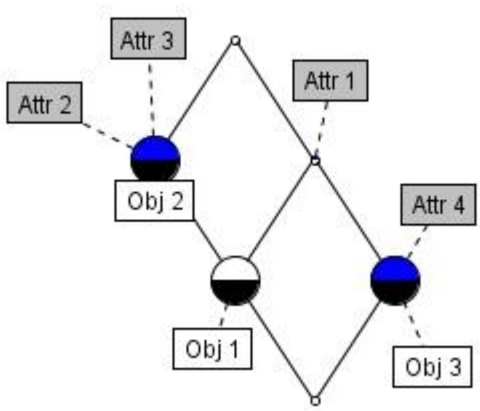
Obr. 22 - Předpisy Infima a Suprema podle hlavní věty o konceptuálních svazech

Daný úplný svaz **V** = <**V**, $\sqsubseteq$> je izomorfní s $\mathcal{K}$**(X, Y, I)**, právě když existují zobrazení γ**: X → V**, μ**: Y → V**, pro která je γ**(X)** supremálně hustá v **V**, μ**(Y)** infimálně hustá v **V** a <**x, y**> $\in$ **I** platí právě $\gamma(x) \leq \mu(y)$ pro $\forall$**x** $\in$ X a $\forall$**y** $\in$ Y.

Je zapotřebí definovat co to vlastně je **supremálně hustá** množina v **V**. Množina **K** $\sqsubseteq$ **V** je supremálně hustá v **V**, právě tehdy, když pro každý prvek **v** $\in$ **V** existuje $K_v \sqsubseteq K$ tak, ze **v** je supremem množiny K_v.

Obdobně k tomuto vyjádření lze definovat i **infimálně hustou** množinu. Množina **M** $\sqsubseteq$ **V** je infimálně hustá v **V**, právě tehdy, když pro každý prvek **v** $\in$ **V** existuje $M_v \sqsubseteq K$ tak, ze **v** je infimem množiny M_v.

Příklad 24: Zobrazení konceptuálního svazu, který je dán kontextovou tabulkou z příkladu 23 vypadá takto:



Obr. 23 - Zobrazení konceptuálního svazu Daného tabulkou Tab. 5

Jak je vidět na obrázku Obr. 22, celé konceptuální svaz má největší i nejmenší koncept. Největším konceptem v daném svazu je množina všech atributů, zatímco nejmenším konceptem je množina všech objektů.

5.1.6 Atributové implikace

Atributová implikace nad množinou atributů Y je výraz tvaru **A ⇒ B**, přičemž platí, že **A, B ⊆ Y**. Atributové implikace popisují atributové závislosti mezi daty v kontextové tabulce.

Definice 4.7: Pro implikaci **A ⇒ B** a množinu **C ⊆ Y** platí, že **A ⇒ B** platí v **C**, popř. že **C** je **modelem A ⇒ B**, jestliže platí, že pokud **A ⊆ C**, pak i **B ⊆ C**. Obecněji pro množinu $\mathcal{M} \subseteq 2^{Y}$ množin atributů a množinu $\mathbf{T} = \{\mathbf{A_j} \Rightarrow \mathbf{B_j} \mid \mathbf{j} \in \mathbf{J}\}$ implikací platí, že **T** platí v $\mathcal{M}$, popřípadě že $\mathcal{M}$ je **modelem T**, jestliže $A_j \Rightarrow \mathbf{B_j}$ platí v **C** pro každé $\mathbf{C} \in \mathcal{M}$ a **Aj ⇒ Bj ∈ T**. Že **T** platí v $\mathcal{M}$ se zapisuje formálním výrazem $\mathcal{M} \models \mathbf{T}$.

Implikace platí v kontextu **<X, Y, I>,** jestliže platí $\mathcal{M} = \{\{x\}^{\uparrow} \mid x \in X\}$ obsah všech objekt-konceptů. Dále implikace platí v konceptuálním svazu $\mathcal{K}$**(X, Y, I)**, jestliže platí v systému **Int(I)** všech obsahů.

Věta 4.8: *Atributová implikace platí v <**X, Y, I**>, právě když platí v* $\mathcal{K}$***(X, Y, I)****.*

Definice 4.9: Implikace **A ⇒ B (sémanticky) plyne** z množiny **T** implikací, jestliže **A ⇒ B** v každé **C ⊆ Y**, ve které platí **T**. Množina implikací **T** se nazývá:

- **uzavřená**, jestliže obsahuje každou implikaci která z ní plyne;
- **neredundantní**, jestliže žádná implikace z T neplyne z ostatních.

Množina T implikací kontextu **<X, Y, I>** se nazývá **úplná**, jestliže s ní plyne každá implikace kontextu **<X, Y, I>**. **Báze** je úplná a neredundantní množina implikací daného kontextu.

Věta 4.10: *Množina T implikací je **uzavřená**, právě když, pro každé **A, B, C, D ⊆ Y** platí:*

- $A \Rightarrow A \in T$;
- *pokud* $A \Rightarrow B \in T$, *pak* $A \cup C \Rightarrow B \in T$;
- *pokud* $A \Rightarrow B \in T$ *a* $B \cup C \Rightarrow D \in T$, *pak* $A \cup C \Rightarrow D \in T$. [36]

Definice 4.11: Pseudointent kontextu <**X, Y, I**> je množina $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{Y}$, pro kterou platí, že $\mathbf{A} \neq \mathbf{A}^{\downarrow\uparrow}$ a že $\mathbf{B}^{\downarrow\uparrow} \subseteq \mathbf{A}$ pro každý pseudointent $\mathbf{B} \subset \mathbf{A}$.

Věta 4.5: *Množina* $\{A \Rightarrow A^{\downarrow\uparrow} \mid A$ *je pseudointent* $\langle X, Y, I\rangle\}$ *implikací je úplná a neredundantní, tj. báze.*

5.1.7 Vícehodnotové kontexty a škálování

V některých případech vstupní data jsou tvořena jiným než základním kontextem. Tento kontext obsahuje jiné než bivalentní atributy a tím pádem nelze použít na tyto data metody FCA bez jakýchkoliv úprav. Tyto kontexty se nazývají **vícehodnotové kontexty** (anglicky many-valued contexts).

