

# **Software pro podporu geometrie a algebry Geogebra na mobilní platformě**

Software support for geometry and algebra Geogebra on a mobile platform.

Bc. Marek Bezděčka

---

Diplomová práce  
2014



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
akademický rok: 2013/2014

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Marek Bezděčka**

Osobní číslo: **A12446**

Studijní program: **N3902 Inženýrská informatika**

Studijní obor: **Učitelství informatiky pro střední školy**

Forma studia: **prezenční**

Téma práce: **Software pro podporu geometrie a algebry  
Geogebra na mobilní platformě.**

Téma anglicky: **Software support for geometry and algebra Geogebra on a mobile  
platform.**

Zásady pro vypracování:

1. Zpracujte literární rešerši na dané téma.
2. Analyzujte možnosti využití SW Geogebra na ZŠ, SŠ.
3. Porovnejte vybrané metodické materiály.
4. Navrhněte další způsoby využití Geogebry na mobilní platformě.
5. Proveďte hodnocení zvoleného řešení.

Rozsah diplomové práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. RŮŽIČKOVÁ, Daniela. **Rozvíjíme ICT gramotnost žáků : [metodická příručka].** Praha: Národní ústav pro vzdělávání, školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků (NÚV), divize VÚP. 2011, 53 s. ISBN 978-80-86856-94-0.
2. GREGOR, Lukáš. **iPad: průvodce s tipy a triky.** Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2011, 288 s. ISBN 978-80-251-3336-1.
3. PROCHÁZKOVÁ, Tereza. **Možnosti využití tabletu iPad ve třídě základní školy speciální.** 2013. 91 s. Pedagogická fakulta. Masarykova Univerzita v Brně. Vedoucí diplomové práce doc. PhDr. Mgr. Dagmar Opatřilová, Ph.D.
4. MCDOUGALL, Douglass, Dragana MARTINOVIC a Zekeriya KARADAG. **Technology in mathematics education: contemporary issues.** California: Informing Science Press, 2012. ISBN 978-193-2886-610.
5. SCHOEN, Robert a Lingguo BU. **Model-Centered Learning Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra.** Rotterdam: SensePublishers, 2011. ISBN 978-946-0916-182.

Vedoucí diplomové práce:

**doc. Mgr. Roman Jašek, Ph.D.**

Ústav informatiky a umělé inteligence

Datum zadání diplomové práce:

**25. července 2014**

Termín odevzdání diplomové práce:

**26. srpna 2014**

Ve Zlíně dne 31. července 2014



doc. Mgr. Milan Adámek, Ph.D.  
*děkan*



doc. Mgr. Roman Jašek, Ph.D.  
*ředitel ústavu*

## ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá možnostmi využití softwaru při výuce algebry a geometrie na základních a středních školách. Zvolen byl software pro dynamickou geometrii a algebru GeoGebra. Jako prostředek pro jeho běh, pak byla zvolena mobilní platforma – tablet. Byla provedena analýza dostupných metodických materiálů, určených k výuce na středních a základních školách, a zjištěno jejich potenciální využití spolu na mobilní platformě. Byly navrženy nové metodické materiály s cílem optimálně využít schopností a vlastností programu GeoGebra na mobilní platformě.

Klíčová slova: GeoGebra, Geometrie Algebra, tablet, mobilní platforma

## ABSTRACT

This master's thesis deals with the possibilities of using software in the teaching of algebra and geometry at primary and secondary schools. Dynamic geometry and algebraic software GeoGebra was selected. As a means for its running, was selected mobile platform - tablet. An analysis of the available methodological materials intended for teaching at primary and secondary schools was made, and found their potential use on the mobile platform. New materials were designed in order to make optimal use of the abilities and attributes of GeoGebra on a mobile platform.

Keywords: GeoGebra, Geometry, Algebra, tablet, mobile platform

Rád bych zde poděkoval mým rodičům za podporu, kterou do mě vložily po dobu mých studií. Dále bych rád poděkoval vedoucímu mé diplomové práce doc. Mgr. Romanu Jaškovi, Ph.D. za jeho cenné rady a připomínky a vstřícné jednání.

**Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

**Prohlašuji,**

- že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze diplomové práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně

.....  
podpis diplomanta

**OBSAH**

<b>ÚVOD</b> .....	<b>9</b>
<b>I TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>10</b>
<b>1 REŠERŠE</b> .....	<b>11</b>
<b>2 DIDAKTIKA A ZÁSADY VZDĚLÁVÁNÍ</b> .....	<b>15</b>
2.1 ODKAZ J. A. KOMENSKÉHO DIDAKTICE.....	15
2.2 MODERNÍ DIDAKTICKÉ PRINCIPY .....	17
2.3 TECHNOLOGIE A INTERAKTIVNÍ VÝUKA .....	18
<b>3 MOBILNÍ PLATFORMY</b> .....	<b>21</b>
3.1 ZAVÁDĚNÍM DO VÝUKY .....	23
<b>4 GEOGEBRA</b> .....	<b>25</b>
4.1 GEOGEBRA A DALŠÍ PODOBNÉ PROGRAMY .....	26
4.2 GEOGEBRA JAKO OPEN SOURCE .....	26
4.3 GEOGEBRA WEB APP .....	27
4.4 GEOGEBRA TABLET APP .....	27
4.5 GEOGEBRATUBE.....	29
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>31</b>
<b>5 GEOGEBRA VE VÝUCE</b> .....	<b>32</b>
5.1 VYBRANÉ METODICKÉ MATERIÁLY .....	34
5.1.1 První metodický materiál .....	34
5.1.2 Druhý metodický materiál.....	36
5.1.3 Třetí metodický materiál .....	37
5.1.4 Čtvrtý metodický materiál.....	39
5.1.5 Pátý metodický materiál.....	40
5.1.6 Šestý metodický materiál .....	41
5.1.7 Sedmý metodický materiál.....	42
5.1.8 Osmý metodický materiál .....	43
5.1.9 Porovnání metodických materiálů.....	44
5.1.10 Využitelnost na mobilní platformě.....	46
<b>6 NÁVRH METODICKÝCH MATERIÁLŮ</b> .....	<b>48</b>
6.1 ŘEŠENÍ SOUSTAV ROVNIC O DVOU NEZNÁMÝCH .....	48
6.2 HLEDÁNÍ EXTRÉMŮ FUNKCÍ ZA POMOCI DERIVACÍ .....	51
6.3 HODNOTY GONIOMETRICKÝCH FUNKCÍ NA JEDNOTKOVÉ KRUŽNICI .....	56
6.4 SHODNÁ ZOBRAZENÍ V ROVINĚ .....	60
6.4.1 Posunutí.....	61
6.4.2 Otočení .....	62
6.4.3 Středová souměrnost .....	63
6.4.4 Osová souměrnost .....	64
6.5 PROCVIČOVÁNÍ KONSTRUKČNÍCH ÚLOH ZA POMOCÍ SOFTWARE GEOGEBRA .....	65
6.6 VYUŽITÍ GEOGEBRA TUBE VE VÝUCE .....	67
6.7 ZHODNOCENÍ.....	68
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>70</b>
<b>ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ</b> .....	<b>71</b>

<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>72</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....</b>	<b>80</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>81</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>83</b>



## ÚVOD

V dnešní době si na základních a středních školách používá spousta programů a technologií pro zajištění větší názornost a efektivnější vyučování. Jedním z těchto programů je i GeoGebra. Jedná se program dynamické geometrie a algebry, zaměřený na podporu výuky na všech stupních vzdělání. Je pro něj k dispozici značné množství materiálů, s potenciálem pro využití ve výuce na našich středních a základních školách.

Kromě potřebného softwaru se velmi často řeší i hardware. Kdy nejčastěji se ve výuce používají počítače. V poslední době však přišel rozmach různých mobilních platform, především pak tabletů, u kterých jsou snahy je začlenit do výuky místo počítačů. To by umožňovalo, v kombinaci se software jako je GeoGebra, daleko větší interaktivitu v běžných vyučovacích hodinách.

Téma této diplomové práce je kombinace obojího. Softwaru GeoGebra, využívajícího mobilní platformy. V první části se budu zabývat programem GeoGebra a mobilními platformami. Bude zde i literární rešerše, vzniklá z požadavků práce. V druhé části se budu především zabývat analýzou dostupných metodických materiálů. Materiály porovnam a navrhnou nové tak, aby využívaly co nejvíce předností mobilní platformy. Vytvořené materiály pak podrobím analýze.

## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 REŠERŠE

Nejnovějším příspěvkem, který se mi povedlo nalézt je studie „*Professional development through lesson study: teaching the derivative using GeoGebra*“. Zabývá se profesionálním vývojem učitelů. V rámci této studie byly navrženy hodiny pro výuku derivací, ve kterých byla jako hlavní složka integrována GeoGebra.[1] V článku „*Absolute value equations - what can we learn from their graphical representation?*“ se zabývají řešením rovnic s absolutní hodnotou a jejich grafickým vyjádřením. Ukazují výhody využití dynamických programů, jako je GeoGebra, pro vizualizaci a řešení těchto rovnic.[2] V článku „*Using dynamic mathematics software to teach one-variable inequalities by the view of semiotic registers*“, se autoři zabývají zobrazením nerovnic s jednou proměnnou. Navrhují nový přístup k této problematice za využití softwaru GeoGebra. [3] „*Varied ways to teach the definite integral concept*“ se zabývá různými způsoby vyučování konceptu určitého integrálu. Z experimentu, který je zde popsán, byly odvozeny možnosti využití softwaru GeoGebra k obohacení výuky.[4] „*Peer scaffold in math problem solving*“ se zabývá možnostmi využití matematického softwaru k obohacení výuky matematiky. A to pro hromadnou a individuální výuku.[5]

Studie „*Influence of digital proficiency in geometric skills acquisition in GeoGebra*“ analyzuje digitální způsobilost budoucích učitelů a vliv této způsobilosti na získání geometrických a didaktických dovedností při řešení problémů s využitím programu GeoGebra. [6] Článek „*The instrumental genesis and its interaction with geogebra: A proposal for continuing education for mathematics teachers*“ obsahuje výsledky a analýzu výzkumu. V rámci výzkumu byl vytvořen seminář pro učitele matematiky na základních školách. V seminářích bylo využito programu GeoGebra. [7] V dokumentu „*Investigative activities related to applications of derivatives using geogebra*“ je prezentován výukový materiál k aplikaci derivací. os aktivitami využívající software GeoGebra.[8] „*Didactic sequence for teaching trigonometry using the software geogebra*“ popisuje pracovní sešit zaměřený na trigonometrii určený pro střední a základní školy. Mimo jiné, popisuje analýzu možností a omezení softwaru GeoGebra pro výuku trigonometrie. [9] „*Synthesising algebraic and graphical representations of the maximum and the minimum problems*“ v článku je provedena demonstrace spojení grafické a algebraické reprezentace

extrémů funkcí za pomoci dynamického softwaru GeoGebra.[10] „*Teacher's reflections on experimenting with technology-enriched inquiry-based mathematics teaching with a preplanned teaching unit*“ popisuje studii, ve které byla středoškolským učitelům připravena hodina matematiky využívající aktivity v programu GeoGebra. V rámci vyhodnocení proběhlo interview s učiteli a analýza přístupu k vyučovacím hodinám.[11] V článku „*Improving problem-solving skills with the help of plane-space analogies*“ se zabývají nedostatečností výuky trojrozměrné geometrie na středních školách. Navrhují nové vyučovací metody s využitím geometrických programů jako je GeoGebra nebo DGS.[12]

V článku „*Using Computers and Context in the Modeling-Based Teaching of Logarithms*“ jsou navrženy různé využití počítače při modelovém způsobu výuky matematiky. Autor analyzuje využití internetových zdrojů v kombinaci s výukovým softwarem GeoGebra a reálnými situacemi pro zavedení problémů zahrnující logaritmy.[13] V článku „*Teaching Algebra and Geometry with GeoGebra: Preparing Pre-Service Teachers for Middle Grades/Secondary Mathematics Classrooms*“ je diskutován program GeoGebra a jeho možnostmi pro zlepšení výuky matematiky a matematického myšlení.[14] U článku „*Mathematical software in Croatian mathematics classrooms - A review of Geogebra and Sketchpad*“ autoři provedli analýzu výhod a možných problémů, které se mohou, vyskytnou při používání matematické softwaru při výuce matematiky. Zaměřili se na programy GeoGebra a Sketchpad. Porovnal jejich výhody a nevýhody.[15] „*Prospective teachers' interactive visualization and affect in mathematical problem-solving*“ je prezentace výzkumu zaměřeného na faktory efektivní integrace technologicky podpořeného vyučování.[16]

Ve studii „*The effect of dynamic mathematics software on achievement in mathematics: The case of trigonometry*“ se autoři snažili stanovit efektivitu výuky trigonometrie s využitím počítačů a dynamického matematického softwaru. Pro studii byly v rámci srovnání vytvořeny dvě testovací skupiny. První skupina byla experimentální a využívala matematický software. Druhá skupina byla kontrolní a využívala klasických metod výuky.[17] V článku „*From the Pythagorean theorem to the definition of the derivative function*“ autoři popisují aktivity, které mohou být zahrnuty do rámce Slovenského a

Polského GeoGebra Institutu. Autoři se zaměřily na definici derivační funkce skrze Pythagorovu větu.[18] Účelem Studie „*The effect of using GeoGebra on conceptual and procedural knowledge of high school mathematics students*“ bylo zjistit efekt programu GeoGebra na koncepční a procedurální vědomosti žáků o funkcích. Pro studii byly v rámci srovnání vytvořeny dvě testovací skupiny. První byla experimentální a využívala matematický software GeoGebra. Druhá skupina byla kontrolní a využívala klasických metod výuky.[19] Ve studii „*The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry*“ autoři zjišťovali efekt dynamické matematického softwaru GeoGebra na výsledky studentů při výuce trigonometrie. Byly porovnávány dvě skupiny studentů. Experimentální skupina využívala matematický software GeoGebra a kontrolní skupina využívala klasických metod výuky. Srovnání bylo provedeno po pěti týdnech výuky.[20] Článek „*Scaffolding teachers' construction of a learning trajectory for mathematics supported by ICT*“ přináší předběžné výsledky vývojového projektu. V projektu je zkoumáno, jak může být technologie využita k vylepšení výuky a studia matematiky. V projektu se využívá software GeoGebra.[21] „*Nurturing self-regulation by mathematical inquiry in a one-to-one TEL environment*“ je článek, ve kterém autoři navrhuji a hodnotí matematické výukové aktivity při využití interaktivní geometrické aplikace GeoGebra na notebooku. Navrhované aktivity spadají pod kurikulum základních a středních škol.[22] Studie „*The effect of geogebra on students' conceptual and procedural knowledge of function*“ měla za účel zjistit koncepční a procedurální vědomosti o funkcích podle pohlaví. Pro studii byly pro porovnání vytvořeny dvě testovací skupiny. První skupina byla experimentální a využívala software GeoGebra. Druhá skupina byla kontrolní a využívala klasické metody výuky.[cit23]

Studie „*Analytic analysis of lines with dynamic mathematical software*“ prezentuje výukové materiály pro analytickou geometrii využívající dynamický software GeoGebra.[24] „*Using dynamic software in teaching of the symmetry in analytic geometry: The case of GeoGebra*“ je studie, ve které se autoři zabývají využitím softwaru a počítačů ve výuce matematiky. Prezentují též výukové materiály pro symetrii využívající software GeoGebra.[25] V článku „*Using free open source software for intelligent geometric computing*“ se autoři zabývají možností propojení softwaru GeoGebra a Sage pro výuku matematiky. Prezentují i vývoj webových zdrojů pro uskutečnění tohoto spojení.[26] V následujícím článku „*Teaching geometry with TutorMates*“ autoři popisují

výukový software TutorMates. Ten kombinuje symbolické a geometrické nástroje pro výuku matematiky. Software je určen pro výuku na středních školách. Software kombinuje počítačový algebraický systém Maxima a dynamický geometrický nástroj GeoGebra.[27] „*Apply GeoGebra to develop digital materials of angle concept for the fourth grade students*“ je výzkum, ve kterém se autoři zabývají možnostmi využití programu GeoGebra pro výuku úhlů ve čtvrté třídě základních škol.[cit28] V článku „*Geogebra - A complex digital tool for highly effective math and science teaching*“ jsou představeny hlavní a nejnovější možnosti programu GeoGebra pro výuku geometrie a matematiky na všech stupních vzdělání.[29] „*Interactive maths with GeoGebra*“ zde autoři představují software GeoGebra. Zabývají se také využitím tohoto softwaru pro online výuku matematiky.[30]

Článek „*GeoGebra: A global platform for teaching and learning math together and using the synergy of mathematicians*“ se zabývá možnostmi využití programu GeoGebra při výuce matematiky.[31] Ve studii „*Using Geogebra as an information technology tool: Parabola teaching*“ se autoři zabývají využitím informačních technologií pro výuku matematiky. Součástí studie byla analýza hodin výuky parabol s využitím softwaru GeoGebra.[32] V další studii „*The effects of GeoGebra on mathematics achievement: Enlightening Coordinate Geometry learning*“ byl proveden experimentální výzkum. Výzkum byl zaměřen na použití softwaru GeoGebra ve výuce souřadnicové geometrie.[33] Projekt „*Integrating GeoGebra into IWB-equipped teaching environments: Preliminary results*“ zkoumá možnosti softwaru GeoGebra při výuce na interaktivní tabuli.[34] Článek „*Dynamic mathematics with GeoGebra*“ se zabývá možnostmi použití softwaru GeoGebra pro výuku matematiky. Nastiňuje základní nápady a všestranné možnosti tohoto programu. Obsahuje několika interaktivní příkladů.[35] „*Creating mathlets with open source tools*“ se zabývá tvorbou materiálů pro výuku matematiky v softwaru GeoGebra.[36]

## 2 DIDAKTIKA A ZÁSADY VZDĚLÁVÁNÍ

*„V systému pedagogické terminologie didaktika označuje teorii vyučování a učení. Didaktika se stává obecnou teorií vyučování a učení, jestliže abstrahuje od věku vzdělávaného jedince, od oboru, v němž se vzdělává, od instituce, v níž se vzdělávání odehrává, atp. Analogicky k vymezení termínu obecná pedagogika lze obecnou didaktiku chápat jako základní pedagogickou disciplínou, která usiluje o systematizaci a interpretaci klíčových didaktických jevů a zákonitostí a o vymezení obecně platných didaktických principů. Cílem obecné didaktiky v teoretické rovině je objasňování klíčových didaktických pojmů, jako jsou vzdělání, výchova, vyučování, učení a další, a rozpracovávání teorií vztahujících se k vyučování a učení. Didaktika jako profesní věda pro učitele sleduje také cíle praktické. Učitel ji potřebuje k tomu, aby mohl své jednání ve výuce vztahovat k intersubjektivně uznávaným měřítkům. Didaktická teorie může učiteli poskytnout oporu při řešení každodenních problémů ve výuce.“ [37]*

### 2.1 Odkaz J. A. Komenského didaktice

Způsobům, metodám a zásadám vzdělání, které do didaktiky neodmyslitelně patří, se věnovalo mnoho myslitelů, filosofů a učenců. Jeden z nejvýznamnějších zástupců těchto skupin, byl učitel národů Jan Amos Komenský, který se touto tématu věnoval již v sedmnáctém století. A to ve svém díle „Didactica Magna“ - Velká Didaktika. V tomto díle jsou v několika kapitolách definovány základní didaktické principy. Velká část těchto principů je dobře uplatitelná dnes. Musí však být přizpůsobeny dnešní době. Zde jsou nejdůležitější principy, které se v transformované podobě staly nedílnou součástí moderní pedagogiky.

V kapitole „Všeobecné požadavky vyučování a učení tj. kterak vyučovat a učit se najisto, aby se výsledek dostavil“ jsou definovány zásady pro správné a efektivní vyučování. První zásada. Je vhodný čas na výuku, na práci i na každou látku, aby ji byl žák schopen vstřebat. To je nutné dělat postupně a v pravý čas. „Všecko učení má být rozměřeno podle stupňů věku, tak aby se nic nepřekládalo k učení, co nepřipouští chápavost.“ [38]

Druhá zásada. Je o potřebě přípravy. Je nutné naplánovat hodinu tak, aby byl student schopen látku vstřebat, osvojit si a tedy i pochopit. Také je nutné připravovat se na hodinu a připravovat si potřebné pomůcky předem. Třetí zásada k tomu dodává, že je nutno studenta připravit tak, aby byl schopen látku vstřebat, osvojit, a tedy i pochopit. Čtvrtá zásada. Je nutno rozdělit látku, aby nebylo žákům vštěpováno příliš mnoho učiva na jednou. Také zdůrazňuje nutnost oddělení jednotlivých předmětů. „*Aby se žáci v jednu dobu obírali pouze jedním předmětem.*“ [38]

Pátá zásada. Je nutné vysvětlit probíranou látku, než aby byla jen mechanicky naučena. Šestá zásada. Je nutno postupovat od vyučování obecného a postupovat k menším podrobnostem. Je také nutné seznámit i se souvislostmi v dalších předmětech. „*Z toho plyne, že špatně se děje, když se vědění podává po částech a nepodá se dříve hrubý a všeobecný nárys celého vzdělání, a že nikdo nemůže být vzdělán tak, že by se stal dokonalým v některé jediné vědě, bez zření k ostatním.*“ [38]

„*Každý jazyk, každé vědění a umění se bude podávat ve zcela jednoduchých základech, aby byl pochopen celkový jeho obraz, za druhé úplněji skrze pravidla a příklady, za třetí úplnými soustavami s připojenými nepravidelnostmi.*“ [38]

Zásada sedmá. Ve výuce je nutné postupovat, po jednotlivých krocích. Není možné přeskakovat mezi učivem. „*Souhrn všeho učení budiž rozdělen přesně na třídy aby to, co je napřed, všuderazil cestu a rozžehalo světlo tomu co následuje. Čas budiž rozdělen pečlivě, aby každému roku měsíce, dni a hodiny připadl jeho zvláštní úkol. Toto rozměření času i práce budiž zachováno přesně a nic ne budiž vynecháváno, nic převráceno.*“ [38]

V kapitole „*Základy snadnosti při vyučování a učení*“ jsou již uvedené zásady rozšířeny o další. Uvedu zde tedy jen výběr těch nejdůležitějších. Výuka bude postupovat od všeobecného ke zvláštnímu, od snadnějšího ke složitějšímu. Všechno se bude provádět názorně a bude to možné hned využít. [38]



V kapitole „*Základy důkladnosti při vyučování a učení se*“ obsahuje další rozšíření již definovaných zásad. Uvedu zde opět jen výběr těch nejdůležitějších. Výuka bude mít pevné základy, které budou důkladně vštípeny. Z těchto základů se pak bude vycházet při veškeré další výuce. Složitější věci budou rozděleny na jednotlivé části. Věci, které spolu souvisí, budou dány do souvislostí. Znalosti se upevňují stálým cvičením. Toto je výběr nejdůležitějších zásad výuky podle Komenského. [38]

## 2.2 Moderní didaktické principy

V dnešní době se v didaktice využívá spousta základních principů, z nichž část vychází z díla Jana Amose Komenského. Jedním z těchto principů je výchovnost vyučování. Všechny složky vyučování, rozuměje mravní, rozumové, estetické, pracovní i tělesné, musí být v rovnováze. Důraz u dalšího principu je zaměřen na přiměřenost jednotlivých složek výuky, jako je cíl, obsah, formy a prostředky, pro stav žáka. Jedná se o princip Přiměřenosti. Výuka by měla dávat žákovi smysl, měl by jí rozumět. Neměla by se opomenout ani na motivace žáků, aby byla výuka zajímavá. Jedná se o princip uvědomělosti. Princip postupnosti vychází z díla Komenského, výuka má začít budováním základů vědomostí, od kterých se pokračuje ke složitějším, od věcí blízkých ke vzdálenějším, od konkrétních k abstraktním a od obecných ke zvláštním. Důležitý je také další princip, který pochází od Komenského. Jedná se o princip soustavnosti, či systematickosti. Veškeré informace, které žák obdrží, vytváří dohromady logický celek, a jsou podávány, tak aby na sebe navazovaly.

