

Aplikace modifikovaných standardních regulátorů

Application of modified standard regulators

Bc. Pavel Fišer

Diplomová práce
2005



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta technologická

Vložit oficiální zadání diplomové/bakalářské práce

Rád bych v úvodu své diplomové práce poděkoval Prof. Ing. Jaroslavu Balátěmu, Dr.Sc,
za odborné vedení a rady udílené při vypracovávání diplomové práce.

Prohlašuji, že jsem na celé diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.

Ve Zlíně, 15. června 2005

.....

jméno diplomanta

Abstrakt

Práce se zabývá návrhem proporcionálních a integračních regulovaných soustav využitím zjednodušovacích postupů vyplývajících z aproximace malých časových konstant a náhradním zpožděním. U těchto soustav se zabývá syntézou standardních a modifikovaných typů regulátorů. Součástí práce je výpočtový program, který umožňuje seřízení spojitých i diskrétních regulátorů metodami Ziegler Nichols, 1 DOF, 2 DOF, Metodou požadovaného modelu a Åströmovou modifikací. Pro diskrétní regulátory navíc umožňuje návrh pomocí Takahashiho metody. Metody jsou srovnávány pomocí integrálního kritéria jakosti regulace.

Abstrakt

The work is focused on design of proportional and astatic controlled systems using labour-saving operation based on approximation of short time constants and alternate delay. Design of standard and modified controllers is shown for these systems. Computer program for design of continuous and discrete controllers is a part of the work. Zeigler Nichols, 1DOF, 2DOF methods, reference model method and Astrom modification are implemented. In addition Takahashi method is taken for discrete controllers. The approaches are compared using integral criterion.

OBSAH

ÚVOD	6
TEORETICKÁ ČÁST	7
1.1 REGULOVANÉ SOUSTAVY	7
1.2 ÚPRAVA PŘENOSŮ REGULOVANÝCH SOUSTAV	8
1.2.1 Úpravy proporcionálních soustav	8
1.2.2 Úpravy integračních soustav	9
1.2.3 Aproximace čitatele přenosu	9
1.2.4 Aproximace dopravního zpoždění.....	10
1.3 SPOJITÉ REGULÁTORY	13
1.3.1 Pásmo proporcionality – pp [%].....	13
1.3.2 Integrační časová konstanta – T_I [s]	13
1.3.3 Derivační časová konstanta – T_D [s].....	14
1.4 METODY NÁVRHU SPOJITÝCH REGULÁTORŮ	14
1.4.1 Metoda požadovaného modelu.....	14
1.4.2 Polynomiální metoda syntézy systému řízení	17
1DOF konfigurace systému řízení	18
2DOF konfigurace systému řízení	23
1.4.3 Ziegler-Nichols a jeho modifikace	30
NÁVRH SPOJITÝCH REGULÁTORŮ METODOU NASTAVENÍ Z PŘECHODOVÉ CHARAKTERISTIKY	30
NÁVRH DISKRÉTNÍCH REGULÁTORŮ METODOU NASTAVENÍ Z KRITICKÉ PERIODY KMITU	33
1.4.4 Åströмова modifikace PID	36
1.4.5 Takahashiho regulátor	37
PRAKTICKÁ ČÁST	39
1.5 SPUŠTĚNÍ A OBSLUHA PROGRAMU	39
1.6 SIMULACE.....	44
ZÁVĚR	50
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	51
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	52
SEZNAM OBRÁZKŮ	54
SEZNAM TABULEK	55
SEZNAM PŘÍLOH	56

ÚVOD

Pro řízení technických a technologických procesů je dosud stále nejrozšířenějším prostředkem zpětnovazební obvod s PI nebo PID regulátory. Pro nastavení jejich parametrů však neexistuje univerzální způsob. Tradiční metody návrhu nejsou mnohdy schopny pokrýt integrační, nestabilní nebo nelineární systémy. Zejména v těchto případech je hledání a ladění regulačních parametrů obtížné. Další otázkou je rozšiřitelnost těchto regulátorů o další vlastnosti jako je např. kompenzace různých poruchových signálů vstupujících do regulačního obvodu.

Algebraické metody nabyly v posledních desetiletích na významu zejména v teorii řízení a zpracování signálů. Jedná se především o jejich dobrou algoritmizovatelnost a unifikaci při formulování řešení.

Tato práce je věnována využití tradičních i algebraických metod pro návrh spojitých a diskrétních jednorozměrových systémů. Zabývá se také metodami návrhu modifikovaných regulátorů.

Cílem práce je návrh regulátorů pro vybrané typy soustav. K ověření funkčnosti slouží vytvořený výpočtový program.

Výpočtový program se stane součástí projektu CAAC (Computer Aided Automatic Control), který slouží k informování široké veřejnosti o automatizaci, automatickém řízení a dále slouží jako didaktická pomůcka.

TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Regulované soustavy

Vlastní technologický proces, který je řízen regulátorem, probíhá v regulované soustavě – řízeném systému, která je částí uzavřeného regulačního obvodu.

Přenos regulované soustavy je

$$G_s(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (1)$$

za předpokladu nulové poruchy regulované soustavy.

U regulovaných soustav je důležitý absolutní člen. Koeficient a_0 , tzv. součinitel autoregulace, určuje zda jde o regulovanou soustavu proporcionální nebo integrační. Pokud $a_0 = 0$ jedná se o integrační soustavu. Je-li a_0 různé od nuly jde o proporcionální soustavu.

Přenos systému lze pomocí pólů a nulových bodů ve tvaru

$$G(s) = \frac{b_m}{a_n} \frac{(s - n_1) \cdots (s - n_m)}{(s - p_1) \cdots (s - p_n)} \quad (2)$$

Časové konstanty čitatele

$$\tau_j = -\frac{1}{n_j} \quad (3)$$

Časové konstanty jmenovatele

$$T_i = -\frac{1}{p_i} \quad (4)$$

Přenos systému ve tvaru časových konstant lze vyjádřit ve tvaru

$$G(s) = \frac{b_0}{a_0} \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1) \cdots (\tau_m s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_n s + 1)} \quad (5)$$

Poměr $\frac{b_0}{a_0} = k_s$ a nazývá se zesílením systému [1].

1.2 Úprava přenosů regulovaných soustav

Úprava přenosů regulovaných soustav vychází z využití zjednodušovacích postupů vyplývajících z aproximace malých časových konstant náhradní součtovou časovou konstantou a náhradním dopravním zpožděním.

1.2.1 Úpravy proporcionálních soustav

$$\frac{k_s}{(T_1s+1)\prod_{i=2}^n(T_is+1)} \approx \frac{k_s}{(T_1s+1)(T_s+1)} \quad (6)$$

$$T_s = \sum_{i=2}^n T_i, \quad T_1 \gg T_i, \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$\frac{k_s}{(T_1s+1)\prod_{i=2}^n(T_is+1)} \approx \frac{k_s}{T_1s+1} e^{-T_d s} \quad (7)$$

$$T_d = \sum_{i=2}^n T_i, \quad T_1 \gg T_i, \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$\frac{k_s}{(T_1s+1)(T_2s+1)\prod_{i=3}^n(T_is+1)} \approx \frac{k_s}{(T_1s+1)(T_2s+1)} e^{-T_d s} \quad (8)$$

$$T_d = \sum_{i=3}^n T_i, \quad T_1 \geq T_2 \gg T_i, \quad i = 3, 4, \dots, n$$

$$\frac{k_s}{(T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1)\prod_{i=1}^n(T_is+1)} \approx \frac{k_s}{(T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1)} e^{-T_d s} \quad (9)$$

$$T_d = \sum_{i=1}^n T_i, \quad T_0 \gg T_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

1.2.2 Úpravy integračních soustav

$$\frac{C_s}{s \prod_{i=1}^n (T_i s + 1)} \approx \frac{C_s}{s(T_s s + 1)} \quad (10)$$

$$T_s = \sum_{i=1}^n T_i$$

$$\frac{C_s}{s \prod_{i=1}^n (T_i s + 1)} \approx \frac{C_s}{s} e^{-T_d s} \quad (11)$$

$$T_d = \sum_{i=1}^n T_i$$

$$\frac{C_s}{s(T_1 s + 1) \prod_{i=2}^n (T_i s + 1)} \approx \frac{C_s}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s} \quad (12)$$

$$T_d = \sum_{i=2}^n T_i, \quad T_1 \gg T_i, \quad i = 2, 3, \dots, n$$

1.2.3 Aproximace čitatele přenosu

Aproximace čitatele přenosu regulované soustavy $G_s(s)$ uvažuje v Taylorově rozvoji pouze první dva členy.

$$e^{\pm T_c s} = 1 \pm T_c s + \frac{1}{2} T_c^2 s^2 \pm \frac{1}{6} T_c^3 s^3 + \dots \quad (13)$$

Uvažujeme tedy jen první stupeň. Jestliže tedy v čitateli přenosu regulované soustavy vystupuje dvojčlen

$$1 \pm T_c s \quad (14)$$

je možno ho zastoupit výrazem

$$e^{\pm T_c s} \quad (15)$$

jestliže výsledné náhradní dopravní zpoždění je $T_d \geq 0$ [2].

1.2.4 Aproximace dopravního zpoždění

O systému s dopravním zpožděním hovoříme, je-li výstupní signál v časové oblasti zpožděn vzhledem k signálu vstupnímu. Systémy s dopravním zpožděním mají přenosovou funkci ve tvaru:

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} e^{-T_d s} \quad (16)$$

Přenos systému s dopravním zpožděním se skládá ze sériového zapojení vlastního přenosu soustavy bez dopravního zpoždění a dopravního zpoždění reprezentovaného funkcí $e^{-T_d s}$. Dopravní zpoždění představuje nelineární prvek v chování systémů a pro návrh lineárních regulátorů je nutno tento fakt zohlednit. Obvykle se to činí aproximací dopravního zpoždění, kdy se snažíme aproximovat vhodným lineárním způsobem exponenciální funkci $e^{-T_d s}$. K aproximaci dopravního zpoždění se nabízí více možností. Taylorova aproximace v čitateli, ve jmenovateli, popřípadě Padeho aproximace. Pro potřeby této práce jsem zvolil Taylorovu aproximaci prvního řádu ve jmenovateli u níž nebyly zjištěny doposud žádné nevýhody na rozdíl od dvou zbývajících možností. Nevýhodou Padeho aproximace a Taylorovy aproximace v čitateli je to, že tyto aproximace mají vliv na ryzost systému a zanáší neminimální fázovost do čitatele přenosu [3].

Aproximace dopravního zpoždění Taylorovým rozvojem ve jmenovateli 1. řádu

$$e^{-T_d s} = \frac{1}{1 + T_d s} \quad (17)$$

Tabulka I: Regulované soustavy, u kterých dochází při úpravě ke vzniku dopravního zpoždění

Regulované soustavy s dopravním zpožděním	
Integrační soustava 1. řádu	$G_s = \frac{c_s}{s} e^{-T_d s}$
Proporcionální soustava 1. řádu	$G_s = \frac{k_s}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$
Integrační soustava 2. řádu	$G_s = \frac{c_s}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$
Proporcionální soustava 2. řádu	$G_s = \frac{k_s}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$
Proporcionální kmitavá soustava 2. řádu	$G_s(s) = \frac{k_s}{T_0^2 s^2 + 2\xi T_0 s + 1} e^{-T_d s}$

Přenosy soustav uvedených v tabulce 1 se upraví Taylorovou jmenovatelovou aproximací prvního stupně na následující tvary:

Přenos integrační soustavy 1.řádu:

$$G_s(s) = \frac{c_s}{s} e^{-T_d s} = \frac{c_s}{s} \frac{1}{1 + T_d s} = \frac{\frac{c_s}{T_d}}{s^2 + \frac{1}{T_d}} \quad (18)$$

Substitucí obdržíme následující tvar, který budeme využívat v polynomiální metodě návrhu regulátoru.

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s} \quad (19)$$

Přenos proporcionální soustavy 1. řádu:

$$G_s(s) = \frac{k_s}{T_1 s + 1} e^{-T_d s} = \frac{\frac{k_s}{T_1 T_d}}{s^2 + \frac{T_1 + T_d}{T_1 T_d} s + \frac{1}{T_1 T_d}} \quad (20)$$

Substitucí obdržíme tvar

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (21)$$

Přenos integrační soustavy 2.řádu:

$$G_s(s) = \frac{c_s}{s(T_1s + 1)} e^{-T_d s} = \frac{\frac{c_s}{T_1 T_d}}{s^3 + \frac{T_1 + T_d}{T_1 T_d} s^2 + \frac{1}{T_1 T_d} s} \quad (22)$$

Substitucí obdržíme tvar

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s} \quad (23)$$

Přenos proporcionální soustavy 2. řádu:

$$\begin{aligned} G_s(s) &= \frac{k_s}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-T_d s} = \\ &= \frac{\frac{k_s}{T_2 T_1 T_d}}{s^3 + \left(\frac{T_1 T_d + T_2 T_d + T_1 T_2}{T_1 T_2 T_d} \right) s^2 + \left(\frac{T_1 + T_2 + T_d}{T_1 T_2 T_d} \right) s + \frac{1}{T_1 T_2 T_d}} \end{aligned} \quad (24)$$

Substitucí obdržíme tvar

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (25)$$

Přenos proporcionální kmitavé soustavy 2. řádu:

$$G_s(s) = \frac{k_s}{(T_0^2 s^2 + 2\xi T_0 s + 1)} \cdot e^{-T_d s} = \frac{\frac{k_s}{T_0^2 T_d}}{s^3 + \frac{2\xi T_0 T_d + T_0^2}{T_0^2 T_d} s^2 + \frac{2\xi T_0 + T_d}{T_0^2 T_d} s + \frac{1}{T_0^2 T_d}} \quad (26)$$

Substitucí obdržíme tvar

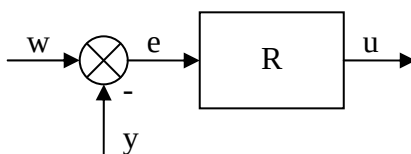
$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (27)$$

1.3 Spojité regulátory

Regulátorem je nazýváno zařízení v regulačním obvodu, kterým se uskutečňuje proces automatické regulace. Podstata činnosti regulátoru spočívá ve vyhodnocení regulační odchylky

$$e(t) = w(t) - y(t) \quad (28)$$

Cílem je vytvoření akční veličiny $u_R(t)$ tak, aby odchylka $e(t)$ byla eliminována nebo aby byla co nejmenší.