Věta 4.12: ***Vícehodnotový kontext*** *je čtveřice* $\langle \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{W}, \mathbf{I}\rangle$, *kde* $\mathbf{I} \subseteq X \times Y \times W$ *je ternární relace taková, že pokud* $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{v}\rangle \in \mathbf{I}$ *a* $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}\rangle \in \mathbf{I}$, *pak* $\mathbf{v} = \mathbf{w}$.

Vícehodnotové kontexty rozšiřují základní kontexty. FCA přistupuje k analýze vícehodnotových kontextů tak, že je prostřednictvím vhodného tzv. **konceptuálního škálování** (conceptual scaling) převede na základní kontext, který je poté analyzován.

Věta 4.13: ***Škála*** *(anglicky scale) pro atribut* $\mathbf{y}$ *vícehodnotového kontextu je kontext* $S_y = \langle X_y, Y_y, I_y\rangle$, *pro který* $\mathbf{y(X) \subseteq X_y}$ *(kde* $\mathbf{y(X) = \{y(X) \mid x \in X\}}$*). Prvky množin* X_y *a* Y_y *se pak nazývají škálové hodnoty a škálové atributy.*

Příklad 25: Je dán vícehodnotový kontext, kde objekty jsou tvořeny jmény osob a atributy jsou pohlaví, výška a syndrom.

I	Pohlaví	Věk	Syndrom
Adam	m	21	1
Betty	ž	56	0
Milan	m	47	0
George	m	70	1
Eva	ž	24	0
Dora	ž	17	1
Harry	m	60	1

Tab. 6 - Vícehodnotový kontext

Výše zmíněný vícehodnotový kontext je nutné upravit na základní kontext, který je již možné zpracovat pomocí metody FCA. Tyto úpravy spočívají ve škálování atributu Věk a atribut Pohlaví bude rozdělen na dva atributy (muž, žena). Dále v atributu Syndrom nahradíme hodnotu 0 prázdným místem a hodnotu 1 nahradíme znakem X.

I	muž	žena	< 18	< 40	<= 65	> 65	Syndrom
Adam		X		X			X
Betty	X				X		
Milan		X			X		
George		X				X	X
Eva	X			X			
Dora	X		X				X
Harry		X			X		X

Tab. 7 - Kontext pomocí konceptuálního škálování

V tabulce Tab. 7 je vidět formální kontext, který byl upraven pomocí operace škálování. Z takto upraveného kontextu se již dají vyčíst požadované koncepty.

5.2 Aplikace FCA

V této podkapitole bude zpracován a vysvětlen s postupem jeden příklad analýzy tabulkových dat pomocí formální konceptuální analýzy.

Příklad 26: Je dána formální kontext takto:

množina objektů A = {Kočka, Pes, Ovce, Koza, Slepice, Krocan}

množina atributů B = {2 nohy, 4 nohy, Vejce, Mléko, Maso, Vlna}

Jak vypadají koncepty tohoto formálního kontext, který je dán tabulkou Tab. 8? Jak vypadá daný výsledný konceptuální svaz?

I	2 nohy	4 nohy	Vejce	Mleko	Maso	Vlna
Pes		X				
Kočka		X				
Ovce		X		X	X	X
Koza		X		X	X	
Slepice	X		X		X	
Krocan	X				X	

Tab. 8 - Tabulka tvořená formálním kontextem

Z tabulkových dat popisujících daný formální kontext je nutné vyčíst všechny formální koncepty, aby bylo možné z nich později sestavit grafické znázornění konceptuálního svazu.

Všechny **koncepty** pak vypadají následovně:

K_0 = (Ø, {2 nohy, 4 nohy, vejce, mléko, maso, vlna}),

K_1 = ({ovce},{4 nohy, mléko, maso, vlna}),

K_2 = ({ovce, koza},{4nohy, mléko, maso}),

K_3 = ({slepice},{2 nohy, vejce, maso}),

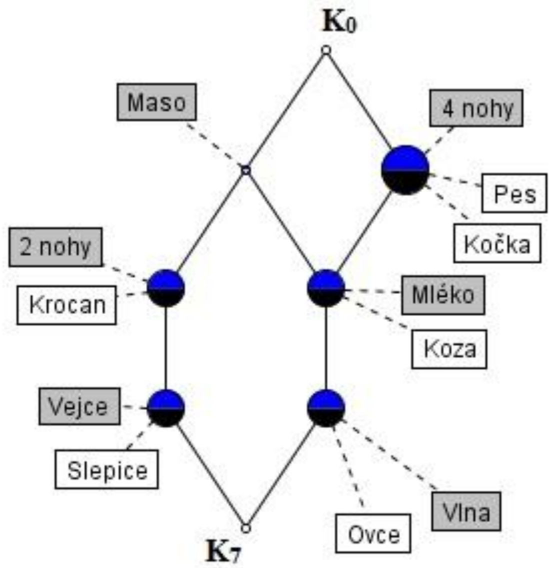
K_4 = ({slepice, krocan},{2 nohy, maso}),

K_5 = ({pes, kočka, ovce, koza},{4 nohy}),

K_6 = ({ovce, koza, slepice, krocan},{maso}),

K_7 = ({pes, kočka, ovce, koza, slepice, krocan},Ø).

Množina těchto konceptů se nazývá konceptuální svaz, který lze graficky znázornit obrázkem níže.



Obr. 24 - Formální konceptuální svaz příkladu 26

Jak je zřejmé z obrázku Obr. 24, tak největším společným konceptem je koncept K_0, který je tvořen dvojicí (Ø, B), zatímco nejmenší koncept je tvořen dvojicí (A, Ø), což je formální koncept K_7.

Z obrázku Obr. 24 dále můžeme vyčíst všechny potřebné vztahy pro objekty a atributy, jako jsou například společné vlastnosti objektů.

