

Přehled metod pro řízení systémů s dopravním zpožděním

Bc. Josef Martuška

Diplomová práce
2006



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Ústav automatizace a řídicí techniky
akademický rok: 2005/2006

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Josef MARTUŠKA**
Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Přehled metod pro řízení systémů s dopravním zpožděním**

Zásady pro vypracování:

1. **Objasněte pojem dopravní zpoždění a vysvětlete jeho vliv na chování systémů.**
2. **Provedte obecnou úvahu o aplikaci Smithova prediktoru při řízení systémů s dopravním zpožděním.**
3. **Uveďte některé modifikace Smithova prediktoru vhodné pro řízení nestabilních a integračních systémů s dopravním zpožděním.**
4. **Popište princip použití aproximací dopravního zpoždění.**
5. **Vysvětlete použití metody Internal model control (IMC) pro řízení systémů s dopravním zpožděním.**
6. **Dosažené výsledky ověřte simulacemi v prostředí Matlab-Simulink a porovnejte.**

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

- [1] Dostál, P., Bobál, V., Gazdoš, F.: Design of controllers for unstable time delay systems using polynomial method. In: 11th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation MED 2003, Rhodes, Greece, CD-ROM, 2003
- [2] Bobál, V., Böhm, J., Prokop, R., Fessl, J.: Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace. VUTIUM, Brno, 1999
- [3] Balátě, J.: Automatické řízení. BEN, Praha, 2003
- [4] Morávka, J.: Bodové aproximace přenosu dopravního zpoždění. In: XXI. Seminář ASŘ 98, Ostrava, Česká Republika, na Internetu, 1998
- [5] Dostál, P., Bobál, V., Sysel, M.: Design of controllers for integrating and unstable time delay systems using polynomial method. In: American Control Conference ECC 01, Anchorage, Alaska, USA, pp. 2773–2778, 2002
- [6] Morari, M., Zafiriou, E.: Robust Process Control (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NY, 1989)
- [7] Majhi, S., Atherton, D.P.: A new Smith Predictor and Controller for Unstable and Integrating Processes with Time Delay, IEEE Conf. on Decision and Control, 1998, 1341–1345
- [8] Liu, T., Cai, Y.Z., Gu, D.Y., Zhang, W.D.: New modified Smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay, IEEE Proc. Control Theory Appl., 152(2), 2005, 238–246
- [9] Lu, X., Yang, Y.S., Wang, Q.G., Zheng, W.X.: A double two-degree-of-freedom control scheme for improved control of unstable delay processes, Journal of Process Control, 15(5), 2005, 605–614

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Martin Tomašík**

Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **14. února 2006**

Termín odevzdání diplomové práce: **26. května 2006**

Ve Zlíně dne 14. února 2006



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
pověřený děkan



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá řízením lineárních spojitéch dynamických systémů s dopravním zpožděním. Byly popsány, ověřeny a srovnány dvě různé skupiny metod řízení. První skupina zobecňuje aproximaci dopravního zpoždění. Návrh regulátorů je založen na algebraické metodě, která spočívá v řešení polynomiálních diofantických rovnic. V diplomové práci jsou uvedeny obecné postupy pro návrh regulátoru v 2DOF konfiguraci systému řízení a vztahy pro výpočet parametrů regulátorů. Druhou skupinou jsou návrhy regulátorů založené na principu Smithova prediktoru. Jedná se o modifikace Smithova prediktoru a model IMC (řízení s vnitřním modelem).

Byl vypracován programový systém v prostředí MATLAB pro automatický návrh a simulaci uvedených metodik.

Klíčová slova: dopravní zpoždění, aproximace dopravního zpoždění, Smithův prediktor a jeho modifikace, polynomiální metoda.

ABSTRACT

This Master Thesis deals with linear joint dynamic system management with time delay. I have described, verified and compared two different groups of management methods. The first group generalizes the approximation of time delay. Regulator scheme is based on algebraic method that results from polynomial diofantic quadratics solution. There are also stated basic procedures of regulator scheme in 2DOF configuration of management system and relations used for regulator parameters calculation. The second group consists of regulator schemes that are based on the principle of the Smith predictor. Said in details, these are modifications of the Smith predictor and IMC model (internal model controller).

There has also been worked out the programming system in MATLAB environment dedicated to automatic schemes and simulation of stated procedures.

Keywords: time delay, time delay approximation, Smith predictor and its modification, polynomial method.

Děkuji vedoucímu diplomové práce panu Ing. Martinu Tomašíkovi, za odborné vedení, rady a připomínky, které mi poskytoval při řešení diplomové práce. Děkuji tímto i všem mým blízkým a rodině za podporu během studia.

Motto

”

Nemůžeme moudrost stále jenom sbírat,
musíme ji také uplatňovat.

”

MARCUS TULLIUS CICERO (* 106 př.n.l. - † 43 př.n.l.)

Prohlašuji, že jsem na celé diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.

Ve Zlíně, 25. 06. 2006

.....

Bc. Josef Martuška

OBSAH

ÚVOD	8
I TEORETICKÁ ČÁST	9
1 ŘÍZENÍ SYSTÉMŮ S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM	10
1.1 SYSTÉMY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM	10
1.2 PRAKTICKÉ PŘÍKLADY DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ.....	11
1.2.1 Pásový dopravník	11
1.2.2 Dávkování chemikálií do užitkové vody.....	12
1.3 VLIV DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ NA CHOVÁNÍ SYSTÉMU.....	13
1.3.1 Vliv dopravního zpoždění na přechodovou charakteristiku.....	13
1.3.2 Vliv dopravního zpoždění na frekvenční charakteristiku.....	14
2 METODY ELIMINACE DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ	16
2.1 APROXIMACE PŘENOSŮ DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ.....	16
2.1.1 Zanedbání dopravního zpoždění.....	17
2.1.2 Taylorův rozvoj.....	18
2.1.3 Padého aproximace.....	20
2.1.4 Limitní aproximace	21
2.2 SMITHŮV PREDIKTOR	22
2.3 MODIFIKACE SMITHOVA PREDIKTORU	23
2.3.1 Majhiho modifikace Smithova prediktoru.....	24
2.3.2 Modifikace Smithova prediktoru podle Liu + Cai + Gu + Zhang	25
2.3.3 Zjednodušená Majhiho modifikace.....	26
2.4 VYUŽITÍ METODY VNITŘNÍHO MODELU (IMC)	27
3 SYNTÉZA ŘÍZENÍ POMOCÍ POLYNOMIÁLNÍ METODY	30
3.1 STRUKTURA OBVODŮ.....	30
3.1.1 1DOF konfigurace systému řízení.....	30
3.1.2 2DOF konfigurace systému řízení.....	36
4 VOLBA PÓLŮ UZAVŘENÉHO REGULAČNÍHO OBVODU	41
II PRAKTICKÁ ČÁST	44
5 NÁVRH REGULÁTORŮ PRO JEDNOTLIVÉ METODY	45
5.1 SOUSTAVA Č.1 STABILNÍ S MINIMÁLNÍ FÁZÍ	46
5.1.1 Limitní aproximace	46
5.1.2 Padého aproximace.....	49
5.1.3 Smithův prediktor.....	51
5.2 SOUSTAVA Č.2 STABILNÍ S NEMINIMÁLNÍ FÁZÍ	53
5.2.1 Limitní aproximace	54
5.2.2 Padého aproximace.....	56
5.2.3 Smithův prediktor.....	59

5.3	SOUSTAVA Č.3 NESTABILNÍ	61
5.3.1	Limitní aproximace	61
5.3.2	Padého aproximace.....	63
5.3.3	Smithův prediktor.....	65
5.3.4	Majhiho modifikace Smithova prediktoru.....	67
5.3.5	Návrh podle Liu + Cai + Gu + Zhang	69
5.3.6	Zjednodušená Majhiho modifikace.....	72
5.3.7	IMC	73
5.4	SOUSTAVA Č.4 INTEGRAČNÍ	74
5.4.1	Majhiho modifikace Smithova prediktoru.....	74
5.4.2	Návrh podle Liu + Cai + Gu + Zhang	75
5.4.3	Zjednodušená Majhiho modifikace.....	77
5.4.4	IMC	78
6	PROGRAMOVÉ PROSTŘEDÍ.....	80
6.1	PROSTŘEDÍ MATLAB + SIMULINK.....	80
6.2	PROGRAMOVÁ IMPLEMENTACE	81
6.2.1	Popis programu	82
7	SIMULAČNÍ EXPERIMENTY V PROSTŘEDÍ MATLAB	88
7.1	PRVNÍ SKUPINA.....	89
7.1.1	Soustava 1. stabilní systém 2. řádu s minimální fází.....	89
7.1.2	Soustava 2. stabilní systém 2. řádu s neminimální fází	93
7.1.3	Soustava 3. nestabilní systém 1. řádu	97
7.2	DRUHÁ SKUPINA.....	100
7.2.1	Soustava 4. integrační systém	100
7.2.2	Soustava 5. nestabilní systém 1. řádu	101
7.3	TŘETÍ SKUPINA	103
7.3.1	Soustava 6. nestabilní systém 1. řádu	103
7.3.2	Soustava 7. nestabilní systém 1. řádu	104
7.3.3	Soustava 8. nestabilní systém 1. řádu	104
7.3.4	Soustava 9. nestabilní systém 1. řádu	104
	ZÁVĚR.....	107
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	108
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	109
	SEZNAM OBRÁZKŮ	111
	SEZNAM TABULEK.....	114
	SEZNAM PŘÍLOH.....	115

ÚVOD

Řízení systémů s dopravním zpožděním je mnoho let ožehavým problémem teorie řízení a mnoho klasických metod syntézy při návrhu regulátoru pro takový proces havaruje. Dopravní zpoždění je však typickou a velmi častou vlastností technologických procesů. Projevuje se zpožděním výstupního signálu vzhledem k časovému působení vstupního signálu a to právě o časovou hodnotu dopravního zpoždění T_d .

Dopravní zpoždění nejčastěji vzniká jako důsledek transportních jevů jež probíhají v řízených objektech (např. prodlevou díky dopravě materiálu nebo média, prodlevou v měření a dobou potřebnou k přestupu tepla). Dá se tedy říci, že dopravní zpoždění působí negativně na vlastnosti řízeného systému. Zjednodušeně můžeme říct, že při standardním zpětnovazebním řízení žene dopravní zpoždění systém do nestability. Mezi velikostí dopravního zpoždění a nestabilitou systému platí přímá úměra (čím vyšší hodnota dopravního zpoždění, tím větší sklon k nestabilitě). Proto je kompenzace dopravního zpoždění nutná.

Tato práce je zaměřena na srovnání několika různých metod a návrhů řízení lineárních spojitých dynamických systémů s dopravním zpožděním. V podstatě se práce zabývá 2 principy kompenzace vlivu dopravního zpoždění. A to buď využitím rozvětveného regulačního obvodu (např. Smithův prediktor) nebo aproximací dopravního zpoždění linearizovaným tvarem a použitím algebraického návrhu řízení s výpočtem diofantických rovnic.