Obr. 1. Zjednodušené blokové schéma regulátoru

Přenos ideálního PID regulátoru:

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (29)$$

Podle toho, které z konstant r_0 , r_{-1} , r_1 položíme rovné nule dostáváme základní druhy regulátorů: P regulátor, I regulátor a kombinované regulátory PD, PI a PID.

U regulátorů lze určovat vliv jednotlivých složek spojitého regulátoru.

1.3.1 Pásmo proporcionality – pp [%]

Pásmo proporcionality určuje o jakou hodnotu v procentech se musí změnit vstupní signál regulátoru, aby se akční člen přestavil z jedné krajní polohy do druhé.

$$pp [\%] = \frac{1}{r_0} \cdot 100 \quad (30)$$

proporcionální konstanta r_0 je rovna kritickému zesílení analogového regulátoru k_R .

1.3.2 Integrační časová konstanta – T_I [s]

Určuje se z přechodové charakteristiky PI regulátoru. Integrační časová konstanta je čas, který by potřeboval čistě integrační regulátor aby přestavil akční člen do polohy, které dosáhne PI regulátor v čase $t = 0$ vlivem své proporcionální složky.

$$T_I = \frac{r_0}{r_{-1}} \text{ [s]} \quad (31)$$

1.3.3 Derivační časová konstanta – T_D [s]

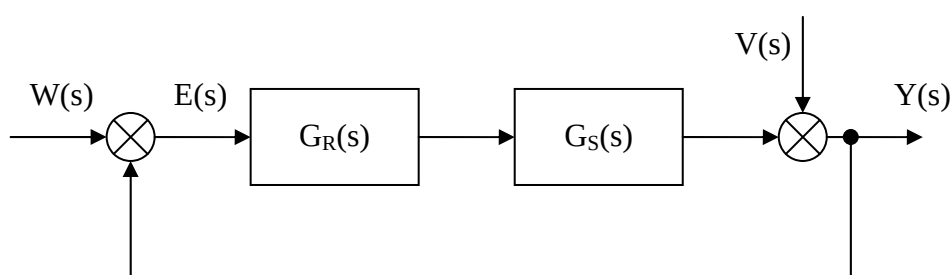
Derivační časová konstanta je čas, který by potřeboval čistě proporcionální regulátor, aby přestavil akční člen do polohy, které dosáhne PD regulátor v čase $t = 0$ vlivem své derivační složky.

$$T_D = \frac{r_1}{r_0} \text{ [s]} \quad (32)$$

1.4 Metody návrhu spojitých regulátorů

1.4.1 Metoda požadovaného modelu

Metoda se k používá regulaci soustav s dopravním spožděním i bez dopravního spoždění a je určena jak pro spojitou tak i diskretní regulaci. Je uvažován regulační obvod (obr. 2), ve kterém je konvenční regulátor s přenosem G_R . Přístup umožňuje určit typ vhodného konvenčního analogového regulátoru a seřadit ho tak, aby bylo dosaženo nulové trvalé regulační odchylky a požadovaného relativního překmitu regulované veličiny od 0 do 50% při skokové změně polohy žádané veličiny nebo poruchové veličiny působící na výstupu regulované soustavy [2].



Obr. 2. Blokové schéma spojitého regulačního obvodu

Tabulka II. Standardní typy regulátorů

Typ	Přenos spojitého regulátoru	Přenos číslicového regulátoru
P	k_R	k_R
I	$\frac{1}{T_I s}$	$\frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1}$
PD	$k_R (1 + T_D s)$	$k_R \left(1 + \frac{T_D}{T} \frac{z-1}{z} \right)$
PI	$k_R \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$	$k_R \left(1 + \frac{T}{T_I} \frac{z-1}{z} \right)$
PID	$k_R \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$	$k_R \left(1 + \frac{T}{T_I} \frac{z-1}{z} + \frac{T_D}{T} \frac{z-1}{z} \right)$

Přenos spojitého regulátoru G_R , který zajistí požadovaný přenos řízení je dán vztahem

$$G_R(s) = \frac{a_0}{sG_S(s)} e^{-T_d s} \quad (33)$$

kde: a_0 je numericky zjištěná hodnota zesílení otevřeného regulačního obvodu s dopravním zpožděním.

Soustava s dopravním zpožděním

Požadovaný relativní překmit κ můžeme zajistit podle vztahu

$$a_0 T_d = \frac{1}{\beta} \quad (34)$$

β - koeficient pro výpočet zesílení otevřeného regulačního obvodu uvedený v následující tabulce .

U diskrétního regulačního obvodu vycházíme ze vztahu

$$a = \frac{1}{\alpha T + \beta T_d} \quad (35)$$

Tabulka III. Závislost koeficientu α a β na relativním překmitu

κ	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
α	1,282	0,984	0,884	0,832	0,763	0,697	0,669	0,640	0,618	0,599	0,577
β	2,718	1,994	1,720	1,561	1,437	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

Soustava bez dopravního zpoždění

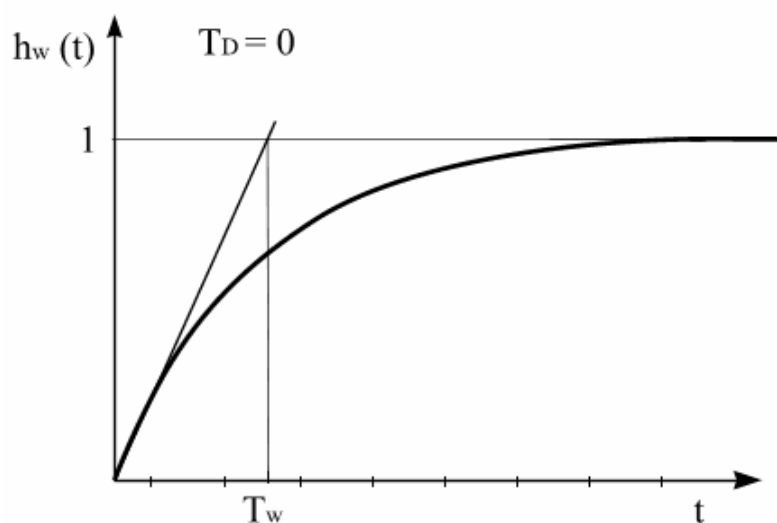
Vychází se z požadavku, aby regulační obvod s analogovým regulátorem měl L-přenos řízení

$$G_w(s) = \frac{1}{T_w s + 1} \quad (36)$$

a číslicovým regulátorem Z-přenos řízení

$$G_w(z) = \frac{1 - c_w}{z - c_w}, \quad c_w = e^{-\frac{T}{T_w}} \quad (37)$$

kde T_w je časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu. Volba musí být provedena s ohledem na omezení akční veličiny.

Obr. 3. Přechodová char. uzavřeného reg. obvodu bez T_d

V následující IV jsou uvedeny optimální nastavitelné parametry jednotlivých regulátorů pro dané typy soustav.

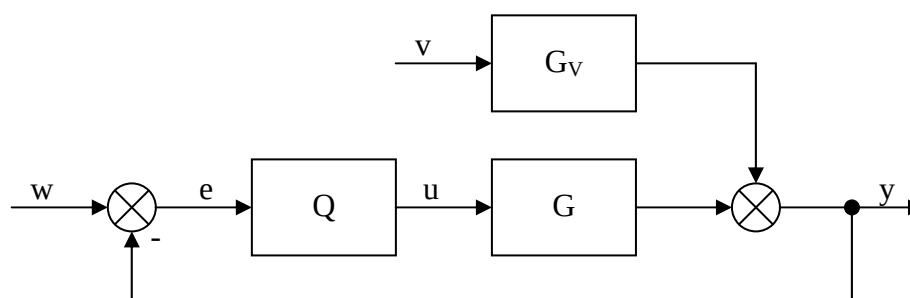
Tabulka IV: Určení nastavitelných regulátorů

REGULOVANÁ SOUSTAVA	REGULÁTOR – analogový (T=0), číslicový (T>0)				
	TYP	K _R		T _I	T _D
		T _d =0	T _d >0		
$G_s = \frac{c_s}{s} e^{-T_d s}$	P	$\frac{2}{c_s(2T_w + T)}$	$\frac{a}{c_s}$	-	-
$G_s = \frac{k_s}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{2T_1}{k_s(2T_w + T)}$	$\frac{aT_1}{k_s}$	$T_1 - \frac{T}{2}$	-
$G_s = \frac{c_s}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$	PD	$\frac{2}{c_s(2T_w + T)}$	$\frac{a}{c_s}$	-	$T_1 - \frac{T}{2}$
$G_s = \frac{k_s}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$	PID	$\frac{2T_1}{k_s(2T_w + T)}$	$\frac{aT_1}{k_s}$	$T_1 + T_2 - T$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T}{4}$
$G_s(s) = \frac{k_s}{T_0^2 s^2 + 2\xi T_0 s + 1} e^{-T_d s}$	PID	$\frac{2T_1}{k_s(2T_w + T)}$	$\frac{aT_1}{k_s}$	$2\xi T_0 - T$	$\frac{T_0}{2\xi T_0} - \frac{T}{4}$

1.4.2 Polynomiální metoda syntézy systému řízení

Základní požadavky na vlastnosti systému řízení:

- 1) stabilita systému řízení (regulačního obvodu)
- 2) vnitřní ryzost systému řízení (ryzost všech prvků)
- 3) asymptotické sledování referenčního signálu (žádané hodnoty výstupu)
- 4) úplná kompenzace poruchy vstupující do řízeného objektu

1DOF konfigurace systému řízení

Obr. 4. 1DOF konfigurace systému řízení

 G – řízený systém w – žádaná hodnota G_v – část říz. syst., přes který přichází porucha e – regulační odchylka Q – regulátor u – akční veličina v – porucha y – řízený výstup

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \quad \deg b \leq \deg a$$

$$G_v(s) = \frac{c(s)}{a(s)} \quad \deg c \leq \deg a$$

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad \deg q \leq \deg p$$

Obraz výstupu

$$Y(s) = \frac{b(s)q(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} W(s) + \frac{c(s)p(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} V(s) \quad (38)$$

Obraz regulační odchylky

$$E(s) = \frac{a(s)p(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} W(s) + \frac{c(s)p(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} V(s) \quad (39)$$

Obraz akční veličiny

$$U(s) = \frac{q(s)}{p(s)} E(s) = \frac{a(s)q(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} W(s) - \frac{c(s)p(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} V(s) \quad (40)$$

označme $a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s)$

Výsledný obraz řízeného výstupu

$$Y(s) = \frac{1}{d(s)} [b(s)q(s)W(s) + c(s)p(s)V(s)] \quad (41)$$

Výsledný obraz regulační odchylky

$$E(s) = \frac{p(s)}{d(s)} [a(s)W(s) - c(s)V(s)] \quad (42)$$

Podmínka stability systému řízení je splněna, jestliže polynomy p a q v přenosu regulátoru budou dány řešením polynomiální rovnice:

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (43)$$

se stabilním polynomem $d(s)$ na pravé straně.

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} \quad \deg h_w \leq \deg f_w \quad (44)$$

$$V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad \deg h_v \leq \deg f_v \quad (45)$$

$$p(s) = f(s)\tilde{p}(s) \quad (46)$$

Asymptotické sledování a úplná kompenzace poruchy bude zajištěna jestliže polynom $p(s)$ můžeme napsat ve tvaru $p(s) = f(s)\tilde{p}(s)$, kde $f(s)$ – nejmenším společným násobkem polynomu $f_w(s)$ a $f_v(s)$. [4]

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (47)$$

Tvary spojitých regulátorů

Soustavy bez dopravního zpoždění

Využijeme substitucí (19), (21), (23), (25) a (27).

a) Proporcionální soustava 1. řádu bez dopravního zpoždění (19) bude mít přenos ve tvaru:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{a_1s + a_0} \quad (48)$$

b) Integrační soustava 2. řádu bez dopravního zpoždění (23) bude mít přenos ve tvaru

$$G_s(s) = \frac{b_0}{a_2s^2 + a_1s} \quad (49)$$

Pro zjednodušení se může celý přenos podělit koeficientem nejvyššího stupně jmenovatele.

ad a) Proporcionální soustava 1. řádu bez T_d :

$$G_s(s) = \frac{b_0}{a_1 s + a_0} \quad f(s) = s$$

$$G_s(s) = \frac{b_0}{a_1 s + a_0} = \frac{b_0^*}{s + a_0^*} \quad (50)$$

$$\deg q = \deg a + \deg f - 1 = 1$$

$$\deg \tilde{p} = \deg a - 1 = 0$$

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f - 1 = 2$$

$$Q(s) = \frac{q(s)}{\tilde{p}(s)f(s)}$$

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

$$(s + a_0^*)s \cdot p_0 + b_0^*(q_1 s + q_0) = d_2 s^2 + d_1 s + d_0$$

$$p_0 s^2 + (p_0 a_0^* + b_0^* q_1)s + b_0^* q_0 = d_2 s^2 + d_1 s + d_0$$

$$s^2 : p_0 = d_2$$

$$s : p_0 a_0^* + b_0^* q_1 = d_1 \Rightarrow q_1 = \frac{d_1 - d_2 a_0^*}{b_0^*}$$

$$s^0 : b_0^* q_0 = d_0 \Rightarrow q_0 = \frac{d_0}{b_0^*}$$

$$d(s) = (s + \alpha)^2 = s^2 + 2\alpha s + \alpha^2$$

$$d_0 = \alpha^2 \quad d_1 = 2\alpha \quad d_2 = 1$$

$$Q(s) = \frac{\frac{2\alpha - a_0^*}{b_0^*}s + \frac{\alpha^2}{b_0^*}}{s} \quad (51)$$

ad b) Integrační soustava 2. řádu bez T_d :

$$G_s(s) = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s} = \frac{b_0^*}{s^2 + a_1^* s} \quad f(s) = s \quad (52)$$

stejným způsobem jako v předchozím případě byl odvozen regulátor a to ve tvaru:

$$Q(s) = \frac{\frac{6\alpha^2 - 4a_1^* \alpha + (a_1^*)^2}{b_0^*}s^2 + \frac{4\alpha^3}{b_0^*}s + \frac{\alpha^4}{b_0^*}}{s^2 + (4\alpha - a_1^*)s} \quad (53)$$

Soustavy s dopravním zpožděním

Vycházím z aproximovaných soustav (21), (25), (27).

c) Aproximovaný přenos integrační soustavy prvního řádu:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s}, f = s \quad (54)$$