6 POUŽITÍ FORMÁLNÍ KONCEPTUÁLNÍ ANALÝZY K ROZBORU SOCIÁLNÍCH SÍTÍ

Tato kapitola je rozdělena na dvě podkapitoly z důvodu toho, že v podkapitole 6.1 budou analyzována data týkající se pouze českých sociálních sítí, konkrétně pak se jedná o data návštěvnosti těchto sociálních sítí. S těmito daty pak souvisí i počet internetových uživatelů a další důležité hodnoty, které jsou uvedeny v tabulce Tab. 9.

Základní informace o českém internetu	
Velikost internetové populace ČR	6 746 529
Počet uživatelů na českém internetu celkem (včetně zahraničí)	8 447 570
Celkový počet shlédnutých stránek	16 895 113 655
Průměrný strávený čas na internetu na uživatele za měsíc	51:35:17

Tab. 9 - Tabulka informací o českém internetu [41]

Pro analýzu těchto dat byl použit program ConExp, což je zkratka pro Concept Explorer, který je zdarma stažitelný například na serveru stahuj.cz nebo na svých domovských stránkách. Práce s tímto programem je opravdu jednoduchá, jelikož položky menu programu jsou intuitivně rozmístěné. Navíc každou položku menu zobrazují ikony, proto je orientace v programu rychlá i pro uživatele bez znalosti anglického jazyka.

Program nabízí po vytvoření tabulky a vyplnění daných kontextů vytvoření grafického znázornění výsledního formálního konceptu, kde navíc i program umí vypočítat počet výsledných konceptů. Jako další využitelné funkce nabízí program například i vyhodnocení všech implikací nebo všech asociací v daném kontextu.

6.1 České sociální sítě

V této podkapitole budou analyzována data o návštěvnosti internetu v ČR, která pochází ze serveru netmonitor.cz. Jedná se o aktuální data, která jsou z března 2014, poskytována v rámci veřejných výstupů pro jakéhokoliv uživatele internetu. Z těchto dat jsou vybrány pouze data pro požadované sociální sítě.

Množina objektů: {Lide.cz, Spoluzaci.cz, Csfd.cz}

Množina atributů: {Zaměření sítě, Počet uživatelů měsíčně, Průměrný počet uživatelů za den, Průměrný počet uživatelů o víkendu, Průměrný počet uživatelů v pracovní dny, Počet návštěv, Průměrná doba návštěvy}

	Zaměření sítě	**Počet uživatelů měsíčně**	**Průměrný počet uživatelů za den**	**Průměrný počet uživatelů - víkend**	**Průměrný počet uživatelů - pracovní den**	**Počet návštěv**	**Průměrná doba návštěvy**
Lide	Obecné	751915	120047	124615	110454	10736891	0:14:17
Spoluzaci	Speciální	490097	31411	32540	29041	1617396	0:03:24
Csfd	Speciální	1731768	198323	188048	219900	13646705	0:05:37

Tab. 10 - Formální kontext českých sociálních sítí

Na tento vícehodnotový kontext je nutné aplikovat proces škálování, kde se zvolí rozumně velké intervaly. Například u atributu **průměrná délka návštěvy** se zvolí 2 intervaly tak, aby pokryly všechny možné stavy daného atributu všech objektů.

Dále je nutné také upravit i ostatní atributy tak, že i zde musí být vytvořeny vhodné intervaly, které pokryjí požadovanou škálu hodnot těchto atributů. Atribut **Zaměření** lze pro účely analýzy rozdělit na dva atributy, konkrétně na atribut **Obecné** a **Speciální**, které budou nabývat již bivalentních hodnot 0 a 1.

Díky vhodně voleným intervalům pak může výše uvedená tabulka Tab. 10 vypadat následovně:

	Zaměření sítě		**Počet uživatelů měsíčně**		***Průměrný Počet uživatelů za den***		***Průměrný Počet uživatelů - víkend***		**Průměrný Počet uživatelů - prac. den**			**Počet návštěv**		**Průměrná doba návštěvy za měsíc**	
	Obecné	**Speciální**	**< 1 mil.**	**>1 mil.**	**<120 tis.**	**> 120 tis**	**< 120 tis.**	**> 120 tis.**	**< 100 tis.**	**100 - 200 tis.**	**> 200 tis.**	**< 10 mil.**	**> 10 mil.**	**< 7 min.**	**> 7min**
Lide	X		X		X		X			X		X			X
Spoluzaci		X	X			X		X	X				X	X	
CSFD		X		X	X		X				X	X		X	

Tab. 11 - Formální kontext po škálování

Z tohoto formálního kontextu je nyní nutné vyjádřit všechny koncepty, které se zde nacházejí.

Formální koncepty daného kontextu:

K_0 = (Ø, {Obecne, Speciální, < 1 mil., > 1 mil., < 120 tis., > 120 tis., < 120 tis. v., > 120 tis v., < 100 tis., 100 - 200 tis., > 200 tis., < 10 mil., > 10 mil., < 7 min., > 7 min.})

K_1 = ({Lide},{Obecne, < 1 mil., < 120 tis., < 120 tis. v., 100 - 200 tis., < 10 mil., > 7 min.})

K_2 = ({Spoluzaci},{Speciální, < 1 mil., > 120 tis., > 120 tis v., < 100 tis., > 10 mil., < 7 min.})

K_3 = ({CSFD},{Speciální, > 1 mil., < 120 tis., < 120 tis. v., > 200 tis., < 10 mil., < 7 min.})