Pro výuku je důležité vědět cíl, nebo cíle výuky. Ty by měl znát učitel i žák. Látku by měl být žák schopen nejen použít, ale doplnit ji do svých dřívějších poznatků. Pokud mohou žáci látku vnímat smysly, umožní to žákům látku lépe zpracovat a pochopit. Teoretické znalosti by měli žáci být schopni prakticky využít buď v dalším studiu, nebo v životě. A v neposlední řadě by měla látka odpovídat nejnovějším vědeckým poznatkům. Tyto zásady tvoří následující didaktické principy: cílevědomosti, trvalosti, názornosti, spojení teorie s praxí a vědeckosti.

## 2.3 Technologie a interaktivní výuka

*„Interaktivní výuka je výuka, kde na sebe vzájemně působí žák, učitel a vyučovaná látka. Učitel i žák si mohou informaci různě přizpůsobovat podle svých potřeb a schopností.*

*Učitel má za úkol, co nejlepším způsobem předat žákům vědomosti a v interaktivním vyučování je mu umožněno několik způsobů jak v hodině pracovat. Na současných českých školách se můžeme setkat s několika modely výuky podporované počítačem.“ [39]*

Moderní technologie zpřístupňují mnoho možností jak výuku zpestřit. Neplatí to jen pro uvedené modely výuky. Moderní technologie již změnily několikrát podobu výuky. Zaujaly v ní pevné místo a dnes si již nedovedeme bez nich výuku představit. Například obyčejná vědecká kalkulačka. V osmdesátých letech minulého století se vědecké kalkulačky dostaly na velikost vhodnou pro snadné přenášení. Dnes bychom si těžko představovali výuku středoškolské matematiky bez jejich asistence. Stejně je to i s počítači a technologiemi od nich odvozených, které za posledních třicet let zažily obrovský rozmach. Nové technologie se tedy již do výuky začleňovaly a začleňovat budou. Existují různé modely jak s těmito technologiemi pracovat. [40]

*„Model s jedním počítačem a projektořem. K vedení vyučovací jednotky s tímto modelem interaktivní výuky, učitel využívá projektor připojený k počítači, který umožňuje data zobrazená na monitoru prezentovat celé třídě na bílou promítací plochu a může s nimi dále aktivně pracovat. Tento způsob výuky je efektivní zvláště při výkladu nového učiva. A proto to představuje pro žáky spíše pasivní přijímání informací, kde se sami se na práci nebo výběru informací nijak nepodílí.*

*Model s jedním počítačem a interaktivní tabulí. Tato výuka je oproti předešlému modelu lepší, ale je za to finančně náročnější. Je to varianta, při níž je kombinován počítač s interaktivní tabulí, umožňující nejen promítání, ale i praktické zásahy do zobrazované informace ze strany učitele i žáků. Používání interaktivní tabule by nemělo být pouze způsobem pasivního promítání učiva, ale mělo by se využít všech možností i-tabule především k co největší aktivitě žáků nikoliv učitele.“ [39]*

Tyto dva modely jsou nejsnadněji implementovatelné do běžné výuky. Navíc jsou relativně snadno pořiditelné a můžeme se s nimi setkat na všech stupních vzdělání. I když ne vždy v míře jakou bychom chtěli. Přece jen není nákup žádných moderních technologií levný, a ani nemusí být snadné jejich začlenění do stávajících prostor.

*„Model s počítačem pro každého žáka i učitele. Model s počítačem pro každého žáka i učitele je způsob, kde každý žák i učitel využívá při vyučování svůj počítač. V dnešní době mají žáci spíše netbook, který je přenosný a žáci si jej mohou odnést domů. Výhodou této varianty je možnost individuální práce s obsahem pro každého žáka zvlášť. Akceptuje se tempo práce, ale vyžaduje se větší soustředění jen na tu činnost, která má být vykonána. Protože je tento způsob finančně náročný, jedná se spíše o nepříliš rozšířený způsob výuky.*

*Model s počítačem pro každého žáka i učitele a dataprojektorem. Tento model je stejného charakteru jako předchozí varianta, pouze je zde odstraněn problém s instruktáží učiva, která je zde umožněna promítáním informací na dataprojektoru.*

*Model s počítačem pro každého žáka i učitele a interaktivní tabulí, Stejně jako u předchozích dvou variant mají všichni aktéři výuky své počítače nebo notebooky. Pouze učitel má svůj počítač propojený s interaktivní tabulí. Tímto je umožněna paralelní práce na tabuli a na počítačích. Tento model je však finančně nejnáročnější, ale je výborný při procvičování, opakování látky a samostatné práci žáků. Z hlediska výuky je velmi náročný jak po stránce organizační, časové i hodnocení výsledků práce žáků. Protože umožňuje individuální práci každého žáka vlastním tempem, je velmi vhodný pro práci s žáky s poruchami učení.“ [39]*

Tyto modely výuky jsou ještě méně běžné, než první dva. Většinou se s nimi setkáme v podobě počítačové učebny na základní, nebo střední škole. Mnohem častěji se s tímto typem výuky setkáme na specializovaných středních školách, většinu zaměřených na informační technologie. Kdy spousta předmětů vyžaduje práci s počítačem. Jejich zařízení do běžné výuky ostatních předmětů, pak není běžné ani zde.

Samozřejmě uvedené způsoby výuky, nejsou jediné. V současné době pořád dochází k bouřlivému rozvoji technologií. Především technologií zaměřených na mobilní zařízení. Z těchto mobilních platforem se pak s největším potencionálem pro výuku jeví tablety. Jejich předností je především snadné a intuitivní dotykové ovládání. Další výhodou bude i cena. V porovnání s nákupem počítačové učebny bude vybavení třídy těmito zařízením mnohem levnější. Pro jejich nasazení do výuky se dá vycházet z posledních tří modelů. Ty uvažují hromadné využití počítačů všemi žáky ve třídě. Počítač a tablet jsou v jistých ohledech velmi podobné, alespoň co se týká možností využití v průběhu výuky. Obzvláště vhodná je pak kombinace tabletů ve třídě a dataprojektoru pro promítání. Vhodná je pak i obměna této varianty, kdy se místo dataprojektoru použije interaktivní tabule. Největší výhodou mobilních zařízení však vidím v jednoduchém začlenění do stávajících tříd. Kdy není nutné uzpůsobovat třídu pro infrastrukturu, kterou potřebují počítače. Tedy síťové a napájecí kabely, dostatečný prostor pro monitor, klávesnici a myš. V podstatě žákům na lavici přibude jen nová pomůcka, se kterou můžou pracovat. Zbývá vyřešit jen prostor, kde by se tablet dal případně dobýt a bezdrátové připojení k počítačové síti a internetu.

### 3 MOBILNÍ PLATFORMY

Mobilní platformu, tedy zařízení, které budeme vyžívat ve výuce, bychom měli na úvod trochu specifikovat. Nebudeme se bavit o nějakých nekonkrétních zařízeních. Zaměříme se na jeden jejich druh a to na tablety. Tablet jako takový se skládá především z displeje. Jelikož se velikosti můžou různé tablety, liší se velikostí displeje v nich použité. Displej je však adekvátně velký, ke zbytku zařízení a zabírá většinou většinu jeho povrchu. Velikosti se pak udávají v závislosti na velikosti displeje. Displeje u zařízení začínají na velikosti úhlopříčky kolem sedmi palců. Běžnější jsou pak tablety s displejem o úhlopříčce deset palců, nebo větší. Na deseti palcích se tedy velikost nezastavuje a můžeme se setkat i s tablety, které mají rozměry i čtrnáct palců. Pro pohodlnou práci bych doporučil minimálně s úhlopříčkou deset palců. Jak se displeje liší velikostí, stejně tak se liší i vlastnostmi a kvalitou, je tedy nutné brát v potaz i další vlastnosti displeje kromě velikosti, jako je například rozlišení.

Displej je také hlavním a často jediným ovládacím prvkem zařízení. Je totiž plně dotykový, a veškeré ovládání je přizpůsobené pro ovládání rukou, proto se nám větší tablet bude snadněji ovládat. Další důležitou součástí jsou bezdrátové připojení, kterým jsou tato zařízení často vybavena. Jedná se především o připojení pro bezdrátové síť Wi-Fi. Také bývají často vybavena mobilním připojením třetí generace, určené pro datovou komunikaci skrz telefonní síť. V neposlední řadě, jsou pak tablety vybaveny technologií bluetooth, které je určena pro komunikaci především s ostatními zařízeními na krátkou vzdálenost.

Tablety se samozřejmě liší i hardwarovou výbavou, které je jim dána při návrhu a následné výrobě. Je tedy zřejmé, že je ji nutno brát v potaz. Jelikož na tom závisí především rychlost, s jakou je tablet schopen pracovat, a i jeho odezva na základní příkazy a ovládací gesta. Určujícími parametry u těchto zařízení ke vztahu k rychlosti jsou především množství operační paměti a výkon procesoru. To je obdobné jak u klasických počítačů. S hardwarem ještě úzce souvisí další důležitá vlastnost a to výdrž baterie. Jelikož tablety mají baterii vestavěnou, a nelze ji v případě potřeby rychle vyměnit za náhradní. Je nutné zvážit kapacitu baterie, vzhledem k výdrži při práci se zařízením.

Poslední vlastností, které se zde chci věnovat je operační systém. Jelikož se architektura odlišuje od klasické x86, kterou využívají stolní počítače, nebo notebooky. Mají tablety vlastní operační systémy. S tím souvisí i dostupnost programů, která je dána i nižším výkonem než u klasických počítačů. Programy určené pro klasické počítače tedy není možné na tabletech instalovat, ani spouštět. Pro většinu běžně užívaného softwaru se však dá najít alternativa, nebo verze programu určená pro mobilní zařízení. S tím bych se měl zmínit, že programy se zde označují za aplikace, zkráceně app.

Jsou tři operační systémy, které využívá většina tabletů. Jedná se různé verze operačních systémů iOS, Android a Windows. Aplikace různých operačních systémů nejsou mezi sebou kompatibilní. Pokud je však aplikace populární, nebo úspěšná, dá se většinou najít i na ostatních operačních systémech, ale není to pravidlem. Operační systém iOS je pevně svázan s produkty iPad a společnosti Apple. Není používán žádnou jinou společností. Má vlastní obchod s aplikacemi Apple Store.

Další z operačních systémů určených pro tablety jsou Windows, produktem společnosti Microsoft. Jedná se především o operační systémy Windows 8 a Windows 8.1, které jsou navrženy s ohledem na propojenost ke klasickým počítačům. Má vlastní obchod s aplikacemi Windows store, ten je dostupný i klasické počítačové verzi tohoto operačního systému a lze tak aplikace z tabletů spouštět i na „velkém“ počítači. Obráceně to bohužel neplatí. Operační systém je dostupný pro různé výrobce mobilních zařízení, není tedy vázán na konkrétní značku.

Poslední z operačních systémů je pak Android, který patří společnosti Google. Je ze všech systémů nejrozšířenější, protože není nijak vázán a omezován. Je široce využíván různými výrobci. Má vlastní obchod s aplikacemi Android Market. Díky své otevřenosti, rapidnímu vývoji, snadné a rozsáhlé upravitelnosti je velmi populární. Aplikace lze dokonce testovat i na počítači, kde je dostupný software schopný emulovat tento operační systém.

### 3.1 Zaváděním do výuky

*„iPad je pomůckou, jejíž využívání v oblasti edukace se v dnešní době rychle rozrůstá. Informovanost o možnost práce s touto pomůckou je však stále v České republice relativně nízká.“ [41]*

Bohužel pořízení těchto zařízení není levnou záležitostí, natož vybavit s nimi celou třídu. Pořízení těchto zařízení navíc přináší další komplikace v podobě starosti o zařízení. Možnosti jeho poškození, zničení, nebo dokonce i odcizení.

*„Integrace ICT do výuky je složitý proces, ve kterém je třeba řešit celou řadu problémů. Většina učitelů a škol vnímá nutnost i výhody využívání ICT a má zájem o jejich začleňování do výuky. Identifikovat problémy a pojmenovat překážky je prvním krokem k jejich překonávání. Důvody, které brání širšímu využívání ICT ve výuce, se dají rozdělit do tří skupin – ty na straně učitelů, ty na straně škol a vnější faktory“ [42]*

Z faktorů na straně škol je to především chybějící koncepce, pro jejich využití. Bez řádné koncepce bude mít pořízení těchto zařízení na výuku jen velmi malý, nebo vůbec žádný vliv. Další problém je již zmíněný finanční. Zařízení nejen že nejsou levná, natož v měřítku pro celou školu nebo i jednu třídu. Navíc překvapivě rychle dokáží zastarat. V případě že škola má problém udržet si kvalitní počítačovou učebnu je nemyslitelná investice do mobilních zařízení. To však neznamená, že bychom těchto zařízení neměli využívat, nebo se je pro žáky neměli snažit získat. Protože ICT – informační a komunikační technologie jsou pro moderního člověka nepostradatelné a čím dříve se je naučí využívat, tím lépe. Tak jak to shrnuje autorka následujícího textu.

*„Ve všech těchto situacích (kontextech, ať už záměrně, či nikoliv, směřuje výuka z různých úhlů k tématu – vybavě žáka ICT kompetencemi jako kompetencemi nezbytním pro život a práci v moderní společnosti.*

*V prvním případě – ICT jako didaktický prostředek – má žák příležitost poznat různé způsoby využití ICT v praxi, učitel má příležitost formovat postoje žáků vlastním příkladem a upevňovat vhodné návyky žáků při používání ICT.*

*Ve druhém případě – výuka ICT v samostatném vyučovacím předmětu – žák získává potřebné znalosti a dovednosti z oboru ICT. Výuka je soustředěna na poznávání základních konceptů a postupů z informatiky a ICT.*

*Ve třetím případě – ICT jako součást ostatních vyučovacích předmětů – žák získává oborové znalosti a dovednosti potřebné k využití ICT. Výuka je soustředěna na poznávání základních oborových konceptů a postupů souvisejících s využitím ICT*

*Ve čtvrtém případě – ICT jako nositel změny – je třeba reagovat na nové podmínky a výuku jim přizpůsobit. Role učitele se mění z poskytovatele informací a způsobů řešení problémů na průvodce jejich hledáním. Je důležité si uvědomit, že tímto krokem učitel neztrácí svou autoritu, jen se její těžiště přesouvá jinam. Jeho role je stále zásadní. Sebelepší ICT vybavení, seberychlejší připojení k internetu ve škole samo o sobě nic nedokáže. Teprve dobrý učitel, který je schopen ICT vhodně využít ve výuce, zajistí pokrok žáků v rozvoji jejich znalostí, dovedností a postojů jak v oblasti ICT, tak v ostatních vyučovacích předmětech. Dokáže dát ICT v rukou žáků smysl.*

*Dochází-li k uvedeným situacím cíleně a plánovaně, s důrazem na postupné osvojování poznatků a dovedností žáky, s vazbami na školní vzdělávací program a školní vzdělávací cíle, můžeme hovořit o rozvoji ICT gramotnosti. “ [42]*



## 4 GEOGEBRA

Jelikož se programu GeoGebra psalo již hodně, a není to předmětem této diplomové práce, uvedu jen základní informace. Software GeoGebra vznikl jako studentský projekt Marka Hohenwartera. Je vyvíjen pod Open Source licencí od roku 2001. Je určen pro podporu vzdělávání. Zejména v matematice a geometrii. V programu se skloubí geometrie, algebra, tabulky, grafy, statistika a infinitezimální počet. Program je také přeložen do desítek světových jazyků, včetně češtiny.[43]

Pro podrobnější seznámení můžu doporučit oficiální stránky [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Na nich lze nalézt manuál, tutoriály a výuková videa. Materiály zde jsou v angličtině a jen zlomek stránek je přeložen do češtiny. Základní přehled o funkcích programu a práci s ním lze získat třeba z publikace „Softvér GeoGebra na hodinách matematiky“, nebo z bakalářské práce „Úvod do programu GeoGebra“.[44][45]

Program GeoGebra je multiplatformní. V současnosti může běžet na počítači se systémem Windows, Mac OS X, nebo Linuxovými distribucemi Ubuntu, Debian, openSUSE a Fedora. Také je dostupná verze GeoGebra Chrome app pro prohlížeč Chrome. Java Applet je pak verze programu GeoGebra běžící pomocí Javy. Od 3. Listopadu 2013 je dostupná verze s optimalizovaným ovládáním pro mobilní platformy. Lze ji nalézt na tabletech s iOS, Android a Windows.

V projektu GeoGebra se skloubí úsilí mezi technologií a teorií, individuální vynálezy a kolektivní účast, místní experimenty a celosvětová aplikace. GeoGebra vytvořila pozitivní lavinový efekt, soustředěný kolem integrace technologií do výuky a vyučování matematiky. Dosáhla z Univerzity v Salzburgu, kde vznikla jako absolventský projekt, skrz mezinárodní hranice do všech koutů světa. Od universitních studentů, po děti na venkově. Z velké části GeoGebra a na ní založené kurikulární aktivity, jsou spontánním jevem, motivovaným čistě profesionální angažovaností učitelů a jejich matematickou a didaktickou zvědavostí.[46]

## 4.1 GeoGebra a další podobné programy

GeoGebra se řadí mezi programy, které se zaměřují na geometrické a matematické operace a konstrukce na počítači. GeoGebra i další podobný software se vyznačuje především grafickým a dynamickým prostředím. Cokoliv co v programu vytvoříte, není tedy a nechová se jako prostý obrázek. Jedná se vždy o objekt, se kterým můžeme dále manipulovat. Upravovat nejen jeho vlastnosti, ale i vzhled. GeoGebra není jediný program tohoto druhu, i když patří mezi nejpobulárnější. Další pobulární programy jsou pak GeoNext a Cabri, pod které spadá několik různých verzí. Programy mají základní funkcionalitu velmi podobou. GeoGebra je však zcela zdarma pro vzdělávací účely a nemá v tomhle směru žádná licenční omezení, což ji činí v tomto ohledu jedinečnou.

## 4.2 GeoGebra jako Open Source

GeoGebra, je open source program. To umožňuje volné zacházení s programem pro nekomerční účely. Na jejích webových stránkách, v příslušné sekci se doslova píše. Pro nekomerční účely je možné bez omezení program kopírovat, distribuovat a předávat. V případě potřeby pro komerční užití, je zde kontakt, aby bylo možné dohodnout detaily a spolupráci. [43]

Nekomerční použití je pak definováno v licenci následovně. Očekává se, že nekomerční využití bude zahrnovat studenty a učitele. Mohou využít GeoGebra doma, ve škole, nebo na univerzitě, buď pro studium, nebo vyučování. Pokud nebudou záměrně hledat komerční výhodu, nebo peněžní zisk. To zahrnuje i učitele na vysokých školách, kde je účtováno školné, pokud je využití GeoGebry omezeno pro osobní využití, nebo pro individuální výuku tříd. [43]

Komerční použití je pak definováno v licenci následovně. Očekává se, že komerční využití bude zahrnovat primárně vydavatele, online školy, školy nebo univerzity, kde se vybírá školné a GeoGebra je zde formálně, nebo systematicky začleněna do školního kurikula. Patří zde také neziskové organizace, které si přejí GeoGebra využít pro podporu aktivit,

kteřé jim mají zajistit komerční výhodu, generovat příjem, nebo peněžní kompenzace. Příklady komerční využití jsou následující. Tvorba výukových materiálů, nebo zdrojů s využitím programu GeoGebra, nebo jejich zdrojů, za účelem prodeje, nebo získání výhody na trhu. Dalším příkladem komerčního využití je provádění školení, podpory nebo redakční služby, které využívají GeoGebra, nebo na ní odkazují. A to za se záměrem vybírání poplatků za tyto služby. Dalším příkladem komerčního využití je tvorba jakýchkoliv publikací, využívající GeoGebra, ať už jsou zpoplatněné, či nikoliv. Výjimku tvoří akademické práce. Posledním příkladem Komerční využití, je pak použití GeoGebry, nebo souvisejících materiálů a zdrojů pro zajištění podpory pro reklamu, nebo sponzorských darů. [43]

### 4.3 GeoGebra web app

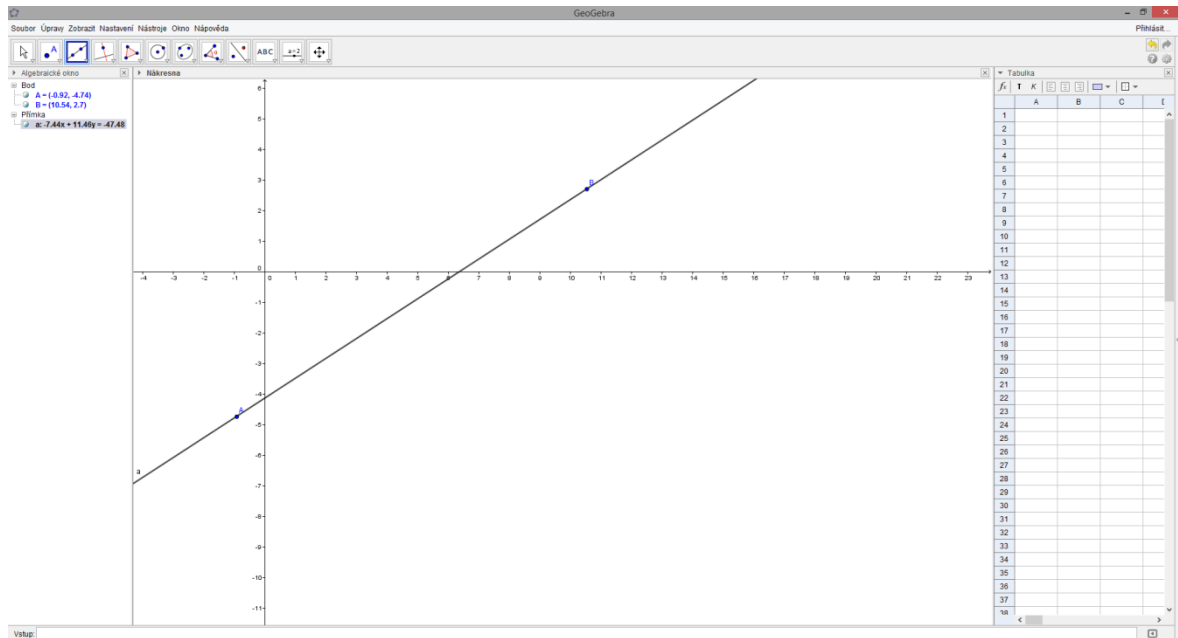
Program GeoGebra, dokáže běžet i ve webovém prohlížeči. GeoGebra web app je verze programu, dostupná skřze oficiální stránky [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Jeho hlavní výhodou je absence jakékoliv instalace. Program se načte a běží přímo v okně webového prohlížeče. To umožňuje práci s GeoGebrou téměř úplně všude. Navíc není tato verze vůbec v ničem omezena. Odpovídá té, kterou si nainstalujete na svůj počítač. Jistě jsou zde drobné odchylky v grafickém rozhraní, ale nic co by bylo na překážku používání.