Pro tuto soustavu byl odvozen regulátor ve tvaru:

$$Q(s) = \frac{\frac{6\alpha^2 - 4a_1\alpha + a_1^2}{b_0}s^2 + \frac{4\alpha^3}{b_0}s + \frac{\alpha^4}{b_0}}{s^2 + (4\alpha - a_1)s} \quad (55)$$

d) Aproximovaný přenos proporcionální soustavy prvního řádu:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}, f = s \quad (56)$$

Pro tuto soustavu byl odvozen regulátor ve tvaru:

$$Q(s) = \frac{\frac{6\alpha^2 - a_0 - 4a_1\alpha + a_1^2}{b_0}s^2 + \frac{4\alpha^3 - 4a_0\alpha + a_1a_0}{b_0}s + \frac{\alpha^4}{b_0}}{s^2 + (4\alpha - a_1)s} \quad (57)$$

e) Aproximovaný přenos integrační soustavy 2. řádu:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s}, f = s \quad (58)$$

Regulátor je ve tvaru:

$$Q(s) = \frac{q_3 s^3 + q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_2 s^2 + p_1 s + p_0)} \quad (59)$$

Parametry regulátoru jsou:

$$\begin{aligned} p_2 &= \frac{1}{a_3} \\ q_0 &= \frac{\alpha^6}{b_0} \\ p_1 &= \frac{6\alpha - a_2 p_2}{a_3} \\ p_0 &= \frac{15\alpha^2 - a_2 p_1 - a_1 p_2}{a_3} \\ q_3 &= \frac{20\alpha^3 - a_2 p_0 - a_1 p_1}{b_0} \end{aligned}$$

$$q_1 = \frac{6\alpha^5}{b_0}$$

$$q_2 = \frac{15\alpha^4 - a_1 p_0}{b_0}$$

f) Aproximovaný přenos proporcionální soustavy 2. řádu:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, f = s \quad (60)$$

Regulátor je ve tvaru:

$$Q(s) = \frac{q_3 s^3 + q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_2 s + p_1 s + p_0)} \quad (61)$$

Parametry regulátoru jsou:

$$p_2 = \frac{1}{a_3}$$

$$q_0 = \frac{\alpha^6}{b_0}$$

$$p_1 = \frac{6\alpha - a_2 p_2}{a_3}$$

$$p_0 = \frac{15\alpha^2 - a_2 p_1 - a_1 p_2}{a_3}$$

$$q_3 = \frac{20\alpha^3 - a_2 p_0 - a_1 p_1 - a_0 p_2}{b_0}$$

$$q_1 = \frac{6\alpha^5 - a_0 p_0}{b_0}$$

$$q_2 = \frac{15\alpha^4 - a_1 p_0 - a_0 p_1}{b_0}$$

g) Aproximovaný přenos proporcionální kmitavé soustavy 2. řádu:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, f = s \quad (62)$$

Struktura regulátoru i jeho parametry jsou stejné jako u f) přenosu soustavy.

Tvary diskrétních regulátorů

Diskretizací spojitých tvarů soustav obdržíme tyto tři základní typy soustav:

$$\frac{b_0}{a_0 + a_1 \cdot z^{-1}} \quad (63)$$

$$\frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1}}{a_0 + a_2 \cdot z^{-2}} \quad (64)$$

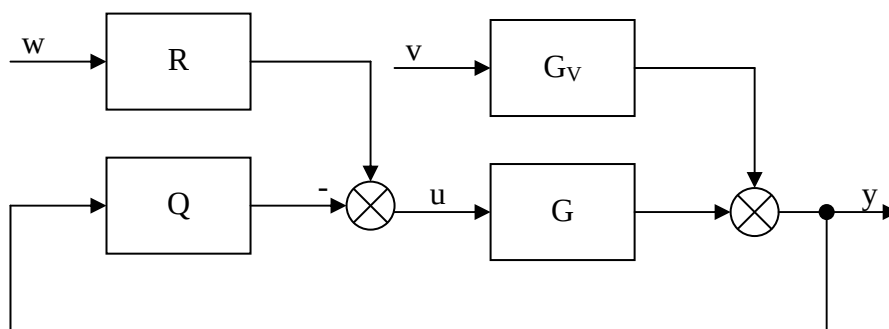
$$\frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}}{a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_3 \cdot z^{-3}} \quad (65)$$

Regulátory jsou ve tvar:

$$Q(z) = \frac{q(z)}{\tilde{p}(z)f(z)} \quad (66)$$

Konkrétní parametry regulátorů pro jednotlivé soustavy uvádím kvůli velké prostrové náročnosti v příloze P 1.

2DOF konfigurace systému řízení



Obr. 5. 2DOF konfigurace systému řízení

G – řízený systém

w – žádaná hodnota

G_v – část říz. syst., přes který přichází porucha

u – akční veličina

Q – zpětnovazební část regulátoru

v – porucha

R – přímovazební část regulátoru

y – řízený výstup

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \quad \deg b \leq \deg a$$

$$G_v(s) = \frac{c(s)}{a(s)} \quad \deg c \leq \deg a$$

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} \quad \deg q \leq \deg p$$

$$R(s) = \frac{r(s)}{p(s)} = \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} \quad \deg r \leq \deg p$$

Obraz výstupu

$$Y(s) = \frac{b(s)r(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} W(s) + \frac{c(s)p(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} V(s) \quad (67)$$

Obraz regulační odchylky

$$E(s) = \left(1 - \frac{b(s)r(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} \right) W(s) - \frac{c(s)p(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} V(s) \quad (68)$$

Provedeme substituci

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

Podmínka stability systému řízení je splněna, jestliže polynomy $q(s)$ a $p(s)$ v přenosu zpětnovazebního regulátoru jsou dány řešením polynomiální rovnice $a(s)p(s) + b(s)q(s) = d(s)$ se stabilním polynmem $d(s)$ na pravé straně.

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} \quad (69)$$

$$V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad (70)$$

$$E(s) = \frac{1}{d(s)} \left[(d(s) - b(s)r(s)) \frac{h_w(s)}{f_w(s)} - c(s)p(s) \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \right] \quad (71)$$

Úplná kompenzace poruchy bude zajištěna, jestliže polynom $f_v(s)$ bude dělit polynom $p(s)$, to znamená, bude-li platit $p(s) = f_v(s)\tilde{p}(s)$

$$d(s) - b(s)r(s) = t(s)f_w(s) \quad \Rightarrow \quad t(s)f_w(s) + b(s)r(s) = d(s) \quad (72)$$

Asymptotické sledování je zajištěno, jestliže polynom $r(s)$ v přenosu přímovazební části regulátoru, je dán řešením druhé polynomiální rovnice $t(s)f_w(s) + b(s)r(s) = d(s)$.

Polynom $t(s)$ nevstupuje do přenosu regulátoru, ale musí být zaveden v zájmu řešitelnosti rovnice.

$$a(s)f_v(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s) \quad (73)$$

$$t(s)f_w(s) + b(s)r(s) = d(s) \quad (74)$$

Tvary spojitých regulátorů pro jednotlivé typy soustav:

ad a) Proporcionální soustava 1. řádu bez T_d :

$$G_s(s) = \frac{b_0}{a_1s + a_0} \quad f_w = s \quad f_v = s \quad W(s) = \frac{1}{s} \quad V(s) = 0 \quad (75)$$

$$k = \deg f_w + 1 - 2 \deg a - \deg f_v = 0$$

$$\deg q = \deg a + \deg f_v - 1 = 0$$

$$\deg p = \deg a - 1 + k = 0$$

$$\deg d = 2 \deg a + \deg f_v - 1 + k = 1$$

$$\deg r = \deg f_w - 1 = 0$$

$$\deg t = 2 \deg a + \deg f_v - 1 - \deg f_w + k = 0$$

$$(a_1s + a_0) \cdot 1 \cdot p_0 + b_0q_0 = s + \alpha$$

$$a_1p_0s + a_0p_0 + b_0q_0 = s + \alpha$$

$$s^1 : a_1p_0 = 1 \quad \Rightarrow p_0 = \frac{1}{a_1}$$

$$s^0 : a_0p_0 + b_0q_0 = \alpha \quad \Rightarrow q_0 = \frac{\alpha - a_0p_0}{b_0}$$

$$t_0s + b_0r_0 = s + \alpha$$

$$s^1 : t_0 = 1$$

$$s^0 : b_0r_0 = \alpha \quad \Rightarrow r_0 = \frac{\alpha}{b_0}$$

$$Q(s) = \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_0}{p_0s} \quad (76)$$

$$R(s) = \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{r_0}{p_0s}$$

ad b) Integrační soustava 2. řádu bez T_d :

$$G_s(s) = \frac{b_0}{a_2s^2 + a_1s} \quad f_w = s \quad f_v = s \quad W(s) = \frac{1}{s} \quad V(s) = 0 \quad (77)$$

$$p_1 = \frac{1}{a_2}$$

$$p_0 = \frac{3\alpha - a_1 p_1}{a_2}$$

$$q_0 = \frac{\alpha^3}{b_0}$$

$$q_1 = \frac{3\alpha^2 - a_1 p_0}{b_0}$$

$$r_0 = \frac{\alpha^3}{b_0}$$

$$\begin{aligned} Q(s) &= \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)} \\ R(s) &= \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{r_0}{(p_1 s + p_0)s} \end{aligned} \quad (78)$$

Soustavy s dopravním zpožděním

Dopravní zpoždění bylo aproximováno jmenovatelovou aproximací 1. stupně. Řád jmenovatele se proto u každé soustavy o jedničku zvýšil. Následující popisky se týkají původních soustav. Proto např. popis ek aproximovaný přenos 1. řádu má pod sebou soustavu ve tvaru $s^2 + a_1 s$.

c) Aproximovaný přenos integrační soustavy prvního řádu:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s}, \quad f_w = s \quad f_v = s \quad W(s) = \frac{1}{s} \quad V(s) = 0 \quad (79)$$

$$p_1 = 1$$

$$p_0 = \frac{3\alpha - a_1}{a_2}$$

$$q_0 = \frac{\alpha^3}{b_0}$$

$$q_1 = \frac{3\alpha^2 - a_1 p_0}{b_0}$$

$$r_0 = \frac{\alpha^3}{b_0}$$

$$\begin{aligned}
 Q(s) &= \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_1s + q_0}{s(p_1s + p_0)} \\
 R(s) &= \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{r_0}{(p_1s + p_0)s}
 \end{aligned} \tag{80}$$

d) Aproximovaný přenos proporcionální soustavy 1. řádu:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0}, \quad f_w = s \quad f_v = s \quad W(s) = \frac{1}{s} \quad V(s) = 0 \tag{81}$$

$$p_1 = \frac{1}{a_2}$$

$$p_0 = \frac{3\alpha - a_1p_1}{a_2}$$

$$q_0 = \frac{\alpha^3 - a_0p_0}{b_0}$$

$$q_1 = \frac{3\alpha^2 - a_1p_0 - a_0p_1}{b_0}$$

$$r_0 = \frac{\alpha^3}{b_0}$$

$$\begin{aligned}
 Q(s) &= \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_1s + q_0}{s(p_1s + p_0)} \\
 R(s) &= \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{r_0}{(p_1s + p_0)s}
 \end{aligned} \tag{82}$$

e) Aproximovaný přenos integrační soustavy 2. řádu:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s}, \quad f_w = s \quad f_v = s \quad W(s) = \frac{1}{s} \quad V(s) = 0 \tag{83}$$

$$p_2 = \frac{1}{a_3}$$

$$q_0 = \frac{\alpha^5}{b_0}$$

$$p_1 = \frac{5\alpha - a_2p_2}{a_3}$$

$$p_0 = \frac{10\alpha^2 - a_2p_1 - a_1p_2}{a_3}$$

$$q_1 = \frac{5\alpha^4 - a_1 p_0}{b_0}$$

$$q_2 = \frac{10\alpha^3 - a_2 p_0 - a_1 p_1}{b_0}$$

$$r_0 = \frac{\alpha^5}{b_0}$$

$$Q(s) = \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)}$$

$$R(s) = \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{r_0}{(p_1 s + p_0)s} \quad (84)$$

f) Aproximovaný přenos proporcionální soustavy 2. řádu:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, f = s \quad (85)$$

$$p_2 = \frac{1}{a_3}$$

$$q_0 = \frac{\alpha^5 - a_0 p_0}{b_0}$$

$$p_1 = \frac{5\alpha - a_2 p_2}{a_3}$$

$$p_0 = \frac{10\alpha^2 - a_2 p_1 - a_1 p_2}{a_3}$$

$$q_1 = \frac{5\alpha^4 - a_1 p_0 - a_0 p_1}{b_0}$$

$$q_2 = \frac{10\alpha^3 - a_2 p_0 - a_1 p_1 - a_0 p_2}{b_0}$$

$$r_0 = \frac{\alpha^5}{b_0}$$

$$Q(s) = \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)}$$

$$R(s) = \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{r_0}{(p_1 s + p_0)s} \quad (86)$$

g) Aproximovaný přenos proporcionální kmitavé soustavy 2. řádu:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, f = s \quad (87)$$

$$\begin{aligned}
p_2 &= \frac{1}{a_3} \\
q_0 &= \frac{\alpha^5 - a_0 p_0}{b_0} \\
p_1 &= \frac{5\alpha - a_2 p_2}{a_3} \\
p_0 &= \frac{10\alpha^2 - a_2 p_1 - a_1 p_2}{a_3} \\
q_1 &= \frac{5\alpha^4 - a_1 p_0 - a_0 p_1}{b_0} \\
q_2 &= \frac{10\alpha^3 - a_2 p_0 - a_1 p_1 - a_0 p_2}{b_0} \\
r_0 &= \frac{\alpha^5}{b_0} \\
Q(s) &= \frac{q(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(p_1 s + p_0)} \\
R(s) &= \frac{r(s)}{f_v(s)\tilde{p}(s)} = \frac{r_0}{(p_1 s + p_0)s}
\end{aligned}$$

(88)

Tvary diskrétních regulátorů

Diskretizací spojitých tvarů soustav obdržíme tyto tři základní typy soustav:

$$\frac{b_0}{a_0 + a_1 \cdot z^{-1}} \quad (89)$$

$$\frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1}}{a_0 + a_2 \cdot z^{-2}} \quad (90)$$

$$\frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}}{a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_3 \cdot z^{-3}} \quad (91)$$

Regulátory jsou ve tvar:

$$\begin{aligned} Q(z) &= \frac{q(z)}{f_v(z)\tilde{p}(z)} \\ R(z) &= \frac{r(z)}{f_v(z)\tilde{p}(z)} \end{aligned} \quad (92)$$

Konkrétní parametry regulátorů pro jednotlivé soustavy uvádím kvůli velké prostrové náročnosti v příloze P 2.