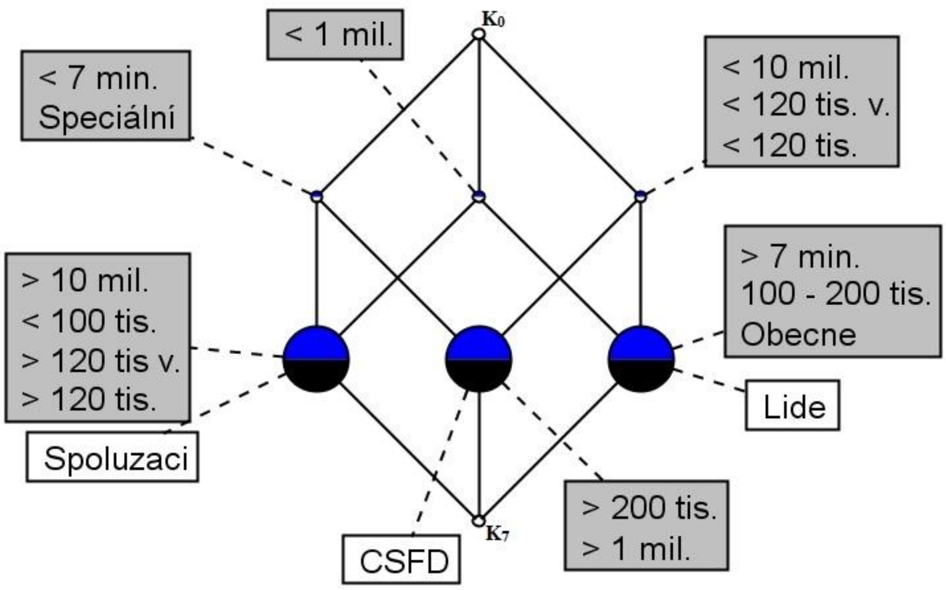
K_4 = ({Lide, CSFD}, {< 120 tis., < 120 tis. v., < 10 mil.})

K_5 = ({Spoluzaci, CSFD}, {Speciální, < 7 min.})

K_6 = ({Lide, Spoluzaci},{< 1 mil.})

K_7 = ({Lide, Spoluzaci, CSFD}, Ø)

Tyto formální koncepty tvoří výsledný konceptuální svaz, který je vidět na obrázku Obr. 25.



Obr. 25 - Konceptuální svaz českých sociálních sítí

Z konceptuálního svazu lze také zjistit implikace, které se v daném kontextu nacházejí.

Implikace v konceptuálním svazu:

1 < 2 > Speciální ==> < 7 min.;

2 < 1 > > 1 mil. ==> Speciální < 120 tis. < 120 tis. v. > 200 tis. < 10 mil. < 7 min.;

3 < 2 > < 120 tis. ==> < 120 tis. v. < 10 mil.;

4 < 1 > > 120 tis. ==> Speciální < 1 mil. > 120 tis v. < 100 tis. > 10 mil. < 7 min.;

5 < 2 > < 120 tis. v. ==> < 120 tis. < 10 mil.;

6 < 1 > > 120 tis v. ==> Speciální < 1 mil. > 120 tis. < 100 tis. > 10 mil. < 7 min.;

7 < 1 > < 100 tis. ==> Speciální < 1 mil. > 120 tis. > 120 tis v. > 10 mil. < 7 min.;

8 < 1 > > 200 tis. ==> Speciální > 1 mil. < 120 tis. < 120 tis. v. < 10 mil. < 7 min.;

9 < 2 > < 10 mil. ==> < 120 tis. < 120 tis. v.;

10 < 1 > > 10 mil. ==> Speciální < 1 mil. > 120 tis. > 120 tis v. < 100 tis. < 7 min.;

11 < 2 > < 7 min. ==> Speciální;

12 < 1 > Speciální < 120 tis. < 120 tis. v. < 10 mil. < 7 min. ==> > 1 mil. > 200 tis.;

13 < 1 > Speciální < 1 mil. < 7 min. ==> > 120 tis. > 120 tis v. < 100 tis. > 10 mil.;

14 < 1 > > 7 min. ==> Obecne < 1 mil. < 120 tis. < 120 tis. v. 100 - 200 tis. < 10 mil.;

15 < 1 > Obecne ==> < 1 mil. < 120 tis. < 120 tis. v. 100 - 200 tis. < 10 mil. > 7 min.;

16 < 1 > 100 - 200 tis. ==> Obecne < 1 mil. < 120 tis. < 120 tis. v. < 10 mil. > 7 min.;

17 < 1 > < 1 mil. < 120 tis. < 120 tis. v. < 10 mil. ==> Obecne 100 - 200 tis. > 7 min.;

6.2 Srovnání českých a světových sociálních sítí

Tato podkapitola není zaměřena na analýzu dat týkajících se návštěvnosti, stejně jak tomu bylo v podkapitole 6.1, jelikož světové sociální sítě jsou mnohem více rozsáhlé a jejich počty uživatelů jsou až 100 krát vyšší než u českých sociálních sítí, tudíž by takovéto srovnání nemělo význam.

Zde je zaměřena na analýzu tabulkových dat, která by měla ukázat společné rysy jak světových, tak i českých sociálních sítí. Ve výsledku této analýzy by pak mělo být jasné, které sociální sítě jsou vhodné pro daný typ uživatele.

Množina objektů: {Facebook, Twitter, Google+, Youtube, Lide, Spoluzaci, CSFD}

Množina atributů: {Zaměření, Nutnost registrace, Hry, Zprávy, Sílení dat, Sledování videí}

	Zaměřeni	Nutnost registrace	Hry	Zprávy		Sdílení dat	Sledování videí
				Soukromé	Veřejné		
Facebook	Obecné	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
Twitter	Obecné	Ano			Ano	Ano	
Google+	Obecné	Ano		Ano		Ano	
Youtube	Speciální			Ano			Ano
Lide	Obecné	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	
Spoluzaci	Speciální	Ano		Ano	Ano	Ano	
CSFD	Speciální				Ano	Ano	Ano

Tab. 12 - Vícehodnotový formální kontext sociálních sítí

Jak je možné vidět, atribut **Zaměření** nabývá více hodnot, díky kterým nemůže být na tento formální kontext aplikována analýza metodami FCA, tudíž je nutné daný kontext upravit do vyhovujícího tvaru, jak je tomu například u atributu **Zprávy**.

	Zaměřeni		Nutnost Registrace	Hry	Zprávy		Sdílení dat	Sledování videí
	Obecné	Speciální			Soukromé	Veřejné		
Facebook	X		X	X	X	X	X	X
Twitter	X		X			X	X	
Google+	X		X		X	X	X	
Youtube		X			X			X
Lide	X		X	X	X	X	X	
Spoluzaci		X	X		X	X	X	
CSFD		X				X	X	X

Tab. 13 - Škálovaný formální kontext sociálních sítí

Tabulka Tab. 13 již zobrazuje formální kontext ve vhodném tvaru k analýze dat pomocí FCA. Nejdříve je nutné, zjistit všechny koncepty, které se v dané tabulce nacházejí. Jak jsem již zmínil dříve, operace škálování tedy je vhodná především tam, kde data nabývají jiných hodnot než bivalentních, tudíž kde se vyskytují jiné hodnoty, než které značí tvrzení "Pravda" či "Nepravda".