### 4.4 GeoGebra tablet app

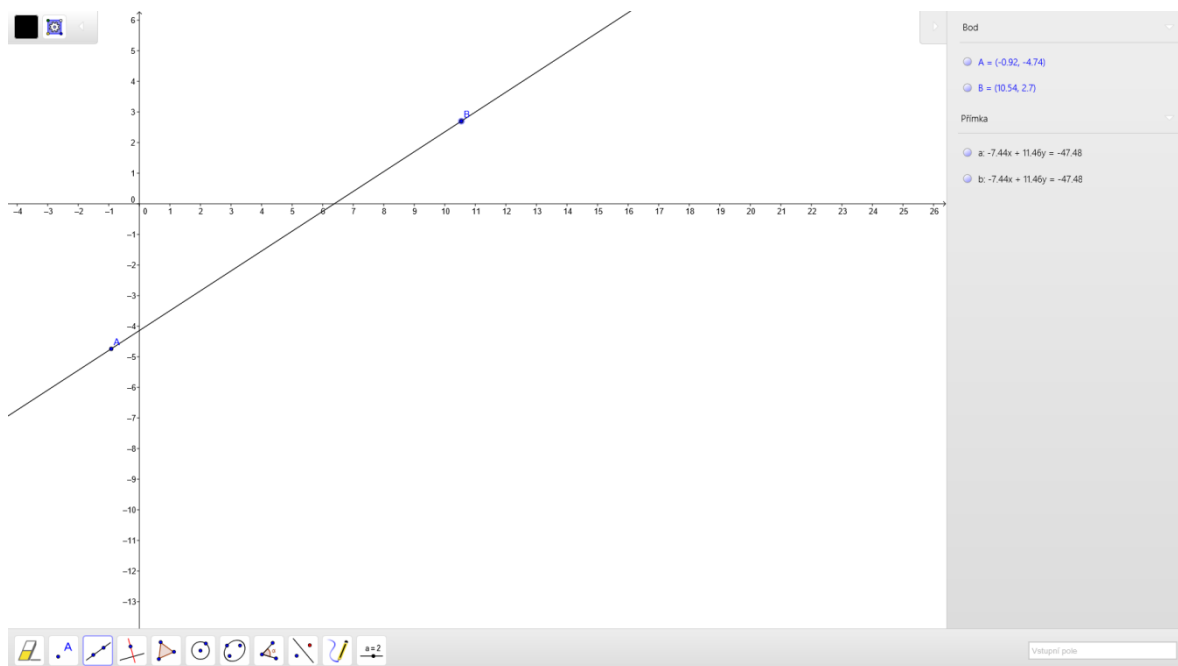
První věcí, která je zřejmá na první pohled na GeoGebra tablet app, je odlišné rozhraní a jiná pracovní plocha. Při jeho bližším prozkoumání zjistíme, že GeoGebra určená pro stolní počítače má daleko více funkcí.

Naštěstí není GeoGebra tablet app jen ořezanou verzí GeoGebry, obsahuje i nové funkce pro snadnější používání na tabletech. Funkce, které známe z klasické verze, a jsou dostupné v mobilní verzi: Grafické (nákresna), Algebraické okno a příkazový řádek (vstupní pole). Nové funkce, kterými se GeoGebra tablet app může pochlubit: Integrované vyhledávání v GeoGebraTube a Pracovní list. Dalšími vlastnostmi jsou plná komptabilita s počítačovou verzí a optimalizace pro využití dotykové ovládání.[43]

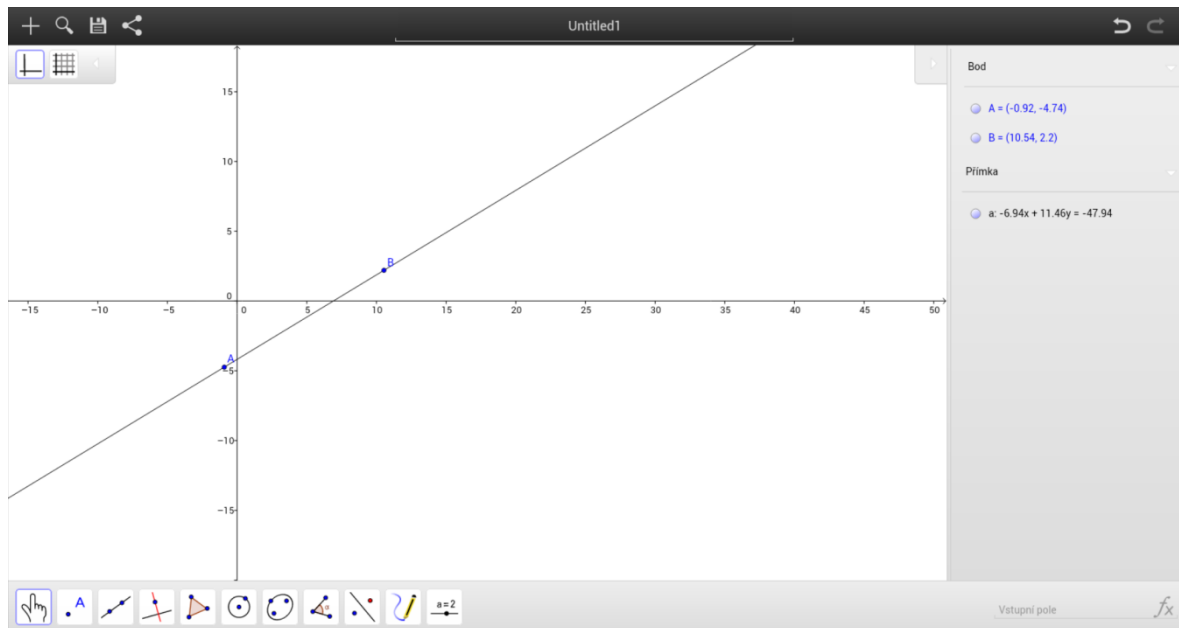
Pracovní list umožňuje spouštění appletů, které byly vytvořeny na počítači. Kromě toho umožňuje i drobné úpravy pomocí nástrojů dostupných v mobilní verzi. Integrace vyhledávání v GeoGebraTube umožňuje vyhledání v databázi hotových appletů.



Obrázek 1 Pracovní plocha – GeoGebra



Obrázek 2 Pracovní plocha – GeoGebra tablet app (windows 8)



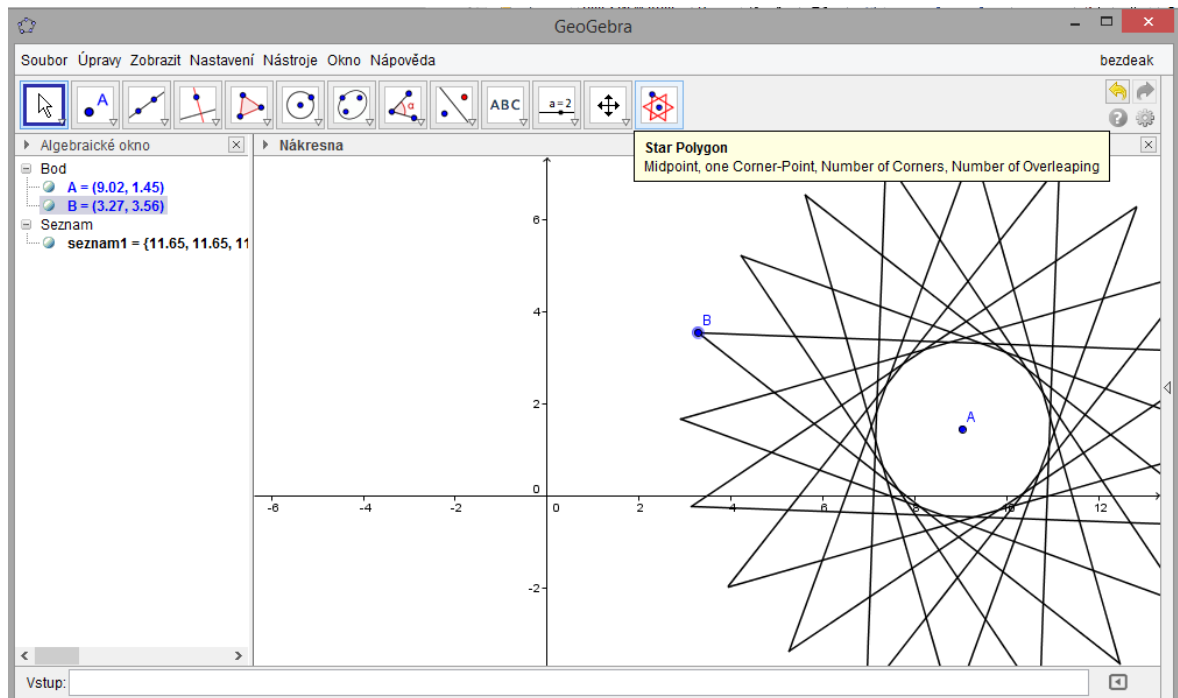
Obrázek 3 Pracovní plocha – GeoGebra tablet app (Android)

Kromě jiného vzhledu, který je dán optimalizací pro menší zařízení a dotykové ovládání, je zachován co největší podobnost se stolní verzí GeoGebry. Nejpatrnější rozdíly, nepočítaje menší množství funkcí, je přemístění oken. Nové je menu styl, které se nachází v levém horním rohu. Slouží k rychlým grafickým úpravám vybraného objektu. Drobná změna je pak v odstranění popisků u nástrojů. Systémové menu je pak ve verzi pro Windows skryté a objeví se až příslušným gestu. Ve verzích pro Android a iOS je pak trvale viditelné. Další rozdíl je pak u Windows verze. Vyhledávání v GeoGebraTube není v systémovém menu. Je integrováno do funkce vyhledávání vlastní systému Windows.

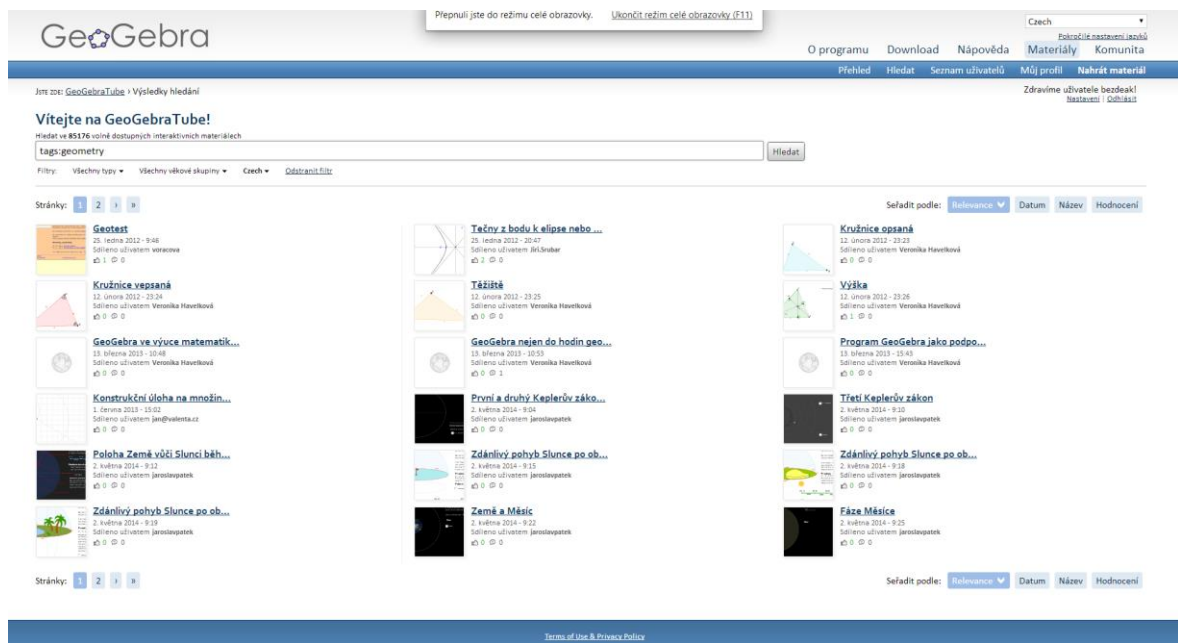
## 4.5 GeoGebraTube

Pro GeoGebru je volně dostupná spousta appletů, vytvořených uživateli. Tyto applety jsou dostupné skrz portál GeoGebraTube. Applety je možno nahrát na GeoGebraTube po registraci uživatele. Vyhledávat a spouštět materiály při z webu je možné pro kohokoliv. Materiály jsou rozříděné mocí tagů, které zadal tvůrce appletu. Nechybí ani filtry jazyků, neboť GeoGebra je přeložena do více než 50 jazyků. Nahrané materiály jsou rozříděny podle typu. Rozlišuje Pracovní listy, Nástroje, Odkazy a GeoGebraBooky. Pracovní listy

představují applety. Odkazy - zde název mluví sám za sebe. Jde o reference na články a jiné materiály týkající se GeoGebry. Nástroje pak označuje funkce, které lze přidat do GeoGebry. Například třeba funkci pro vytvoření mnohoúhelníku ve tvaru hvězdy.(viz obrázek 4) Velmi užitečné jsou pak GeoGebraBooky. Ty umožňují sdružovat různé pracovní listy. Je možné vytvořit je zcela veřejné, sdílené přes odkaz a soukromé



Obrázek 4 Příklad uživateli vytvořené funkce Star Polygon



Obrázek 5 vyhledávání na GeoGebraTube

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 5 GEOGEBRA VE VÝUCE

Pro práci s programem GeoGebra v hodinách, existuje mnoho materiálů. Velmi často se liší kvalitou nebo určením. Je rozdíl, když si učitel připraví jednoduchý applet, aby na něm demonstroval konkrétní příklad. V takovém případě nepotřebuje nic komplikovaného. Stačí velmi jednoduchý applet, kdy ho doplní výkladem. Jiná situace nastává, když jde o úlohu určenou k samostatné práci. Kdy applet bude muset mít zadání a podrobné popisky u ovládání. Určitě také zvolíme jinou podobu appletu, když bude určen pro demonstraci matematických vztahů.

Když vezmeme v potaz schopnosti softwaru GeoGebra a jeho široké možnosti. Je vhodné výukové materiály rozdělit podle jejich určením. V literatuře jsem se setkal s různými materiály a členění. Jako nejpříhodnější rozdělení jsem vybral následující možnosti:

- prezentace v hodině
- samostatná práce žáků doma i ve škole
- zdroj úloh s proměnlivým zadáním
- motivace a zpestření hodiny [47]

a pak také:

- učitel ukazuje předpřipravený applet,
- učitel v hodině vytvoří applet dle aktuální potřeby,
- žáci pracují s předpřipraveným appletem,
- žáci vytváří vlastní applet,
- applet sloužící jako dynamická podpora e-learningového kurzu. [48]

Se všemi body se dá souhlasit. Musíme však brát ohled na možnosti mobilní platformy. Nelze realizovat body, kdy je nutné vytvářet applety přímo v hodinách, ať už studenty, nebo učiteli. Tedy je to možné, ale GeoGebra na mobilní platformě je v tomto ohledu velmi omezená. Je proto lepší vytvořit dělení, které to bude brát v potaz.

Můžeme materiály pro GeoGebra rozdělit takto:

- předpřipravené applety, materiály pro prezentování,



- předpřipravené applety, cvičení pro samostatnou práci žáků,
- applety sloužící jako podpora elektronického materiálu.

V prvním případě, kdy učitel pracuje s předpřipraveným appletem, je ten nejjednodušší případem využití softwaru GeoGebra. Postačí k tomu projektor a počítač. Není, ale od věci když ten samý applet má žák před sebou, a může s ním manipulovat sám, podle vzoru učitele. To však vyžaduje, aby měl každý žák počítač, nebo tablet. Pokud mám k dispozici počítače, nebo tablety, můžeme využít GeoGebra při práci v hodinách. Buď dáme žákům nějaký applet, spolu s připraveným úkolem, nebo třeba pro ověření správného řešení geometrické úlohy, nebo rovnou jejího splnění. Protože matematika vyžaduje přesnost a žáci jí nemusí být schopní dosáhnout.

*„Také školní matematika vyžaduje absolutní přesnost konstrukcí, i když realizovanou nedokonalými prostředky. Z tohoto rozporu občas vzniká u žáků nepochopení.*

*Jaký smysl má konstruovat střed úsečky pomocí kružnic, když chyba vzniklá špatně ořezanou tužkou a nepřesností kružítka je často větší než u středu určeného pomocí měření vzdáleností? Podobné otázky si žáci kladou i při všech dalších konstrukcích – osy úsečky, osy úhly, kružnice vepsané a opsané, ... Vždyť kolik žáků dokáže narysovat známou „kytičku“ vzniklou opakováním kružnic tak, aby se poslední kružnice protнула s první v jediném bodu? (Na vině nejsou pouze manuální schopnosti žáků, ale také „kvalita“ pomůcek, které používají.)“ [49]*

Když pak uvažujeme applety určen pro elektronická média, zde můžeme uvažovat jakékoliv E-learningové zdroje. Může zde uvažovat, třeba webové stránky zabývající matematikou, nebo databázi appletů GeoGebraTube.

## 5.1 Vybrané metodické materiály

V této kapitole se budu zabývat dostupnými metodickými materiály, které lze využít pro výuku matematiky, nebo algebry na základní, či střední škole. Uvedu popis jednotlivých materiálů, abych přiblížil jejich zpracování a způsoby, jakým využívají dynamický geometrický a algebraický software GeoGebra.

### 5.1.1 První metodický materiál

První materiál, o kterém budu psát, není určen pro žáky, ale spíše pro učitele. Je součástí disertační práce „Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra“ Judith Preiner. [50] Obsahuje dvě desítky úloh a cvičení zaměřených na ovládnutí softwaru GeoGebra. Samotná cvičení jsou rozdělena do čtyř skupin podle zaměření. První částí jsou základní geometrické konstrukce. Druhou úhly, transformace, a vkládání obrázků. Třetí je zaměřena na souřadnice a rovnice. Čtvrtá a poslední část je zaměřena na funkce a export obrázků.

Každá část má krátký úvod, po kterém následují jednotlivé aktivity. Každá aktivita má uveden časový rámec, následuje výčet potřebných věcí, nebo použitých, či nově představených funkcí, nástrojů. Pak je krátkým textem zadáno cvičení. Následuje postup cvičení, krátké shrnutí obsahu úlohy a případně obrazový materiál. (viz. obrázek 6 ) [50]

### Activity 1: Parallelogram with Angles

**Time frame:** 15 min

**Tools introduced:** Parallel line, Angle

**Other tools used:** Segment between two points, Intersect two objects, Polygon, Show / hide object, Move

**Features introduced:** Grid, Point capturing, Context menu, Properties dialog

The first activity of this workshop was to construct a parallelogram and measure all its interior angles by applying the following construction steps (see figure A.3(a)).

1. Segment  $a = \overline{AB}$  between points  $A$  and  $B$
2. Segment  $b = \overline{BC}$  between points  $B$  and  $C$
3. Parallel line  $c$  to segment  $a$  through point  $C$
4. Parallel line  $d$  to segment  $b$  through point  $A$
5. Intersection point  $D$  of lines  $c$  and  $d$
6. Polygon  $ABCD$
7. Hide parallel lines
8. Interior angles of the parallelogram

A total of seven tools were used in this activity and the tools *Parallel line* and *Angle* were introduced for the first time. After finishing the construction, the drag test was applied in order to check the robustness and correctness of the parallelogram construction.

By means of this task four GeoGebra features were introduced. On the one hand, features *Grid* from the *View* menu and feature *Point capturing* from the *Options* menu were used to facilitate the creation of points with integer coordinates. On the other hand, the *Context menu* (right click on object, MacOS: command click) was introduced in order to open the *Properties dialog* which allows changes to the properties of objects used in a construction (e.g. color, line style).