Cílem práce je popis, ověření a srovnání různých konkrétních metod řízení systémů s dopravním zpožděním. Pro lepší přehlednost jsem rozdělil návrhy do dvou skupin. První skupinu tvoří návrhy Smithův prediktor, limitní a Padého aproximace. Řízenými systémy pro první skupinu jsou nestabilní systém 1. řádu a stabilní systém 2. řádu s dopravním zpožděním. Druhou skupinou jsou tzv. modifikace Smithova prediktoru a jedná se o návrhy Majhi a Atherton[8], Liu, Cai, Gu a Zhang[9], Majhi a Atherton zjednodušený[10] a IMC (internal model controller)[7]. Řízenými systémy pro modifikace Smithova prediktoru jsou integrátor 1. řádu a nestabilní systém 1. řádu s dopravním zpožděním.

Součástí práce je také vytvořený jednoduchý programový systém pro návrh a simulaci jednotlivých metod. Program je vytvořen v prostředí MATLAB 6.5 Release 13 od společnosti The Math Works Inc.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 ŘÍZENÍ SYSTÉMŮ S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM

1.1 Systémy s dopravním zpožděním

Řízení systému s dopravním zpožděním je mnoho let ožehavým problémem teorie řízení a mnoho klasických metod syntézy při návrhu regulátoru pro takový proces havaruje. Dopravní zpoždění je však typickou a velmi častou vlastností technologických procesů. Projevuje se zpožděním výstupního signálu vzhledem k časovému působení vstupního signálu a to právě o časovou hodnotu dopravního zpoždění T_d . Dopravní zpoždění v technologickém procesu bývá způsobeno:

- prodlevou díky dopravě materiálu nebo media
- prodlevou v měření
- dobou potřebnou k přestupu tepla
- dobou potřebnou k výpočtům
- dobou potřebnou k proběhnutí chemické reakce

Již od 40. let se ustálila zjednodušující představa, že veškerý účinek různých zpoždění lze shrnout do jednoho bloku dopravního zpoždění (DZ), který je sériově spojen s modelem soustavy, tak jak je znázorněno na Obr. 1. Člen $G(s)$ v tomto případě představuje přenos soustavy bez DZ a člen $G_{Td}(s)$ přenos samotného DZ.



Obr. 1. Systém s DZ

Chování systému s DZ, tedy systému, ve kterém je výstupní signál zpožděn vzhledem k časovému působení vstupního signálu, lze popsat diferenciální rovnicí:

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j u^{(j)}(t - T_d) \quad (1)$$

kde a_i, b_j jsou konstantní koeficienty, T_d je dopravní zpoždění, $u(t - T_d)$ je vstupní veličina a $y(t)$ výstupní veličina systému, a kde platí nerovnost $m < n$. Přenosová funkce systému s DZ má tvar:

$$G_s(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = G_s(s)G_{T_d}(s) = \frac{b(s)}{a(s)} e^{-T_d s} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} e^{-T_d s} \quad (1.1)$$

Kde $a(s)$ je polynom nomický (normovaný na jednotkový koeficient u nejvyšší mocniny) a oba polynomy $a(s), b(s)$ opět splňují podmínku $\deg b(s) < \deg a(s)$. [4]

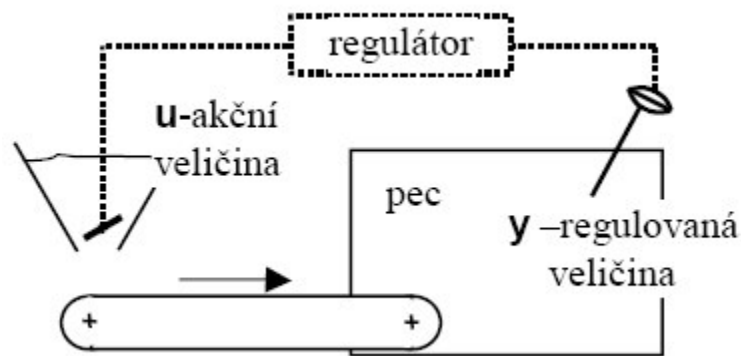
Přítomnost dopravního zpoždění má negativní vliv na stabilitu a kvalitu řízení technologických procesů. Klasickým řešením pro kompenzaci dopravního zpoždění byl Smithův prediktor, který byl různě vylepšován a modifikován. Viz. další kapitola.

1.2 Praktické příklady dopravního zpoždění

1.2.1 Pásový dopravník

Příkladem je pec na Obr. 2, jejíž součástí je palivový pásový dopravník, což může být přímo i posuvný rošt cementářské pece. Akční veličinou u je otevření násypky, odkud palivo padá na pásový dopravník, který je dopravuje do pece. Jestliže regulátor změní (představme si např. skokovou změnu) hodnotu akční veličiny u (to je vstupní veličina regulované soustavy, u níž se dopravní zpoždění projevuje), bude se výstupní veličina regulované soustavy, což je regulovaná veličina y (teplota v peci), měnit až po určité době. Tato doba je právě doba průchodu paliva pásovým dopravníkem a nazýváme ji dopravním zpožděním a označujeme

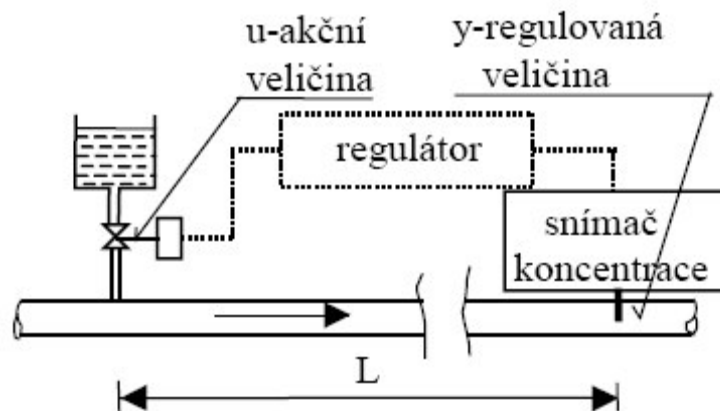
T_d .



Obr. 2. Pec s pásovým dopravníkem

1.2.2 Dávkování chemikálií do užitkové vody

Další typický příklad regulované soustavy s dopravním zpožděním máme na Obr. 3. Jedná se o dávkování chemikálie do užitkové vody. Akční veličinou u (vstupní veličina soustavy) je otevření dávkovacího ventilu. Když dojde ke změně akční veličiny u , nebude se regulovaná veličina y (koncentrace chemikálie v místě měření) měnit hned, ale až za dobu, kdy voda proteče vzdálenost L ke snímači a to je opět doba dopravního zpoždění T_d .



Obr. 3. Dávkovač chemikálie do užitkové vody

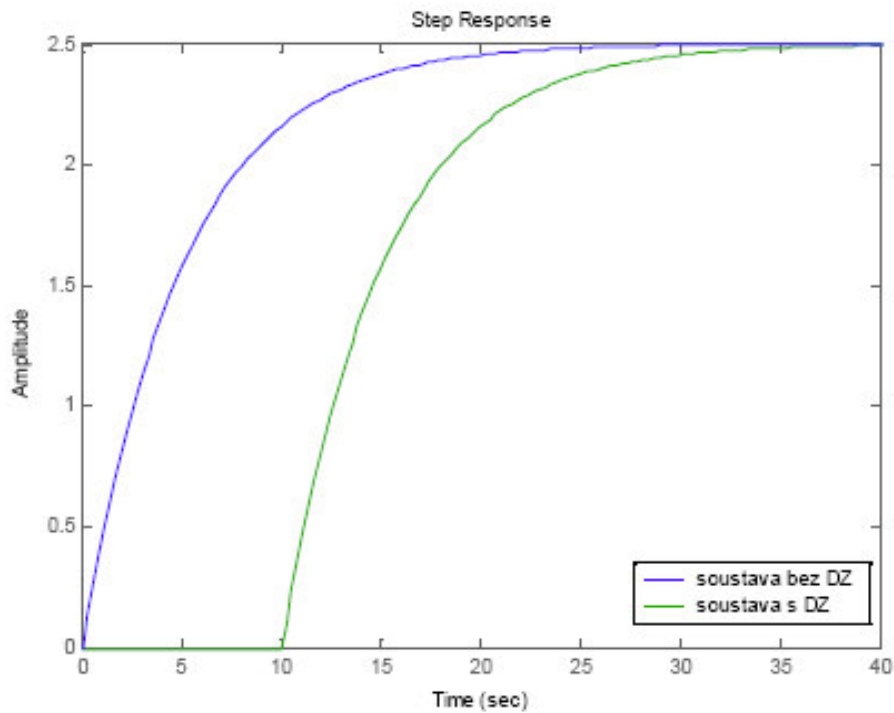
1.3 Vliv dopravního zpoždění na chování systému

1.3.1 Vliv dopravního zpoždění na přechodovou charakteristiku

Z vlastností DZ je zřejmé, že se u přechodové charakteristiky systému projeví pouze jako časové posunutí způsobené prodlevou T_d . Na Obr. 4 je znázorněno srovnání přechodové charakteristiky pro soustavu prvního řádu popsanou přenosem:

$$G_s(s) = \frac{b_0}{s + a_0} e^{-T_d s} \quad (1.2)$$

kde $b_0 = 0,5; a_0 = 0,2$, kde $T_d = 0$ pro soustavu bez DZ a $T_d = 10$ pro soustavu s DZ.



Obr. 4. Vliv DZ na přechodovou charakteristiku

1.3.2 Vliv dopravního zpoždění na frekvenční charakteristiku

Frekvenční přenos samotného členu DZ je:

$$G_{Td}(j\omega) = e^{-jT_d\omega} = e^{j\varphi_{Td}} = \cos(T_d\omega) - j \cdot \sin(T_d\omega) \quad (1.3)$$

Kde ω je úhlová rychlost a φ_{Td} fázový úhel. Jeho frekvenční charakteristika je jednotková kružnice, kterou koncový bod jednotkového vektoru proběhne nekonečněkrát při $\omega \in (0; \infty)$.