Formální koncepty daného kontextu:

$\mathbf{K_0}$ = (Ø, {obecne, Specialní, Registrace, Hry, Souk. zpravy, Věř. zpravy, Sdileni dat, Sled. videi})

$\mathbf{K_1}$ = ({Facebook}, {obecne, Registrace, Hry, Souk. zpravy, Věř. zpravy, Sdileni dat, Sled. videi})

$\mathbf{K_2}$ = ({Facebook, Lide}, {obecne, Registrace, Hry, Souk. zpravy, Věř. zpravy, Sdileni dat})

$\mathbf{K_3}$ = ({Facebook, Google+, Lide}, {obecne, Registrace, Souk. zpravy, Věř. zpravy, Sdileni dat})

$\mathbf{K_4}$ = ({Facebook, Twitter, Google+, Lide}, {obecne, Registrace, Věř. zpravy, Sdileni dat})

$\mathbf{K_5}$ = ({Spolužáci}, {Specialní, Registrace, Souk. zpravy, Věř. zpravy, Sdileni dat})

$\mathbf{K_6}$ = ({CSFD}, {Specialní, Registace, Věř. zpravy, Sdileni dat, Sled. videi})

$\mathbf{K_7}$ = ({Spolužáci, CSFD}, {Specialní, Registrace, Věř. zpravy, Sdileni dat})

$\mathbf{K_8}$ = ({Youtube}, {Specialní, Souk. zpravy, Sled. videi})

$\mathbf{K_9}$ = ({Youtube, Spolužáci}, {Specialní, Souk. zpravy})

$\mathbf{K_{10}}$ = ({Youtube, CSFD}, {Specialní, Sled. videi})

$\mathbf{K_{11}}$ = ({Youtube, Spolužáci, CSFD}, {Specialní})

$\mathbf{K_{12}}$ = ({Facebook, Google+, Lide, Spolužáci}, {Registrace, Souk. zpravy, Věř. zpravy, Sdileni dat})

$\mathbf{K_{13}}$ = ({Facebook, CSFD}, {Registrace, Věř. zpravy, Sdileni dat, Sled. videi})

$\mathbf{K_{14}}$ = ({Facebook, Twitter, Google+, Lide, Spolužáci, CSFD}, {Registrace, Věř. zpravy, Sdileni dat})

$\mathbf{K_{15}}$ = ({Facebook, Youtube}, {Souk. zpravy, Sled. videi})

K_{16} = ({Facebook, Google+, Youtube, Lide, Spolužáci}, {Souk. zpravy})

K_{17} = ({Facebook, Youtube, CSFD}, {Sled. videi})

K_{18} = ({Facebook, Twitter, Google+, Youtube, Lide, Spolužáci, CSFD}, Ø)

V daném kontextu se nachází více konceptuálních svazů, ale vždy se snažíme nalézt formální koncept jako největší obdélník v daném kontextu, tudíž například formální koncept tvořený dvojicí ({Facebook, Twitter},{Registrace, Sdílenení dat}), označme jej kupříkladu jako koncept **K_{14A}** ,nemusíme uvádět, protože je tento koncept zahrnut v konceptu K14. Tudíž bychom mohli psát, že **$K_{14A} \subseteq K_{14}$**.

Implikace v konceptuálním svazu:

1 < 4 > obecne ==> Registace, Věř. zpravy, Sdileni dat;

2 < 6 > Registace ==> Věř. zpravy, Sdileni dat;

3 < 2 > Hry ==> obecne, Registace, Souk. zpravy, Věř. zpravy, Sdileni dat;

4 < 6 > Věř. zpravy ==> Registace, Sdileni dat;

5 < 6 > Sdileni dat ==> Registace, Věř. zpravy;

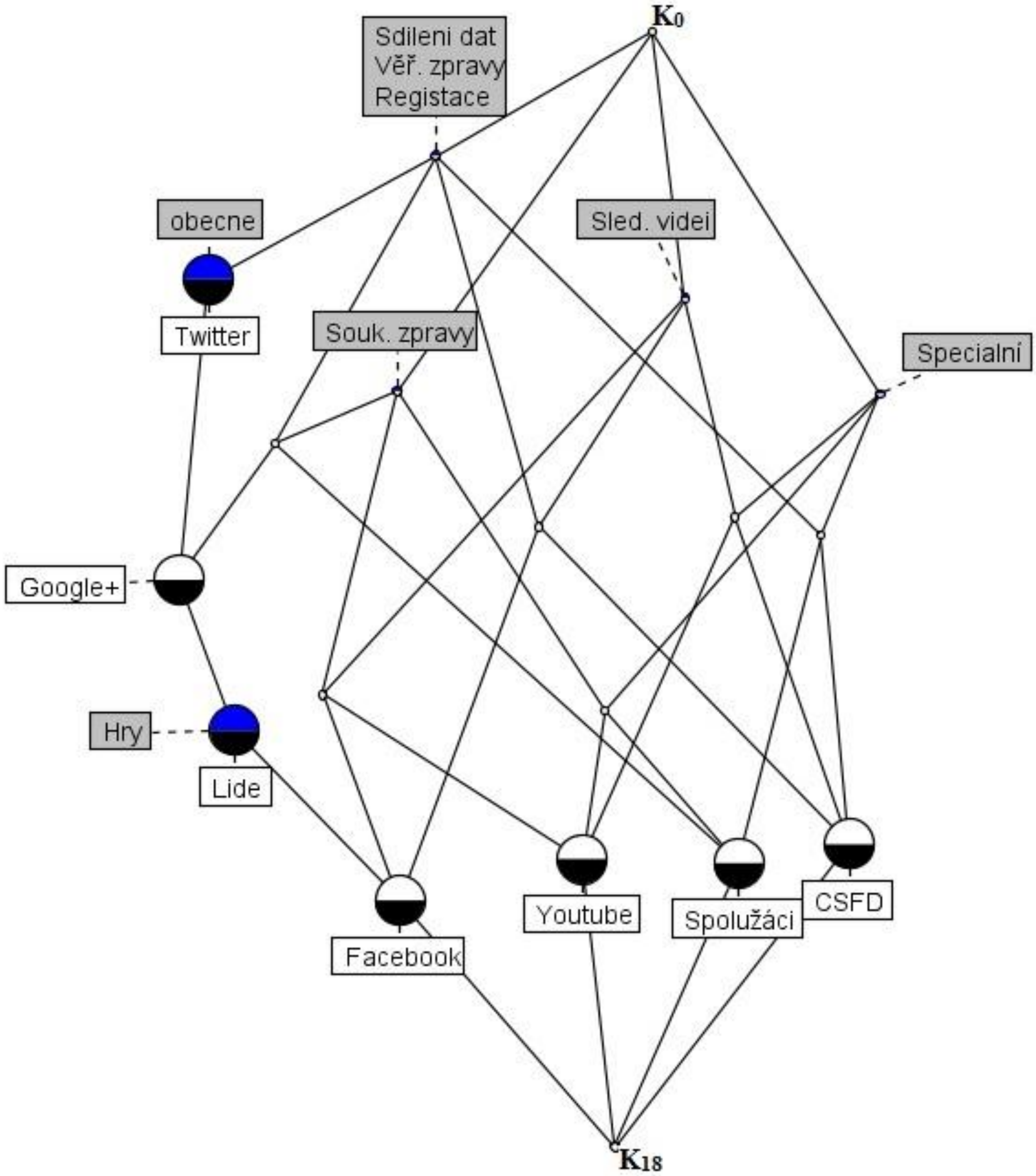
6 < 1 > Registace, Souk. zpravy, Věř. zpravy, Sdileni dat, Sled. videi ==> obecne, Hry;