Obrázek 6 Příklad úlohy z Introducing Dynamic Mathematics Software to  
Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra

### 5.1.2 Druhý metodický materiál

Druhý metodický materiál, na který se podíváme, vznikl v rámci projektu MatemaTech. Jeho obsahem je soubor materiálů od různých autorů. V každé části je popsána jedna, nebo více vyučovacích hodin. Jednotlivé části se zabývají:

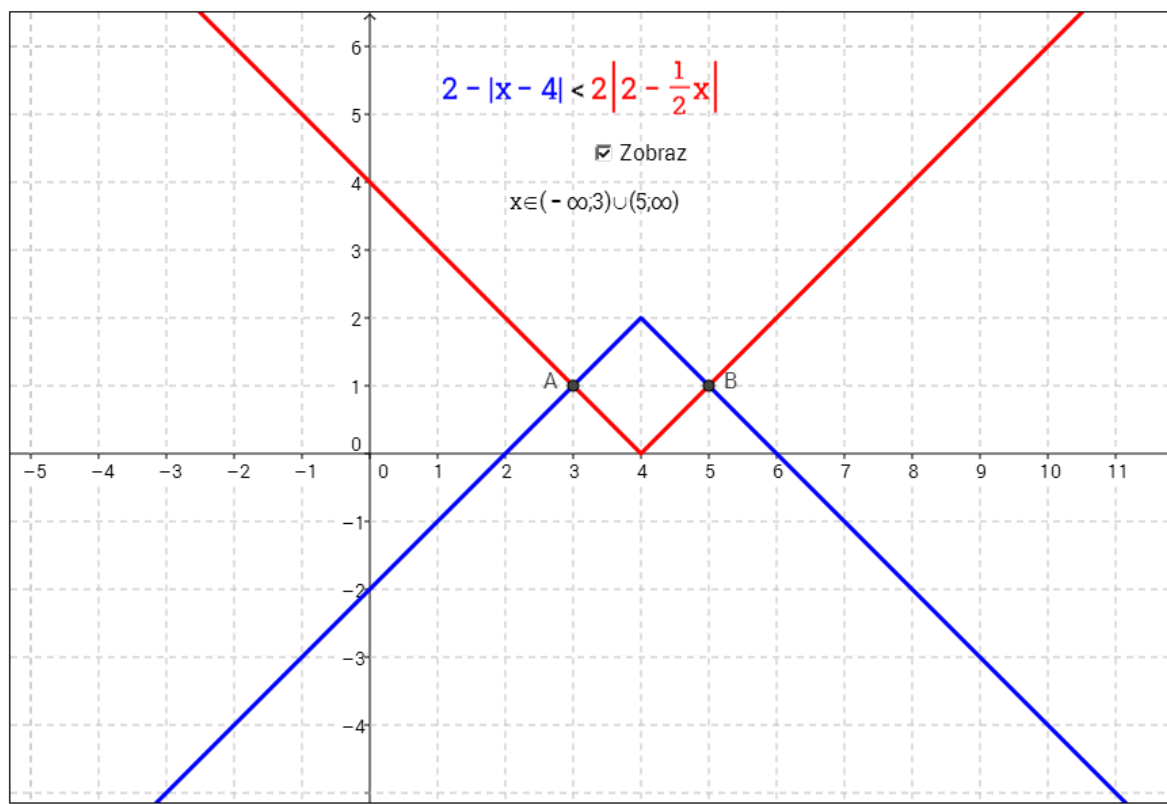
- Lineárními rovnicemi s absolutní hodnotou
- Množinami bodů
- Exponenciálními funkcemi
- Analytickou geometrií
- Parametrickými rovnicemi přímky
- Stejnolehlostí

Každý příklad má úvod. V něm se seznámíme s obsahem dané části. Následuje tabulka se základními informacemi o materiálu (viz. tabulka 1). Jsou zde uvedeny informace o autorovi, věku studentů, časové dotaci, požadavky na techniku, atd. Dále následují odstavce vzdělávacích cílů, potřebných znalostí žáků Popis vyučovací hodiny a na konec zkušenosti s použitím materiálů. Všechny materiály jsou pak doplněny odkazy na applety v programu GeoGebra, nebo s ním pracují. [51]

Tabulka 1 informace o materiálu

Základní informace o materiálu	
<b>Autor</b>	Mgr. Pavel Kolář SPŠ Tábor, Pavel.Kolar@sps-tabor.cz
<b>Věk studentů</b>	16 – 17 let
<b>Časová dotace</b>	1 vyučovací hodina (45 minut)
<b>Požadavky na techniku</b>	Projektor popř. interaktivní tabule, potřebný počet počítačů (každý žák nejlépe svůj).
<b>Software</b>	GeoGebra ( <a href="http://www.geogebra.org">www.geogebra.org</a> )
<b>Odkazy</b>	<a href="http://geogebraTube.org/material/show/id/44971">http://geogebraTube.org/material/show/id/44971</a> <a href="http://geogebraTube.org/material/show/id/44973">http://geogebraTube.org/material/show/id/44973</a>

## Lineární nerovnice s absolutní hodnotou



Obrázek 7 applet k danému materiálu.

### 5.1.3 Třetí metodický materiál

Další z materiálů vnikl v rámci „Rozvoj matematické a přírodovědné gramotnosti žáků obchodní akademie pomocí ICT“. Vznikly na Obchodní akademii, Praha 2, Vinohradská 38 a snaží se v rámci rámcového vzdělávacího programu zmodernizovat výuku několika předmětů, včetně matematiky. To v souladu se školním vzdělávacím programem od školního roku 2013/2014. V programu bylo stanoveno několik cílů, pro nás je nejzajímavější hned ten první, a to: [52]

„Vytvoření učebních textů pro matematiku a zeměpis v podobě interaktivních prezentací pro individuální i frontální práci.“ [52]

Materiály pro matematiku jsou na stránkách rozděleny do tří skupin, podle struktury. Návody, Učební materiály, Příklady. Podle obsahu pak jsou rozděleny ještě na Funkce, Geometrie, Posloupnosti, Rovnice. Návody by se dali označit za elektronické učebnice vybrané látky, doplněné o obrazové materiály vytvořené především v softwaru GeoGebra. V učebních materiálech jsou pak ukázky konstrukčních úloh a příklady řešené i neřešené. Materiály jsou opět doplněny obrazovým materiálem vytvořeným především v softwaru GeoGebra, nebo návodem pro něj. V Příkladech jsou pak hotové applety různého zaměření.

The screenshot shows the website of Obchodní Akademie Praha 2, Vinohradská 38. The main heading is "Rozvoj matematické gramotnosti žáků – učební materiály". Below this, there are three tabs: "Návody", "Učební materiály", and "Příklady". A text prompt says: "Kliknutím na ikonu konkrétní oblasti matematiky otevřete seznam dostupných dokumentů." Below this are four large icons representing mathematical topics: "FUNKCE" (a purple square with a white lightning bolt), "GEOMETRIE" (a grey and white checkerboard pattern), "POSLOUPNOSTI" (a yellow 3x3 grid with purple asterisks), and "ROVNICE" (a blue square with a white "X?" and three dots). At the bottom, there are logos for "OPP PRAHA", "Evropský sociální fond", and "Evropská unie" with the text "Praha & EU: Investujeme do vaší budoucnosti". The footer contains the copyright information: "© 2009 OA Vinohradská - www.oavin.cz - informace o webu".

Obrázek 8 rozdělení materiálů na stránkách Obchodní akademie, Praha 2, Vinohradská 32

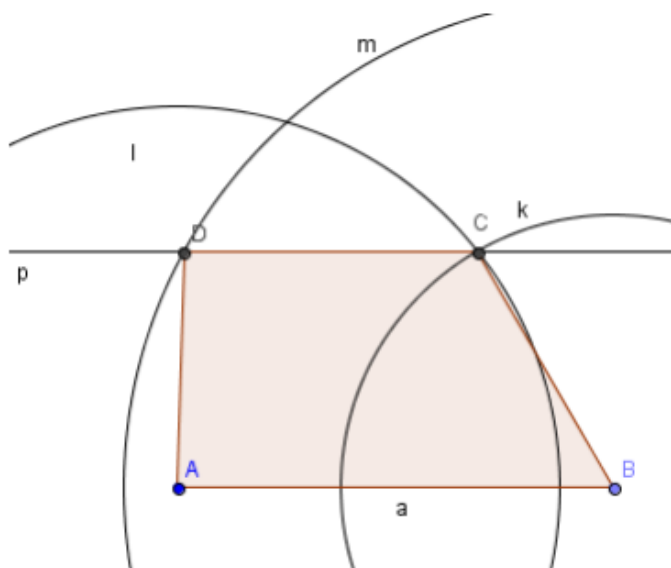
#### 5.1.4 Čtvrtý metodický materiál

Čtvrtý metodický materiál byl vytvořen jako bakalářská práce s názvem „Využití programu dynamické geometrie GeoGebra ve výuce čtyřúhelníků“. [53] Tato bakalářská práce byla vytvořena Martinem Anderlem v roce 2013. První část této bakalářské práce se zabývá ovládním programu GeoGebra a není pro nás zajímavá.

Druhou, a pro nás podstatně zajímavější část této bakalářské práce, tvoří velmi podrobný metodický materiál, zaměřený na výuku čtyřúhelníků. Jde vlastně o elektronickou učebnici, zaměřenou pouze na čtyřúhelníky. Je zde uvedena potřebná teorie, doplněná obrazovým materiálem, vytvořený pomocí programu GeoGebra. Vše je pak rozčleněno na jednotlivé typy čtyřúhelníků, jejich definic, vlastností. Také jsou zde uvedeny postupy konstrukcí těchto čtyřúhelníků, doplněné o informace pro použití v program GeoGebra.

Postup konstrukce:

1. Strana  $a$ ; **Úsečka s pevnou délkou** – Bod  $A$ , délka 9.
2. Kružnice  $k$  ( $B$ ,  $r = 5$ ); **Kružnice daná středem a poloměrem.**
3. Kružnice  $l$  ( $A$ ,  $r = 7$ ); **Kružnice daná středem a poloměrem.**
4. Bod  $C$ ; **Průsečíky dvou objektů** – průsečík kružnice  $k$  a  $l$ .
5. Přímka  $p$ ;  $p \parallel a$ ; **Rovnoběžka** – klikneme na stranu  $a$  a bod  $C$ .
6. Kružnice  $m$  ( $B$ ,  $r = 9$ ); **Kružnice daná středem a poloměrem.**
7. Bod  $D$ ; **Průsečíky dvou objektů** – průsečík kružnice  $m$  a přímky  $p$ .
8. Lichoběžník  $ABCD$ ; **Mnohoúhelník** – body  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  a znovu  $A$ .



Obrázek 9 příklad, postup, konstrukce

### 5.1.5 Pátý metodický materiál

Další metodický materiál je seriál článků „Využití dynamické geometrie na základní škole“, jejichž autorkou je Miroslava Huclová a jsou publikované na webu „Metodický portál RVP.CZ“. [54] Jedná se o čtveřici článků, konkrétně o:

- Využití dynamické geometrie při výuce v 6. ročníku základní školy[55]
- Využití dynamické geometrie při výuce v 7. ročníku základní školy[56]
- Využití dynamické geometrie při výuce v 8. ročníku základní školy[57]
- Využití dynamické geometrie při výuce v 9. ročníku základní školy[58]

Každý článek obsahuje několik příkladů, vhodných pro výuku v daném ročníku, využívající program dynamické geometrie GeoGebra. Samotné příklady jsou velmi podrobné. Kromě samotného zadání příkladů a jejich řešení, které je určeno pro program GeoGebra, obsahuje další doplňující informace, které by se mohli učitelé během výuky hodit. Jedná se třeba o seznam doplňujících úkolů, k danému cvičení, metodické poznámky, časté chyby žáků a další možná využití v daném tématu.



O portálu | Projekt | Newsletter | Pravidla | Pro autory | Partneři | RSS | Statistika | Kontakty

Uživatel nepřihlášen | Přihlásit  
Registrace | Zapomenuté heslo

METODICKÝ PORTÁL  
**RVP** Metodický portál  
www.rvp.cz inspirace a zkušenosti učitelů

Hledej...  
v modulu Články  
na portále

Titulka Články DUM Odkazy AudioVideo Galerie Wiki Diskuze Blogy Digifolio E-learning Profil Škola<sup>21</sup>

Pohyb a výživa Evaluační nástroje Evropské jazykové portfolio

Předškolní vzdělávání Základní vzdělávání Zákl. umělecké vzdělávání Speciální vzdělávání Gymnaziální vzdělávání Odborné vzdělávání Jazykové vzdělávání Neformální vzdělávání

Titulka > Modul články > Základní vzdělávání > Využití dynamické geometrie při výuce v 6...

**Využití dynamické geometrie při výuce v 6. ročníku základní školy**  
Autor: Miroslava Huclová **PŘÍKLAD** **BLOK HODIN**

**INFO**  
Publikován: 24. 02. 2011  
Zobrazeno: 12102krát

**DALŠÍ METODICKÁ PODPORA**  
Související články k přiřazeným Očekávaným výstupům  
Související články k přiřazeným Klíčovým kompetencím (v oborech dle OV)  
Související články k přiřazeným Průřezovým tématům (v oborech dle OV)

**PROFIL AUTORA**  
Další články autora  
Profil autora

**HODNOCENÍ PŘÍSPĚVKU**  
Hodnocení týmu RVP: ★★★★★  
Hodnocení uživatelem: ★★★★★  
Hodnotit články mohou pouze registrovaní uživatelé.  
1 uživatel ★★★★★  
zatím nikdo ★★★★★  
zatím nikdo ★★★★★  
zatím nikdo ★★★★★  
zatím nikdo ★★★★★

**Úvod:**  
V článku dokumentuji svoje zkušenosti se softwarem GeoGebra[1] při výuce matematiky na základní škole. Budu demonstrovat použití GeoGebra při výuce matematiky žáků 6. ročníku ZŠ na dvou příkladech z učiva osová souměrnost a trojúhelník. Oba příklady vycházejí z učebnice Sbirka úloh z matematiky pro 6. ročník základní školy autorů O. Odvárka a J. Kadlečka.

**Cíl výuky**

**Doporučit** **Tweet** 0 **+1**

Licence **CC BY-NC-ND**

Obrázek 10 webové stránky www.rvp.cz

### 5.1.6 Šestý metodický materiál

Šestý metodický materiál byl vytvořen jako bakalářská práce s názvem „Užití programu GeoGebra ve vybraném učivu Matematiky a jeho Výhody“. [59] Tato bakalářská práce byla vytvořena Lenkou Svobodovou v roce 2011. První část této bakalářské práce, stejně jako u předchozí, výše zmíněné bakalářské práce, nás seznamuje se softwarem GeoGebra. Zabývá se jeho ovládním a není pro nás tak zajímavá.

Druhou, o něco zajímavější část, tvoří podrobný metodický materiál. Ten se zabývá prováděním základních geometrických úkonů s pomocí programu GeoGebra a rozvíjí pokročilé ovládání programu.

Třetí a pro nás podstatně zajímavější část této bakalářské práce, tvoří metodický materiál pro výuku trojúhelníků. Představuje základní definici tohoto rovinného obrazce a definici dalších souvisejících geometrických konstrukcí. Vše je doplněno o obrazový materiál, vytvořený pomocí programu GeoGebra. U každé kapitoly jsou zde také uvedeny příklady k danému tématu. Součástí příkladů je i jejich řešení, navržené s ohledem na použití softwaru dynamické geometrie GeoGebra.

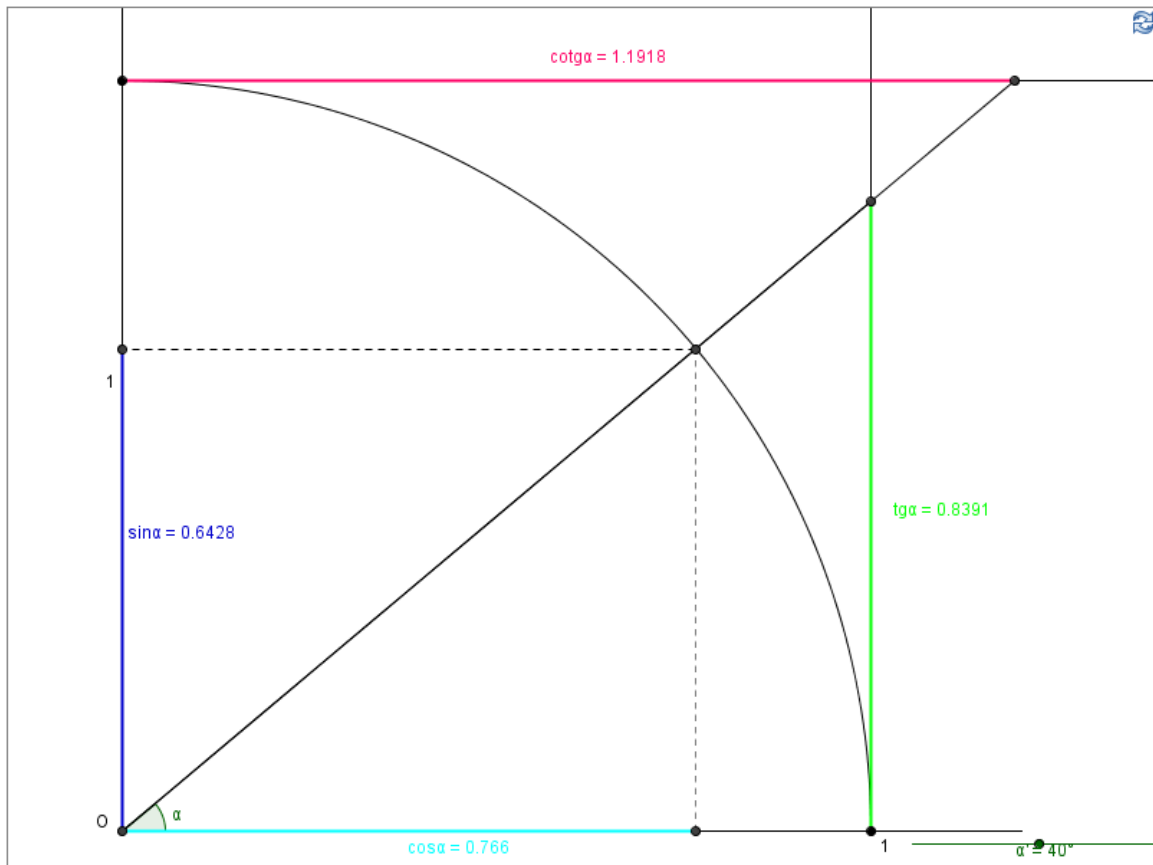
### 5.1.7 Sedmý metodický materiál

Sedmým metodickým materiálem, jsou webové stránky „[www.planimetrie.cz](http://www.planimetrie.cz)“ [60] Obsahuje sbírku appletů, spadajících do planimetrie, apolloniových úloh a pappových úloh.

*„Nacházíte se na stránkách určených pro učitele planimetrie, kteří chtějí ve výuce použít dynamickou planimetrii. Samozřejmě jsou vítáni i všichni ostatní zájemci o planimetrii.*

*Na těchto stránkách objevíte příklady z planimetrie, grafické důkazy, některé úlohy Apolloniovy a úlohy Pappovy.*

*Příklady byly řešeny jako součást diplomové práce a do jisté míry odkazují na učebnici Planimetrie od doc. RNDr. Josefa Molnára, CSc.“ [60]*



Obrázek 11 příklad appletu z [www.planimetrie.cz](http://www.planimetrie.cz), hodnoty goniometrických funkcí

### 5.1.8 Osmý metodický materiál

Osmý metodický materiál, se nachází na webových stránkách Fakulta informatiky a managementu Univerzity Hradec Králové „<http://edu.uhk.cz/>“ [61]. Jedná se o grafickou podporu kurzu základů matematiky, vyučované na této univerzitě. Jde sice o materiál určený pro vysokou školu, ale je zaměřen na opakování učiva škol středních. Obsahuje sbírku appletů a příkladů, které jsou využitelné i pro výuku ve vyšších ročnících středních škol, či gymnázií. Z témat, která jsou zde dostupná a nejvíce těží z jejich zpracování skrze dynamický geometrický a algebraický software GeoGebra: zobrazení, polynomy, derivace a funkce.

### 5.1.9 Porovnání metodických materiálů

Abych byl schopen porovnat jednotlivé metodické materiály mezi sebou, musel jsem je rozdělit podle jejich obsahu. Jsou mezi nimi velké rozdíly. Jak mezi jednotlivým metodickými materiály, ale i mezi způsoby jak využívají dynamický matematický software GeoGebra. Proto jsem se rozhodl je seskupit na základě jejich obsahové podobnosti.

První skupina, kterou budu porovnávat, zahrnuje tři výukové materiály. Jedná se o první, druhý a pátý metodický materiál. Číslování odpovídá tomu, jež je uvedeno výše u popisu jednotlivých metodických materiálů. Tyto metodické materiály jsou, podle mého názoru, velmi propracované. Velmi podrobně jsou popsány jednotlivá cvičení a vyučovací hodiny. Včetně doby vymezené pro dané cvičení, nebo časového rozvržení celé hodiny. Je zde také popsáno vše, co učitel bude potřebovat během výuky, nebo jaké komplikace mohou nastat během výuky. Navíc jsou materiály doplněny o reflexi autora a jeho vlastní zkušenosti. Narazil jsem jen na několik problémů, nebo spíše komplikací při využití těchto materiálů. První taková kompilace se týká prvního materiálu. První materiál je celý v angličtině a spíše než na matematiku a geometrii se zaměřuje na ovládnutí softwaru GeoGebra. Jelikož se jedná o matematický a geometrický software, lze aktivity obsažené v tomto materiálu bez problému využít při výuce matematiky a geometrie. Zejména na základní škole, kdy se budou žáci se softwarem GeoGebra seznamovat a pracovat s ním poprvé. Samozřejmě by byl nutný překlad do češtiny. Další problém, který je zřejmý u celé této skupiny metodických materiálů. Materiály jsou zaměřené jen na vybrané části matematiky a geometrie, nebo na vybranou vyučovací hodinu. Nejde tedy o komplexní materiály, které by zahrnovaly třeba tematický blok v matematice, či geometrii, nebo více tematických bloků jdoucích za sebou. Spíše se jedná o sbírku materiálů využitelných v různých tematických blocích. Chybí jim tedy určitá návaznost mezi sebou. To však nesnižuje kvalitu jednotlivých vyučovacích hodin a aktivity jako takových.

Do druhé skupiny jsem zahrnul dva výukové materiály. Jde o čtvrtý a šestý metodický materiál. Tyto materiály jsou popsány výše. Oba metodické materiály vznikly jako součásti

bakalářských prací. Jejich nejdůležitější částí je metodický materiál, který zahrnuje podrobnou učebnici obohacenou o cvičení a příklady. Jejich výhodou je komplexnost. Nejsou široce zaměřeny. Mají vybrány konkrétní tematické bloky, kterým se podrobně věnují. Konkrétně jde o výuku geometrie. Jedna práce je zaměřena na výuku čtyřúhelníků a druhá je zaměřena na výuku trojúhelníků. Nejsou zde vyhotoveny konkrétní podoby vyučovacích hodiny jako u první skupiny materiálů, ale není problém je z připravených cvičení připravit. Je zde čistě na učiteli jak tento metodický materiál využije a zapracuje do jednotlivých vyučovacích hodin.