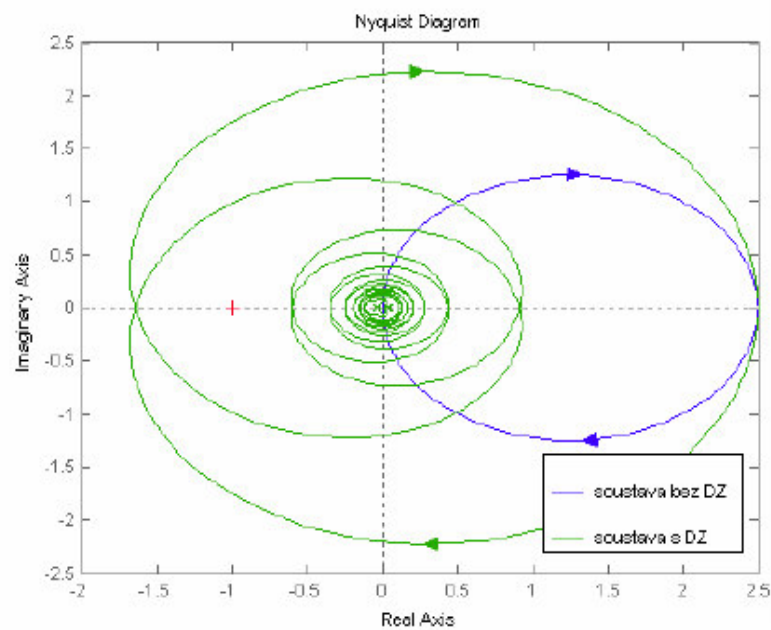
Frekvenční přenos systému s DZ je:

$$G_s(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = G(j\omega)G_{Td}(j\omega) \quad (1.4)$$

a po převedení do exponenciálního tvaru vypadá následovně:

$$G_s(j\omega) = |G(j\omega)| \cdot e^{j\varphi(\omega)} \cdot |G_{Td}(j\omega)| \cdot e^{j\varphi_{Td}(\omega)} = |G(j\omega)| \cdot e^{j[\varphi(\omega) + \varphi_{Td}(\omega)]} \quad (1.5)$$

Podle (1.5) lze říci, že výsledný modul přenosu soustavy s DZ je stejný, jako modul přenosu soustavy bez DZ a jeho původní fázový úhel φ se natočí o φ_{Td} . S rostoucím ω roste i fázový úhel ($\varphi_{Td} = -T_d\omega$), takže frekvenční charakteristika soustavy s DZ se začíná „otáčet“ kolem středu [0;0]. Příkladem je Obr. 5, kde je znázorněna frekvenční charakteristika pro soustavu popsanou přenosem (1.2) s příslušnými parametry, bez DZ i s DZ.[4]



Obr. 5. Vliv DZ na frekvenční charakteristiku

Obr. 5 je ilustrací zajímavého a důležitého faktu. DZ totiž změnilo vztah frekvenční charakteristiky soustavy ke kritickému bodu $[-1;0]$ ve smyslu Nyquistova kritéria. Systém s DZ i bez DZ má stejný počet i polohu pólů (jediný, stabilní). Přesto je zpětnovazební stabilita obou systémů zásadně odlišná. [4]

2 METODY ELIMINACE DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ

Dopravní zpoždění regulované soustavy se projeví zpožděním výstupního signálu vzhledem k časovému působení vstupního signálu a to právě o hodnotu T_d . Přenos dopravního zpoždění v systému je definován pomocí vztahu (2).

$$E(s) = e^{-T_d s} \quad (2)$$

Kde je: T_d – dopravní zpoždění [s], $T_d \geq 0$

s - komplexní proměnná v L-transformaci [s^{-1}]

Dopravní zpoždění posunuje přechodovou charakteristiku (výstupní signál) o hodnotu T_d a tvar přechodové charakteristiky systému zůstává stejný jako v případě bez dopravního zpoždění. Pro řešení regulátoru pro soustavu s dopravním zpožděním je třeba kvůli stabilitě uzavřeného regulačního obvodu (URO) nejdříve eliminovat vliv tohoto dopravního zpoždění. Tato eliminace se provádí několika způsoby. Mezi ně patří například využití metody aproximace přenosů dopravního zpoždění, či konvenčního Smithova prediktoru a jeho modifikací, nebo využití metody vnitřního modelu (Internal Model Control, IMC). Tyto metody budou rozvedeny dále.

2.1 Aproximace přenosů dopravního zpoždění

Obsahuje-li nominální přenos nelineární člen dopravního zpoždění, je nutné tento člen linearizovat, tedy v časové oblasti řešení převést na lineární diferenciální rovnice. Aproximaci lze vykonat několika způsoby, níže budou popsány a uvedeny jejich výhody a nevýhody.

Uvažujme model soustavy 1. řádu s dopravním zpožděním:

$$G(s) = \frac{k}{s + \alpha} e^{-T_d s} \quad (2.1)$$

kde změnou konstanty α se mění základní vlastnost soustavy, tedy stabilita, a to následujícím způsobem. Je-li $\alpha > 0$ soustava je s stabilní, $\alpha < 0$ soustava se stává nestabilní, pro $\alpha = 0$ získává soustava integrační chování. Pro další konstanty z rovnice přenosu (2.1) předpokládejme $k \neq 0$, velikost dopravního zpoždění $T_d > 0$.

Všechny uváděné modely lze po aproximaci zapsat v linearizovaném tvaru:

$$G(s) = \frac{k}{s + \alpha} e^{-T_d s} \approx \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (2.2)$$

2.1.1 Zanedbání dopravního zpoždění

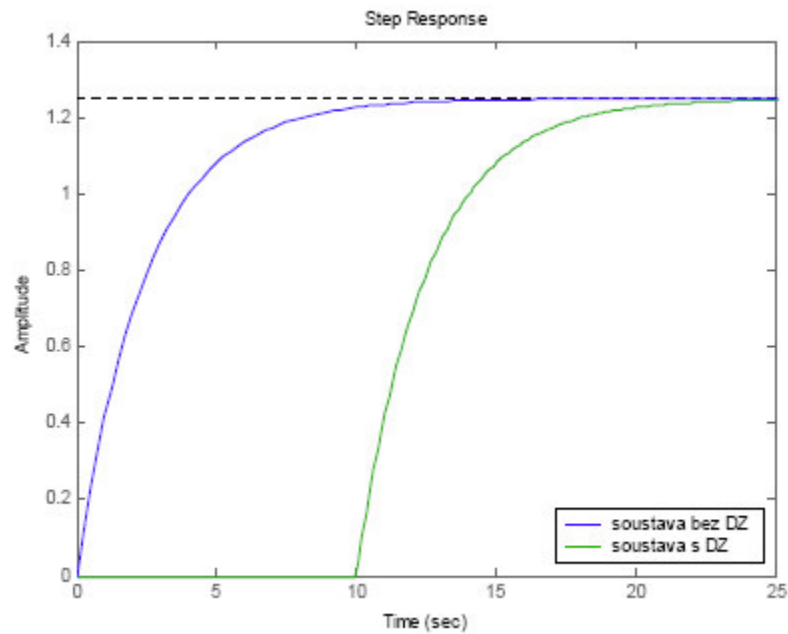
Jako nejjednodušší aproximace se nabízí prosté zanedbání dopravního zpoždění. Tento způsob zjednodušuje celý dále popisovaný postup návrhu regulátoru, avšak na úkor kvality regulačního procesu pro malé hodnoty T_d , a až na úkor stability uzavřené regulační smyčky pro větší hodnoty zpoždění. Přenosová funkce soustavy se mění na:

$$G(s) = \frac{k}{s + \alpha} \quad (2.3)$$

Následující graf ukazuje přechodovou odezvu na jednotkový skok Obr. 6 pro původní přenos (2.1) a aproximovaný přenos (2.4).

Uvažujeme nominální soustavu:

$$G(s) = \frac{0,5}{s + 0,4} e^{-10s} \quad (2.4)$$



Obr. 6. Srovnání přechodové odezvy nominální
soustavy a soustavy se zanedbáním DZ

2.1.2 Taylorův rozvoj

Z matematické analýzy známý Taylorův rozvoj lze s úspěchem aplikovat i na aproximaci členu $e^{-T_d s}$. Obecný tvar Taylorova rozvoje v okolí bodu u_0 je:

$$y \approx f(u_0) + \frac{\partial f}{\partial u} \frac{(u-u_0)}{1} + \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \frac{(u-u_0)^2}{2} + \dots + \frac{\partial^{(n)} f}{\partial u^{(n)}} \frac{(u-u_0)^n}{n!} \quad (2.5)$$

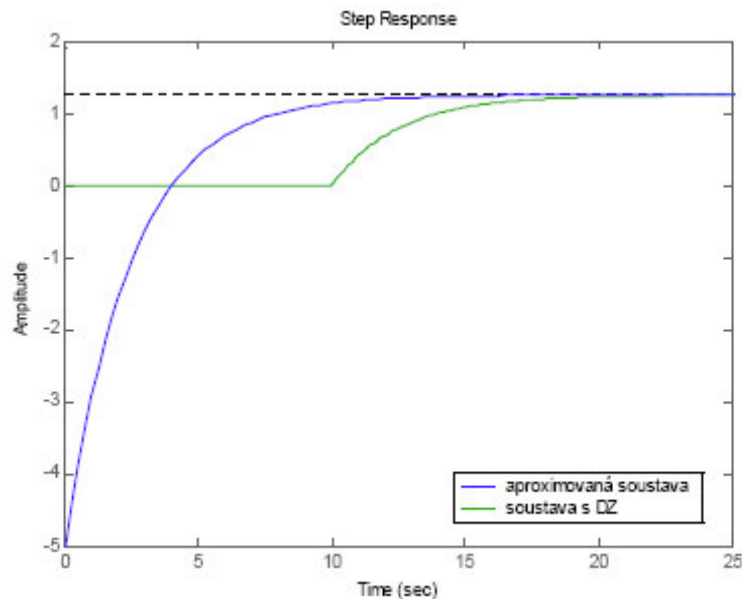
Rozvoj exponenciální funkce $e^{-T_d s}$ pro první člen získá tvar:

$$e^{-T_d s} \approx 1 - T_d s \quad (2.6)$$

➤ Taylorova aproximace v čitateli

Zásadní nevýhodou Taylorovy aproximace v čitateli (2.6) je tvar rozvoje, který poskytuje z hlediska teorie přenos s nestabilním čitatelem (neminimálně fázový), dále zvyšuje řád

čitatele a obecně není možno jej použít libovolného stupně neboť dochází k potížím s ryzostí (fyzikální realizovatelností) přenosových funkcí.