7 < 1 > obecne, Registace, Věř. zpravy, Sdileni dat, Sled. videi ==> Hry, Souk. zpravy;

8 < 0 > obecne, Specialní, Registace, Věř. zpravy, Sdileni dat ==> Hry, Souk. zpravy, Sled. videi;

Konceptuální svaz, který tvoří výše uvedená množina formálních konceptů daného kontextu, je pak znázorněn na obrázku Obr. 26.

Z tohoto grafického znázornění pak lze vyčíst například skutečnost, že opět jako největší prvek daného konceptuálního svaz je označen koncept **K_0**, který je tvořen dvojicí **(Ø, množina všech atributů)**, zatímco jako nejmenší prvek je zde uveden konceptuální svaz **K_{18}**, který je tvořen dvojicí **(množina všech objektů, Ø)**.



Obr. 26 - Konceptuální svaz daného formálního kontextu světových sociálních sítí

ZÁVĚR

Tato diplomová práce se zabývá problematikou analýzy tabulkových dat pomocí formální konceptuální analýzy. Teoretická část této práce je pak rozdělena do tří hlavních kapitol. V první kapitole je vypracován přehled dnes nejpoužívanějších jak světových sociálních sítí jako jsou Facebook, Twitter, Youtube, tak i českých sociálních sítí jako jsou Lide.cz nebo Spoluzaci.cz. Dále je v této kapitole popsán vývoj sociálních sítí jako celku, tak i historie daných sociálních sítí, spolu s jejich charakteristickými vlastnostmi a funkcemi, které poskytují svým uživatelům.

Další kapitola se zaměřuje na teorii množin, kde jsou popsány základní pojmy z této oblasti jako například množina, prvek množiny, množinové operace, De Morganovy zákony a další. Tato kapitola je doplněna i o grafické znázornění, které pomáhá lépe pochopit některé pojmy.

Jako třetí velkou kapitolou v teoretické části je teorie svazů, kde jsou popsány a vysvětleny pojmy jako svaz, grupoid, infimum, supremum a další důležité základní pojmy. Jsou zde uvedeny i matematické věty a definice, které přesně dané pojmy definují. Dále je tato kapitola doplněna o příklady, ve kterých se pracuje s výše zmíněnými pojmy.

Další samostatnou menší kapitolou je kapitola, která se zabývá Galoisovými konexemi, které znázorňují grafická zobrazení jedné množiny do druhé.

Praktická část je pak rozdělena na dvě kapitoly, kde v první kapitole je stručně popsána formální konceptuální analýza, která vychází z teorie množin a svazů. Dále v této kapitole jsou rovněž popsány a vysvětleny základní pojmy z FCA, jako například formální kontext, koncept a konceptuální svaz. Vše je doplněno o příklady na kterých jsou dané pojmy demonstrovány.

Poslední kapitola této práce se zabývá již vyhodnocením daných dat pomocí metod formální konceptuální analýzy. Jedná se o data související se sociálními sítěmi. V prvním případě se jedná o vyhodnocení návštěvnosti českých sociálních sítí, zatímco ve druhém případě se jedná o analýzu vlastností českých i světových sociálních sítí, kde se hledají společné rysy. Výsledkem těchto analýz jsou poté grafická znázornění daných konceptuálních svazů.

CONCLUSION

This thesis deals with the analysis of tabular data using formal concept analysis . The theoretical part of this thesis is divided into three main chapters. The first chapter is a compendium of today as the world's most widely used social networking sites such as Facebook , Twitter , Youtube, and Czech social networks such as Lide.cz or Spoluzaci.cz . Furthermore, this chapter describes the development of social networks as a whole , as well as the history of the social networks , along with their characteristic features and functions they provide to their users.

The next chapter focuses on the theory, which describes the basic concepts of this field, such as a set , element sets, set operations, De Morgan's laws, and more. This chapter is complemented with graphical representation, which helps to better understand certain concepts.

The third major chapter in the theoretical part of lattice theory, which describes and explains concepts such as union, grupoid, infimum, supremum and other important basic concepts. They are listed here as well as mathematical theorems and definitions that precisely define the terms. Furthermore, this section is supplemented by examples, which works with the above concepts.