Ve třetí skupině jsou zahrnuty dva výukové materiály. Jedná se o sedmý a osmý metodický materiál, které jsou popsány výše. Oba metodické materiály mají podobu webových stránek. Obsahují různé applety vytvořené v programu GeoGebra. Jejich výhodou je dynamičnost, která je dána jejich formátem. Nevýhodou je pak jejich velmi omezené zaměření a nekomplexnost. V jednom případě je metodický materiál omezen pouze na jednotlivé applety, které mají různého zaměření v matematice a geometrii. Druhý případ je trochu komplexnější. Obsahuje lepší popis jednotlivých appletů a jejich prezentaci v podobě plně dynamické stránky. Přesto ani jeden nedosahuje takové komplexnosti jako první dvě skupiny materiálů a lze je tedy označit za velmi stručné. Jedná se však o velmi povedené applety, které by neměl mít učitel problém zařadit do výuky jako názorné ukázky.

Do čtvrté a poslední skupiny jsem zahrnul pouze jediný výukový materiál. Jde o třetí metodický materiál, který je popsán výše. Jedná se o sbírku metodických materiálů, dostupných skrz webovou stránku. Materiál je široce zaměřen a nesoustředí se pouze na jeden tematický celek. Zahrnuje jich více, ať už v matematice, nebo geometrii. Nesoustředí se zde na konkrétní podobu jednotlivých hodin, ale obsahuje dostatečné množství materiálů v podobě návodů, cvičení či appletů. S jejich pomocí lze různé aktivity, či celé vyučovací hodiny navrhnout. Výhodou je rozdělení jednotlivých částí na samostatné soubory, ale tím se budu zabývat níže.

Z těchto metodických materiálů, lze odvodit využití softwaru GeoGebra na základní i střední škole. Jedná se různé aplikace v matematice a geometrii. Lze jej také využít pro

tvorbu interaktivních materiálů ve formě appletů. Geogebra můžeme také využít i v dalších předmětech, jako je například zeměpis, či fyzika.

### 5.1.10 Využitelnost na mobilní platformě

S metodickými materiály, které jsou popsány výše, se pojí různé komplikace při využití na mobilní platformě. Jde o omezení, které mají jednotlivé skupiny metodických materiálů, jak jsem je rozdělil výše, společné. Jde, ale i o omezení dané samotnou mobilní platformou, tabletem. Musíme si uvědomit, co nám umožňuje tablet, jako takový. V první řadě jde o přístup na internet. Základní schopností každého tabletu, je připojení se na bezdrátovou síť a prohlížení webových stránek. Další vlastností, je prohlížení dokumentů různých formátů. Poslední vlastností, která stojí za zmínku, je pak spouštění různých aplikací. Z omezení pak stojí za zmínku velikost, kdy se nám bude pracovat jinak s tablet se sedmi palcovým displejem, než s tabletem, který má úhlopříčku displeje deset, nebo i více palců. Pak stojí také za zmínku dotykové ovládání, což má výhody, i nevýhody, ale když budeme požadovat nějaký textový vstup, není virtuální klávesnice, ideální nástroj na psaní. Také, zde musím zdůraznit absenci prostředí Java, k tomu se ale dostaneme v konkrétním případě. Jako poslední je důležité zdůraznit omezení samotného softwaru GeoGebra. Ty jsem popsal výše, takže jenom zdůrazním, že mobilní verze GeoGebry, neobsahuje všechny části verze určené pro stolní počítače. Ty nejzásadnější, však zůstávají zachovány.

Teď se vrátím k samotným metodickým materiálům. Metodické materiály z první skupiny mi připadají relativně použitelné na mobilní platformě, tabletu. Jelikož jsou navrženy, jako celé vyučovací hodiny, nebo aktivity s využitím programu GeoGebra. Problémem je, že tyto metodické materiály jsou navrženy pro verzi GeoGebry určenou na stolní počítač. Může nastat situace, kdy požadované funkce na mobilní verzi nebude dostupná. Využívají se zde především základní funkce, které mají obě verze programu, ale je nutné to brát v potaz. Dalším problémem může být, nedostatečné označení funkcí, které budeme využívat. V metodických materiálech jsou uvedeny především názvy funkcí, které budeme

používat, ale mobilní verze GeoGebry, neobsahuje popisky. Funkce jsou zde označeny pouze piktogramy. Navíc mobilní verze neobsahuje nápovědu.

Ani druhá skupina metodických materiálů, není dobře použitelná, na mobilním zařízení, tabletu. Největší problém vidím v teoretické části materiálů. Pokud je budeme chtít využít na tabletu, nepřijdou mi zrovna praktické kvůli své délce. Příklady jsou však využitelné i na mobilním zařízení, ale se stejnými výhradami, jako u první skupiny. Jde o možnou nedostupnost funkcí danou rozdíly mezi stolní a mobilní verzí GeoGebry. Další problém je již zmíněné nedostatečné označení funkcí. Problém by mohl nastat při práci, protože by musel mít na tabletu spuštěno zadání a GeoGebrou současně. Musel by tedy mezi nimi přepínat. Zadání by bylo vhodnější vytisknout, nebo promítnout s využitím data projektoru.

Třetí skupina metodických materiálů, se mi jeví jako nejméně hodná pro využití na mobilním zařízení. V první řadě na mobilním zařízení není dostupné prostředí Java, ve kterém běží webová verze programu GeoGebra. Proto by ani nebylo možné využít webové stránky s přímo zabudovanou GeoGebrou. Osobně bych to nedoporučoval, ani na počítači, neboť zde jsou komplikace se samotným spuštěním Javy z webové stránky a výkonově je horší než ostatní verze GeoGebry. Navíc jsem měl i problémy s její nestabilitou. Pokud by však byla místo webové verze GeoGebry využita například GeoGebraTube pro stažení appletu, museli bychom opět přepínat mezi více aplikacemi - GeoGebrou a webovým prohlížečem.

Čtvrtá skupina metodických materiálů, je relativně použitelná i na mobilní platformě. Obsahuje více souborů než druhá skupina, čímž odpadá hledání v jednom dlouhém dokumentu, lze si otevřít přímo požadovanou část. Problém je opět vidím při současné práci v programu GeoGebra, kdy by se opět muselo přepínat mezi více aplikacemi. To by se dalo vyřešit vytištěným zadáním, nebo jeho promítnutím pomocí dataprojektoru.

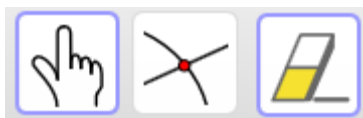
## 6 NÁVRH METODICKÝCH MATERIÁLŮ

V této kapitole navrhnu metodické materiály, které budou využívat možnosti softwaru GeoGebra na mobilní platformě pro vybrané učivo střední, nebo základní školy. Rozhodl jsem se pro řešené typové příklady a podpůrné materiály k hodinám. První příklad je pro podporu výuky řešení soustav rovnic o dvou neznámých. Druhý příklad bude na vyhledávání lokálních extrémů. V prvním i druhém příkladu si budeme pomocí GeoGebry ověřovat správnost výsledků. Ve třetím a čtvrtém příkladu pracují žáci s programem GeoGebra. Využívají jeho dynamických vlastností k hlubšímu porozumění učivu. V pátém příkladu jsem se zaměřil na opakování zápisů konstrukčních úloh. GeoGebra se zde využívá jako prostředek k narýsování geometrické konstrukce. Navrhnu také možné využití GeoGebraTube pro výuku. Jelikož je tato diplomová práce zaměřená na mobilní platformy, předpokládám proto třídu, která je vybavena tabletem pro každého žáka. Pro učitele by byl vhodný počítač vybavený dataprojektorem. Snažil jsem se navrhnout úlohy tak, aby se mohly tablet s GeoGebrou stát přirozenou součástí hodin matematiky a geometrie.

### 6.1 Řešení soustav rovnic o dvou neznámých

Tento metodický materiál je navrhnout pro zopakování nebo utužení učiva řešení soustav rovnic. Pro úlohu jsou potřebné znalosti řešení soustav rovnic o dvou neznámých. V úvodu hodiny by mě učitel zopakovat, jak se řeší soustavy rovnic. Program GeoGebra bude použit pro kontrolu vypočítaného výsledku.

Pro práci v programu GeoGebra budeme využívat následující funkce:



Obrázek 12 použité funkce v této úloze zleva posouvání a úpravy objektů, průsečík, guma

Pro manipulaci, posouvání vyberte nástroj ruka. Při tvorbě průsečíku přímek klepněte buď přímo na objekty, nebo na jejich zápis v algebraickém okně na pravé straně obrazovky.



Nechtěné objekty odstraní pomocí nástroje guma. Nezapomeňte se ujistit, že pro každou akci máte vybraný správný nástroj. Pro snadnější práci použijte lištu se styly ke grafickému odlišení jednotlivých objektů. V nastavení doporučují mít zapnuté zobrazení os.

Vyřešte danou soustavu rovnic. Pro kontrolu řešení použijte program GeoGebra.

$$2(x - y) + 10 = 3x + 17$$

$$x + 5y = 5(x + 1) - 16$$

Upravíme na:

$$-x - 2y = 7$$

$$-4x + 5y = -11$$

Vyjádříme si  $x$  z první rovnice a dosadíme do druhé a vypočteme  $y$ .

$$x = -7 - 2y$$

$$-4(-7 - 2y) + 5y = -11$$

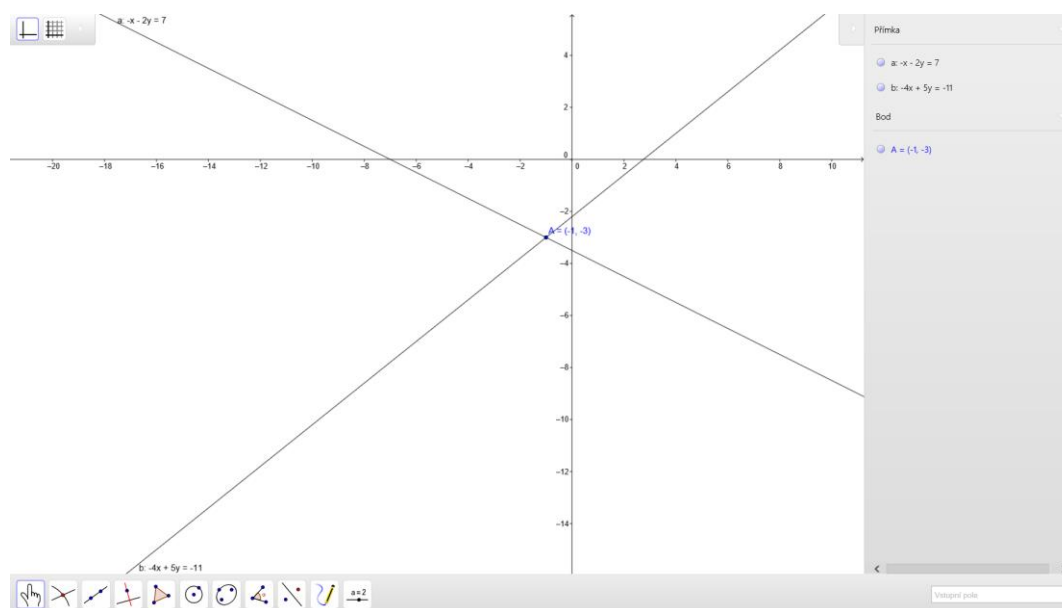
$$y = 3$$

Dopočítáme hodnotu  $x$  dosazením  $y$  do původní rovnice.

$$-x - 2 * 3 = 7$$

$$x = 1$$

Kontrolu provedeme programem GeoGebra. Obě rovnice zadáme pomocí vstupního pole. Dostaneme dvě přímky. Nástrojem průsečík klikneme na obě přímky a dostaneme bod. Zkontrolujeme, jestli souřadnice bodu odpovídají nám zadaným hodnotám. Stejným způsobem, pak řešíme další příklady.



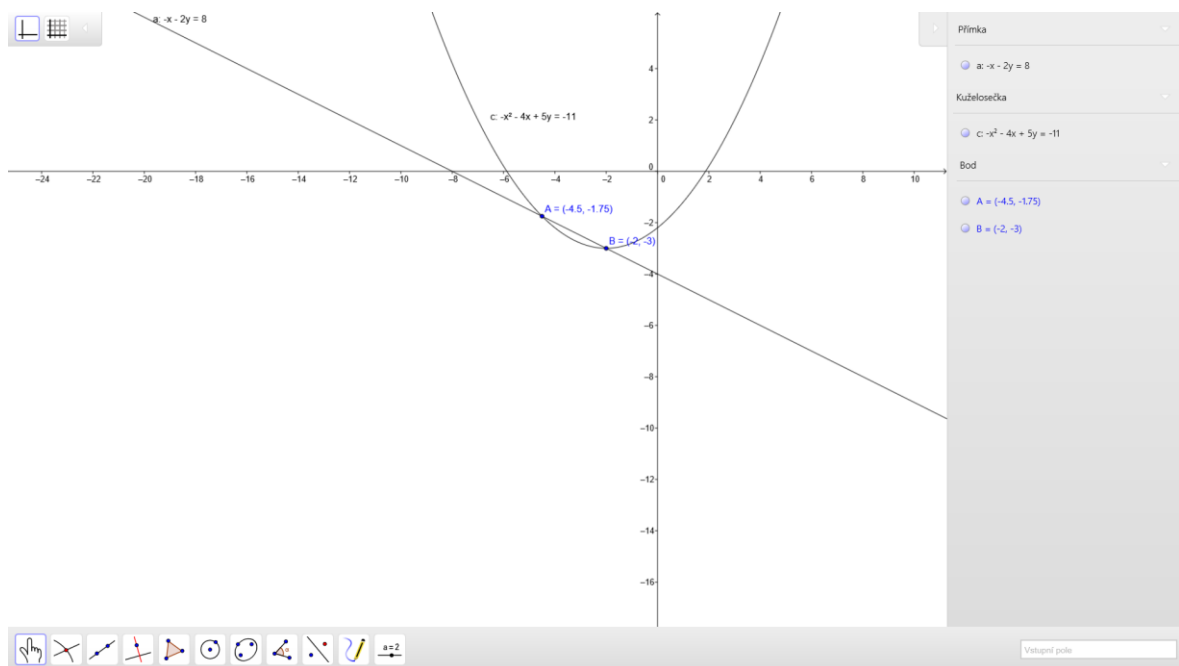
Obrázek 13 kontrola výsledku.

Další příklad.

$$-x - 2y = 8$$

$$-x^2 - 4x + 5y = -11$$

Ten řešíme stejným způsobem, jako příklad první. Vyjádříme si hodnotu  $x$  z první rovnice a dosadíme do rovnice druhé. Vzniklou kvadratickou rovnicí vyřešíme. Zjistíme, že máme dvě řešení  $[-4,5; -1,75]$  a  $[-2; -3]$ . Kontrolu opět provedeme pomocí programu GeoGebra. Nástrojem průsečík klikneme na obě přímky a dostaneme dva body. Zkontrolujeme, jestli souřadnice bodu odpovídají nám vypočítaným hodnotám.



Obrázek 14 řešení druhého příkladu.

## 6.2 Hledání extrémů funkcí za pomoci derivací

Tento metodický materiál je navrhnut pro zopakování učiva o derivacích a hledání lokálních extrémů. Pro úlohu jsou potřebné znalosti derivací funkcí jedné proměnné a hledání lokálních extrémů funkcí.

Pro práci v programu GeoGebra budeme využívat následující funkce:



Obrázek 15 použité funkce v této úloze zleva posouvání a úpravy objektů, průsečík, kolmice, guma

Pro manipulaci, posouvání vyberte nástroj ruka. Při tvorbě průsečíku přímek nebo os vyberte daný nástroj, pro tvorbu kolmice vyberte také daný nástroj a klepněte buď přímo

na objekty, nebo na jejich zápis v algebraickém okně na pravé straně obrazovky. Nechtěné objekty odstraníte pomocí nástroje guma. Nezapomeňte se ujistit, že pro každou akci máte vybraný správný nástroj. Pro snadnější práci použijte lištu se styly ke grafickému odlišení jednotlivých objektů. V nastavení doporučují mít zapnuté zobrazení os.

V úvodu hodiny by mě učitel zopakovat, co je lokální extrém, minimum a maximum. Následovat bude opakování výpočtu lokálních extrémů za pomoci derivace. To si provedeme na příkladu.

1. Zadání příkladu  $f(x) = (3x^3 + 4x^2 - x)$
2. Jako první krok pro nalezení extrémů funkce provedeme derivaci funkce  $f(x)$
3. První derivaci dosadíme rovnu nule
4. Vypočteme kořeny funkce  $f'(x)$
5. Provedeme druhou derivaci funkce  $f(x)$
6. Dosadíme do funkce  $f''(x)$  hodnotu  $x_1$  a vypočteme funkční hodnotu
7. Dosadíme do funkce  $f''(x)$  hodnotu  $x_2$  a vypočteme funkční hodnotu

Pokud byla funkční hodnota menší než 0, našli jsme lokální maximum. Pokud byla funkční hodnota větší než nula, našli jsme lokální minimum. Pokud je funkční hodnota rovna nule jedná se o inflexní bod. Funkce se v tomto bodě mění z konkávní na konvexní nebo z konvexní na konkávní.

1.  $f(x) = (3x^3 + 4x^2 - x)$
2.  $f'(x) = 9x^2 + 8x - 1$
3.  $9x^2 + 8x - 1 = 0$
4.  $x_1 = -1$                        $x_2 = 0,11$
5.  $f''(x) = 18x + 8$
6.  $f''(x_1) = -10 \Rightarrow$  lokální maximum
7.  $f''(x_2) = 9,98 \Rightarrow$  lokální minimum

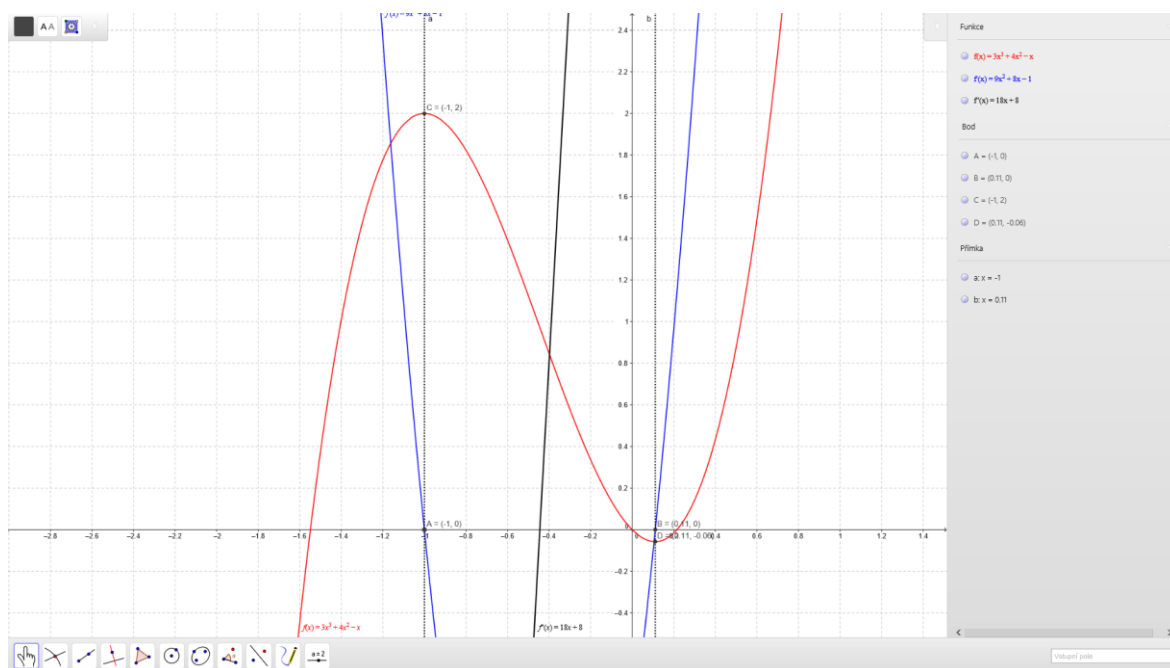
Po provedení demonstrujeme řešení pomocí programu GeoGebra a vysvětlíme vztahy mezi výpočty a grafem.

1. Vložíme pomocí vstupního pole  $f(x) = (3x^3 + 4x^2 - x)$ .
2. Příkaze derivative(f) provedeme první derivaci.

3. Vybereme funkci průsečík, a označíme osu x, spolu s funkcí  $f'(x)$ .
4. Dostaneme dva body, ze kterých odečteme souřadnici x lokálního extrému.
5. Z grafu určíme lokální minimum a maximum.

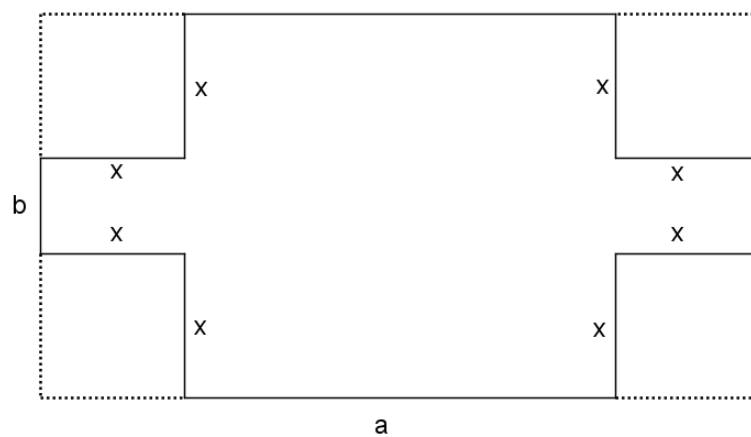
Pro ověření výsledku nám stačí tento postup, nemusíme provádět druhou derivaci. Pokud ji ale chceme provést, použijeme příkaz derivative  $f'(x)$ . Pro zjištění přesné hodnoty extrému můžeme z průsečíků první derivace a osy x vztyčit kolmice. Z průsečíků kolmic a funkce  $f(x)$  odečteme hodnot lokálních extrémů.

Další příklady, jsou pak řešeny v podobném duchu, kdy ze zadané rovnice mají určit lokální extrémy funkce, nebo jejich funkční hodnoty. Výsledky si pak ověří skrze řešení v programu GeoGebra. Druhou možností, je pak řešit příklady jen s pomocí programu GeoGebra na zapamatování si postupu.