Obr. 7. Srovnání přechodové odezvy nominální soustavy

a aproximované soustavy v čitateli

Aproximace Taylorovým členem v čitateli je následující:

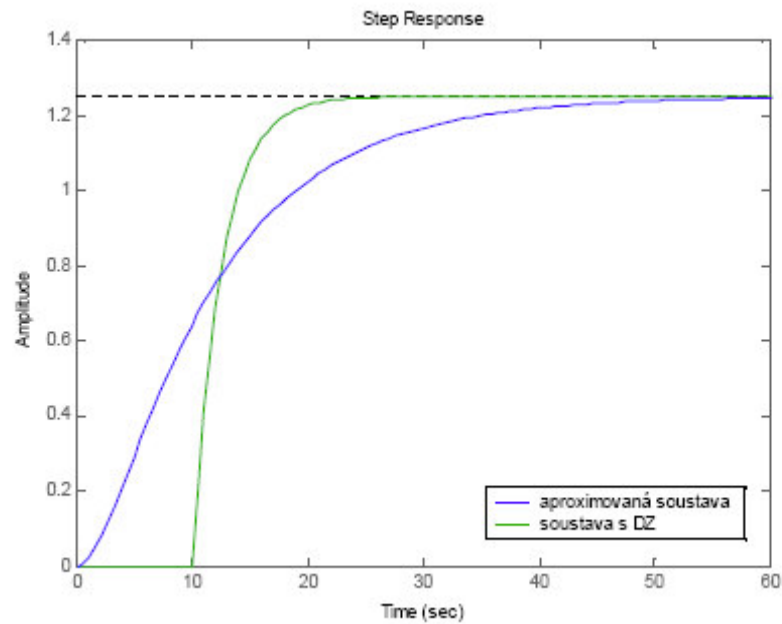
$$G(s) = \frac{k}{s + \alpha} e^{-T_d s} \approx \frac{k(1 - T_d s)}{(s + \alpha)} = \frac{-kT_d s + k}{s + \alpha} = \frac{b_1 s + b_0}{a_1 s + a_0} \quad (2.7)$$

provedená substituce: $b_1 = -kT_d$; $b_0 = k$; $a_1 = 1$; $a_0 = \alpha$

➤ Taylorova aproximace ve jmenovateli

Jednoduchou úpravou lze vztah $e^{-T_d s}$ převést na $\frac{1}{e^{T_d s}}$. Takto upravená hodnota dopravního zpoždění vede k rozvoji dopravního zpoždění ve jmenovateli, což se z hlediska ryzosti přenosových funkcí jeví jako mnohem výhodnější.

$$e^{T_d s} \approx 1 + T_d s \quad (2.8)$$



Obr. 8. Srovnání přechodové odezvy nominální soustavy
a aproximované soustavy ve jmenovateli

Naznačíme-li nahrazení Taylorovým členem ve jmenovateli, potom:

$$G(s) = \frac{k}{(s + \alpha)(1 + T_d s)} = \frac{k}{T_d s^2 + s(\alpha T_d + 1) + \alpha} = \frac{k / T_d}{s^2 + s \left(\frac{1}{T_d} + \alpha \right) + \frac{\alpha}{T_d}} = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (2.9)$$

po substituci platí: $b_0 = \frac{k}{T_d}$; $a_2 = 1$; $a_1 = \frac{1}{T_d} + \alpha$; $a_0 = \frac{\alpha}{T_d}$

2.1.3 Padého aproximace

Pro náhradu přenosu dopravního zpoždění (2) lze použít Padého aproximaci, která je Taylorovým rozvojem polynomu jak ve jmenovateli, tak i v čitateli. Rozvoj polynomu je znázorněn ve (2.10).

$$e^{-T_d s} = \frac{e^{-\frac{T_d s}{2}}}{e^{\frac{T_d s}{2}}} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i)^k}{k!} \cdot \left(\frac{T_d s}{2}\right)^k}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot \left(\frac{T_d s}{2}\right)^k} \quad (2.10)$$

Pokud budeme uvažovat jen lineární členy tohoto rozvoje, dostaneme Padého aproximaci dopravního zpoždění 1. řádu

$$e^{-T_d s} \approx \frac{2 - T_d s}{2 + T_d s} \quad (2.11)$$

Pokud budeme uvažovat i kvadratické členy tohoto rozvoje, dostaneme Padého aproximaci dopravního zpoždění 2. řádu

$$e^{-T_d s} \approx \frac{12 - 6T_d s + T_d^2 s^2}{12 + 6T_d s + T_d^2 s^2} \quad (2.12)$$

Padého aproximace přenosu představuje tzv. fázovací člen s neminimální fází obsahující nestabilní nulu.

- Nevýhodou Padého aproximace je zvýšení řádu systému a zavedení nestabilní nuly do čitatele aproximovaného přenosu.
- Výhody Padého aproximace vyniknou zejména při návrhu regulátorů pro nestabilní soustavy.

2.1.4 Limitní aproximace

Pro náhradu přenosu dopravního zpoždění (2) lze rovněž použít limitní aproximaci, která je taktéž Taylorovým rozvojem polynomu, ale pouze ve jmenovateli. Rozvoj polynomu je znázorněn ve (2.13).

$$e^{-T_d s} = \frac{1}{e^{T_d s}} = \frac{1}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot (T_d s)^k} \quad (2.13)$$

Při uvažování pouze lineárních členů dostaneme vztah pro limitní aproximaci 1. řádu

$$e^{-T_d s} \approx \frac{1}{1 + T_d s} \quad (2.14)$$

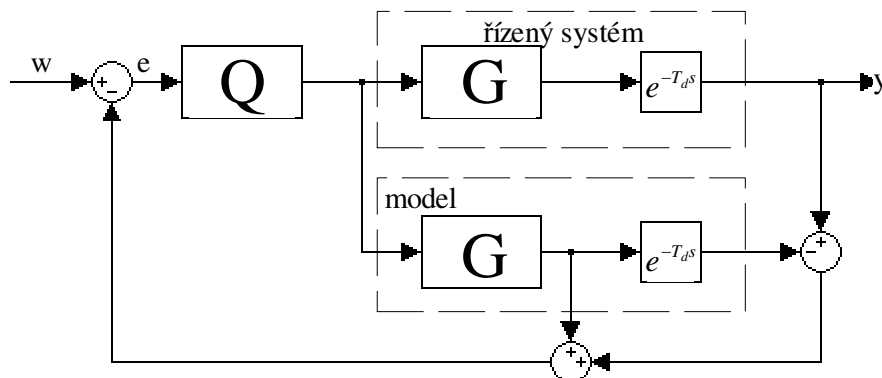
Pokud budeme uvažovat i kvadratický člen tohoto rozvoje, dostaneme limitní aproximaci dopravního zpoždění 2. řádu

$$e^{-T_d s} \approx \frac{1}{1 + T_d s + \frac{T_d^2 s^2}{2}} \quad (2.15)$$

Limitní aproximace přenosu představuje přenos proporcionální soustavy se setrvačností 1. nebo 2. řádu s jednotkovým zesílením.

2.2 Smithův prediktor

V podstatě se jedná o rozvětvený jednorozměrový regulační obvod pro kompenzaci vlivu dopravního zpoždění. Regulátor se v tomto případě neskládá pouze z regulačního členu, ale obsahuje i model regulované soustavy, který zajišťuje kompenzaci dopravního zpoždění. Blokové schéma Smithova prediktoru je znázorněno na Obr. 9.



Obr. 9. Obecný tvar Smithova prediktoru

Signály a přenosy:

w – žádaná hodnota (referenční signál)

e – regulační odchylka

y – řízený výstup

Q – přenos regulátoru

G – přenos regulované soustavy

Přenos řízení tohoto rozvětveného regulačního obvodu bude

$$G_w(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{Q(s)G(s)e^{-Tds}}{1 + Q(s)G(s)e^{-Tds} - Q(s)G(s)e^{-Tds} + Q(s)G(s)} = \frac{Q(s)G(s)e^{-Tds}}{1 + Q(s)G(s)} \quad (2.16)$$

Jak je zřejmé z přenosu řízení, charakteristická rovnice uzavřeného regulačního obvodu je

$$1 + Q(s)G(s) = 0 \quad (2.17)$$

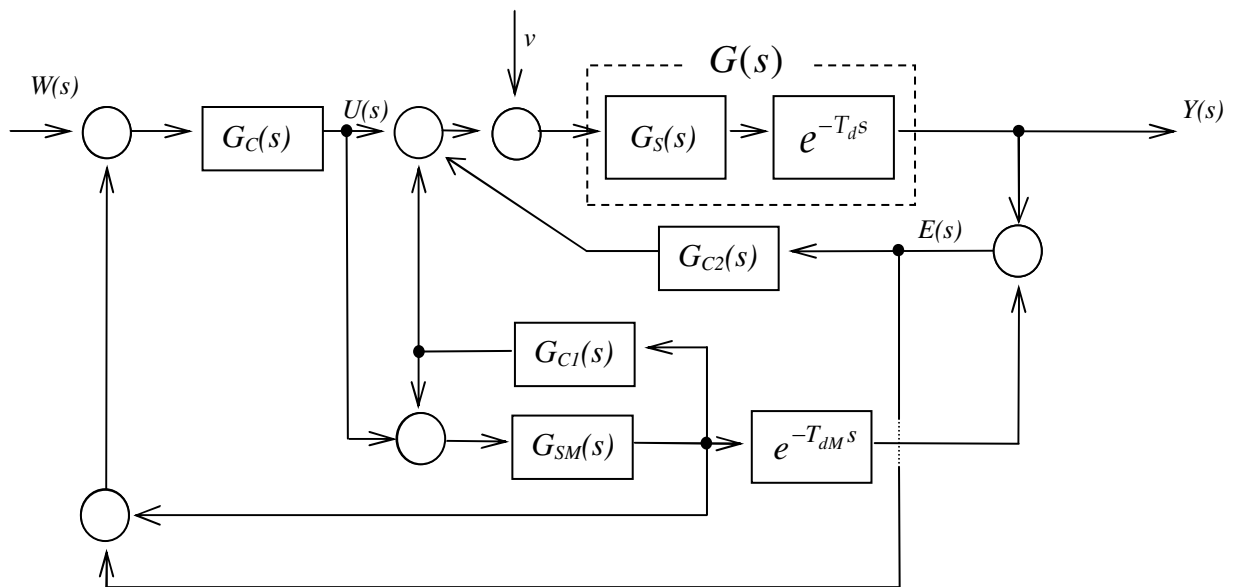
Tato rovnice už neobsahuje člen s dopravním zpožděním a je stejná jako u obvodu bez dopravního zpoždění. Z tohoto poznatku pak můžeme pro návrh regulátoru takto zapojeného uzavřeného regulačního obvodu zcela vyloučit dopravní zpoždění z přenosu systému a pro výpočet regulátoru vycházet z přenosové funkce systému bez tohoto dopravního zpoždění.

2.3 Modifikace Smithova prediktoru

Jelikož klasický Smithův prediktor lze dobře použít pro řízení stabilních systémů s dopravním zpožděním, ale u nestabilních nebo integračních systémů jej lze použít jen při zanedbatelných nebo velmi malých hodnotách dopravního zpoždění, byly vyvinuty mnohé jeho modifikace pro řízení takovýchto systémů s vyššími hodnotami dopravního zpoždění. V této kapitole bude popsáno několik často používaných modifikací.

2.3.1 Majhiho modifikace Smithova prediktoru

Jak je patno z Obr. 10, struktura rozvětveného obvodu byla doplněna o další dva regulátory G_{C1} a G_{C2} . V případě, že $G_{C1} = G_{C2} = 0$, jedná se o klasický Smithův prediktor. Regulátor G_C zajišťuje požadovanou odezvu na změnu referenčního signálu, G_{C1} je použit pro stabilizaci nestabilního nebo integračního systému G_0 bez prvku dopravního zpoždění a regulátor G_{C2} má za úkol eliminaci poruchy na vstupu do systému.