1.4.3 Ziegler-Nichols a jeho modifikace

Pro nastavení spojitých regulátorů jsem použil metodu nastavení z přechodové charakteristiky, zatímco pro nastavování diskrétních regulátorů využívám metody nastavení z kritické periody kmitu.

Návrh spojitých regulátorů metodou nastavení z přechodové charakteristiky

Metoda je použita jak pro soustavy bez dopravního zpoždění tak i pro metody s dopravním zpožděním. Je možné přímo volit jednoduché relace mezi přechodovou charakteristikou regulované soustavy a stavitelnými parametry regulátoru takové, aby regulační pochod byl blízký optimálnímu. Z odměřené přechodové charakteristiky (Obr. 6) proporcionální regulované soustavy zjistíme dobu průtahu T_u , dobu náběhu T_n a činitele autoregulace s_0 . Optimální hodnoty stavitelných parametrů regulátoru jsou uvedeny v tabulce V. U integračních regulovaných soustav (Obr. 7) jsou stavitelné parametry regulátoru uvedeny v tabulce VI., kde T_u je doba náběhu a c_s statický činitel rychlosti [1].

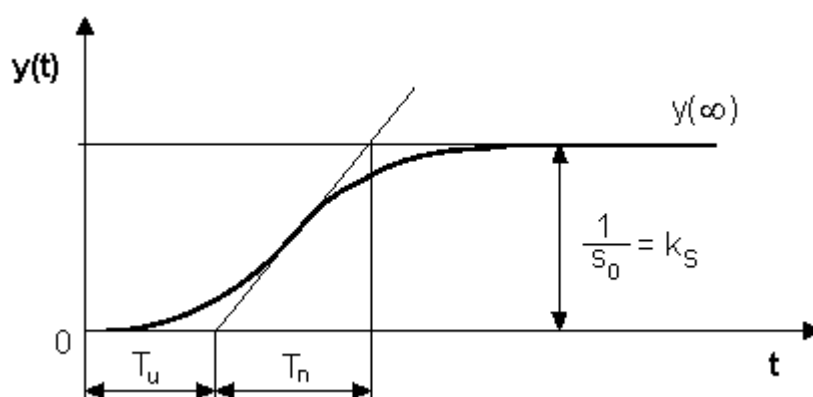
Soustavy s dopravním zpožděním:

- zde postupujeme tak, že dopravní zpoždění (T_d) přičteme k parametru T_u dané soustavy

Soustavy bez dopravního zpoždění:*Proporcionální soustavy:*

U soustav 1. řádu je vždy parametr T_u nulový. Proto pro výpočet parametrů regulátoru položíme T_u rovno jedné ($T_u = 1$). Z přechodové charakteristiky odečteme T_u a k_s

$$s_0 = \frac{1}{k_s}$$



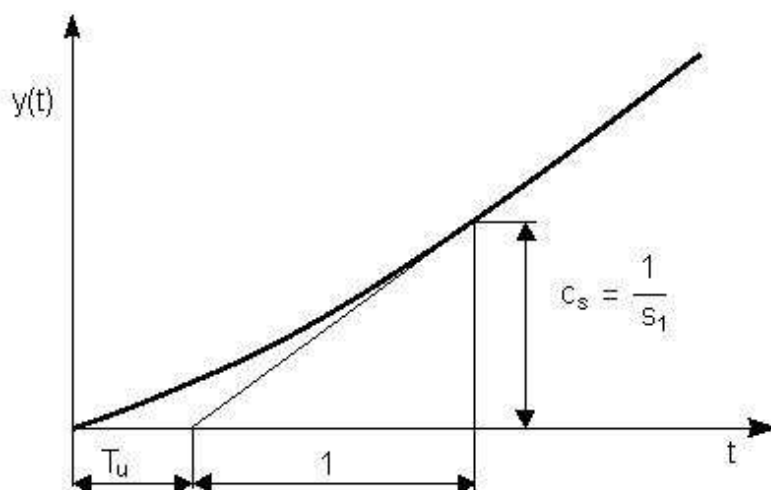
Obr. 6. Přechodová charakteristika proporcionální soustavy

Tabulka V: Optimální hodnoty stavitelných parametrů regulátoru u proporcionálních soustav

Typ regulátoru	$G_R(s) = r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$		
	r_0	T_I	T_D
P	$\frac{T_n}{T_u} s_0$	-	-
PI	$\frac{0,9 \cdot T_n}{T_u} s_0$	$3,5 T_u$	-
PD	$\frac{1,2 \cdot T_n}{T_u} s_0$	-	$0,25 T_u$
PID	$\frac{1,25 \cdot T_n}{T_u} s_0$	$2 T_u$	$0,5 T_u$

Integrační soustavy:

Optimální stavitelný parametr r_0 je upraven tak, že doba náběhu se nahradí jedničkou ($T_n=1$) a celý vzorec se vynásobí konstantou 1,75. Kde tato konstanta byla určena experimentálně pro optimální seřízení regulátoru. Časové konstanty T_I a T_D zůstaly nezměněny. Z přechodové charakteristiky odečteme T_u a c_s , kde $s_1 = \frac{1}{c_s}$.



Obr. 7. Přechodová charakteristika integrační regulované soustavy

Tabulka VI: Optimální hodnoty stavitelných parametrů regulátoru u integračních soustav

Typ regulátor u	$G_R(s) = r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$		
	r_0	T_I	T_D
P	$\frac{1,75}{T_u} s_1$	-	-
PI	$\frac{1,58}{T_u} s_1$	$3,5 T_u$	-
PD	$\frac{2,1}{T_u} s_1$	-	$0,25 T_u$
PID	$\frac{2,2}{T_u} s_1$	$2 T_u$	$0,5 T_u$

Návrh diskrétních regulátorů metodou nastavení z kritické periody kmitu

Opět vycházím z diskretizací základních tvarů spojitéch soustav:

$$\frac{b_0}{a_0 + a_1 z^{-1}} \quad \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{a_0 + a_2 z^{-2}} \quad \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_3 z^{-3}} \quad (93)$$

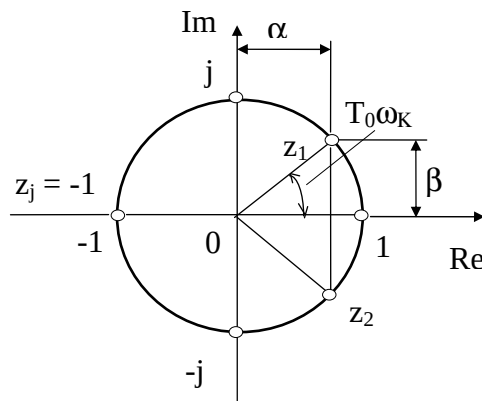
Výpočet kritických parametrů pro soustavu n-tého řádu

Přenosová funkce řízení uzavřeného regulačního

$$G_w(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{G_p(z)G_R(z)}{1 + G_p(z)G_R(z)} = \frac{K_p(z^{-1})}{A(z^{-1}) + K_p B(z^{-1})} \quad (94)$$

$$[A(z^{-1}) + K_{PK} B(z^{-1})] = (z^2 - 2\alpha z + 1)E(z^{-1}) \quad (95)$$

$$[A(z^{-1}) + K_{PK} B(z^{-1})] = (z + 1)^j F(z^{-1}) \quad (96)$$



Obr. 8. Rozložení kritických pólů polynomu $D(z)$ v komplexní rovině

$$\cos(T_0 \omega_K) = \alpha; \quad \omega_K = \frac{1}{T_0} \arccos \alpha; \quad T_K(T_0) = \frac{2\pi}{\omega_K} \quad (97)$$

Je zřejmé, že v případě reálných kritických pólů $z_j = -1$ platí pro kritickou periodu kmitů vztahy

$$\cos(T_0 \omega_K) = -1; \quad \omega_K = \frac{\pi}{T_0}; \quad T_K(T_0) = 2T_0 \quad (98)$$

Výpočet kritické periody kmitů opět závisí na umístění pólů na jednotkové kružnici v komplexní rovině z . V prvním případě, tj. řešení polynomiální rovnice (95) se kritická perioda kmitů vypočítá podle vztahů (97), ve druhém případě, tj. řešení polynomiální rovnice (96) podle vztahu (98).

Příklad výpočtu pro 2. řád:

$$K_{p1} = \frac{1 - a_2}{b_2}$$

$$K_{p2} = \frac{a_1 - a_2 - 1}{b_2 - b_1}$$

$$b = b_1 K_{p1} + a_1$$

$$c = b_2 K_{p1} + a_2$$

$$d = b^2 - 4c$$

$$\alpha = -\frac{b}{2}$$

$$\omega_k = \frac{1}{T_0} \arccos \alpha$$

$$d \leq 0: K_{PK} = K_{p1}, T_k = \frac{2\pi}{\omega_k}$$

$$d > 0: K_{PK} = K_{p2}, T_k = 2T_0$$

Tabulka VII: Seřízení PSD regulátoru z kritických hodnot regulátoru

Typ regulátoru	K_R	$\frac{T}{T_I}$	$\frac{T_D}{T}$
P	$0,5 K_{PK}$	-	-
PS	$\alpha K_{PK} \frac{T}{T_k}$	$\frac{1}{K_R} 0,54 K_{PK} \frac{T}{T_k}$	-
PSD	$\beta K_{PK} \frac{T}{T_k}$	$\frac{1}{K_R} 1,2 K_{PK} \frac{T}{T_k}$	$\frac{1}{K_R} K_{PK} \frac{3T_k}{40T}$
Uvedené vzorce platí pro $T \leq 2 T_u$			

$$\alpha \in (0,24;0,45]$$

$$\beta \in (0,36;0,6)$$

Přepočet parametrů na přírůstkový diskretní PID regulátor:

$$q_0 = K_R \left(1 + \frac{T_D}{T} + \frac{T}{T_I} \right) \quad (99)$$

$$q_1 = -K_R \left(1 + 2 \frac{T_D}{T} \right) \quad (100)$$

$$q_2 = K_R \frac{T_D}{T} \quad (101)$$

1.4.4 Åströмова modifikace PID

Spojité regulátor:

$$u(t) = K_R \left[\beta w(t) - y(t) + \frac{1}{T_I} \int e(\tau) d\tau - T_D y_t'(t) \right] \quad (102)$$

$$\tau y_t'(t) + y_t(t) = y'(t) \quad (103)$$

$\beta = 1 \rightarrow$ klasický reálný PID regulátor.

K_R, T_I, T_D – v programu získávám tyto parametry pomocí metody Ziegler Nichols – z kritického zesílení. Postupuji tak, že nejprve pomocí Hurwitzova kritéria stability určím kritické zesílení (K_{PK}) a spočítám kořeny charakteristického polynomu s kritickým zesílením. Největší z kořenů položí rovn ω_K . Kritickou periodu kmitu pak spočítám ze

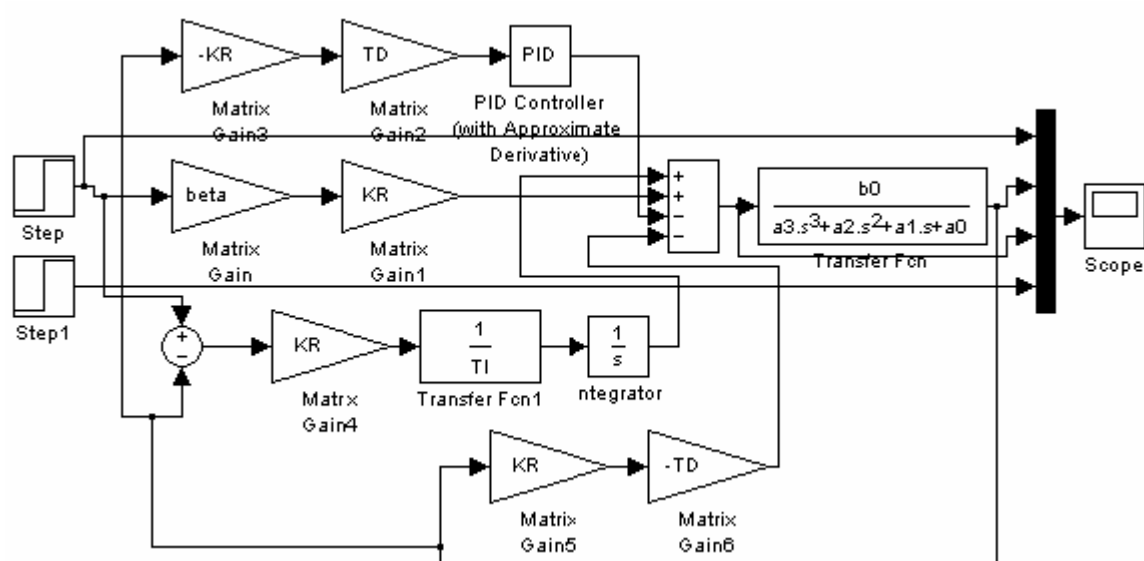
$$\text{vztahu: } T_k = \frac{2\pi}{\omega_K}.$$

$$K_R = 0,6 K_{PK}, T_I = 0,5 T_k, T_D = 0,12 T_k$$

β volíme z intervalu $0,4 < \beta < 1$.

$$\tau = \frac{T_D}{N}$$

$$N \in \langle 3, 10 \rangle$$



Obr. 9. Schéma regulačního obvodu se spojitým Åströmovým PID regulátorem

Diskrétní regulátor:

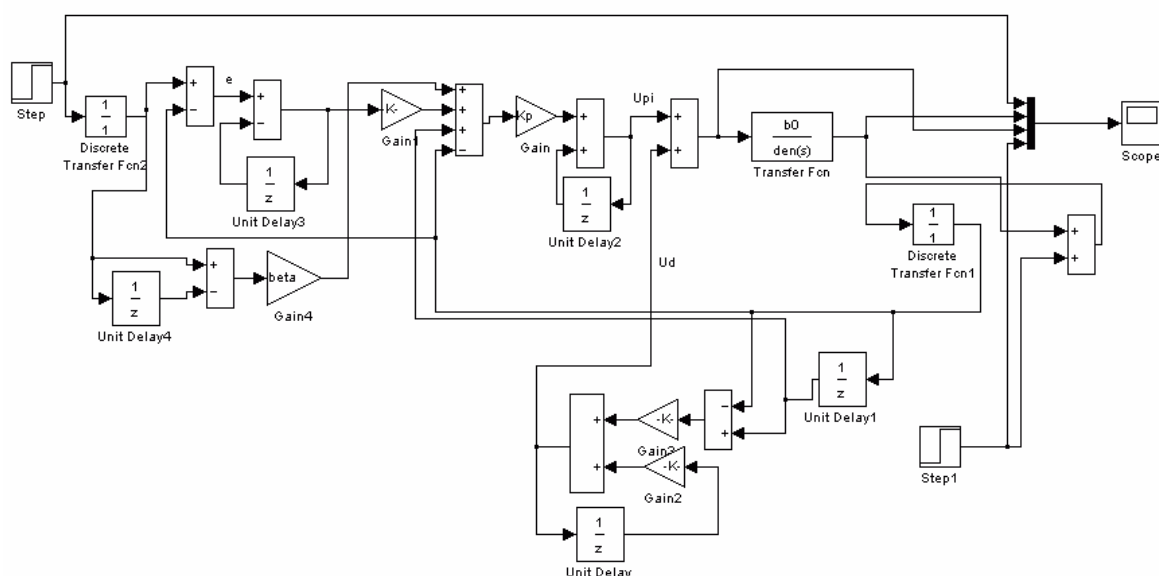
$$u(k) = u_{PI}(k) + u_D(k)$$

kde jednotlivé složky regulátoru jsou dány vztahy

$$u_{PI}(k) = K_P [y(k-1) - y(k)] + \frac{K_P T_0}{2T_I} [e(k) - e(k-1)] + \beta K_P [w(k) - w(k-1)] + u_{PI}(k-1) \quad (104)$$

$$u_D(k) = K_P \frac{T_D \alpha}{T_D + T_0 \alpha} [y(k-1) - y(k)] + \frac{T_D}{T_D + T_0 \alpha} u_D(k-1) \quad (105)$$

a parametry se volí v rozmezí $\beta \in (0 ; 1)$, $\alpha \in <3 ; 20>$.