Obrázek 16 řešení vzorového příkladu

Další cvičný příklad může být ve formě slovní úlohy. Mějme obdélník se stranou pět a osm centimetrů. V každém rohu vystříhneme čtverec o straně  $x$ , tak abychom mohli složit krabičku s největším možným objemem. Jaký bude objem složené krabičky? Proveďte výpočet a řešením ověřte v programu GeoGebra.



Obrázek 17 schéma k příkladu

1. Vyjádříme si stranu  $a$  jako délku strany obdélníku bez dvou  $x$ .
2. Vyjádříme si stranu  $b$  jako výšku strany obdélníku bez dvou  $x$ .
3. Vytvoření rovnice, do rovnice pro objem kvádru, dosadíme rovnice pro stranu  $a$ ,  $b$ .
4. Tato rovnice pak bude naší funkcí  $f(x)$ , pro kterou budeme hledat extrém.
5. Jako první krok pro nalezení extrémů funkce provedeme derivaci funkce  $f(x)$ .
6. První derivaci dosadíme rovnu nule.
7. Vypočteme kořeny funkce  $f'(x)$ .
8. Provedeme druhou derivaci funkce  $f(x)$ .
9. Dosadíme do funkce  $f''(x)$  hodnotu  $x_1$  a vypočteme funkční hodnotu.
10. Dosadíme do funkce  $f''(x)$  hodnotu  $x_2$  a vypočteme funkční hodnotu.

Pokud byla funkční hodnota menší než 0, našli jsme lokální maximum. Pokud byla funkční hodnota větší než nula, našli jsme lokální minimum.

11. Máme řešení, pro maximální objem kvádru, bude strana  $x$  mít vypočtenou hodnotu  $x_1$ .
12. Dosadíme do funkce  $f(x)$  hodnotu  $x_1$  a vypočteme funkční hodnotu, zjistíme tak objem složené krabičky.

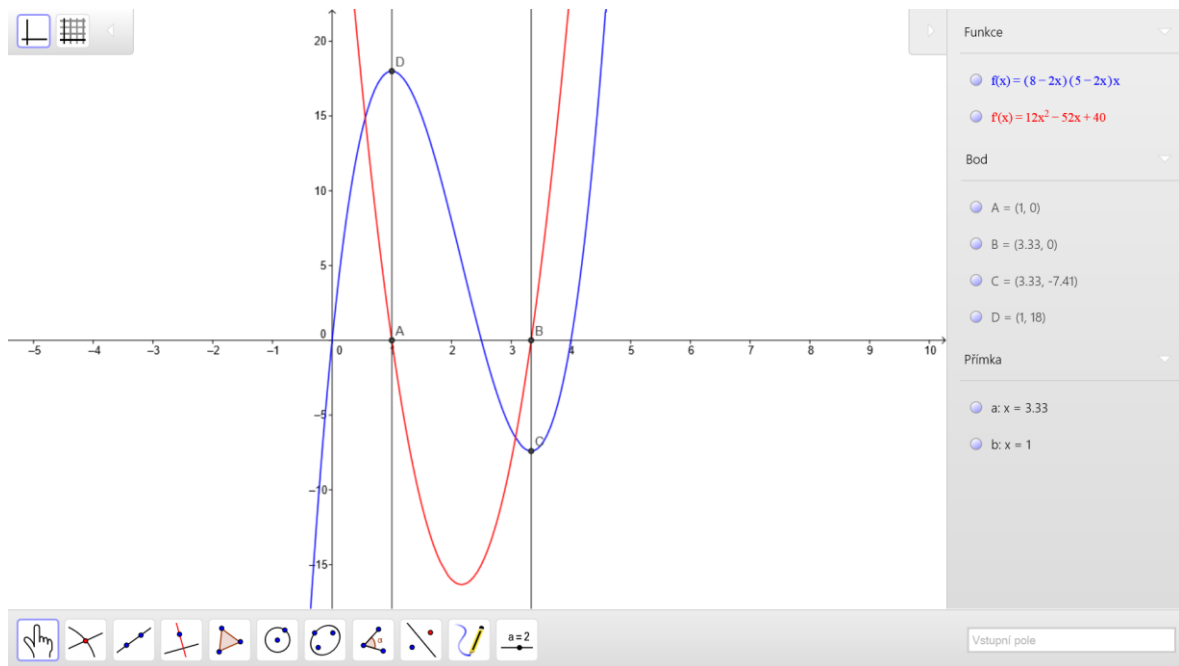
1.  $a = 8 - 2x$
2.  $b = 5 - 2x$
3.  $V = a * b * c = (8 - 2x) * (5 - 2x) * x$

4.  $f(x) = 4x^3 - 26x^2 + 40x$
5.  $f'(x) = 12x^2 - 52x + 40$
6.  $12x^2 - 52x + 40 = 0$
7.  $x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{10}{3}$
8.  $f''(x) = -52 + 24x$
9.  $f''(x_1) = -28 \Rightarrow$  lokální maximum
10.  $f''(x_2) = 28 \Rightarrow$  lokální minimum
11. *Strana*  $x = x_1 = 1$
12.  $V = a * b * c = (8 - 2x) * (5 - 2x) * x = 18$

Po provedení demonstrujeme řešení pomocí programu GeoGebra a vysvětlíme vztahy mezi výpočty a grafem.

1. Vložíme pomocí vstupního pole  $f(x) = (8 - 2x) * (5 - 2x) * x$ .
2. Příkaze derivative(f) provedeme první derivaci.
3. Vybereme funkci průsečík a označte osu x spolu s funkcí  $f'(x)$ .
4. Dostaneme dva body, ze kterých odečteme souřadnici x lokálního extrému.
5. Z grafu určíme, který bod označuje lokální maximum, odečteme hodnotu (pouze souřadnice x). Zjistily jsme rozměr strany x.
6. Z tohoto bodu vztyčíme vůči ose x vztyčit kolmici.
7. Vytvoříme průsečík kolmice a funkce  $f(x)$
8. Odečteme hodnotu z tohoto bodu (pouze souřadnice y) a zjistíme výsledný objem.

Pro ověření výsledku nám stačí tento postup, nemusíme provádět druhou derivaci. Pokud ji ale chceme provést, použijeme příkaz derivative  $f'(x)$ .



Obrázek 18 řešení slovní úlohy

### 6.3 Hodnoty goniometrických funkcí na jednotkové kružnici

Tento metodický materiál je určen k obohacení výuky goniometrických funkcí. Má sloužit ke snadnějšímu pochopení vztahů mezi goniometrickými funkcemi a jejich hodnotami. Žáci by již měli znát goniometrické funkce pro ostrý úhel.

Pro práci v programu GeoGebra a tuto konkrétní úlohu budeme využívat následující nástroje:



Obrázek 19 použité funkce v této úloze guma, průsečík, bod, úsečka, kolmice, úhel dané velikosti, přímka, kružnice daná středem a poloměrem, posuvník, polopřímka



Pro manipulaci, posouvání vyberte nástroj ruka. Při tvorbě průsečíku přímek nebo os vyberte daný nástroj, pro tvorbu kolmice také vyberte také daný nástroj, a klepněte buď přímo na objekty, nebo na jejich zápis v algebraickém okně na pravé straně obrazovky. Nechtěné objekty odstraní pomocí nástroje guma. Nezapomeňte se ujistit, že pro každou akci máte vybraný správný nástroj. Pro snadnější práci použijte lištu se styly ke grafickému odlišení jednotlivých objektů. V nastavení doporučují mít zapnuté zobrazení os.

Již jsme se seznámili s goniometrickými funkcemi a jejich definicemi v podobě poměrů stran trojúhelníka. Definovali jsme je zde pouze na ostrém úhlu. V případě kdy definičním oborem bude množina všech reálných čísel, je potřeba jiné definice. Náš úhel, který si označíme jako  $\alpha$ , má vrchol v počátku kartézské soustavy souřadnic (v bodě [0;0]) a počáteční rameno splývá s osou x. Hodnoty sin a cos pak budou odpovídat kartézským souřadnicím průsečíku  $K[x_k; y_k]$  koncového ramene tohoto úhlu s jednotkovou kružnicí. Hodnota  $\sin \alpha = y_k$  a  $\cos \alpha = x_k$ , kde  $\alpha$  je úhel a  $x_k, y_k$  jsou souřadnice bodu. Funkce tangens a kotangens lze odvodit jako poměr hodnot funkcí sinus a kosinus (viz tabulka 2), nebo graficky na tečně hodnot příslušné funkce.

Tabulka 2 porovnání definice goniometrických funkcí, vlevo pro ostrý úhel, vpravo pro množinu reálných čísel

$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{délka protilehlé odvěsny}}{\text{délka přepony}}$	$\sin \alpha = y_k$
$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{délka přilehlé odvěsny}}{\text{délka přepony}}$	$\cos \alpha = x_k$
$\text{tg } \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{délka protilehlé odvěsny}}{\text{délka přilehlé odvěsny}}$	$\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y_k}{x_k}$
$\text{cotg } \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{délka přilehlé odvěsny}}{\text{délka protilehlé odvěsny}}$	$\text{cotg } \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x_k}{y_k}$

S žáky si v hodině vytvoříme applet, který bude ukazovat hodnoty jednotlivých goniometrických funkcí. U jednotlivých kroků vždy vysvětlíme jejich smysl, případně propojení s definicí.

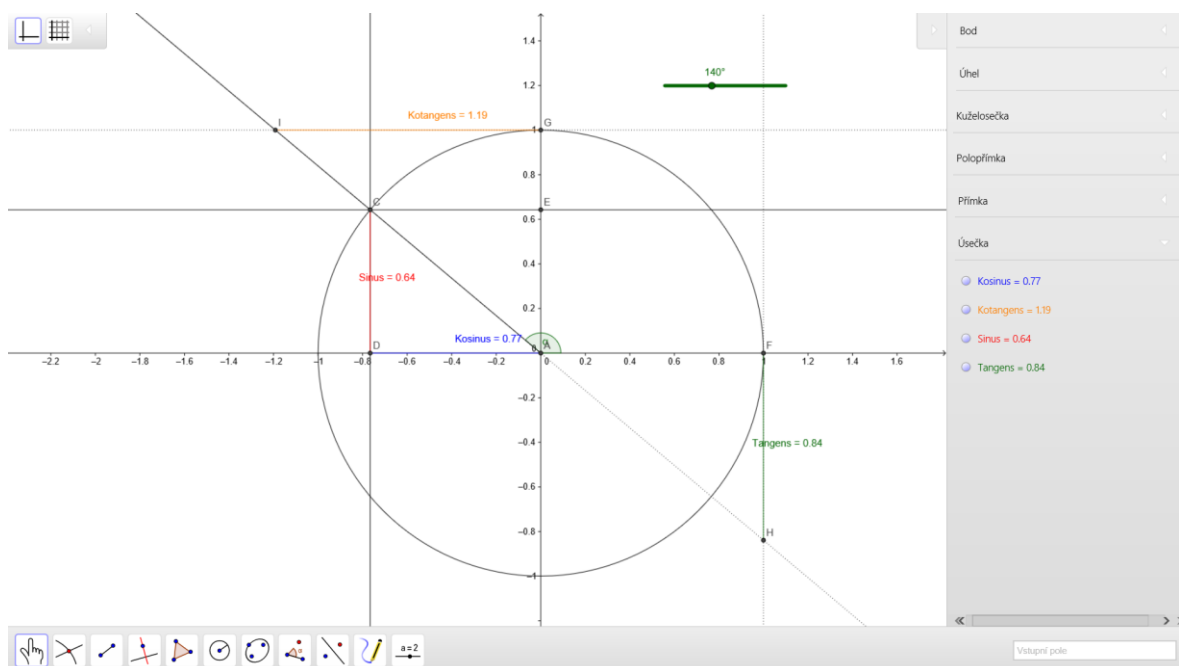
1. Vložíme posuvník a nastavíme ho na stupně.
2. Vložíme bod A [0; 0] a bod B, který leží na ose x (v kladné části).
3. Pomocí funkce „úhel dané velikosti“ vložíme úhel se středem v bodě A. Jeho hodnotu nastavíme na název posuvníku. Tím propojíme posuvník a velikost tohoto úhlu. Vznikne nám bod B'.
4. Funkcí „kružnice daná středem a poloměrem“ vytvoříme kružnici poloměrem 1 a se středem v bodě A.
5. Funkcí „Polopřímka“ strojíme polopřímku  $\rightarrow AB'$
6. Nástrojem „Průsečík“ vytvoříme průsečík kružnice a naší polopřímky. Vznikne nám bod C.
7. Nástrojem „Kolmice“ vztyčíme kolmic mezi bodem C a osou x. Druhou kolmicí pak vztyčíme mezi bodem C a osou y.
8. Nástrojem „Průsečík“ vytvoříme dva průsečíky. Vždy mezi kolmicí a příslušnou osou. Vytvoříme bod D na ose x a bod E na ose y.
9. Nástrojem „Úsečka“ vytvoříme úsečku |AD|. Změní její název na „Kosinus“. V menu styly této úsečky změníme její barvu pro snadnější rozlišení a nastavíme zobrazování hodnoty a názvu.
10. Nástrojem „Úsečka“ vytvoříme úsečku |CD|. Změní její název na „Sinus“. V menu styly této úsečky změníme její barvu pro snadnější rozlišení a nastavíme zobrazování hodnoty a názvu.

Máme hotovu první část. Posuvníkem můžeme měnit velikost úhlu a sledovat jak se mění hodnoty funkcí sinus a kosinus. V další části rozšíříme aplet o funkce tangens a kotangens.

11. Navazujeme na bod 10.
12. Funkcí „Přímka“ strojíme přímku  $\leftrightarrow AC$ . Doporučuji ji přes menu styl nastavit na tečkovanou.
13. Vytvoříme body F [1;0] a G [0;1].
14. Z bodu F vztyčíme kolmicí k ose x.

15. Nástrojem „Průsečík“ vytvoříme průsečík H mezi touto kolmicí a přímkou  $\leftrightarrow AC$ .
16. Nástrojem „Úsečka“ vytvoříme úsečku  $|FH|$ . Změní její název na „Tangens“.  
V menu styly této úsečky změním její barvu pro snadnější rozlišení a nastavíme zobrazování hodnoty a názvu.
17. Z bodu G vztyčíme kolmicí k ose y.
18. Nástrojem „Průsečík“ vytvoříme průsečík I mezi touto kolmicí a přímkou  $\leftrightarrow AC$ .
19. Nástrojem „Úsečka“ vytvoříme úsečku  $|GI|$ . Změní její název na „Kotangens“.  
V menu styly této úsečky změním její barvu pro snadnější rozlišení a nastavíme zobrazování hodnoty a názvu.

Applet máme kompletně hotov. Žáci mohou zkoumat výsledný applet a závislosti hodnot goniometrických funkcí na velikosti úhlu. Mezi jednotlivými kroky je vhodné s třídou komunikovat. Vhodné je pokládat otázky, např. kde by žáci umístily jednotlivé goniometrické funkce.

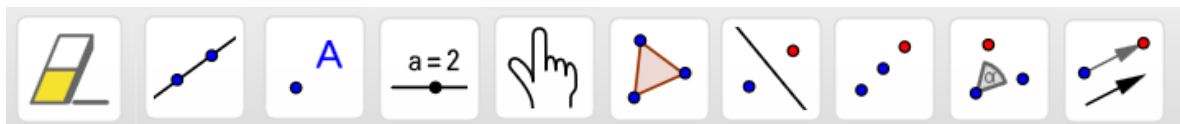


Obrázek 20 Výsledný applet

## 6.4 Shodná zobrazení v rovině

Tento metodický materiál jako doplněk k výuce shodných zobrazení v rovině. Má sloužit ke snadnějšímu pochopení jednotlivých typů shodných zobrazení.

Pro práci v programu GeoGebra a tuto konkrétní úlohu budeme využívat následující nástroje:



Obrázek 21 použité funkce v této úloze guma, přímka, bod, posuvník, ruka, trojúhelník, osová souměrnost, středová souměrnost, otočení, posunutí

Pro manipulaci, posouvání vyberte nástroj ruka. Při tvorbě průsečíku přímek nebo os vyberte daný nástroj, pro tvorbu kolmice také vyberte také daný nástroj, a klepněte buď přímo na objekty, nebo na jejich zápis v algebraickém okně na pravé straně obrazovky. Nechtěné objekty odstraní pomocí nástroje guma. Nezapomeňte se ujistit, že pro každou akci máte vybraný správný nástroj. Pro snadnější práci použijte lištu se styly ke grafickému odlišení jednotlivých objektů. V nastavení doporučují mít vypnuté zobrazení os.

Shodné zobrazení je zvláštní případ geometrického zobrazení v rovině. Každému bodu  $X$  je přiřazen právě jeden obraz  $X'$  tak, že pro každé dvě uspořádané dvojice  $[X; X']$  a  $[Y; Y']$  vzorů a obrazů platí:  $|XY| = |X'Y'|$ .

Nepřímá shodnost nastává, když každý orientovaný úhel je zobrazen v úhel opačně orientovaný. Řadíme zde osovou souměrnost.

Přímá shodnost nastává, když každý orientovaný úhel je zobrazen v úhel opačně orientovaný. Řadíme zde identitu, posunutí, otočení a středovou souměrnost. Kdy identita

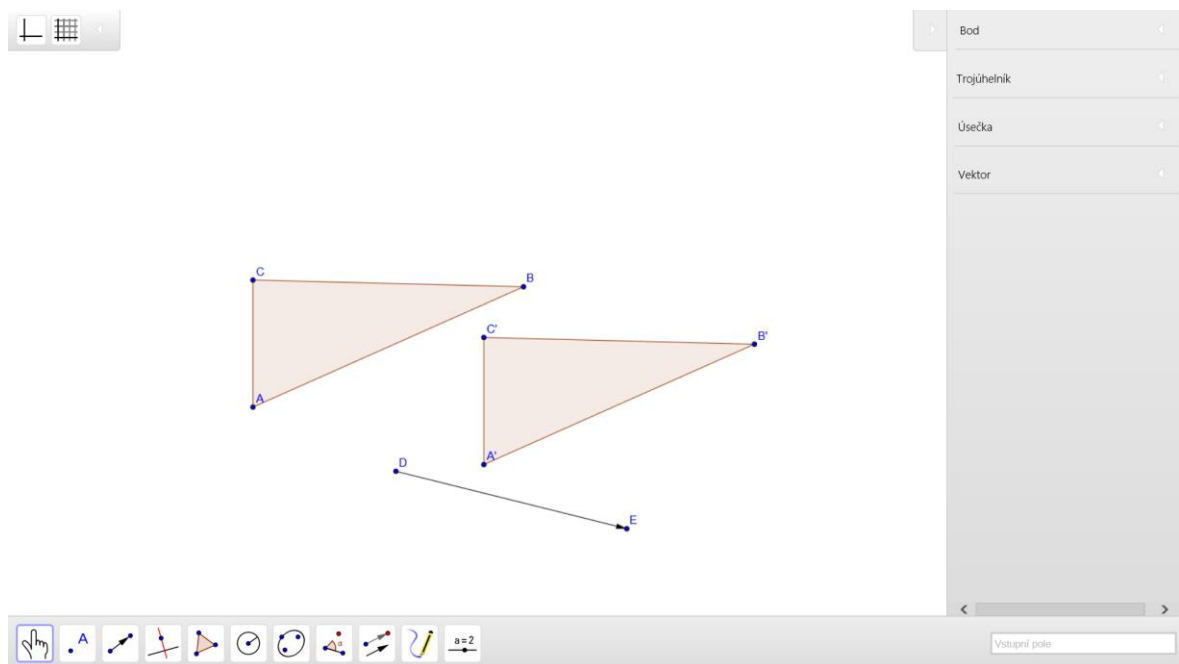
je speciální případ shodného zobrazení. Každému bodu  $X$  roviny je přiřazen tentýž bod  $X'=X$ . Jedná se tedy o dva objekty, které se překrývají.

### 6.4.1 Posunutí

Posunutí je typ zobrazení s přímou shodností. Je jednoznačně určena nenulovým vektorem posunutí  $u = AA'$ . Každému bodu  $X$  je přiřazen jeho obraz  $X'$  tak, že platí  $XX' = u$ .

V programu GeoGebra si žáci vyzkoušejí chování tohoto typu rovinného zobrazení. Zaměří se především na tyto otázky: Jak se obraz trojúhelníka změní, když jej posuneme? Jak se obraz trojúhelníka změní, když posuneme vektor? Co se stane, když změním velikost vektoru? Co se stane, když vektor „otočíme“? "

1. Sestroj libovolný trojúhelník ABC.
2. Sestroj libovolný vektor  $u$ .
3. Nástrojem „Posunutí“ vytvoř toto zobrazení trojúhelníka ABC pomocí vektoru  $u$  (klikni na vektor a na trojúhelník).
4. Nástrojem „Ruka“ posuň trojúhelníkem a sleduj změny.
5. Nástrojem „Ruka“ posuň vektor a sleduj změny.
6. Změň velikost vektoru a sleduj změny.
7. Změň orientaci vektoru a sleduj změny.