Obr. 10. Majhiho modifikace Smithova prediktoru

kde G_C, G_{C1}, G_{C2} jsou regulátory, G_0 je řízený systém a \tilde{G}_0 je model řízeného systému.

Přenos referenčního signálu na výstup je

$$G_r(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_C G_0 e^{-Ls}}{1 + G_0 (G_C + G_{C1})} \quad (2.18)$$

a přenos poruchy na výstup je

$$G_d(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_0 e^{-Ls}}{1 + G_0 (G_C + G_{C1})} \cdot \frac{1 + G_0 (G_C + G_{C1}) - G_C G_0 e^{-Ls}}{1 + G_0 G_{C2} e^{-Ls}} \quad (2.19)$$

Jak je zřejmé z přenosu $G_r(s)$, charakteristická rovnice systému neobsahuje prvek s dopravním zpožděním a tím pádem tento přenos zajišťuje hladkou odezvu na změnu

referenčního signálu. Avšak přenos $G_d(s)$ je poměrně komplikovaný a navíc obsahuje přenosy všech tří regulátorů. Z toho plyne, že pro úplnou kompenzaci vložené poruchy musíme ladit přenosy všech tří regulátorů, čímž zasahujeme i do nastavení regulátoru $G_c(s)$ zajišťujícího požadovanou odezvu na změnu referenčního signálu. Z tohoto důvodu byla navržena následující modifikace Majhiho struktury regulačního obvodu.

2.3.2 Modifikace Smithova prediktoru podle Liu + Cai + Gu + Zhang

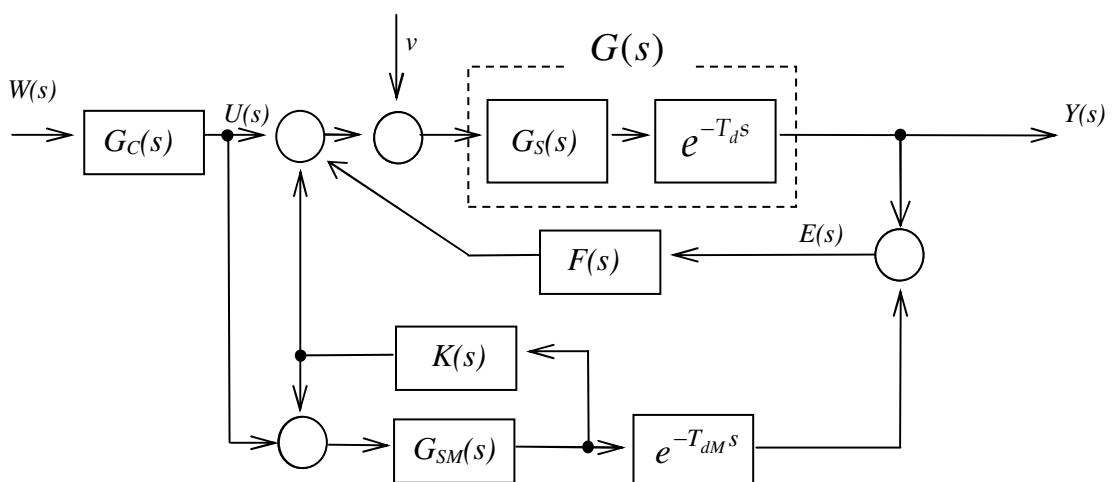
K eliminaci výše popsaných problémů odstranili Liu a kol. (2005) zpětnou vazbu přenášející regulační odchylku e na vstup regulátoru $G_c(s)$. Tím pádem do přenosů odchylek

$$G_{di}(s) = \frac{Y_{di}(s)}{D_i(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + F(s)G_p(s)} \quad (2.20)$$

a

$$G_{do}(s) = \frac{Y_{do}(s)}{D_o(s)} = \frac{1}{1 + F(s)G_p(s)} \quad (2.21)$$

vstupuje pouze přenos regulátoru $F(s)$ a jeho ladění neovlivní nastavení ostatních regulátorů. Popsané změny jsou patrné z Obr. 11.



Obr. 11. Modifikace Smithova prediktoru podle Liu + Cai + Gu + Zhang

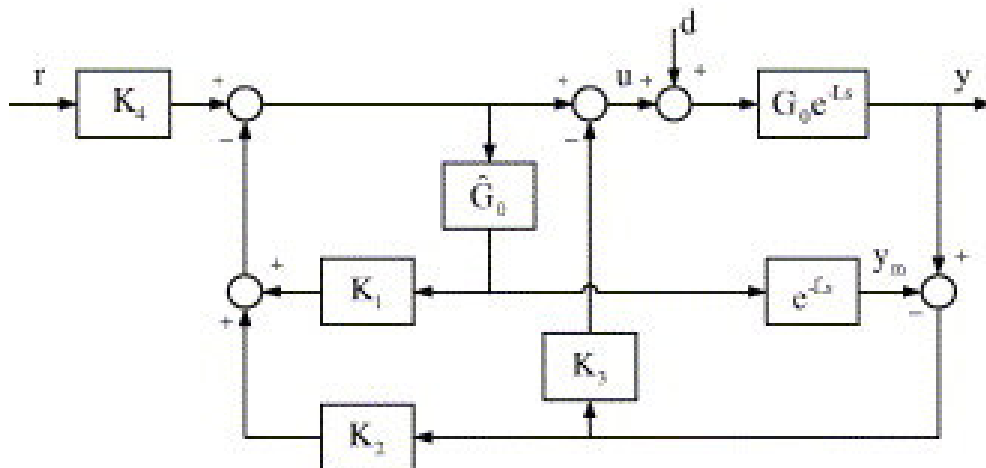
Jelikož obvykle stačí volit regulátor $K(s)$ jako proporcionální ve tvaru $K(s) = k_c$, přenos referenčního signálu na výstup bude ve tvaru

$$G_r(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c G_p}{1 + k_c G_{mo}} \quad (2.22)$$

z čehož je patrné, že charakteristická rovnice regulačního obvodu je prostá prvků s dopravním zpožděním.

2.3.3 Zjednodušená Majhiho modifikace

Tato struktura byla navržena pro regulaci nestabilních procesů s dopravním zpožděním a vychází z Majhiho modifikovaného Smithova prediktoru. Byl přidán čtvrtý regulátor pro zlepšení odezvy na vstupující poruchu. Regulátory jsou umístěny tak, aby bylo možno odděleně ladit čitatele a jmenovatele přenosů žádané hodnoty a poruchy. Tímto byl umožněn jednoduchý návrh každého z regulátorů a zlepšení odezvy na změnu referenčního signálu i vstupující poruchy. Obzvláště odezva na vstupující poruchu je ve srovnání s Majhiho metodou výrazně lepší.



Obr. 12. Zjednodušená Majhiho modifikace Smithova prediktoru

V Obr. 12 mají regulátory následující funkce:

- K_1 slouží ke stabilizaci modelu řízeného systému bez prvku dopravního zpoždění G_0
- K_2 zajišťuje minimalizaci vlivu vstupující poruchy
- K_3 stabilizuje řízený systém G_0e^{-Ls}
- K_4 zajišťuje sledování změn referenčního signálu

Přenos referenčního signálu na výstup pro popisovaný model má tvar

$$G_r(s) = \frac{G_0 K_4}{1 + G_0 K_1} e^{-Ls} \quad (2.23)$$

a přenos vstupující poruchy je

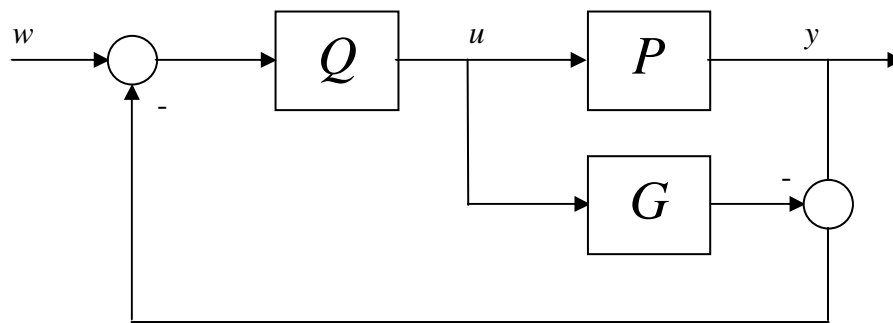
$$G_d(s) = \frac{G_0 e^{-Ls}}{1 + G_0 K_1} \cdot \frac{1 + G_0 K_1 - K_2 G_0 e^{-Ls}}{1 + G_0 e^{-Ls} K_3} \quad (2.24)$$

2.4 Využití metody vnitřního modelu (IMC)

Nový přístup v pojetí funkce regulátoru vnesli v polovině 80. let do návrhu řízení Morari, Rivera a Zafiriou (1989) využitím tzv. vnitřního modelu (Internal Model Control, IMC). Regulátor při využití této metody obsahuje kromě regulačního členu i model regulované soustavy obsahující dopravní zpoždění. V metodě vnitřního modelu se pracuje s inverzí přenosu procesu, a proto v případě, že je v přenosu procesu některá jeho část (tj. zejména zpoždění vstupu) zásadně neinvertovatelné, je nutné ji uvažovat odděleně. Proto přenos procesu, resp. jeho modelu, je třeba rozložit na součin

$$G(s) = G_D(s)G_0(s) \quad (2.25)$$

kde do $G_D(s)$ jsou vyčleněna zpoždění vstupu, popř. i kořenové činitele příslušné nulám $G(s)$ s kladnou reálnou částí. Princip metody je znázorněn blokovým schématem na Obr. 13.



Obr. 13. Blokové schéma řízení s vnitřním modelem

Obvyklý zpětnovazební regulátor ekvivalentní zapojení na Obr. 13 s regulačním členem $Q(s)$ má přenos:

$$R(s) = \frac{Q(s)}{1 - Q(s)G(s)} \quad (2.26)$$

S použitím rozkladu (2.25) se regulační člen v IMC zapojení navrhuje ve tvaru:

$$Q(s) = \frac{1}{G_0(s)} F(s) \quad (2.27)$$

kde $F(s)$ je vhodný dolnoproustný filtr, mimo jiné zajišťující realizovatelnost $Q(s)$.

Protože objekt P se vyskytuje i v regulátoru, je potřeba rozlišit několik základních případů. Zvláště se řeší návrh IMC pro stabilní a nestabilní nuly, tedy MP (minimální fáze) nebo případ NMP (neminimální fáze). Snahou návrhu je v první řadě zajistit stabilitu regulačního obvodu a pak jeho přijatelné chování. Vzhledem ke stabilitě budeme rozlišovat nominální stabilitu, kdy regulátor zajistí stabilitu obvodu pro nominální objekt. Robustní stabilita se pak rozumí, že vypočítaný regulátor zajistí stabilitu nejen pro nominální případ, ale také pro jisté okolí. Pod chováním obvodu (z anglického performance, jak uvádějí autoři Morari,

Zafiriou v [7]) se rozumí další podmínky kladené na regulační obvod, např. asymptotické sledování (tedy nulová ustálená odchylka).