Other smaller separate chapter is the chapter that deals with Galois connection, which is a graphical representation of one set to another.

The practical part is divided into two chapters in the first section briefly describes the formal concept analysis, which is based on set theory and associations. Later in this chapter also describes and explains the basic concepts of the FCA, such as the formal context, concept and conceptual cluster. All accompanied by examples on which the concepts demonstrated.

The last chapter of this thesis has been dealing with the evaluation of the data using the methods of formal concept analysis. This is the data associated with social networks. In the first case, the evaluation of traffic Czech social networks , while in the second case, the analysis of the properties of Czech and world social networks where they are looking for commonalities. The results of these analyzes are then graphical representation of the concept lattices.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

[1] PAVLÍČEK, Antonín. *Nová média a sociální sítě*. Vyd. 1. V Praze: Oeconomica, 2010, 181 s. ISBN 978-802-4517-421.

[2] PLATKO, Ondřej. Sociální sítě 1.díl. Banan.cz [online]. 2011 [cit. 2014-04-08]. Dostupné z: http://www.banan.cz/serialy/Socialni-site/Socialni-site-1-dil

[3] ZÁŠKOLNÝ, Jan. Sociální sítě [online]. 2014 [cit. 2014-04-10]. Dostupné z: http://www.socialnisite.123abc.cz/

[4] DOČEKAL, Daniel. Česko a sociální sítě v číslech. *Lupa.cz* [online]. 5.8.2011 [cit. 2014-04-10]. Dostupné z: http://www.lupa.cz/clanky/cesko-a-socialni-site-v-cislech/

[5] Sociální sítě a jejich vývoj - pohled do historie. Objevit.cz [online]. 2013 [cit. 2014-04-09]. Dostupné z: http://objevit.cz/socialni-site-vyvoj-pohled-do-historie-t22280

[6] ZÁŠKOLNÝ, Jan. Facebook. Sociální sítě [online]. 2014 [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: http://www.socialnisite.123abc.cz/facebook

[7] Mark Zuckerberg. *Financnici.cz* [online]. 2008 [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: http://www.financnici.cz/mark-zuckerberg

[8] Twitter. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Twitter

[9] PLATKO, Ondřej. Sociální sítě 8.díl - Twitter - Funkce. Banan.cz [online]. 2011 [cit. 2014-04-08]. Dostupné z: http://www.banan.cz/serialy/Socialni-site/Socialni-site-8-dil-Twitter - Funkce

[10] VÁCLAVÍK, Lukáš. Twitter dostane webové notifikace. *Cnews.cz* [online]. 2014-04-11 [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: http://www.cnews.cz/twitter-dostane-webove-notifikace-upozorni-pokud-na-vas-nekdo-zareaguje

[11] Začínáme s Google+. *Google.com* [online]. 2011 [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: https://www.google.com/+/learnmore/getstarted/guide.html

[12] DOČEKAL, Daniel. Google+ přechází do veřejné beta verze. *JustIT.cz* [online]. 2011 [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: http://www.justit.cz/wordpress/2011/09/20/google-prechazi-do-verejne-beta-verze-a-doplnuje-novou-funkcnost/

[13] ZÁŠKOLSNÝ, Jan. Google+. *Sociální sítě* [online]. 2011 [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: http://www.socialnisite.123abc.cz/google-plus

[14] BRŮCHA, Filip. Google+ se otevírá mladým uživatelům. *ComputerWorld.cz* [online]. 2012-01-27 [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: http://computerworld.cz/internet-a-komunikace/google-se-otevira-mladym-uzivatelum-44494

[15] ČÍŽEK, Jakub. Google Plus v kostce: manuál nového uživatele. *Živě.cz* [online]. 2011 [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: http://www.zive.cz/clanky/google-plus-v-kostce-manual-noveho-uzivatele/sc-3-a-157777/default.aspx

[16] ONDŘEJ, Voců. Když se řekne Youtube. *Ikaros.cz* [online]. 2011, roč. 15, č. 4 [cit. 2014-04-11]. Dostupné z: http://www.ikaros.cz/kdyz-se-rekne-youtube

[17] Lupa.cz. VYLEŤAL, Martin. *Křišťálová Lupa 2010 zná své vítěze - Lupa.cz* [online]. 2011-11-26 [cit. 2014-04-14]. Dostupné z: http://www.lupa.cz/clanky/kristalova-lupa-2010-zna-sve-viteze/

[18] BOYD, Danah m. a Nicole B. ELLISON. Social Network Sites: Definition, History, and Scholarship. *Journal of Computer-Mediated Communication* [online]. 2007, vol. 13, issue 1, s. 210-230 [cit. 2014-04-14]. DOI: 10.1111/j.1083-6101.2007.00393.x.

[19] Seznam.cz. *Lidé.cz* [online].[cit. 2014-04-14]. Dostupné z: http://onas.seznam.cz/cz/lide-cz.html

[20] Seznam.cz. *Spolužáci.cz* [online]. 2014-02 [cit. 2014-04-14]. Dostupné z: http://onas.seznam.cz/cz/spoluzaci-cz.html

[21] VYLEŤAL, Martin. ČSFD.cz začne příší rok prodávat digitální licence k filmům. *Lupa.cz* [online]. 2013-11-13 [cit. 2014-04-14]. Dostupné z: http://www.lupa.cz/clanky/csfd-cz-zacne-pristi-rok-prodavat-digitalni-licence-k-filmum/

[22] *ČSFD.cz* [online]. 2001-2014 [cit. 2014-04-14]. Dostupné z: http://www.csfd.cz/

[23] FOLTÝNEK, Tomáš. *TI05 Teorie množin.pdf* [online]. 2010 [cit. 2014-04-15]. Dostupné z: https://akela.mendelu.cz/~foltynek/TI/TI05%20Teorie%20mnoz%CC%8Cin.pdf

[24] Matematická logika: Množiny. MORAVEC, Luboš. UNIVERSITA KARLOVA V PRAZE. *Www.kalin.mff.cuni.cz* [online]. 2010 [cit. 2014-04-16]. Dostupné z: http://www.karlin.mff.cuni.cz/~moravec/portal/logika/?page=inkl