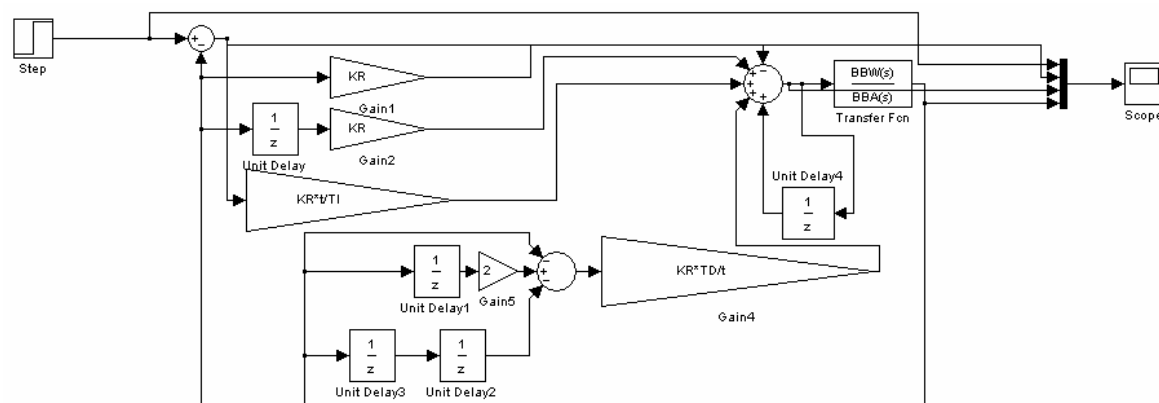


Obr. 10. Schéma regulačního obvodu s diskretním Åströmovým PID regulátorem

1.4.5 Takahashiho regulátor

Jde o modifikaci diskretního regulátoru, vycházející z Ziegler-Nicholsovy metody.

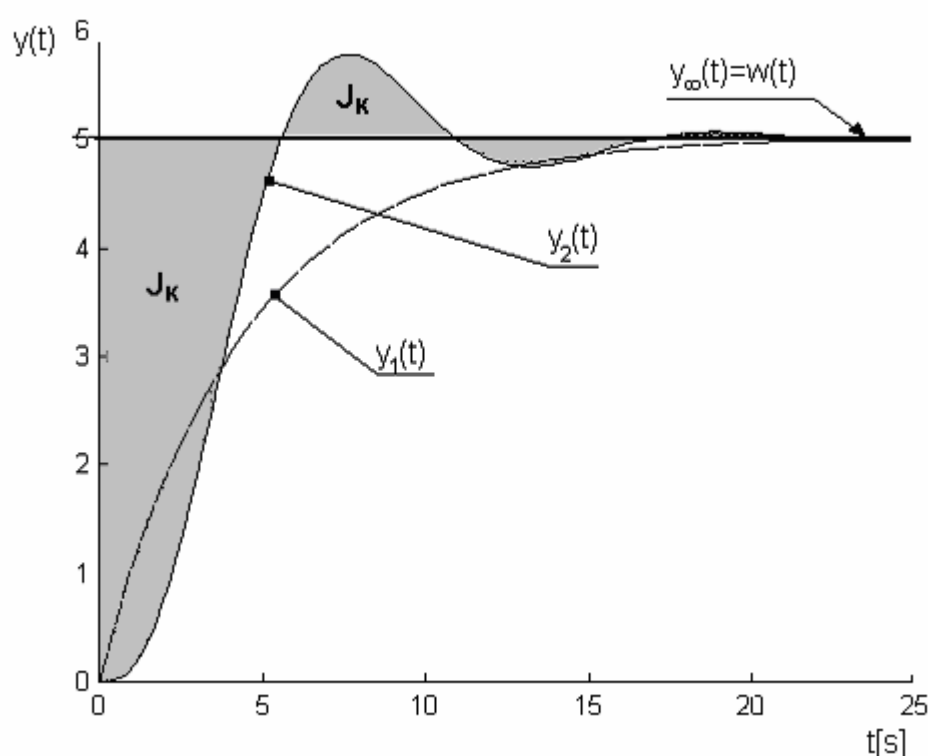
$$u(k) = K_P \left\{ -y(k) + y(k-1) + \frac{T_0}{T_I} [w(k) - y(k)] + \frac{T_D}{T_0} [2y(k-1) - y(k) - y(k-2)] \right\} + u(k-1) \quad (106)$$



Obr. 11. Schéma regulačního obvodu s diskretním Åströmovým PID regulátorem

Porovnání jednotlivých metod syntézy - kvalita regulace

Pro porovnání jednotlivých metod syntézy byla zvolena metoda kvadratické plochy. Tato metoda určuje kvalitu regulace z kvadratické regulační plochy ležící mezi přechodovou charakteristikou regulačního obvodu a vstupním signálem ve tvaru žádané hodnoty. Názorně je to zobrazeno na následujícím obrázku, kde $y_1(t)$ představuje aperiodický průběh a $y_2(t)$ periodický průběh [1].



Obr. 12. Aperiodický a kmitavý regulační pochod

Výpočet kvadratické regulační plochy (J_K) je proveden podle vztahu

$$J_K = \int_0^{\infty} [y(t) - y(\infty)]^2 dt = \int_0^{\infty} [y(t) - w(t)]^2 dt \approx \int_0^{t_f} [y(t) - w(t)]^2 dt \quad (107)$$

Výhodou tohoto kritéria je, že se dá využít jak pro aperiodické průběhy, tak i pro periodické průběhy. Pro uvedené kvadratické kritérium platí, že čím menší hodnota kvadratické plochy J_K , tím lepší kvalita regulace.

PRAKTICKÁ ČÁST

Program pro syntézu vybraných regulovaných soustav byl vytvořen v programovém systému Matlab 6.5. Pro správnou funkci programu je nutné mít nainstalovány na počítači tyto komponenty programového systému: Matlab, Matlab Simulink a Control System Toolbox.

1.5 Spuštění a obsluha programu

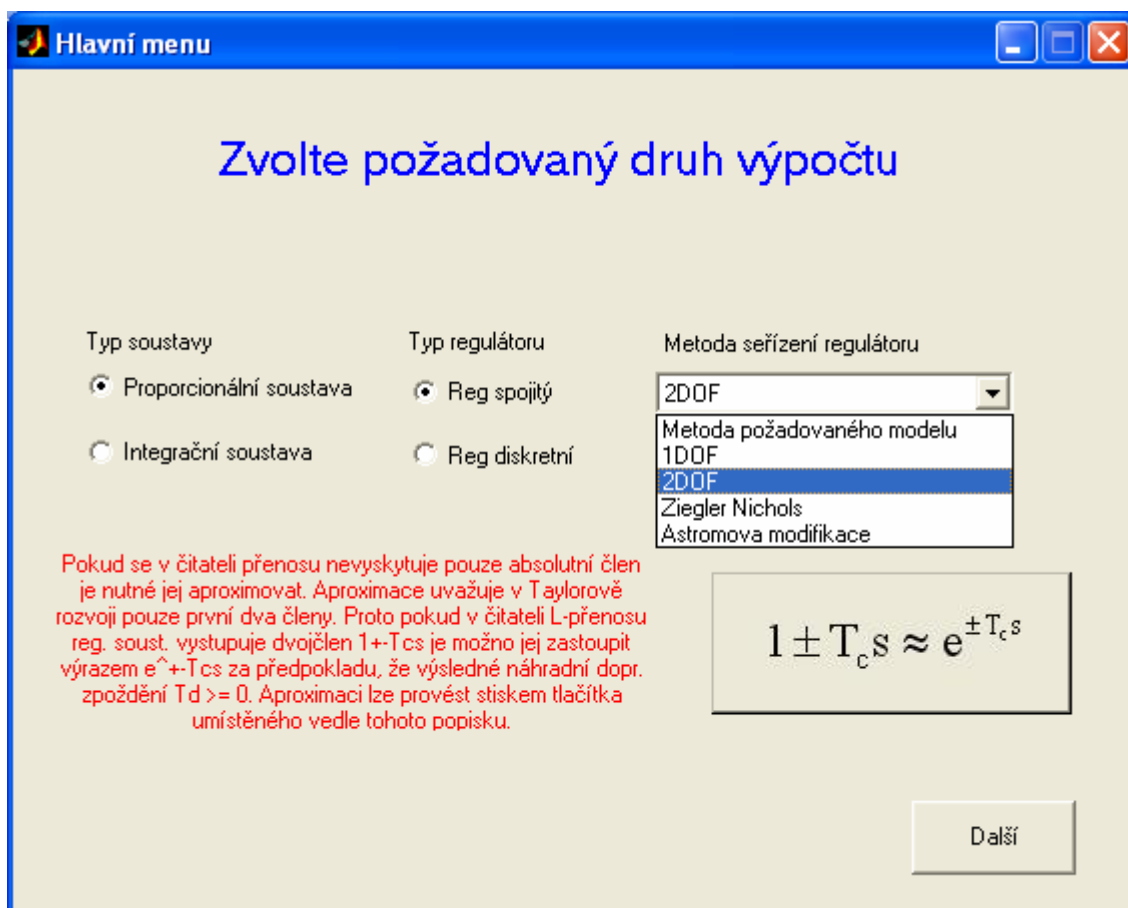
V Matlab Command Window nastavíme aktuální cestu ke spouštěcímu souboru **start.m**, napíšeme start a potvrdíme Enterem. Start.m je zaváděcí soubor celého programu a inicializuje všechny proměnné použité v programu.

Hlavní menu programu lze zvolit typ soustavy, typ regulátoru, typ metody a lze zde zadat případný číselník přenosu. Tento se zadává v případě, že číselník přenosu není ve tvaru k_s . Číselník přenosu zadáme stisknutím příslušného tlačítka v Hlavním menu. Program je navržen jak pro proporcionální tak pro integrační spojitě soustavy. Těmto dokáže navrhnout parametry spojitých a diskrétních regulátorů pomocí těchto metod:

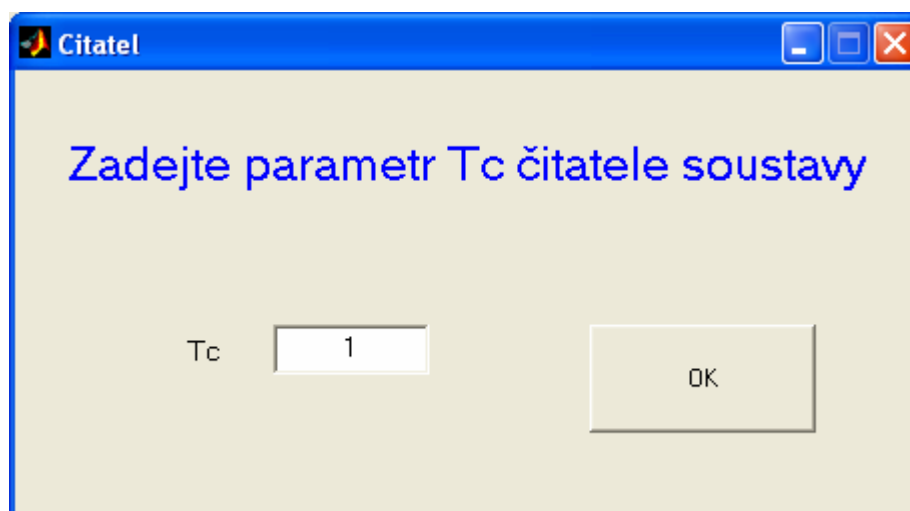
- Metoda požadovaného modelu
- 1 DOF
- 2 DOF
- Ziegler – Nicholsova metoda
- Åströmovou modifikací
- Takahashi (pouze pro diskrétní regulátory).

Regulované soustavy jsou programem simulovány, je spočítáno kritérium kvality regulace a výsledky jsou prezentovány ve formě grafu.

Uživatel může nastavovat časové konstanty přenosu, koeficient poměrného tlumení a dopravní zpoždění. Malé časové konstanty se nastavují v okně pro zadání parametrů soustavy za pomoci tlačítka DALSI. V případě mylného zadání jedné z časových konstant lze tlačítkem NULUJ začít zadávání malých časových konstant znovu. Dominantní a malé časové konstanty jsou zadávány zvlášť. Stisknutím tlačítka DALŠÍ se objeví dialogové okno pro zadání parametrů, které vyžadují jednotlivé metody návrhu regulátoru. Toto okno již zůstává otevřeno a lze, pokud výpočet nevedl k očekávaným výsledkům, tyto parametry měnit. Ve výsledném grafu jsou sledovány a barevně odlišeny žádaná veličina, regulační odchylka, akční zásah a regulovaná veličina. V horní části grafu je též uvedeno kritérium kvality regulace J_K .