IMC návrh postupu se skládá ze dvou kroků

a) Nominální případ

Regulovaná soustava se chová přesně podle našeho modelu. Pak \tilde{q} je vybrán aby poskytoval „dobrou“ systémovou odezvu.

b) Robustní stabilita a chování

\tilde{q} je rozšířený dolnoproputním filtrem $f(q = \tilde{q}f)$ a tím dosahuje robustní stability a chování.

3 SYNTÉZA ŘÍZENÍ POMOCÍ POLYNOMIÁLNÍ METODY

Aplikace polynomiální metody při návrhu systémů řízení vede k řešení polynomiálních diofantických rovnic. Tvar těchto rovnic závisí na zvolené konfiguraci systému řízení, jejíž volbou lze zajistit požadovaný průběh řízení a ovlivnit velikost akčních zásahů. V této kapitole se budu věnovat popisu třech vybraných konfigurací řízení a odvození rovnic potřebných pro návrh regulátorů s námi požadovanými vlastnostmi. Nejdůležitější požadavky na vlastnosti regulačního obvodu jsou:

- ❖ *stabilita systému řízení*
- ❖ *fyzikální realizovatelnost (vnitřní ryzost)*
- ❖ *asymptotické sledování referenčního signálu*
- ❖ *úplná kompenzace poruchy*

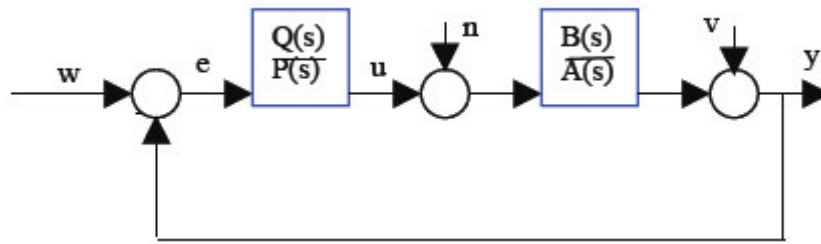
Polynomiální metoda nám narozdíl od metod klasických určí jak strukturu regulátorů, tak i vztahy pro výpočet jejich parametrů.

3.1 Struktura obvodů

V této části se budeme zabývat dvěma nejběžnějšími zapojeními regulačního obvodu a to obvodu se zpětnovazební smyčkou, často označované také jako FeedBack (FB) nebo také obvod s jedním stupněm volnosti (1DOF), je na Obr. 14, a druhou uvažovanou alternativou je zpětno-přímo vazební zapojení často označované také jako FeedBack-FeedforWard (FBFW), nebo také jako zapojení se dvěma stupni volnosti (2DOF), je na Obr. 15.

3.1.1 1DOF konfigurace systému řízení

Tato konfigurace používá jeden zpětnovazební regulátor. 1DOF znamená one degree of freedom, tedy systém s jedním stupněm volnosti. Struktura regulačního obvodu v této konfiguraci je zobrazena na Obr. 14.



Obr. 14. Schéma 1DOF konfigurace regulačního obvodu

Blok s přenosem:

- $\frac{B(s)}{A(s)}$ regulovaná soustava
- $\frac{Q(s)}{P(s)}$ zpětnovazební regulátor

Signály:

- y regulovaná veličina
- n porucha na akční zásah
- w žádaná hodnota
- v porucha na výstupu soustavy
- u akční zásah
- e regulační odchylka

Přenosové funkce:

- a) přenos řízeného systému

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (3)$$

kde $a(s)$ a $b(s)$ jsou nesoudělné polynomy v komplexní proměnné s a platí $\deg b \leq \deg a$

b) přenos regulátoru

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (3.1)$$

kde $q(s)$ a $p(s)$ jsou nesoudělné polynomy v komplexní proměnné s a platí $\deg q \leq \deg p$

Obrazy vstupních signálů:

a) obraz referenčního signálu

$$W(s) = \frac{h_w(s)}{f_w(s)} \quad (3.2)$$

a platí $\deg h_w \leq \deg f_w$

b) obraz poruchové veličiny

$$V(s) = \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad (3.3)$$

a platí $\deg h_v \leq \deg f_v$

Poruchových veličin může být v systému více, např. porucha vložená na výstup nebo porucha vstupující do řízeného systému. Patří-li poruchové veličiny do stejné třídy funkcí, např. skok, sinus, rampa apod., pak regulátor kompenzující vliv jedné poruchy bude kompenzovat i ostatní poruchy.

$$Y(s) = G(s).U(s) \quad (3.4)$$

$$U(s) = Q(s).E(s) + V(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \cdot [W(s) - Y(s)] + V(s) \quad (3.5)$$

Dosazením (3) a (3.5) do (3.4) a následnou úpravou dostaneme:

$$Y(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \cdot \left\{ \frac{q(s)}{p(s)} [W(s) - Y(s)] + V(s) \right\}$$

$$\left[1 + \frac{b(s) \cdot q(s)}{a(s) \cdot p(s)} \right] Y(s) = \frac{b(s) \cdot q(s)}{a(s) \cdot p(s)} \cdot W(s) + \frac{b(s)}{a(s)} \cdot V(s)$$

$$Y(s) = \frac{b(s) \cdot q(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} \cdot W(s) + \frac{b(s) \cdot p(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} \cdot V(s) \quad (3.6)$$

Dosadíme (3.6) do vztahu $E(s) = W(s) - Y(s)$ a dostaneme:

$$E(s) = \frac{a(s) \cdot p(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} W(s) - \frac{b(s) \cdot p(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} V(s) \quad (3.7)$$

Dosazením (3.7) do (3.5) dostaneme obraz akční veličiny:

$$U(s) = \frac{a(s) \cdot q(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot p(s)} W(s) + \frac{a(s) \cdot p(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} V(s) \quad (3.8)$$

Označíme

$$a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s) = d(s) \quad (3.9)$$

Potom dostaneme:

$$Y(s) = \frac{1}{d(s)} [b(s) \cdot q(s) \cdot W(s) + b(s) \cdot p(s) \cdot V(s)] \quad (3.10)$$

$$E(s) = \frac{p(s)}{d(s)} [a(s) \cdot W(s) - b(s) \cdot V(s)] \quad (3.11)$$

$$U(s) = \frac{a(s)}{d(s)} [q(s) \cdot W(s) + p(s) \cdot V(s)] \quad (3.12)$$

Polynom $d(s)$ je charakteristický polynom systému.

Podmínka stability systému řízení bude splněna, jestliže polynomy $p(s)$ a $q(s)$ budou dány řešením polynomiální diofantické rovnice (3.9) - $a(s).p(s) + b(s).q(s) = d(s)$ - se stabilním polynomem $d(s)$ na pravé straně.

Podmínka asymptotického sledování referenčního signálu v časové oblasti, resp. v komplexní rovině:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \text{ resp. } \lim_{s \rightarrow 0} s.E(s) = 0 \quad (3.13)$$

Pokud dosadíme do (3.11) za $W(s)$ a $V(s)$ vztahy (3.2) a (3.3), dostaneme následující rovnici:

$$E(s) = \frac{p(s)}{d(s)} \left[a(s) \cdot \frac{h_w(s)}{f_w(s)} - b(s) \cdot \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \right] \quad (3.14)$$

Asymptotické sledování referenčního signálu a kompenzaci poruchy zajistíme současně tak, že polynom $p(s)$ budeme hledat ve tvaru:

$$p(s) = f(s) \cdot \tilde{p}(s) \quad (3.15)$$

kde $f(s)$ je polynom dělitelný současně jmenovateli referenčního signálu $f_w(s)$ a poruchy $f_v(s)$. Potom podmínková rovnice stability bude:

$$a(s) \cdot f(s) \cdot \tilde{p}(s) + b(s) \cdot q(s) = d(s) \quad (3.16)$$

a přenos regulátoru:

$$Q(s) = \frac{q(s)}{f(s) \cdot \tilde{p}(s)} \quad (3.17)$$

Budeme-li tedy řídit skokovou změnu referenčního signálu i poruchy, bude $f(s)=s$ a regulátor tudíž bude obsahovat integrační složku.

Člen $F = \frac{1}{f(s)}$ může být také kreslen za regulátor jako samostatný blok a nazývá se kompenzátor.

Systém řízení bude vnitřně ryzí, jestliže přenosy všech prvků v systému budou ryzí, tj. platí:

$$\deg q \leq \deg(f\tilde{p}) = \deg f + \deg \tilde{p} \quad (3.18)$$

$$\deg b \leq \deg a \quad (3.19)$$

deg ... stupeň polynomu

$$\deg d = \deg(af\tilde{p}) = \deg a + \deg f + \deg \tilde{p} \quad (3.20)$$

Plyne to z podmínek fyzikální realizovatelnosti (3.18) a (3.19). Při řešení porovnáním koeficientů u jednotlivých mocnin máme k dispozici počet rovnic

$$\deg d + 1 = \deg a + \deg f + \deg \tilde{p} + 1 \quad (3.21)$$

a z nich hledáme počet neznámých

$$\deg q + \deg \tilde{p} + 2 \quad (3.22)$$

Musí platit, že počet rovnic = počet neznámých, z čehož plyne:

$$\deg a + \deg f + \deg \tilde{p} + 1 = \deg q + \deg \tilde{p} + 2 \quad (3.23)$$

$$\Rightarrow \deg q = \deg a + \deg f - 1 \quad (3.24)$$

Dosazením (3.24) do (3.18) dostaneme stupeň polynomu $\tilde{p}(s)$:

$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1 \quad (3.25)$$

Pokud zvolíme $\deg \tilde{p} > \deg a - 1$, získáme striktně ryzí přenos regulátoru, což ale není vždy nutné, většinou stačí volit $\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1$.

Potom

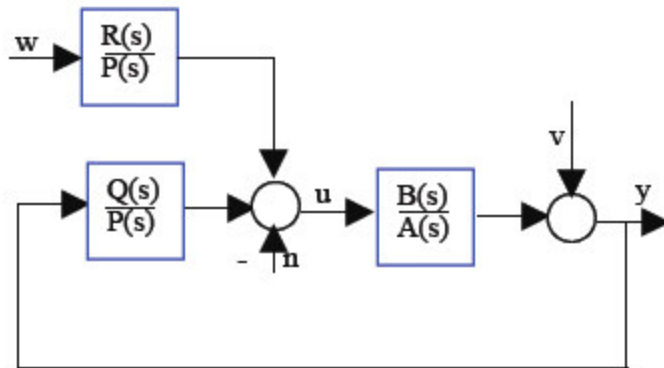
$$\deg d = \deg(af\tilde{p}) = 2\deg a + \deg f - 1 \quad (3.26)$$

Jestliže známe stupně všech polynomů, můžeme řešit polynomiální podmínkovou rovnici stability (3.16).

3.1.2 2DOF konfigurace systému řízení

Tato konfigurace používá kromě zpětnovazebního regulátoru i regulátor přímovazební.