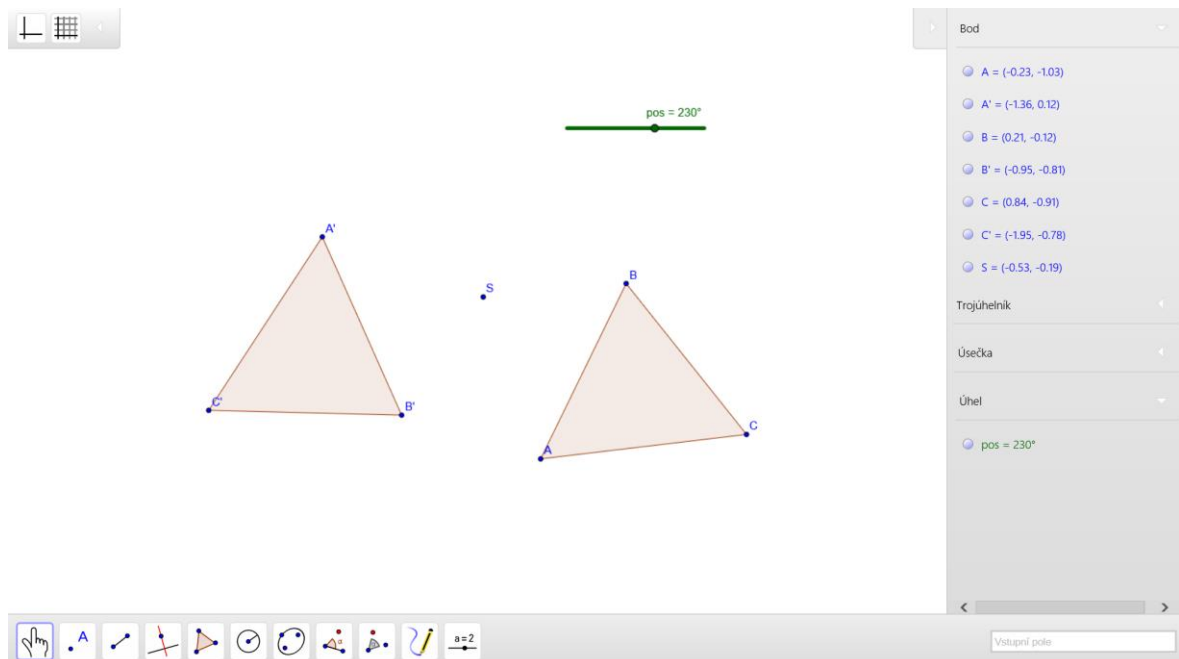
Obrázek 22 shodné zobrazení v rovině - posunutí

### 6.4.2 Otočení

Otočení je typ zobrazení s přímou shodností. Je jednoznačně určené středem otáčení  $S$  a orientovaným úhlem otáčení  $\alpha$ . Úhel  $\alpha$  je z intervalu  $(0^\circ; 360^\circ)$ . Bodu  $S$  je přiřazen též bod  $S' = S$  a každý bod  $X \neq S$  má obraz  $X'$ , pro který platí  $|SX| = |SX'|$  a  $|\text{úhel } XSX'| = \alpha$ .

V programu GeoGebra si žáci vyzkoušejí chování tohoto typu rovinného zobrazení. Zaměří se především na tyto otázky: Jak se obraz trojúhelníka změní, když jej posuneme? Jak se obraz trojúhelníka změní, když posuneme bod otáčení? Co se stane, když změním velikost úhlu otáčení?

1. Sestroj libovolný trojúhelník ABC.
2. Sestroj bod otáčení S.
3. Sestroj libovolný posuvník a nastav ho na stupně.
4. Nástrojem „Otočení o úhel“ klikni na trojúhelník a na bod otáčení. Úhel nastav na jméno posuvníku, aby jej bylo možné dynamicky měnit.
5. Nástrojem „Ruka“ posuň trojúhelníkem a sleduj změny.
6. Nástrojem „Ruka“ posuň bod S a sleduj změny.
7. Změň velikost úhlu otáčení pomocí posuvníku a sleduj změny.



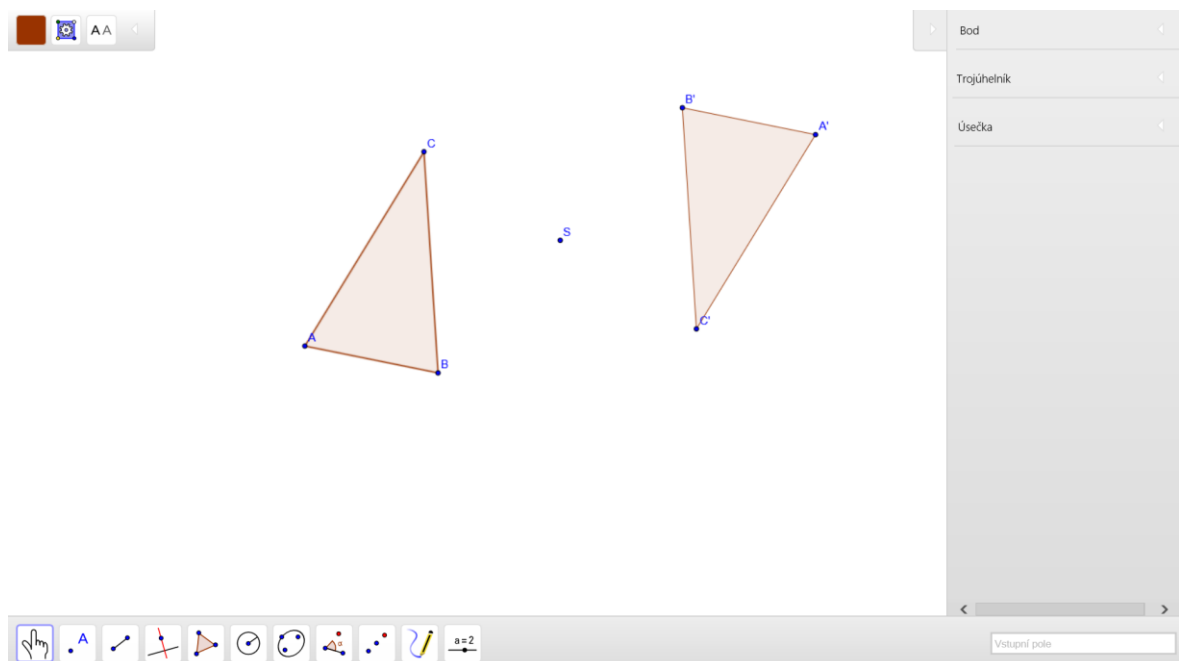
Obrázek 23 shodné zobrazení v rovině – otočení

### 6.4.3 Středová souměrnost

Středová souměrnost je typ zobrazení s přímou shodností. Je jednoznačně určena středem  $S$ , kterému přiřazuje též bod  $S' = S$ . Každému bodu  $X \neq S$  přiřazuje bod  $X'$ , pro který platí, že bod  $S$  je středem úsečky  $|XX'|$ .

V programu GeoGebra si žáci vyzkoušejí chování tohoto typu rovinného zobrazení. Zaměří se především na tyto otázky: Jak se obraz trojúhelníka změní, když jej posuneme? Jak se obraz trojúhelníka změní, když posuneme střed?

1. Sestroj libovolný trojúhelník  $ABC$ .
2. Sestroj střed  $S$ .
3. Nástrojem „Středová souměrnost“ klikni na trojúhelník a na střed  $S$ .
4. Nástrojem „Ruka“ posuň trojúhelníkem a sleduj změny.
5. Nástrojem „Ruka“ posuň bod  $S$  a sleduj změny.
6. Jaký je rozdíl mezi středovou souměrností a otočením o  $180^\circ$ ?



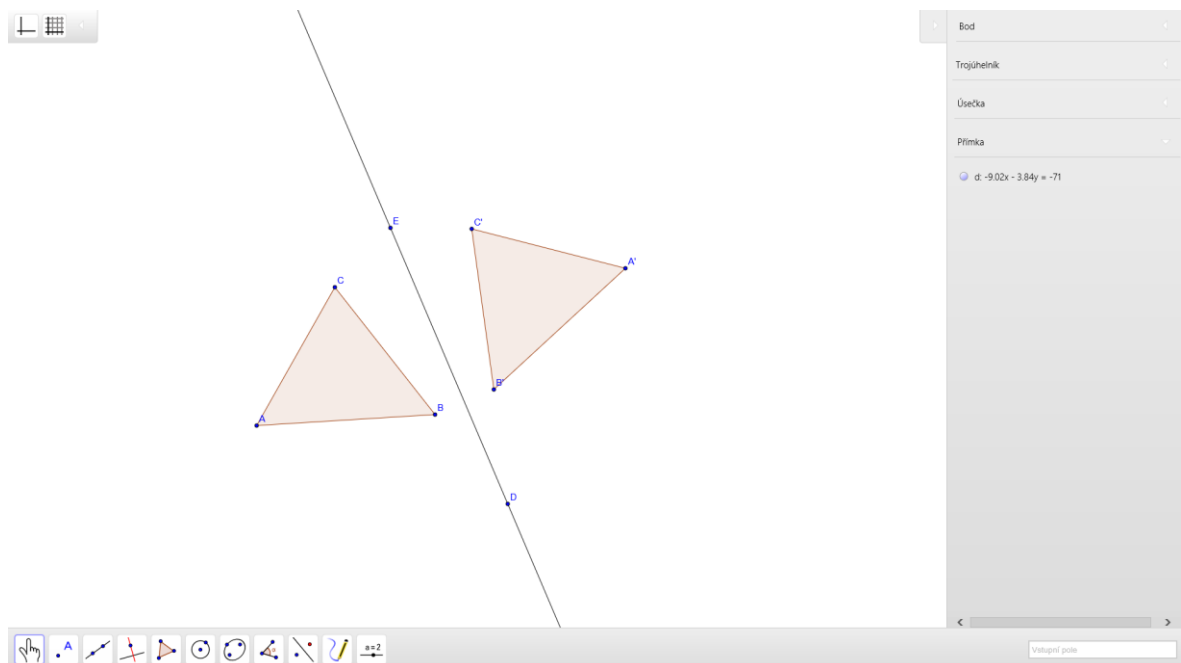
Obrázek 24 shodné zobrazení v rovině – středová souměrnost

#### 6.4.4 Osová souměrnost

Osová souměrnost je typ zobrazení s nepřímou shodností. Je jednoznačně určena osou souměrnosti  $O$ . Leží-li bod  $X$  na ose  $O$ , pak jeho obraz  $X' = X$ . Obrazem bodů  $X \notin O$  jsou body  $X'$ , které leží na kolmici k ose  $O$ , přičemž úsečka  $|XX'|$  je osou půlena.

V programu GeoGebra si žáci vyzkoušejí chování tohoto typu rovinného zobrazení. Zaměří se především na tyto otázky: Jak se obraz trojúhelníka změní, když jej posuneme? Jak se obraz trojúhelníka změní, když posuneme osu? Jak se obraz trojúhelníka změní, když natočíme osu?

7. Sestroj libovolný trojúhelník  $ABC$ .
8. Sestroj přímku, která bude sloužit jako osa  $O$ .
9. Nástrojem „Osová souměrnost“ klikni na trojúhelník a na osu.
10. Nástrojem „Ruka“ posuň trojúhelníkem a sleduj změny.
11. Nástrojem „Ruka“ posuň osu a sleduj změny.
12. Nástrojem „Ruka“ natoč osu a sleduj změny.



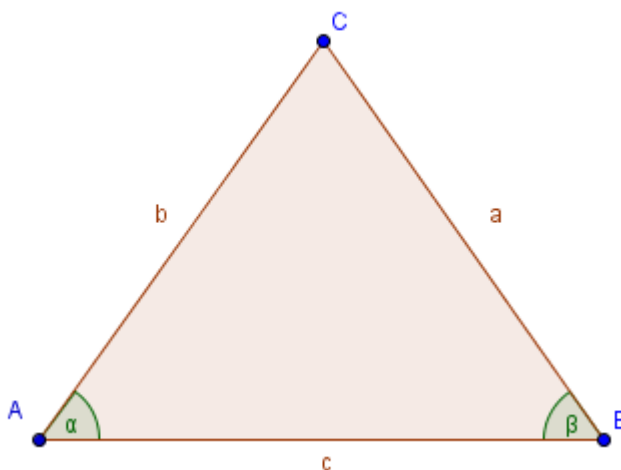
Obrázek 25 shodné zobrazení v rovině – osová souměrnost



## 6.5 Procvičování konstrukčních úloh za pomoci softwaru GeoGebra

Tento metodický materiál je navrhnout pro zopakování, utužení učiva geometrie a zápisu geometrických konstrukcí. Pro úlohu jsou potřebné znalosti geometrie a geometrických zápisů. V úloze budou žáci zapisovat postup konstrukce a rýsovat konstrukci v programu GeoGebra. V programu GeoGebra je možné konstruovat libovolné geometrické konstrukce s nástroji simulující klasické rýsování. Je možné využít libovolné geometrické cvičení a vypracovat ho v programu. Uvedu pouze jeden vzorový příklad. Bohužel není dostupná laboratoř žáků k otestování. Proto navrhuji, jak to vnímám nejlépe a s tím, že toto ještě otestuji a využiji v budoucnosti při své práci

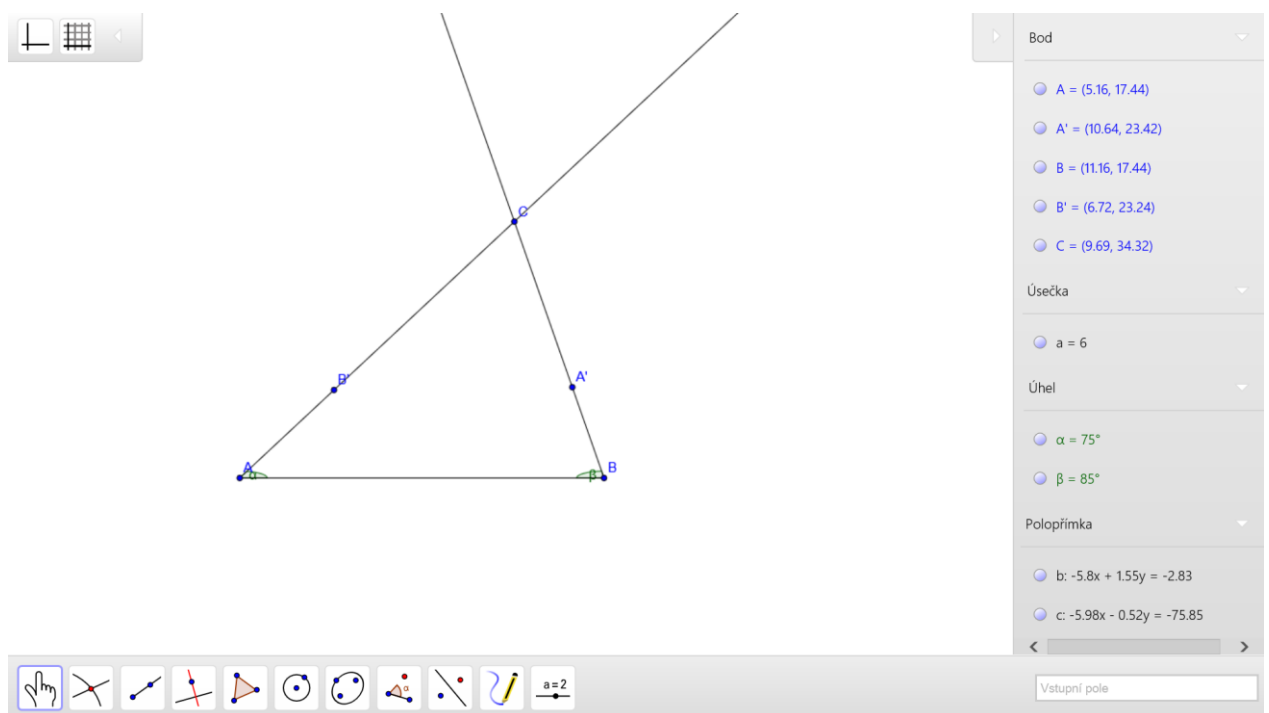
Vytvořte zápis postupu konstrukce a za pomoci programu GeoGebra zkonstruujte úlohu podle následujícího zadání. Sestrojte trojúhelník ABC, když známe následující parametry: strana  $c = 6$  cm, úhel  $\alpha = 75^\circ$  a úhel  $\beta = 85^\circ$ .



Obrázek 26 zadání konstrukce

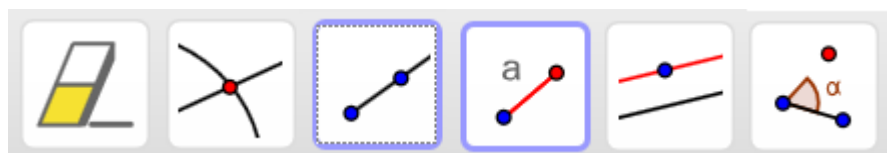
Postup bude následující: vytvoříme úsečku AB o velikosti 6cm. Sestrojíme polopřímku z bodu A pod úhlem  $\alpha = 75^\circ$  k úsečce AB. Na úsečce AB z bodu B sestrojíme polopřímku svírající úhel  $\beta = 85^\circ$  s touto úsečkou. Vzniklý průsečíků tvoří bod C. Trojúhelník je hotov. Zápis konstrukce, pak bude vypadat takto:

1.  $|AB| = 6\text{cm}$
2.  $\rightarrow AA'$
3.  $|\text{úhel } ABB'| = 75^\circ$
4.  $\rightarrow BA'$
5.  $|\text{úhel } ABA'| = 85^\circ$
6.  $C \in \rightarrow AB' \cap \rightarrow BA'$



Obrázek 27 řešení příkladu

Pro práci v programu GeoGebra a tuto konkrétní úlohu budeme využívat následující nástroje:



Obrázek 28 použité funkce v této úloze, guma, průsečík, polopřímka, úsečka daná bodem a velikostí, rovnoběžka, úhel daný stranou a velikostí

Zde je řešení pro program GeoGebra, před zahájení konstrukce, však doporučuji vypnout zobrazení os, i mřížky.

1. Vybereme z nástrojů úsečku a klepnutím sestrojíme  $|AB| = 6\text{cm}$ .
2. Vybereme z nástrojů úhel, vybereme body v pořadí B, A. Zadáme velikost  $|\text{úhel } ABB'| = 75^\circ$ .
3. Vybereme z nástrojů polopřímku, vybereme body v pořadí A, B' a sestrojíme polopřímku  $\rightarrow AB'$ .
4. Vybereme z nástrojů úhel, vybereme body v pořadí A, B a zadáme velikost  $|\text{úhel } AB'A'| = 85^\circ$ .
5. Vybereme z nástrojů polopřímku, vybereme body v pořadí B, A' a sestrojíme polopřímku  $\rightarrow BA'$ .
6. Vybereme z nástrojů průsečík a označíme polopřímku  $\rightarrow AB'$  a přímkou  $\rightarrow BA'$ . Sestrojíme tak průsečík  $C \in \rightarrow AB' \cap \rightarrow BA'$ .
7. Trojúhelník je hotov.

## 6.6 Využití GeoGebra tube ve výuce

Pro všechny příklady, které jsem navrhl, není potřeba na straně učitele, krom znalostí a přípravy příkladů další činnost. Veškeré příklady se dají připravit přímo v hodině, je to spíše vhodné, aby žáci měli možnost ptát se a diskutovat jednotlivé kroky. Není nutné tvořit applety předem. GeoGebra na mobilní platformě má však svá omezení. Kdybychom chtěli do výuky připravit applet, který bude složitější, nebo dynamicky ovládaný. Je lepší to udělat v klasické verzi GeoGebry. Pokud takový applet připravíme, doporučuji využít GeoGebraTube k jeho snadnému sdílení. Navíc zde při přípravě můžete zjistit, jestli někdo již nevytvořil a nezveřejnil applet na dané téma. Pak ho můžete použít, případně upravit, aby vám více vyhovoval. Pokud takový applet není a vy ho vytvoříte, můžete opět využít GeoGebraTube a applet zde nahrát. V takovém případě vám pak v hodině stačí sdílet jen odkaz, nebo ho vyhledat pomocí názvu. Díky GeoGebraTube máte jednoduchý a efektivní nástroj jak žákům poskytnout materiály vytvořené skrze GeoGebrou.

## 6.7 Zhodnocení

Jak sem napsal u výše, není dostupná laboratoř žáků k otestování. Proto je navrhuji, jak to vnímám nejlépe a s tím, že toto ještě otestuji a využiji v budoucnosti při své práci. Snažil jsem se příklady navrhnout, tak aby co nejlépe využily potenciál mobilní platformy, tabletů. Když jsem se ptal co je jejich největší výhodou a odlišuje je od počítačů a také když jsem analyzoval dostupné materiály, abych zjistil možná využití GeoGebry a zkoumal jaké odlišnosti má na mobilní platformě. Z analýzy jsem zjistil, že materiály jsou dostupné. Největším problémem je jejich neucelenost. Většinou materiálů se zabývá jen jedním tématem a chybí návaznost na další témata. Nebo se jedná o sbírky příkladů, kdy jednotlivé příklady jsou velmi povedené, ale nenavazují na sebe, nebo navazují jen velmi okrajově. Nepovedlo se mi také najít materiály určené přímo pro mobilní verzi Geogebry. Sice jde použít materiály určená na počítačovou verzi, ale ne bez předchozí úpravy, nebo spíše kontroly. Mobilní verze Geogebry totiž neobsahuje veškerou funkcionalitu počítačové verze. Nechybí ale ty nejdůležitější součásti. Někoho by mohl zaskočit i ovládání. Bez nápovědy není občas úplně jasné ovládání některých funkcí. Chvilí trvá, než člověk zjistí, jak je správně použít.

Dospěl jsem k názoru, že největší výhodou tabletů, je možnost jejich umístění do normálních hodin. Kdy je možné třídu vybavit tablety a oni je můžou rychle použít v průběhu klasické hodiny. Spolu s nainstalovanou GeoGebrou by se tak tablet stal velmi užitečným v hodinách matematiky a geometrie. Navrhl jsem příklady, tak aby využili GeoGebrou k efektivnější práci v hodinách matematiky, kde je tablet využit pro lepší vizualizaci úloh a snadnému ověření řešení, případně nalezení chyby. To se týká především prvních dvou příkladů. Kdy mi šlo především o zapojení do běžné výuky, bez nutnosti příprav speciálního obsahu. Tyto příklady vnímám jako snahu o zapojení do širší výuky.

Ve třetím a čtvrtém příkladu využívám především dynamických vlastností softwaru GeoGebra. To je jeden z největších přínosů softwaru GeoGebra. Kdy žákům umožňuje jednoduše zkoumat modelovou situaci a pozorovat úpravy, které provedou v reálném čase.

Kdy navrhnuté materiály díky názorné demonstraci a možnosti vlastního zapojení usnadní osvojení si dané látky.

V hodinách geometrie pak GeoGebru navrhuji použít ke konstrukci geometrických úloh. S využitím GeoGebry lze dosáhnout přesnějšího a přehlednějšího výsledku, než když žáci budou tyto úlohy rýsovat ručně. Navíc je práce v GeoGebře velmi rychlá a zbylý čas se dá využít k diskusi nad úlohami, nebo k dalšímu procvičování. Není to myšleno jako náhrada klasického rýsování, ale spíše jako rozšíření stávajících možností. Jelikož je mobilní verze prostá jakékoliv nápovědy, je součástí příkladů popis potřebných nástrojů a jejich použití. U příkladů tři a čtyři jsem stručně sepsal základní teorii k problematice, které rozšiřuje modelová situace pro software GeoGebra. U zbylých příkladů jsem uvedl postupy pro klasickou výuku, následované řešením pro GeoGebru, které se dá uplatnit na všechny příklady daného typu. Mnou zvolené příklady mají pouze demonstrační úlohu. Dále jsem nastínil možnost využití GeoGebraTube ke snadnému sdílení připravených appletů žákům.