[25] Teorie množin, Okruh č.5. DUŽÍ, Marie. *VSB.cz* [online]. 2013 [cit. 2014-04-16]. Dostupné z: http://www.cs.vsb.cz/duzi/okruh5.pdf

[26] Matematická logika: Sjednoceni. MORAVEC, Luboš. UNIVERSITA KARLOVA V PRAZE. *Www.kalin.mff.cuni.cz* [online]. 2010 [cit. 2014-04-16]. Dostupné z: http://www.karlin.mff.cuni.cz/~moravec/portal/logika/?page=sjed

[27] Základy teorie množin. TIŠER, Jaroslav. *CVUT.cz* [online]. - [cit. 2014-04-16]. Dostupné z: http://math.feld.cvut.cz/tiser/Sets.pdf

[28] SOCHOR, Antonín. *Metamatematika teorií množin*. Vyd. 1. Praha: Karolinum, 2005, 203 s. ISBN 80-246-1160-0.

[29] BALCAR, Bohuslav a Petr ŠTĚPÁNEK. *Teorie množin*. Vyd. 2., opr. a rozš. Praha: Academia, 2001, 462 s. ISBN 802000470x

[30] Matematická logika: Rozdíl množin. MORAVEC, Luboš. UNIVERSITA KARLOVA V PRAZE. *Www.kalin.mff.cuni.cz* [online]. 2010 [cit. 2014-04-16]. Dostupné z: http://www.karlin.mff.cuni.cz/~moravec/portal/logika/?page=rozd

[31] Teorie svazù. *CVUT.cz* [online]. 2010 [cit. 2014-04-25]. Dostupné z: https://wikiskripta.fjfi.cvut.cz/wiki/images/latexdoc/01ALG/01ALG_Kapitola8_33e3f1b3.pdf

[32] KUČERA, Radan. Základy teorie svazů. *Math.cuni.cz* [online]. 2010 [cit. 2014-04-26]. Dostupné z: http://www.math.muni.cz/~kucera/texty/Svazy2010.pdf

[33] RACHŮNEK, Jiří. *Svazy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2003, 85 s. ISBN 8024406500

[34] GANTER, Bernhard a Rudolf WILLE. *Formal concept analysis: mathematical foundations*. New York: Springer, c1999, x, 284 p. ISBN 35-406-2771-5.

[35] PROPP, James. A Galois connection in the social Networks. *Mathematics magazine*. Pacioma, Calif.: Mathematics Magazine, 1947-, č. 85, s. 34-36. Dostupné z: faculty.uml.edu/jpropp/galois.pdf

[36] BĚLOHLÁVEK, Radim. *Konceptuální svazy a formální konceptuální analýza* [online]. 2004 [cit. 2014-05-06]. Dostupné z: http://belohlavek.inf.upol.cz/publications/Bel_Ksfka.pdf

[37] JURA, Jakub. CVUT. *Teoretické informační systémy a vytěžování znalostí z databází* [online]. Dostupné z: http://www1.fs.cvut.cz/cz/u12110/pis/materialy/dm/tivzfini.doc

[38] KATRIŇÁK, T. *Algebra a teoretická aritmetika I.* Bratislava, Praha: ALFA, SNTL, 1985, 351 s. ISBN 63-568-85.

[39] FREEMAN, Linton C. Visualizing social networks. *Journal of social structure*, 2000, 1.1: 4.

[40] *Concept Explorer* [online]. 2003 [cit. 2014-05-06]. Dostupné z:http://sourceforge.net/projects/conexp/

[41] Veřejné výstupy. *Netmonitor.cz* [online]. 2014 [cit. 2014-05-11]. Dostupné z: http://www.netmonitor.cz/sites/default/files/vvnetmon/2014_03_netmonitor_offline_report.pdf

[42] SNÁŠEL, Václav, Zdeněk HORÁK a Ajith ABRAHAM. Understanding social networks using Formal Concept Analysis. *Www.sortcomputing.net* [online]. 2008 [cit. 2014-05-13]. Dostupné z: http://www.softcomputing.net/wi08.pdf

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

ARPANET	Zkratka anglického "Advanced Research Projects Agency Network"
Banner	Reklamní proužek na webových stránkách
BD	Digitální optický datový nosič - z anglického "Blue-Ray Disk"
Beta	Testovací verze - označení verze, která běží v testovacím režimu
Business	Anglický výraz pro obchod či podnikání
Chat	Komunikace více lidí najednou prostřednictvím komunikační sítě
Copyright	Ochranná známka, označení autorských práv
ČSFD	Zkratka Česko-Slovenská filmová databáze
Desktop	Označení pro stolní počítače
DVD	Digitální optický datový nosič - z anglického "Digital Video Disk"
FCA	Zkratka formální konceptuální analýzy - " Formal Concept Analysis "
Followers	Následovníci na síti Twitter - z anglického "Follow" nebo-li následovat
Gmail	Emailový služba od společnosti Google
Hosting	Pronájem prostoru pro webové stránky a data na cizím serveru
HTML	Programovací jazyk pro www - z anglického "HyperText Markup Language"
IMDb	Internetová Filmová Databáze - z anglického "Internet Movie Database"
Infimum	Nejmenší společný prvek - matematický výraz používaný v teorii svazů
mikroBlog	Označení malého internetového deníku daného uživatele
Mil.	Zkratka pro milion
Min.	Zkratka minuty - časový údaj
Playlist	Seznam skladeb, nejčastěji hudby nebo videa
Prac. den	Zkratka označení pracovního dne - (Pondělí - Pátek)
Retweet	Sdílení (přeposlání) příspěvku někoho jiného
Smartphone	Označení pro chytrý telefon

SMS	Zkratka krátké textové zpráva - z anglického "Short Message Services"
Soc. síť	Zkráceně sociální síť
Supremum	Největší společný prvek - matematický výraz používaný v teorii svazů
Tis.	Zkratka tisíc
Tweet	Krátký příspěvek na síti Twitter
Web	Nebo-li WWW - Označení soustavy dokumentů dostupných na internetu

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM TABULEK