Obr. 13. Hlavní menu programu



Obr. 14. Okno pro zadání čitatele soustavy

Typy proporcionálních soustav

Proporcionální soustavy

$$\frac{k_s}{(T_1s+1)\prod_{i=2}^n (T_i s+1)} \approx \frac{k_s}{(T_1s+1)(T_s s+1)}$$

$$T_s = \sum_{i=2}^n T_i, \quad T_1 \gg T_i, \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$\frac{k_s}{(T_1s+1)\prod_{i=2}^n (T_i s+1)} \approx \frac{k_s}{T_1s+1} e^{-T_d s}$$

$$T_d = \sum_{i=2}^n T_i, \quad T_1 \gg T_i, \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$\frac{k_s}{(T_1s+1)(T_2s+1)\prod_{i=3}^n (T_i s+1)} \approx \frac{k_s}{(T_1s+1)(T_2s+1)} e^{-T_d s}$$

$$T_d = \sum_{i=3}^n T_i, \quad T_1 \geq T_2 \gg T_i, \quad i = 3, 4, \dots, n$$

$$\frac{k_s}{(T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1)\prod_{i=1}^n (T_i s+1)} \approx \frac{k_s}{(T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1)} e^{-T_d s}$$

$$T_d = \sum_{i=1}^n T_i, \quad T_0 \gg T_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Obr. 15. Menu Typy proporcionálních soustav

Typy integračních soustav

Integrační soustavy

$$\frac{c_s}{s \prod_{i=1}^n (T_i s+1)} \approx \frac{c_s}{s(T_s s+1)}$$

$$T_s = \sum_{i=1}^n T_i$$

$$\frac{c_s}{s \prod_{i=1}^n (T_i s+1)} \approx \frac{c_s}{s} e^{-T_d s}$$

$$T_d = \sum_{i=1}^n T_i$$

$$\frac{c_s}{s(T_1s+1)\prod_{i=2}^n (T_i s+1)} \approx \frac{c_s}{s(T_1s+1)} e^{-T_d s}$$

$$T_d = \sum_{i=2}^n T_i, \quad T_1 \gg T_i, \quad i = 2, 3, \dots, n$$

Obr. 16. Menu Typy integračních soustav

Proporcionální soustava

Zadejte parametry soustavy

Zadej k_s

Zadej T_0

Zadej k_{si}

Zadej T_d

Zadej T_i

V poli T_i zadáváme časové konstanty T_1 a výše.
Zadáme čas. konst. T_1 a pro zadání časové konstanty T_2 (a vyšších) stiskneme tlačítko další.
V případě mylného zadání časové konstanty stiskneme tlačítko nuluj a začínáme zadávat znovu od konstanty T_1 .

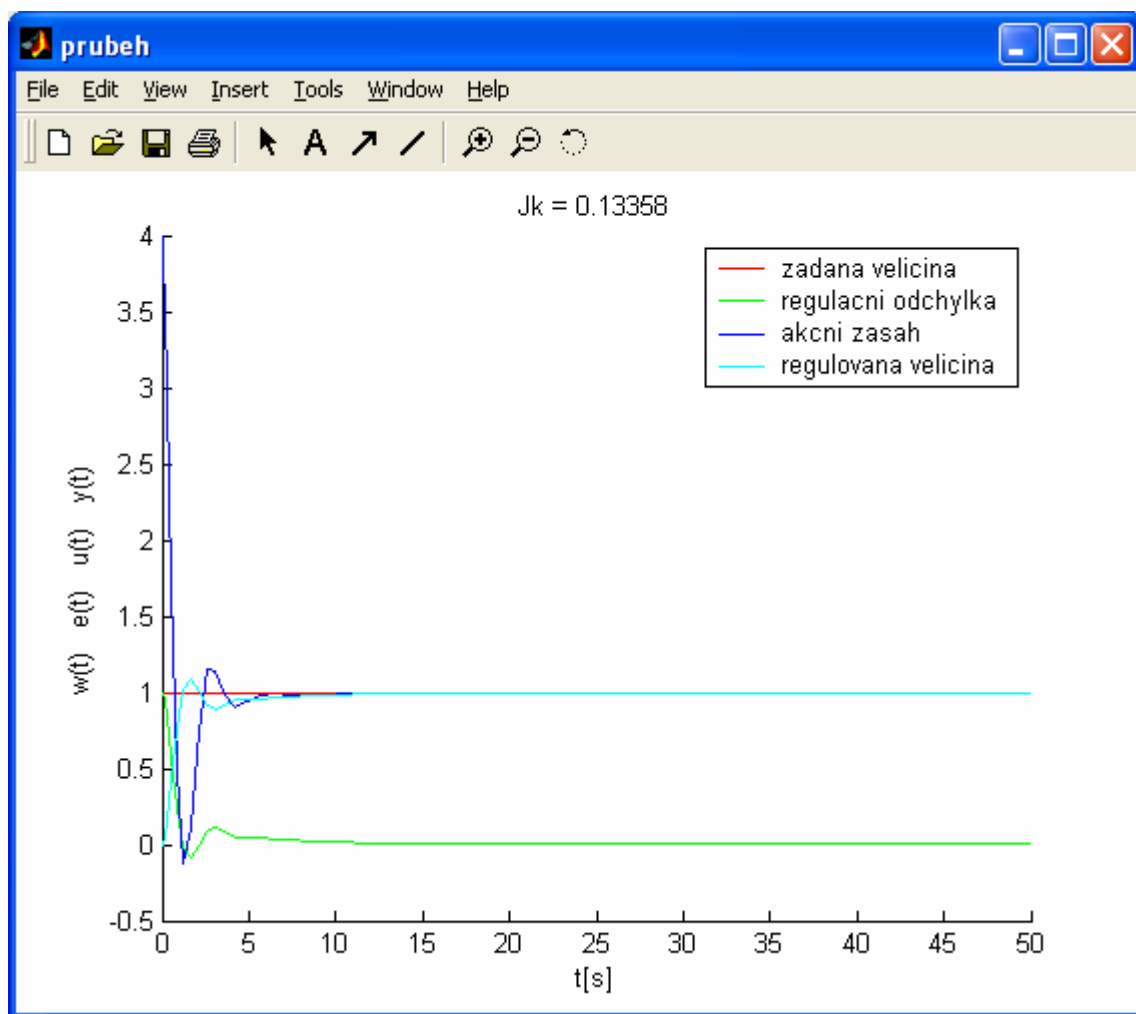
Obr. 17. Okno pro zadání parametrů (proporcionální kmitavá soustava 2. řádu)

Zadejte T_w

T_w

T_w je požadovaná časová konstanta regulačního obvodu.

Obr. 18. Příklad okna pro zadání požadovaných proměnných



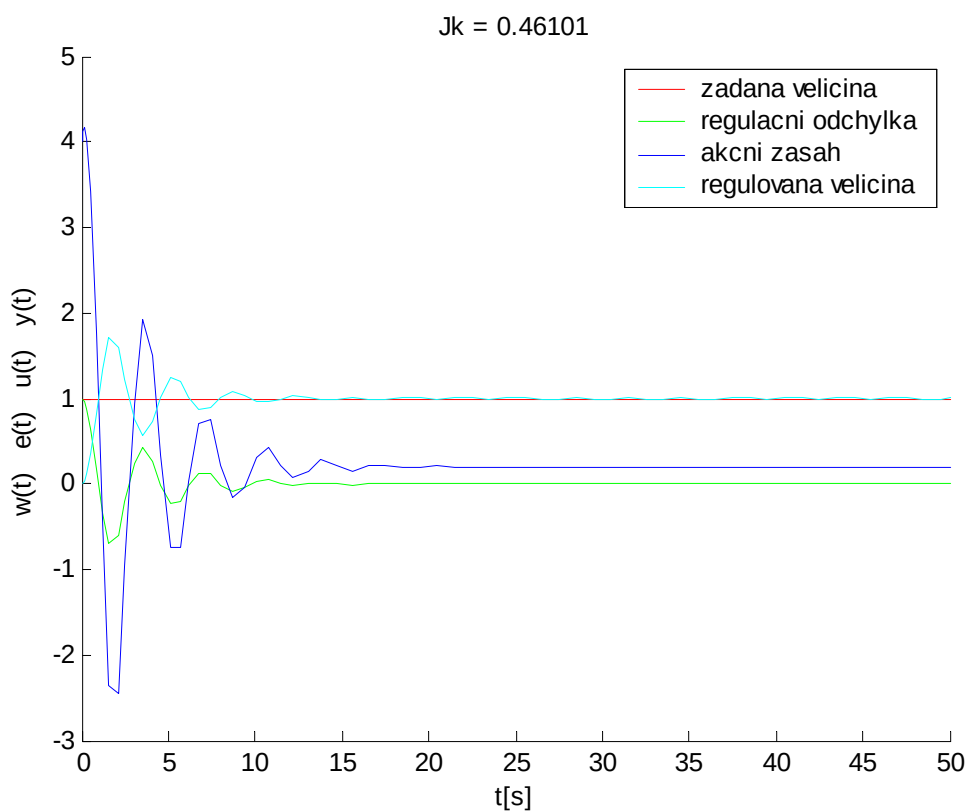
Obr. 19. Příklad okna výsledkového grafu

1.6 Simulace

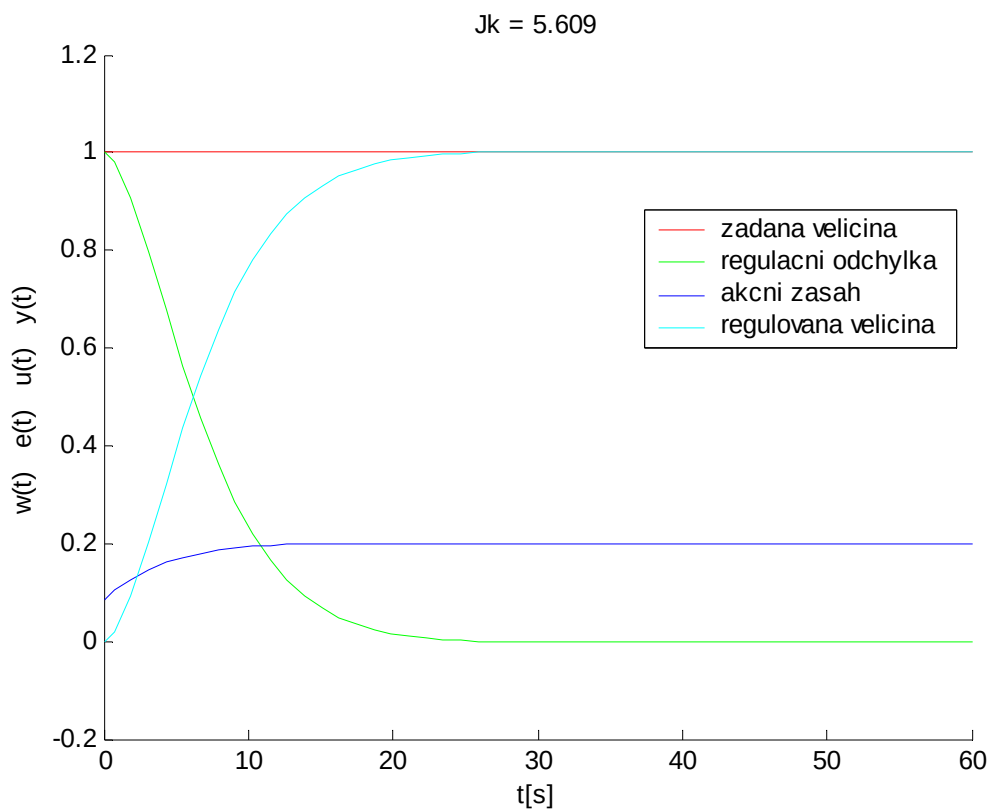
Řízená soustava:

$$G(s) = \frac{5}{(3s+1)(2s+1)}$$

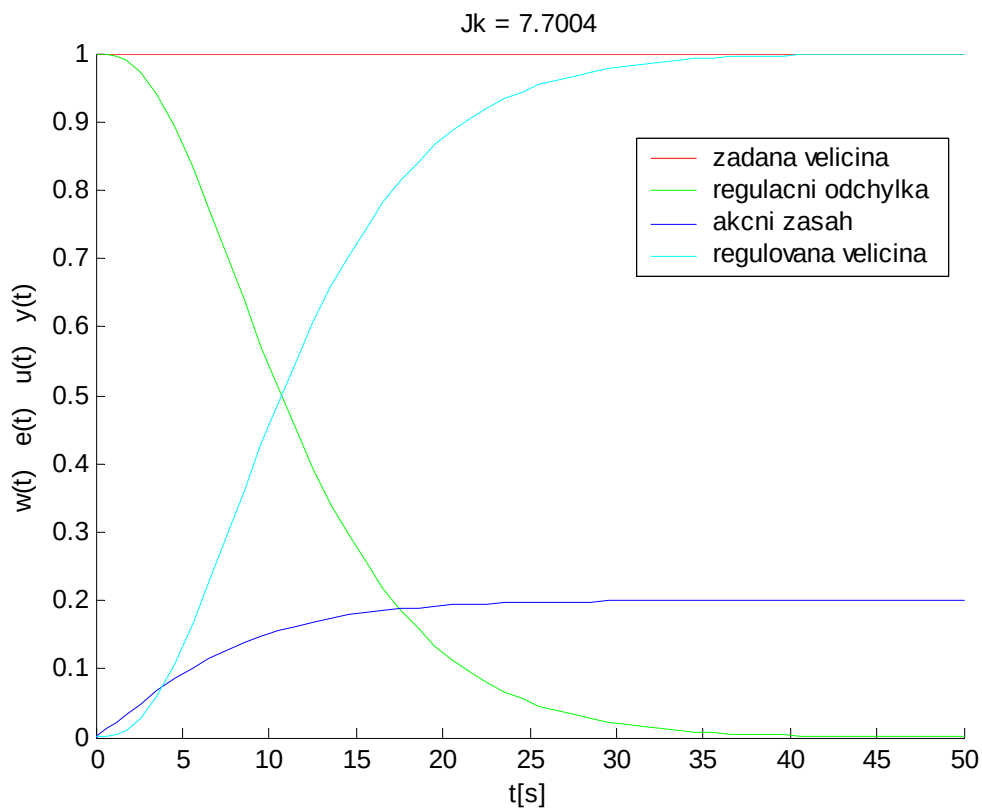
Spojité regulátory:



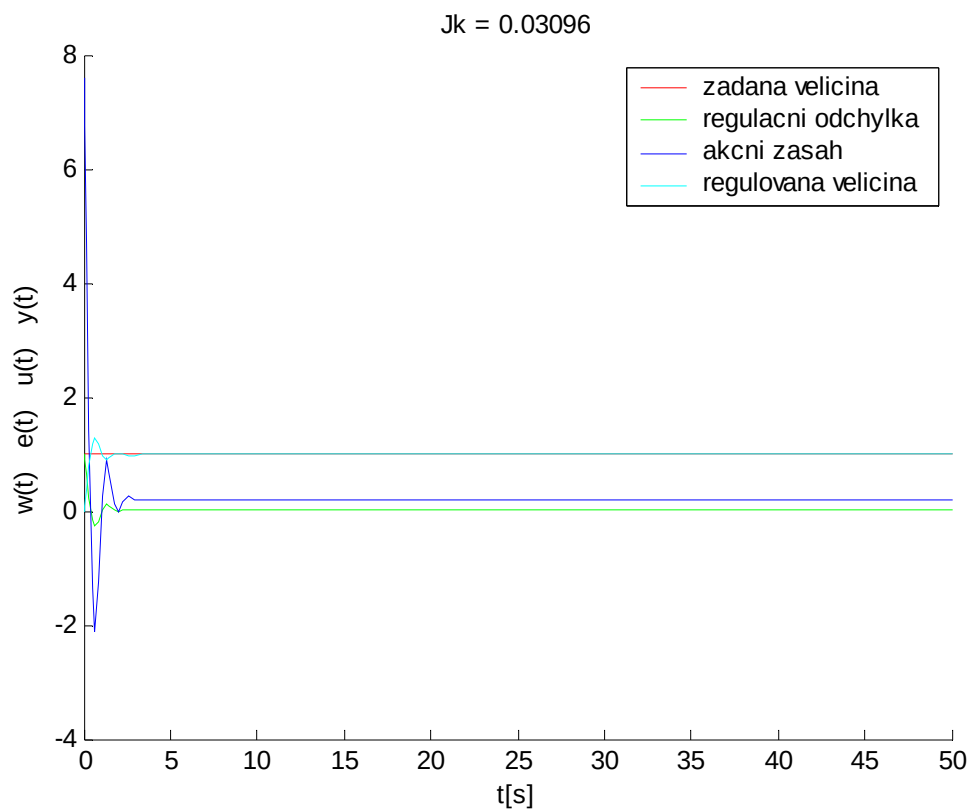
Obr. 20. Inverze dynamiky ($T_w=0.25$)



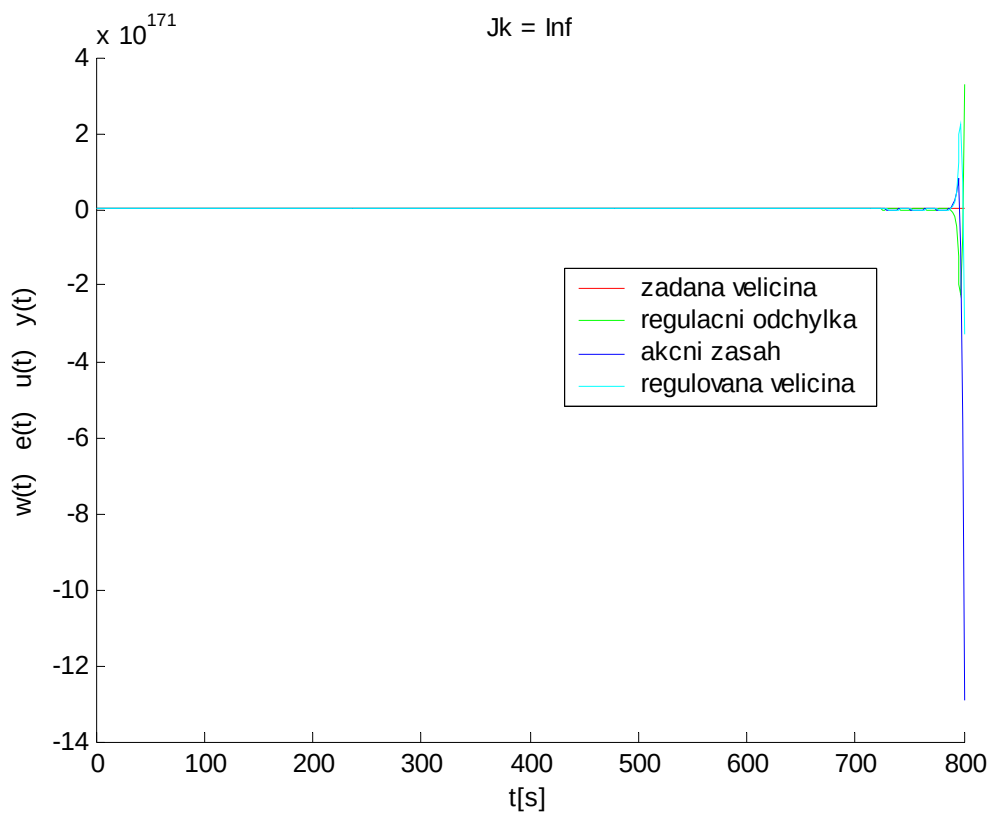
Obr. 21. 1DOF (Alfa=0.25)



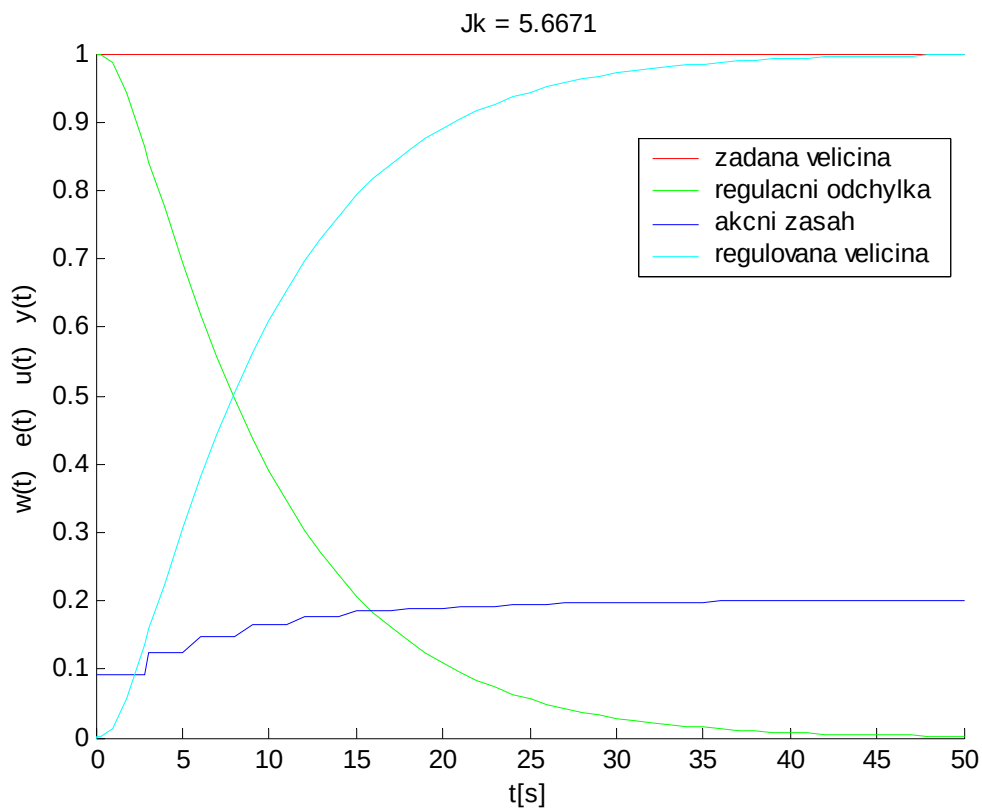
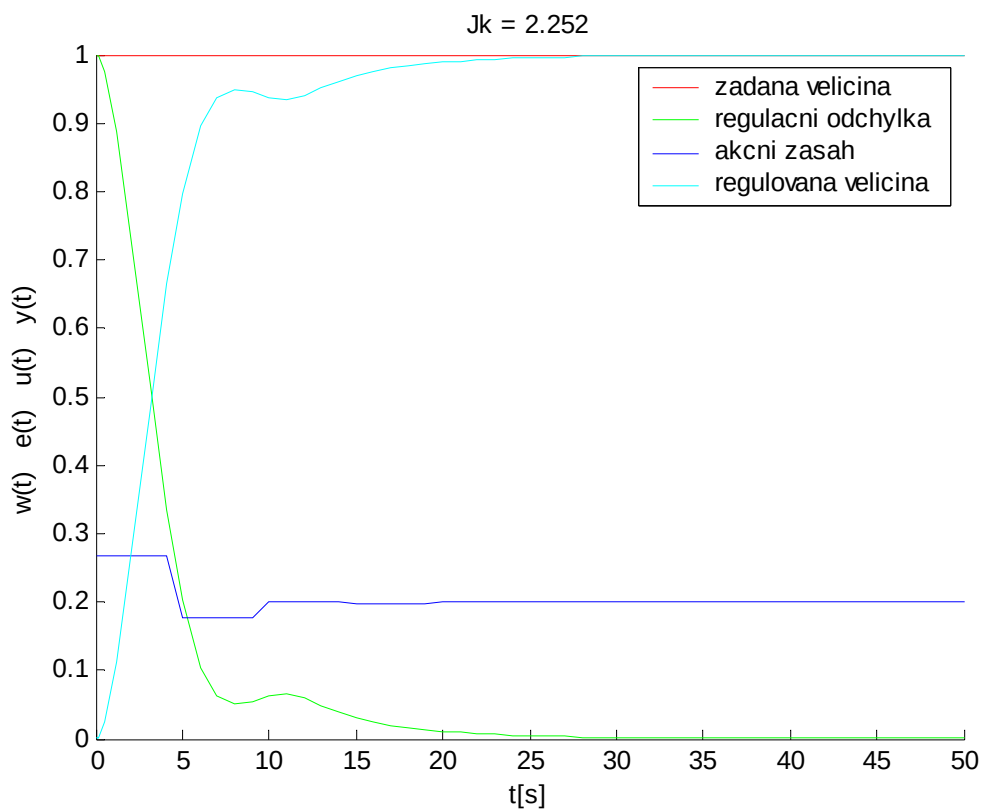
Obr. 22. 2DOF (Alfa=0.25)

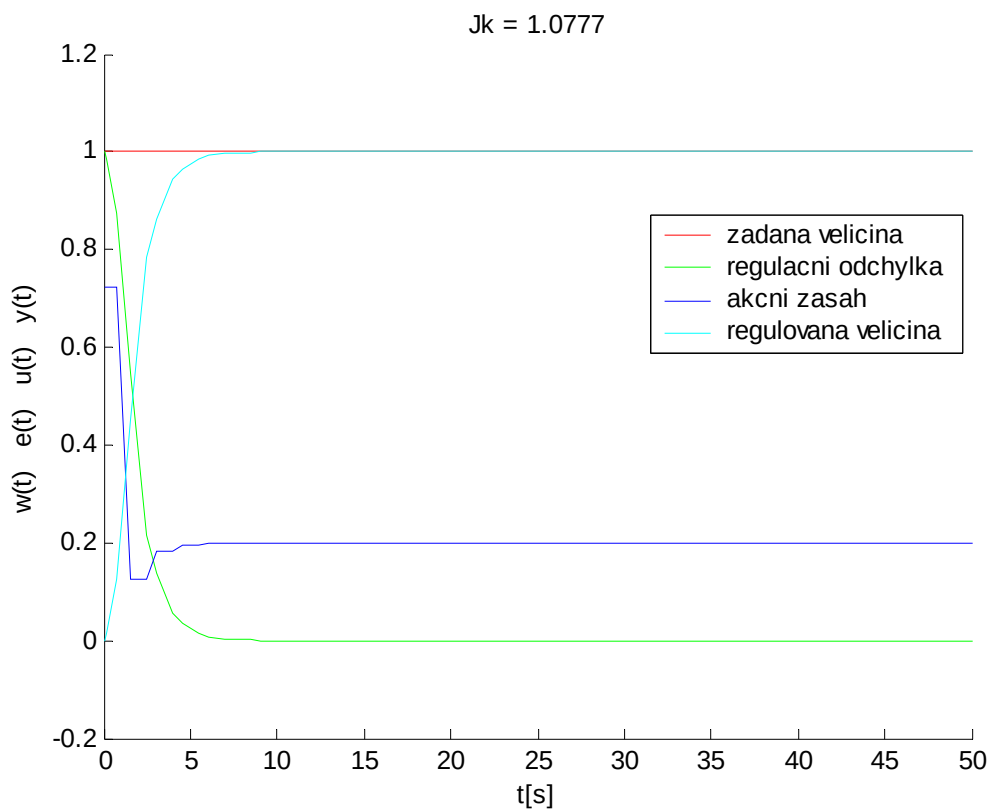
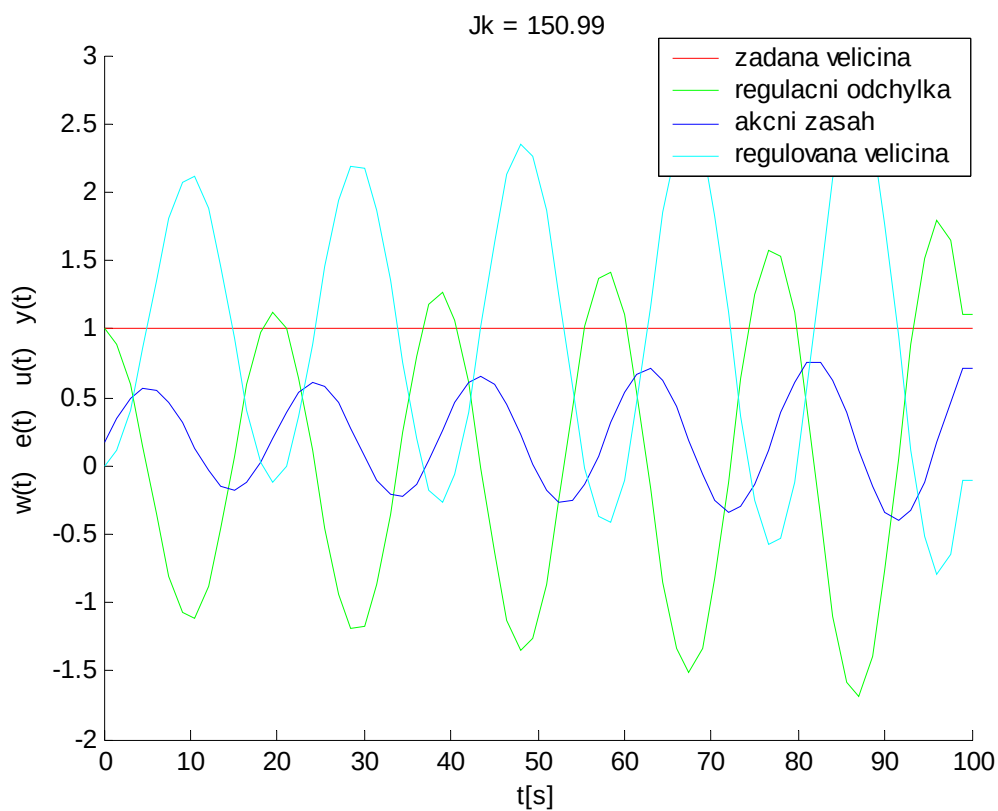