## ZÁVĚR

Téma této práce je software pro podporu geometrie a algebry na mobilní platformě. Z požadavku jsem vytvořil literární rešerši, ve které jsou sepsány vědecké články, se zaměřením na využití softwaru GeoGebra za účelem výuky, navržené výukové materiály, či studie zabývající se vlivem softwaru GeoGebra na kvalitu výuky matematiky. Dále je zde věnována kapitola didaktice a didaktickým metodám, které posloužily jako inspirace pro návrh metodických materiálů. Dále se zde zabývám mobilními platformami a zařízeními, která do této kategorie spadají a jsou vhodná pro výuku - tablety. V poslední teoretické části se zabývám samotným softwarem GeoGebra, jeho základními vlastnostmi, různými verzemi a licenční politikou.

V praktické části jsem analyzoval vybrané metodické materiály, pro výuku geometrie a algebry a jejich možné využití pro výuku na střední a základní škole. Pro tuto analýzu jsem vybral celkem osm různých metodických materiálů, využívajících software GeoGebra. Analyzoval jsem i jejich možné využití na mobilní platformě. Kdy jsem zjistil, že při mírném uzpůsobení jsou většinou použitelné i na mobilní platformě, ale chybí jim ucelenost. To je dáno velkou podobností obou verzí GeoGebry, kdy kromě chybějících částí jsou téměř totožné. Podle východisek práce jsem navrhl metodické materiály pro využití GeoGebry na mobilní platformě. V návrhu je několik řešených úloh a dalších příkladů určených pro práci s programem GeoGebra. Není však dostupná laboratoř žáků k otestování těchto materiálů. Proto je navrhuji, jak to vnímám nejlépe a s tím, že je ještě otestuji a využiji v budoucnosti při své práci. Jako poslední jsem provedl zhodnocení materiálů, kde jsem shrnul má zjištění.

## ZÁVĚR V ANGLIČTINĚ

The theme of this work is the software for support geometry and algebra on a mobile platform. I have created a literature search in which are written scientific articles, focusing on the use of software GeoGebra for the purpose of teaching, suggested teaching materials, and studies on the impact of software GeoGebra on the quality of teaching mathematics. There is also a chapter devoted to didactics and didactics methods, which served as inspiration for the design of teaching materials. I proceed with mobile platforms and devices that fall in this category and are suitable for teaching - tablets. The last theoretical part is about software GeoGebra, its basic characteristics, different versions and licensing policy.

In the practical part I analyze chosen methodological materials for teaching geometry and algebra, and their possible use for teaching at primary and secondary school. For this analysis, I have selected a total of eight different methodological materials utilizing software GeoGebra. This is due to the similarity of both versions of GeoGebra, except for the missing parts, they are almost identical. I analyzed also their possible use on a mobile platform. I found out that with slight adaptation are mostly usable on a mobile platform, but lack wider complexity. According to work basis, I suggested methodological materials for use of GeoGebra on a mobile platform. In the proposal are several mathematical problems and other examples intended to use with using GeoGebra. There wasn't available laboratory of students for testing these materials. Therefore, I design them, as best as I can perceive them and I will use and test them in the future in my work. The last I conducted a debate over the design of the materials I created. There I explained the final form of materials.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] VERHOEF, Nellie C., Fer COENDERS, Jules M. PIETERS, Daan VAN SMAALEN a David O. TALL. Professional development through lesson study: teaching the derivative using GeoGebra. *Professional Development in Education*. 2014-03-12, Issue 2, s. 1-18. DOI: 10.1080/19415257.2014.886285. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/19415257.2014.886285>
- [2] KOYUNCU, Ilhan, Didem AKYUZ a Erdinc CAKIROGLU. INVESTIGATING PLANE GEOMETRY PROBLEM-SOLVING STRATEGIES OF PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS IN TECHNOLOGY AND PAPER-AND-PENCIL ENVIRONMENTS. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 2014, Issue 2, s. -. DOI: 10.1007/s10763-014-9510-8. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1007/s10763-014-9510-8>
- [3] KABACA, T. Using dynamic mathematics software to teach one-variable inequalities by the view of semiotic registers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*. February 2013, Issue 1.
- [4] ATTORPS, I., K. BJÖRK, M. RADIC a T. TOSSAVAINEN. Varied ways to teach the definite integral concept. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. May 2013, Issue 2-3.
- [5] ABDU, R. Peer scaffold in math problem solving. *Computer-Supported Collaborative Learning Conference, CSCL*. June 2013, č. 2013.
- [6] LOPEZ, N.R. a S.A. CERESO. Influence of digital proficiency in geometric skills acquisition in GeoGebra (. *Iberian Conference on Information Systems and Technologies, CISTI*. 2013.
- [7] ABAR, Celina Aparecida Almeida Pereira a Sergio Vicente ALENCAR. A Gênese Instrumental na interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. 2013, vol. 27, issue 46, s. 349-365. DOI: 10.1590/S0103-636X2013000300002. Dostupné z: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext)
- [8] GONÇALVES, Daniele Cristina a Frederico da Silva REIS. Atividades investigativas de aplicações das derivadas utilizando o GeoGebra. *Bolema: Boletim de Educação*



*Matemática*. 2013, vol. 27, issue 46, s. 417-432. DOI: 10.1590/S0103-636X2013000300006. Dostupné z: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext)

[9] LOPES, Maria Maroni. Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. 2013, vol. 27, issue 46, s. 631-644. DOI: 10.1590/S0103-636X2013000300019. Dostupné z: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext)

[10] HONG, D.S. a J.K. LEE. Synthesising algebraic and graphical representations of the maximum and the minimum problems. *International Journal for Technology in Mathematics Education*. October 2013, Volume 20, Issue 4.

[11] HÄHKIÖNIEMI, Markus. Teacher's reflections on experimenting with technology-enriched inquiry-based mathematics teaching with a preplanned teaching unit. *The Journal of Mathematical Behavior*. 2013, vol. 32, issue 3, s. 295-308. DOI: 10.1016/j.jmathb.2013.03.007. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S073231231300045X>

[12] BUDAI, L. Improving problem-solving skills with the help of plane-space analogies. *Center for Educational Policy Studies Journal*. 2013, Volume 3, Issue 4.

[13] BUDINSKI, Natalija a Djurdjica TAKAČI. Using Computers and Context in the Modeling-Based Teaching of Logarithms. *Computers in the Schools*. 2013, vol. 30, 1-2, s. 30-47. DOI: 10.1080/07380569.2013.764275. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/07380569.2013.764275>

[14] HALL, Jeffrey a Gregory CHAMBLEE. Teaching Algebra and Geometry with GeoGebra: Preparing Pre-Service Teachers for Middle Grades/Secondary Mathematics Classrooms. *Computers in the Schools*. 2013, vol. 30, 1-2, s. 12-29. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/07380569.2013.764276>

[15] KATARINA TOMIĆ, M. Mathematical software in Croatian mathematics classrooms - A review of Geogebra and Sketchpad. *Croatian Journal of Education*. 2013, Volume 15, Issue SPECIAL EDITION.

[16] GÓMEZ-CHACÓN, I.M. Prospective teachers' interactive visualization and affect in mathematical problem-solving. *Mathematics Enthusiast*. 2013, Volume 10, Issue 1-2.

- [17] TATAR, E. The effect of dynamic mathematics software on achievement in mathematics: The case of trigonometry. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies*. January 2012, Volume 4.
- [18] STANDO, Jacek, Gertruda GWOZDZ-LUKAWSKA a Jan GUNCAGA. From the Pythagorean Theorem to the definition of the derivative function. *2012 International Conference on E-Learning and E-Technologies in Education (ICEEE)*. IEEE, 2012, s. 54-58. DOI: 10.1109/ICeLeTE.2012.6333421. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6333421>
- [19] ZULNAIDI, Hutkemri a Effandi ZAKARIA. The Effect of Using GeoGebra on Conceptual and Procedural Knowledge of High School Mathematics Students. *Asian Social Science*. 2012-08-17, vol. 8, issue 11, s. -. DOI: 10.5539/ass.v8n11p102. Dostupné z: <http://ccsenet.org/journal/index.php/ass/article/view/19806>
- [20] ZENGIN, Yılmaz, Hasan FURKAN a Tamer KUTLUCA. The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 2012, vol. 31, s. 183-187. DOI: 10.1016/j.sbspro.2011.12.038. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877042811029673>
- [21] PEREZ, M. Scaffolding teachers' construction of a learning trajectory for mathematics supported by ICT. *Doctoral Student Consortium Proceedings of the 20th International Conference on Computers in Education, ICCE 2012*. 2012.
- [22] SOLLERVALL, H. Nurturing self-regulation by mathematical inquiry in a one-to-one TEL environment. *Proceedings of the 20th International Conference on Computers in Education, ICCE 2012*. 2012.
- [23] HUTKEMRI a E. ZAKARIA. The effect of geogebra on students' conceptual and procedural knowledge of function. *Indian Journal of Science and Technology*. Volume, Volume 5, Issue 12.
- [24] KAĞIZMANLI, Türkan Berrin, Enver TATAR a Adnan AKKAYA. Analytic Analysis of Lines with Dynamic Mathematical Software. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 2011, vol. 15, s. 2505-2509. DOI: 10.1016/j.sbspro.2011.04.136. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877042811006823>

- [25] AKKAYA, Adnan, Enver TATAR a Türkan Berrin KAGIZMANLI. Using Dynamic Software in Teaching of the Symmetry in Analytic Geometry: The Case of GeoGebra. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 2011, vol. 15, s. 2540-2544. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877042811006872>
- [26] ABÁNADES, Miguel A., Francisco BOTANA, Jesús ESCRIBANO a José L. VALCARCE. Using Free Open Source Software for Intelligent Geometric Computing. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*. 2011, Volume 6785 LNCS, Issue PART 4, s. 353. DOI: 10.1007/978-3-642-21898-9\_31. Dostupné z: [http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-21898-9\\_31](http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-21898-9_31)
- [27] GONZÁLEZ, María José, Julio RUBIO, Tomás RECIO, Laureano GONZÁLEZ-VEGA a Abel PASCUAL. Teaching Geometry with TutorMates. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*. 2011, Volume 6785 LNCS, Issue PART 4, s. 384. DOI: 10.1007/978-3-642-21898-9\_33. Dostupné z: [http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-21898-9\\_33](http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-21898-9_33)
- [28] LIU, Chan-Shuo, Ah-Fur LAI a YenHung CHEN. Apply GeoGebra to develop digital materials of angle concept for the fourth grade students. *2011 International Conference on Electrical and Control Engineering*. IEEE, 2011, s. 6357-6361. DOI: 10.1109/ICECENG.2011.6056805. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6056805>
- [29] HANC, J., S. LUKAC, J. SEKERAK a D. SVEDA. Geogebra — A complex digital tool for highly effective math and science teaching. *2011 9th International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications (ICETA)*. IEEE, 2011, s. 131-136. DOI: 10.1109/ICETA.2011.6112601. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6112601>
- [30] VELICHOVA, Daniela. Interactive Maths with GeoGebra. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)*. 2011-04-30, vol. 6, S1, s. -. Dostupné z: <http://online-journals.org/i-jet/article/view/1620>
- [31] KLLOGJERI, Pellumb. GeoGebra: A Global Platform for Teaching and Learning Math Together and Using the Synergy of Mathematicians. s. 681. DOI: 10.1007/978-3-642-13166-0\_95. Dostupné z: [http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-13166-0\\_95](http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-13166-0_95)

- [32] REIS, Zerrin Ayvaz a Sebnem OZDEMIR. Using Geogebra as an information technology tool: parabola teaching. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 2010, vol. 9, s. 565-572. DOI: 10.1016/j.sbspro.2010.12.198. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877042810023037>
- [33] SAHA, Royati Abdul, Ahmad Fauzi Mohd AYUB a Rohani Ahmad TARMIZI. The Effects of GeoGebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 2010, vol. 8, s. 686-693. DOI: 10.1016/j.sbspro.2010.12.095. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877042810022007>
- [34] LAVICZA, Zsolt a Zsuzsanna PAPP-VARGA. Integrating GeoGebra into IWB-equipped teaching environments: preliminary results. *Technology, Pedagogy and Education*. 2010, vol. 19, issue 2, s. 245-252. DOI: 10.1080/1475939X.2010.491235. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/1475939X.2010.491235>
- [35] HOHENWARTER, M. a J. PREINER. Dynamic mathematics with GeoGebra. *Journal of Online Mathematics and its Applications*. March 2007
- [36] HOHENWARTER, M. a J. PREINER. Creating mathlets with open source tools. *Journal of Online Mathematics and its Applications*. July 2007.
- [37] JANÍK, Tomáš. *DIDAKTIKA OBECNÁ A OBOROVÁ: POKUS O VYMEZENÍ A SYSTEMATIZACI POJMŮ*. Brno, [2010]. Dostupné z: [http://www.akreditacnikomise.cz/attachments/article/279/didaktika\\_obecna\\_a\\_oborova\\_Janik.pdf](http://www.akreditacnikomise.cz/attachments/article/279/didaktika_obecna_a_oborova_Janik.pdf)
- [38] KOMENSKÝ, Jan Amos, Augustin KREJČÍ a Josef HENDRICH. *Didaktika velká*. 3. vyd. Brno: Komenium, 1948.
- [39] CHVATÍKOVÁ, Petra. *INTERAKTIVNÍ UČEBNICE VE VÝUCE ČESKÉHO JAZYKA*. Olomouc, 2013. Diplomová práce. UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI. Vedoucí práce doc. PhDr. Hana Marešová, Ph.D.
- [40] MCDUGALL, Douglass, Dragana MARTINOVIC a Zekeriya KARADAG. *Technology in mathematics education: contemporary issues*. California: Informing Science Press, 2012. ISBN 978-193-2886-610.

[41] PROCHÁZKOVÁ, Tereza. Možnosti využití tabletu iPad ve třídě základní školy speciální. 2013. 91 s. Pedagogická fakulta. Masarykova Univerzita v Brně. Vedoucí diplomové práce doc. PhDr. Mgr. Dagmar Opatřilová, Ph.D.

[42] RŮŽIČKOVÁ, Daniela. Rozvíjíme ICT gramotnost žáků : [metodická příručka]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků (NÚV), divize VÚP. 2011, 53 s. ISBN 978-80-86856-94-0.

[43] *GeoGebra* [online]. 2014 [cit. 2014-05-14]. Dostupné z: <http://www.geogebra.org/>

[44] NOVACKÁ, Gabriela. *Softvér GeoGebra na hodinách matematiky*. Bratislava: Metodicko-pedagogické centrum, 2011. ISBN 978-80-8052-374-9. Dostupné z: [http://www.mpc-educ.sk/library/files/g.\\_novack\\_\\_\\_\\_softv\\_r\\_geogebra\\_na\\_hodin\\_ch\\_matematiky\\_web.pdf](http://www.mpc-educ.sk/library/files/g._novack____softv_r_geogebra_na_hodin_ch_matematiky_web.pdf)

[45] NOVOTNÝ, Ondřej. *Úvod do programu GeoGebra*. České Budějovice, 2013. Dostupné z: [http://theses.cz/id/nmq85z/vod\\_do\\_programu\\_GeoGebra.pdf](http://theses.cz/id/nmq85z/vod_do_programu_GeoGebra.pdf). Bakalářská práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. Vedoucí práce Mgr. Roman Hašek, Ph.D.

[46] SCHOEN, Robert a Lingguo BU. *Model-Centered Learning Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra*. Rotterdam: SensePublishers, 2011. ISBN 978-946-0916-182.

[47] KOPEC, Tomáš. Možnosti využití GeoGebry při výuce matematiky. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. 06. 05. 2010 [cit. 2014-05-14]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/c/g/8477/MOZNOSTI-VYUZITI-GEOGEBRY-PRI-VYUCE-MATEMATIKY.html/>

[48] HAVELKOVÁ, V. Program GeoGebra jako podpora výuky matematiky. *Borník konference Dva dny s didaktikou matematiky 2012*. 2012. Dostupné z: <http://salamina.ic.cz/GeoGebra/Clanky/VMA.pdf>

[49] JANČAŘÍK, Anotonín. GeoGebra a potřeba přesnosti. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. 19. 04. 2012 [cit. 2014-05-14]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/14871/GEOMETRIE-GEOGEBRA-A-POTREBA-PRESNOSTI.html/>

[50] PREINER, Judith. *Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra*. Salzburg, April 2, 2008. Dostupné z: <http://www.geogebra.org/publications/jpreiner-dissertation.pdf>. Dissertation in Mathematics Education. University of Salzburg.

[51] KOLÁŘ, Pavel, Hana MAHNELOVÁ, Jitka NOVÁKOVÁ, Marie STEJSKALOVÁ, Irena ŠTRAUSOVÁ a Marek VEJSADA. *Vybrané náměty pro výuku matematiky*. České Budějovice, leden 2014. Dostupné z: [http://www.matematech.cz/wp-content/uploads/2014/01/Vybrane\\_namety\\_I.pdf](http://www.matematech.cz/wp-content/uploads/2014/01/Vybrane_namety_I.pdf)

[52] *Obchodní akademie, Praha 2, Vinohradská 38* [online]. © 2009 [cit. 2014-05-14]. Dostupné z: <http://www.oavin.cz/projekt/index.php?id=projekt>

[53] ANDERLE, Martin. *VYUŽITÍ PROGRAMU DYNAMICKÉ GEOMETRIE GEOGEBRA VE VÝUCE ČTYŘÚHELNÍKŮ*. Plzeň, 2013. BAKALÁŘSKÁ PRÁCE. ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI. Vedoucí práce Mgr. Lukáš Honzík, Ph.D.

[54] *Metodický portál RVP.CZ* [online]. 2014 [cit. 2014-05-14]. Dostupné z: <http://rvp.cz/>

[55] HUCLOVÁ, Miroslava. Využití dynamické geometrie při výuce v 6. ročníku základní školy. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. 24. 02. 2011 [cit. 2014-05-14]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/9975/VYUZITI-DYNAMICKE-GEOMETRIE-PRI-VYUCE-V-6-ROCNIKU-ZAKLADNI-SKOLY.html/>

[56] HUCLOVÁ, Miroslava. Využití dynamické geometrie při výuce v 7. ročníku základní školy. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. 30. 03. 2011 [cit. 2014-05-14]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/11105/VYUZITI-DYNAMICKE-GEOMETRIE-PRI-VYUCE-V-7-ROCNIKU-ZAKLADNI-SKOLY.html/>

[57] HUCLOVÁ, Miroslava. Využití dynamické geometrie při výuce v 8. ročníku základní školy. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. 23. 08. 2011 [cit. 2014-05-14]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/13015/VYUZITI-DYNAMICKE-GEOMETRIE-PRI-VYUCE-V-8-ROCNIKU-ZAKLADNI-SKOLY.html/>

[58] HUCLOVÁ, Miroslava. Využití dynamické geometrie při výuce v 9. ročníku základní školy. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. 30. 11. 2011 [cit. 2014-05-14]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/13911/VYUZITI-DYNAMICKE-GEOMETRIE-PRI-VYUCE-V-9-ROCNIKU-ZAKLADNI-SKOLY.html/>

[59] SVOBODOVÁ, Lenka. *UŽITÍ PROGRAMU GEOGEBRA VE VYBRANÉM UČIVU MATEMATIKY A JEHO VÝHODY*. Plzeň, 2011. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni. Vedoucí práce Mgr. Lukáš Honzík.

[60] TLÁSKAL, Jakub. *Dynamická planimetrie s GeoGebrou* [online]. 2010 [cit. 2014-05-14]. Dostupné z: <http://planimetrie.cz/>

[61] HAVIGER. Grafická podpora kurzu ZMAT1. *Vítejte na serveru EDU* [online]. 10.7.2007 [cit. 2014-05-15]. Dostupné z: <http://edu.uhk.cz/~havigji1/zmat1/index.htm>

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

ICT Information and Communication Technologies, Informační a komunikační technologie

app Application, aplikace



**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obrázek 1 Pracovní plocha – GeoGebra.....	28
Obrázek 2 Pracovní plocha – GeoGebra tablet app (windows 8).....	28
Obrázek 3 Pracovní plocha – GeoGebra tablet app (Android).....	29
Obrázek 4 Příklad uživateli vytvořené funkce Star Polygon.....	30
Obrázek 5 vyhledávání na GeoGebraTube.....	30
Obrázek 6 Příklad úlohy z Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra .....	35
Obrázek 7 applet k danému materiálu. ....	37
Obrázek 8 rozdělení materiálů na stránkách Obchodní akademie, Praha 2, Vinohradská 32.....	38
Obrázek 9 příklad, postup, konstrukce .....	39
Obrázek 10 webové stránky www.rvp.cz .....	41
Obrázek 11 příklad appletu z www.planimetrie.cz, hodnoty goniometrických funkcí .....	43
Obrázek 12 použité funkce v této úloze zleva posouvání a úpravy objektů, průsečík, guma .....	48
Obrázek 13 kontrola výsledku. ....	50
Obrázek 14 řešení druhého příkladu. ....	51
Obrázek 15 použité funkce v této úloze zleva posouvání a úpravy objektů, průsečík, kolmice, guma .....	51
Obrázek 16 řešení vzorového příkladu .....	53
Obrázek 17 schéma k příkladu.....	54
Obrázek 18 řešení slovní úlohy .....	56
Obrázek 19 použité funkce v této úloze guma, průsečík, bod, úsečka, kolmice, úhel dané velikosti, přímka, kružnice daná středem a poloměrem, posuvník, polopřímka.....	56
Obrázek 20 Výsledný applet.....	59
Obrázek 21 použité funkce v této úloze guma, přímka, bod, posuvník, ruka, trojúhelník, osová souměrnost, středová souměrnost, otočení, posunutí .....	60
Obrázek 22 shodné zobrazení v rovině - posunutí.....	61
Obrázek 23 shodné zobrazení v rovině – otočení .....	62
Obrázek 24 shodné zobrazení v rovině – středová souměrnost.....	63
Obrázek 25 shodné zobrazení v rovině – osová souměrnost .....	64

---

Obrázek 26 zadání konstrukce .....	65
Obrázek 27 řešení příkladu .....	66
Obrázek 28 použité funkce v této úloze, guma, průsečík, polopřímka, úsečka daná bodem a velikostí, rovnoběžka, úhel daný stranou a velikostí .....	66

**SEZNAM TABULEK**

Tabulka 1 informace o materiálu .....	36
Tabulka 2 porovnání definice goniometrických funkcí, vlevo pro ostrý úhel, vpravo pro množinu reálných čísel.....	57