2DOF znamená two degrees of freedom, tedy systém se dvěma stupni volnosti. Struktura regulačního obvodu v této konfiguraci je zobrazena na Obr. 15.



Obr. 15. Schéma 2DOF konfigurace regulačního obvodu

Blok s přenosem:

- $\frac{R(s)}{P(s)}$ přenos přímovazebního regulátoru

Ostatní značení je stejné jako u 1DOF konfigurace.

Přenosové funkce:

Přenos řízeného systému je ve tvaru (3).

- a) přenos zpětnovazebního regulátoru

$$Q(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (3.27)$$

kde $q(s)$ a $p(s)$ jsou nesoudělné polynomy v komplexní proměnné s a platí $\deg q \leq \deg p$

- b) přenos přímovazebního regulátoru

$$R(s) = \frac{r(s)}{p(s)} \quad (3.28)$$

kde $r(s)$ a $p(s)$ jsou nesoudělné polynomy v komplexní proměnné s a platí $\deg r \leq \deg p$

Obrazy vstupních signálů jsou ve tvaru (3.2) a (3.3).

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s) \quad (3.29)$$

$$U(s) = R(s) \cdot W(s) - Q(s) \cdot Y(s) + V(s) = \frac{r(s)}{p(s)} \cdot W(s) - \frac{q(s)}{p(s)} \cdot Y(s) + V(s) \quad (3.30)$$

Dosazením (3) a (3.30) do (3.29) a následnou úpravou dostaneme:

$$Y(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \cdot \left[\frac{r(s)}{p(s)} \cdot W(s) - \frac{q(s)}{p(s)} \cdot Y(s) + V(s) \right]$$

$$\left[1 + \frac{b(s) \cdot q(s)}{a(s) \cdot p(s)} \right] Y(s) = \frac{b(s) \cdot r(s)}{a(s) \cdot p(s)} \cdot W(s) + \frac{b(s)}{a(s)} \cdot V(s)$$

$$Y(s) = \frac{b(s) \cdot r(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} \cdot W(s) + \frac{b(s) \cdot p(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} \cdot V(s) \quad (3.31)$$

Dosadíme (3.31) do vztahu $E(s) = W(s) - Y(s)$ a dostaneme:

$$E(s) = \left[1 - \frac{b(s) \cdot r(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} \right] W(s) - \frac{b(s) \cdot p(s)}{a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s)} V(s) \quad (3.32)$$

Označíme

$$a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot q(s) = d(s) \quad (3.33)$$

Polynom $d(s)$ je charakteristický polynom systému.

Dosazením (3.33) do (3.31) a (3.32) dostaneme:

$$Y(s) = \frac{1}{d(s)} (b(s) \cdot r(s) \cdot W(s) + b(s) \cdot p(s) \cdot V(s)) \quad (3.34)$$

$$E(s) = \frac{d(s) - b(s).r(s)}{d(s)} \cdot W(s) - \frac{b(s).p(s)}{d(s)} \cdot V(s) \quad (3.35)$$

Stabilitu systému řízení zajišťuje zpětnovazební regulátor, jehož polynomy přenosu jsou dány řešením 1. polynomiální diofantické rovnice (3.33) - $a(s).p(s) + b(s).q(s) = d(s)$ - se stabilním polynomem $d(s)$ na pravé straně.

Pokud dosadíme do (3.35) $W(s)$ a $V(s)$ vztahy (3.2) a (3.3), dostaneme následující rovnici:

$$E(s) = \frac{d(s) - b(s).r(s)}{d(s)} \cdot \frac{h_w(s)}{f_w(s)} - \frac{b(s).p(s)}{d(s)} \cdot \frac{h_v(s)}{f_v(s)} \quad (3.36)$$

Z (3.36) plyne, že pro zajištění **úplné kompenzace poruchy** musí být polynom $p(s)$ dělitelný jmenovatelem přenosu poruchy $f_v(s)$. Potom bude mít $p(s)$ tvar

$$p(s) = f_v(s) \cdot \tilde{p}(s) \quad (3.37)$$

a 1. polynomiální diofantická rovnice bude ve tvaru:

$$a(s).f_v(s).\tilde{p}(s) + b(s).q(s) = d(s) \quad (3.38)$$

Přenosy regulátorů pak budou mít tvar:

$$Q(s) = \frac{q(s)}{f_v(s).\tilde{p}(s)}, \quad R(s) = \frac{r(s)}{f_v(s).\tilde{p}(s)} \quad (3.39)$$

Z (3.36) dále plyne, že jmenovatel referenčního signálu $f_w(s)$ musí dělit polynom $d(s) - b(s).r(s)$, tj.

$$d(s) - b(s).r(s) = t(s).f_w(s) \quad (3.40a)$$

Asymptotické sledování referenčního signálu je zajištěno přímovazební částí regulátoru, ve kterém čitatel přenosu $r(s)$ je dán řešením 2. polynomiální diofantické rovnice ve tvaru

$$t(s).f_w(s) + b(s).r(s) = d(s) \quad (3.40b)$$

Polynom $t(s)$ je neznámý pomocný polynom, který používáme při výpočtu, avšak do přenosu regulátoru nevstupuje.

Systém řízení bude vnitřně ryzí, jestliže přenosy všech prvků v systému budou ryzí, tj. platí:

$$\deg q \leq \deg(f_v \tilde{p}) = \deg f_v + \deg \tilde{p} \quad (3.41)$$

$$\deg b \leq \deg a \quad (3.42)$$

$$\deg r \leq \deg(f_v \tilde{p}) = \deg f_v + \deg \tilde{p} \quad (3.43)$$

deg ... stupeň polynomu

$$\deg d = \deg(af_v \tilde{p}) = \deg a + \deg f_v + \deg \tilde{p} \quad (3.44)$$

Plyne to z podmínek fyzikální realizovatelnosti (3.41) a (3.42). Při řešení porovnáním koeficientů u jednotlivých mocnin máme k dispozici počet rovnic

$$\deg d + 1 = \deg a + \deg f_v + \deg \tilde{p} + 1 \quad (3.45)$$

a z nich hledáme počet neznámých

$$\deg q + \deg \tilde{p} + 2 \quad (3.46)$$

Musí platit, že počet rovnic = počet neznámých, z čehož plyne:

$$\deg a + \deg f_v + \deg \tilde{p} + 1 = \deg q + \deg \tilde{p} + 2 \quad (3.47)$$

$$\Rightarrow \deg q = \deg a + \deg f_v - 1 \quad (3.48)$$

Dosažením (3.48) do (3.41) dostaneme stupeň polynomu $\tilde{p}(s)$:

$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1 \quad (3.49)$$

V některých případech je však třeba (jak bude ukázáno později), aby $\deg \tilde{p} > \deg a - 1$. To lze ošetřit následovně:

$$\deg \tilde{p} \geq \deg a - 1 + k, \quad (3.50)$$

kde $k \geq 0$.

Potom

$$\deg d = \deg(af_v \tilde{p}) = 2 \deg a + \deg f_v - 1 + k \quad (3.51)$$

Při stanovení stupňů polynomů $r(s)$ a $t(s)$ vyjdeme z 2. polynomiální diofantické rovnice (3.40b). Při řešení porovnáním koeficientů u jednotlivých mocnin máme k dispozici počet rovnic

$$\deg d + 1 = \deg t + \deg f_w + 1, \quad (3.52)$$

z nichž hledáme počet neznámých

$$\deg t + \deg r + 2 \quad (3.53)$$

Musí platit, že počet rovnic = počet neznámých, z čehož plyne:

$$\deg t + \deg f_w + 1 = \deg t + \deg r + 2 \quad (3.54)$$

$$\Rightarrow \deg r = \deg f_w - 1 \quad (3.55)$$

Stupeň polynomu $t(s)$ určíme ze stupně charakteristického polynomu $d(s)$ porovnáním (3.52) a (3.51).

$$\begin{aligned} \deg d &= 2 \deg a + \deg f_v - 1 + k = \deg t + \deg f_w \\ \Rightarrow \deg t &= 2 \deg a + \deg f_v - \deg f_w - 1 + k \end{aligned} \quad (3.56)$$

a musí platit $\deg t \geq 0$. Zde je patrný význam konstanty k . Protože stupeň polynomu $t(s)$ nemůže být záporný, musíme volit konstantu k tak, abychom dostali alespoň $\deg t = 0$. Např. v případě, že máme soustavu 1. řádu ($\deg a = 1$), referenční signál je sinusový nebo rampa ($\deg f_w = 2$) a porucha má charakter bílého šumu ($\deg f_v = 0$), byl by stupeň polynomu $t(s)$ pro $k=0$ $\deg t = -1$, což není možné. Musíme tedy volit $k > 0$, což se projeví zvýšením stupně polynomu $\tilde{p}(s)$, resp. polynomu $p(s)$. Z toho nám plyne i podmínka pro volbu konstanty k :

$$k \geq \deg f_w + 1 - 2 \deg a - \deg f_v. \quad (3.57)$$

Pokud $\deg f_w + 1 - 2 \deg a - \deg f_v \leq 0$, pak volíme $k=0$. V případě, že $\deg f_w + 1 - 2 \deg a - \deg f_v > 0$, volíme $k = \deg f_w + 1 - 2 \deg a - \deg f_v$.

4 VOLBA PÓLŮ UZAVŘENÉHO REGULAČNÍHO OBVODU

Úloha přiřazení pólů řeší volbu pravé strany charakteristické rovnice, tedy volbu polynomu $d(s)$. V každém případě to musí být stabilní polynom, který má obecně tvar:

$$d(s) = \prod_{i=1}^{\deg d} (s + s_i) \quad (4)$$

kde $s_i = \alpha_i + j\omega_i$ a $\alpha_i > 0$ pro všechna i . Pokud $\omega_i = 0$ pro všechna i (tj. volíme jen reálné póly), získáme aperiodický (nekmitavý) charakter regulačního pochodu. V případě volby komplexně sdružených pólů obdržíme kmitavý regulační pochod. Volbou reálné a imaginární části pólů zajistíme požadovaný průběh regulačního pochodu, tj. dobu regulace a překmit. Přístupů k volbě pólů je známých mnoho, liší se především podle typu soustavy, kterou chceme řídit. Odlišná je tedy volba pólů pro stabilní a nestabilní soustavy, stejně jako pro soustavy s minimální či neminimální fází. Dalším problémem je, zda zvolit jeden násobný kořen, či několik různých reálných či imaginárních kořenů a jak stanovit vztah mezi těmito kořeny. Další z možností je zvolit jako část polynomu $d(s)$ přímo prvek z přenosu regulované soustavy, např. polynom $a(s)$ či jeho část. V této kapitole uvedu několik možností volby charakteristického polynomu, a to z hlediska typu soustavy.

❖ *Násobné póly*

Tento typ charakteristického polynomu má tvar:

$$d(s) = (s + \alpha)^n \quad (4.1)$$

kde $n = \deg d$ a platí $\alpha > 0$.