Obr. 23. Z-N (z přech. char., reg. PID)

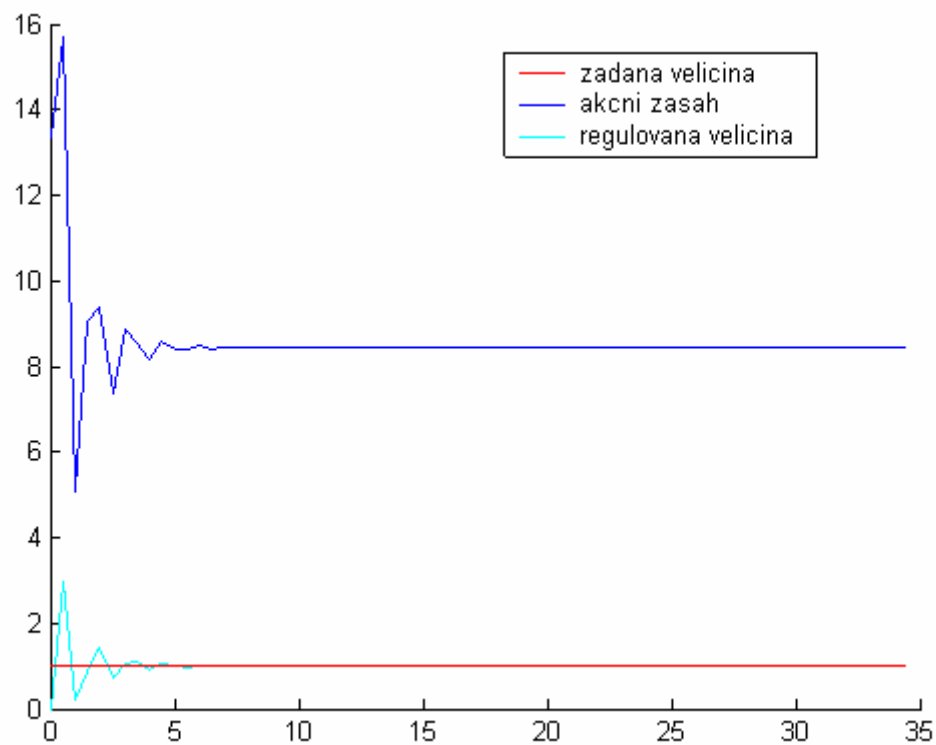


Obr. 24. Astrom (beta=0.6, N=6)

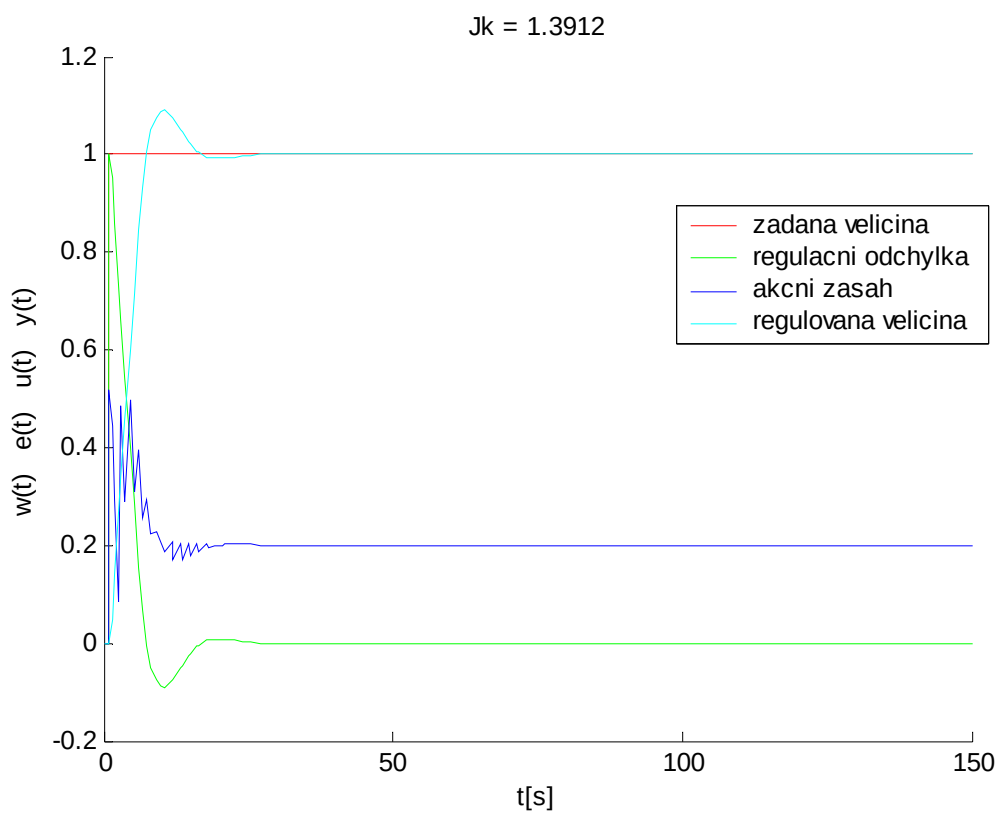
Diskrétní regulátory:Obr. 25. Inverze dynamiky ($T_w=10$, $T=3$)Obr. 26. 1DOF ($T=5$, $\text{Alfa}=0.25$)

Obr. 27. 2DOF ($T=1.5$, $\text{Alfa}=0.25$)

Obr. 28. Z-N (reg. PS)



Obr. 29. Astrom (beta=0.6, N=6)



Obr. 30. Takahashi

ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo naprogramovat výpočtový program pro navrhování parametrů regulátorů pro spojité i diskrétní soustavy.

Program obsahuje tyto metody pro návrh parametrů spojitých regulátorů:

- inverze dynamiky
- umístění pólů 1 DOF
- umístění pólů 2 DOF
- Ziegler - Nichols
- Astromova modifikace PID

Program obsahuje tyto metody pro návrh parametrů diskrétních regulátorů:

- inverze dynamiky
- umístění pólů 1 DOF
- umístění pólů 2 DOF
- Ziegler - Nichols
- Astromova modifikace PID
- Takahashiho modifikace

Kriterium kvality J_k , uvedené u každé metody, charakterizuje kvalitu regulačního pochodu (čím menší J_k , tím kvalitnější regulační pochod). Na základě tohoto kritéria se jeví jako nejvýhodnější metoda pro návrh parametrů spojitého regulátoru metoda Ziegler - Nichols. (Inverze dynamiky $J_k = 0.46101$, 1DOF $J_k = 5.609$, 2DOF $J_k = 7.7004$, Z-N $J_k = 0.03096$, Astrom $J_k = \text{Inf}$) Pro návrh diskrétního regulátoru se jeví jako nejvhodnější metoda umístění pólů 2 DOF. (Inverze dynamiky $J_k = 5.6671$, 1DOF $J_k = 2.252$, 2DOF $J_k = 1.0777$, Z-N $J_k = 150.99$, Astrom $J_k = 1.523$). Regulační pochod u Z-N metody je nejlepší zejména proto, že tato metoda byla navržena experimentálně. Naproti tomu, polynomiální metody jsou univerzálnější. Lze u nich totiž volit parametry polynomu, který ovlivňuje výsledný regulační pochod a to podle požadovaného průběhu. U diskrétních soustav měl program problémy se vztahy pro výpočet správné hodnoty periody vzorkování (nejsou příliš přesné). Proto, je-li regulační pochod u těchto soustav nestabilní, stačí zadat vhodnější hodnotu periody vzorkování a pochod bude stabilní.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- (1) Balátě, J.: Automatické řízení. BEN, Praha 2003.
- (2) Vítečková, M.: Seřízení regulátorů metodou inverze dynamiky. Skriptum VŠB, 1998.
- (3) Prokop, R., Prokopová, Z.: Teorie automatického řízení II pro bakalářské studium. Skriptum VUT Brno, 2000.
- (4) Astrom, K. J., Wittenmark, B.: Computer – Controlled Systéme. New Jersey, 1997.
- (5) Balátě, J.: Vybrané statě z automatického řízení. Skriptum FT VUT Zlín, 1996.
- (6) Hanuš, B. Olehla, M., Modelák, O.: Číslicová regulace technologických procesů. VUTIUM VUT, 2000.
- (7) Vašek, V.: Teorie automatického řízení II. Skriptum FT VUT Zlín, 1990.
- (8) Kozák, Š., Kajan, S.: Matlab – Simulink I, II. STU Bratislava, 1999.
- (9) The MathWorks, Inc.: Matlab 5.1. Uživatelská příručka, 1997.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

c_s	statický činitel rychlosti
$e(t), E(s)$	Regulační odchylka, resp. její obraz
f	obecná funkce
$F(s)$	obraz definovaný v komplexní proměnné s
$F(z)$	obraz definovaný v komplexní proměnné z
$G(s)$	přenos řízeného systému
$G_R(s)$	přenos regulátoru
H	Hurwitzova matice
J_K	kvadratická regulační plocha
j	imaginární jednotka
kT	diskrétní čas
k_s	zesílení regulované soustavy
k_R	zesílení analogového regulátoru
K_{PK}	kritické zesílení
L	operátor přímé Laplaceovy transformace
L^{-1}	operátor zpětné Laplaceovy transformace
m	stupeň mnohočlenu v čitateli přenosu
n	stupeň mnohočlenu ve jmenovateli přenosu
pp	pásmo proporcionality
r_0	proporcionální konstanta analogového regulátoru
r_{-1}	integrační konstanta analogového regulátoru
r_1	derivační konstanta analogového regulátoru
R	schématické označení regulátoru
s	komplexní proměnná Laplaceovy transformace

t	(spojitý) čas
T_i	časová konstanta
T_d	dopravní zpoždění u spojitých systémů
T_r	časová konstanta setrvačnosti
T_0	časová konstanta kmitavé regulované soustavy 2. řádu
T_k	kritická perioda kmitu
T_u	doba průtahu přechodové charakteristiky regulované soustavy
T_n	doba náběhu přechodové charakteristiky regulované soustavy
T_I	integrační časová konstanta
T_D	derivační časová konstanta
$u(t), U(s)$	Vstupní veličina do soustavy, resp. její obraz
$V(s)$	obraz poruchové veličiny
$w(t), W(s)$	Žádaná veličina, resp. její obraz
$y(t), Y(s)$	Výstupní veličina ze soustavy, resp. její obraz
z	komplexní proměnná Z – transformace
κ	překmit
τ_j	časové konstanty čitatele
T_i	časové konstanty jmenovatele
ζ	koeficient poměrného tlumení kmitavé regulované soustavy 2. řádu

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1. Zjednodušené blokové schéma regulátoru	13
Obr. 2. Blokové schéma spojitého regulačního obvodu	14
Obr. 3. Přechodová char. uzavřeného reg. obvodu bez T_d	16
Obr. 4. 1DOF konfigurace systému řízení	18
Obr. 5. 2DOF konfigurace systému řízení	23
Obr. 6. Přechodová charakteristika proporcionální soustavy	31
Obr. 7. Přechodová charakteristika integrační regulované soustavy	32
Obr. 8. Rozložení kritických pólů polynomu $D(z)$ v komplexní rovině	33
Obr. 9. Schéma regulačního obvodu se spojitým Åströmovým PID regulátorem	36
Obr. 10. Schéma regulačního obvodu s diskretním Åströmovým PID regulátorem	37
Obr. 11. Schéma regulačního obvodu s diskretním Åströmovým PID regulátorem	37
Obr. 12. Aperiodický a kmitavý regulační pochod	38
Obr. 13. Hlavní menu programu	40
Obr. 14. Okno pro zadání čitatele soustavy	40
Obr. 15. Menu Typy proporcionálních soustav	41
Obr. 16. Menu Typy integračních soustav	41
Obr. 17. Okno pro zadání parametrů (proporcionální kmitavá soustava 2. řádu)	42
Obr. 18. Příklad okna pro zadání požadovaných proměnných	42
Obr. 19. Příklad okna výsledkového grafu	43
Obr. 20. Inverze dynamiky ($T_w=0.25$)	44
Obr. 21. 1DOF ($\text{Alfa}=0.25$)	45
Obr. 22. 2DOF ($\text{Alfa}=0.25$)	45
Obr. 23. Z-N (z přech. char., reg. PID)	46
Obr. 24. Astrom ($\text{beta}=0.6$, $N=6$)	46
Obr. 25. Inverze dynamiky ($T_w=10$, $T=3$)	47
Obr. 26. 1DOF ($T=5$, $\text{Alfa}=0.25$)	47
Obr. 27. 2DOF ($T=1.5$, $\text{Alfa}=0.25$)	48
Obr. 28. Z-N (reg. PS)	48
Obr. 29. Astrom ($\text{beta}=0.6$, $N=6$)	49
Obr. 30. Takahashi	49

SEZNAM TABULEK

TABULKA I: REGULOVANÉ SOUSTAVY, U KTERÝCH DOCHÁZÍ PŘÍ ÚPRAVĚ KE VZNIKU DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ.....	11
TABULKA II. STANDARDNÍ TYPY REGULÁTORŮ.....	15
TABULKA III. ZÁVISLOST KOEFICIENTU A A B NA RELATIVNÍM PŘEKMITU	16
TABULKA IV: URČENÍ NASTAVITELNÝCH REGULÁTORŮ	17
TABULKA V: OPTIMÁLNÍ HODNOTY STAVITELNÝCH PARAMETRŮ REGULÁTORU U PROPORCIONÁLNÍCH SOUSTAV	31
TABULKA VI: OPTIMÁLNÍ HODNOTY STAVITELNÝCH PARAMETRŮ REGULÁTORU U INTEGRAČNÍCH SOUSTAV	32
TABULKA VII: SEŘÍZENÍ PSD REGULÁTORU Z KRITICKÝCH HODNOT REGULÁTORU	

SEZNAM PŘÍLOH

P 1 : Parametry diskrétních regulátorů navržených metodou 1 DOF

P 2 : Parametry diskrétních regulátorů navržených metodou 2 DOF