Volba jednoho několikanásobného pólu je použitelná jen u stabilních soustav a i přesto neposkytuje nejlepší výsledky. Volba pólu α je problematická a volí se na základě zkušeností a simulačního ověření chování obvodu. Příliš velké α vede na velké parametry polynomu $q(s)$, což má za následek nepřiměřené akční zásahy, tzv. wind-up efekt. Protože se parametry regulované soustavy mohou při adaptivním řízení měnit, je vhodné adaptovat i α .

Zlepšení kvality regulace lze dosáhnout volbou dvou několikanásobných pólů. Polynom $d(s)$ pak bude vypadat takto:

$$d(s) = (s + \alpha_1)^k \cdot (s + \alpha_2)^{n-k}, \quad \alpha_i > 0 \quad (4.2)$$

Neexistuje ovšem žádná metoda, jak explicitně vypočítat vztah mezi α_1 a α_2 , takže jejich volba musí být ověřena simulačně.

Samozřejmě by bylo možno zvolit si ještě více násobných pólů, ale protože neexistuje žádná metoda, která by stanovila jejich vzájemný poměr, jejich volba je spíše otázkou štěstí a zkušenosti. Nalezení takových hodnot α_i , které by významně zlepšily kvalitu regulace, může být navíc velmi zdlouhavé a pracné a nakonec se ani nemusí podařit. Z těchto důvodů se obvykle více než 2 různé póly nevolí.

❖ *Polynom $a(s)$ v kombinaci s násobným pólem*

Tato volba je možná pouze u stabilních soustav, tj. u soustav se stabilním polynomem $a(s)$ ve jmenovateli přenosu. Polynom $d(s)$ je pak složen ze dvou částí a má tvar:

$$d(s) = a(s)(s + \alpha)^j \quad (4.3)$$

kde $j = \deg d - \deg a$. Pro násobný pól opět platí podmínka $\alpha > 0$, jinak by polynom $d(s)$ nebyl stabilní.

❖ *Polynom $n(s)$ v kombinaci s násobným pólem*

Polynom $d(s)$ v tomto tvaru lze použít u nestabilních soustav a vypadá následovně:

$$d(s) = n(s)(s + \alpha)^j \quad (4.4)$$

kde $j = \deg d - \deg a$ a $\alpha > 0$. Polynom $n(s)$ je stabilní polynom získaný spektrální faktorizací

$$n^*(s)n(s) = a^*(s)a(s) \quad (4.5)$$

kde hvězdička představuje konjugovaný polynom, tzn.

$$n^*(s) = n(-s) \quad \text{a} \quad a^*(s) = a(-s) \quad (4.6)$$

a platí $\deg n = \deg a$.

Takováto volba polynomu $d(s)$ stabilizuje i nestabilní soustavy a při výpočtu vede ke stabilnímu regulátoru. Obecně platí, že stabilizovat kořeny polynomu $a(s)$ můžeme spektrální faktorizací dle rovnice (4.6).

II. PRAKTICKÁ ČÁST

5 NÁVRH REGULÁTORŮ PRO JEDNOTLIVÉ METODY

V této kapitole budou odvozeny regulátory pro jednotlivé metody. Pro limitní aproximaci, Padého aproximaci a Smithův prediktor jsem zvolil tři soustavy a to stabilní s minimální a neminimální fází druhého řádu a nestabilní prvního řádu. A to ve tvaru:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad G(s) &= \frac{k(1 + \tau_3 s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-T_d s} \\
 \bullet \quad G(s) &= \frac{k(1 - \tau_3 s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-T_d s} \\
 \bullet \quad G(s) &= \frac{k}{(\tau_1 s - 1)} e^{-T_d s}
 \end{aligned} \tag{5}$$

Pro stabilní soustavy je jako charakteristický polynom použit polynom $d(s) = a(s)(s + \alpha)^2$. Pro nestabilní soustavy je použit charakteristický polynom ve tvaru $d(s) = n(s)(s + \alpha)$ a polynom $n(s)$ získáme spektrální faktorizací $n^*(s)n(s) = a^*(s)a(s)$, kde hvězdička představuje konjugovaný polynom. Polynom $n(s)$ je stejného stupně jako polynom $a(s)$, v tomto případě tedy $\deg n = 2$.

$$a(s)a^*(s) = (a_1 s + a_0)(-a_1 s + a_0) = -a_1^2 s^2 + (a_1 a_0 - a_1 a_0) + a_0^2$$

$$n(s)n^*(s) = (n_1 s + n_0)(-n_1 s + n_0) = -n_1^2 s^2 + (n_1 n_0 - n_1 n_0) + n_0^2$$

$$n(s)n^*(s) = a(s)a^*(s)$$

$$-n_1^2 + n_0^2 = -a_1^2 + a_0^2$$

$$n_0 = \sqrt{a_0^2} \quad n_1 = \sqrt{a_1^2} \tag{5.1}$$

Pro modifikace Smithova prediktoru (Majhiho modifikace Smithova prediktoru, zjednodušená Majhiho modifikace a modifikace Smithova prediktoru podle Liu + Cai + Gu + Zhang) jsem zvolil soustavu integrační a nestabilní prvního řádu. A to ve tvaru:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad G(s) &= \frac{k}{s} e^{-T_d s} \\
 \bullet \quad G(s) &= \frac{k}{(\tau_1 s - 1)} e^{-T_d s}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

5.1 Soustava č.1 stabilní s minimální fází

Lineární spojité dynamický systém je minimálně fázový právě tehdy, když má stabilního čitatele. Tedy kořeny čitatele mají záporné reálné části a nacházejí se v levé části komplexní roviny. Minimální fáze systému pak znamená, že přechodová charakteristika systému začíná ve směru vstupu. Přenos systému s minimální fází můžeme obecně zapsat:

$$G(s) = \frac{k(1 + \tau_3 s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-T_d s} \quad (5.3)$$

5.1.1 Limitní aproximace

Řešíme regulátor systému s dopravním zpožděním (5.3) pro 2DOF konfiguraci pomocí polynomiální metody. Abychom mohli provést potřebné výpočty je třeba nejprve nahradit dopravní zpoždění v systému (5.3) limitní aproximací (2.14).

$$G(s) = \frac{k(1 + \tau_3 s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \cdot \frac{1}{1 + T_d s} \quad (5.4)$$

Dále vztah (5.4) roznásobíme a po následných úpravách provádíme substituci vzniklých proměnných kde dostáváme polynomy:

$$b_1 = \frac{k\tau_3}{\tau_1\tau_2 T_d} ; b_0 = \frac{k}{\tau_1\tau_2 T_d}$$

$$a_3 = 1 ; a_2 = \frac{\tau_1\tau_2 + \tau_1 T_d + \tau_2 T_d}{\tau_1\tau_2 T_d} ; a_1 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + T_d}{\tau_1\tau_2 T_d} ; a_0 = \frac{1}{\tau_1\tau_2 T_d} \quad (5.5)$$

Pak přenos systému nabývá tvaru:

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5.6)$$

Dále uvažujeme, že do systému během řízení vstupuje porucha s charakteristikou jednotkového skoku:

$$V(s) = \frac{1}{s} \quad (5.7)$$

Pak provedeme výpočet stupňů polynomů regulátoru $q(s)$, $\tilde{p}(s)$ a charakteristického polynomu $d(s)$ podle vztahů (3.44) (3.48) (3.49), kde jejich přesné užití je popsáno v kapitole 2 Polynom $d(s)$ navíc rozvedeme podle vztahu (4.3). Nakonec dosadíme do rovnice (3.38) příčné polynomy. Tím dostáváme vztah:

$$\begin{aligned} & (s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0) \cdot s \cdot (p_2s^2 + p_1s + p_0) + (b_1s + b_0) \cdot (q_3s^3 + q_2s^2 + q_1s + q_0) = \\ & (s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0) \cdot (s + \alpha)^3 \\ & p_2s^6 + (a_2p_2 + p_1)s^5 + (a_1p_2 + a_2p_1 + p_0 + b_1q_3)s^4 + (a_0p_2 + a_1p_1 + a_2p_0 + b_0q_3 + b_1q_2)s^3 + \\ & + (a_0p_1 + a_1p_0 + b_0q_2 + b_1q_1)s^2 + (a_0p_0 + b_0q_1 + b_1q_0)s + b_0q_0 = \\ & = s^6 + (a_2 + 3\alpha)s^5 + (a_1 + 3a_2\alpha + 3\alpha^2)s^4 + (a_0 + 3a_1\alpha + 3a_2\alpha^2 + \alpha^3)s^3 + (3a_0\alpha + 3a_1\alpha^2 + a_2\alpha^3)s^2 + \\ & + (3a_0\alpha^2 + a_1\alpha^3)s + a_0\alpha^3 \end{aligned} \quad (5.8)$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$\begin{aligned} s^6 : \underline{p_2} &= 1 \\ s^5 : a_2p_2 + p_1 &= a_2 + 3\alpha \Rightarrow \underline{p_1} = 3\alpha \\ s^4 : a_1p_2 + a_2p_1 + p_0 + b_1q_3 &= a_1 + 3a_2\alpha + 3\alpha^2 \\ s^3 : a_0p_2 + a_1p_1 + a_2p_0 + b_0q_3 + b_1q_2 &= a_0 + 3a_1\alpha + 3a_2\alpha^2 + \alpha^3 \\ s^2 : a_0p_1 + a_1p_0 + b_0q_2 + b_1q_1 &= 3a_0\alpha + 3a_1\alpha^2 + a_2\alpha^3 \\ s^1 : a_0p_0 + b_0q_1 + b_1q_0 &= 3a_0\alpha^2 + a_1\alpha^3 \\ s^0 : b_0q_0 &= a_0\alpha^3 \Rightarrow \underline{q_0} = \frac{a_0\alpha^3}{b_0} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Řešením čtyř rovnic o čtyřech neznámých získáme chybějící parametry:

$$p_0 = 3\alpha^2 - \frac{b_1\alpha^3}{b_0} ; q_1 = \frac{a_1\alpha^3}{b_0} ; q_2 = \frac{a_2\alpha^3}{b_0} ; q_3 = \frac{\alpha^3}{b_0}$$

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_5s^5 + t_4s^4 + t_3s^3 + t_2s^2 + t_1s + t_0)s + (b_1s + b_0)r_0 = (s_3 + a_2s^2 + a_1s + a_0)(s + \alpha)^3 \quad (5.10)$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$s^0 : b_0r_0 = \alpha^2a_0 \Rightarrow r_0 = a_0 \frac{\alpha^3}{b_0} \quad (5.11)$$

Výsledné regulátory pak budou :

$$Q(s) = \frac{\frac{\alpha^3}{b_0}(s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0)}{s\left(s^2 + 3\alpha s + 3\alpha^2 - \frac{b_1\alpha^3}{b_0}\right)} = \frac{\alpha^3\left(\frac{\tau_1\tau_2}{k}s^3 + \frac{\tau_1\tau_2 + \tau_1T_d + \tau_2T_d}{k}s^2 + \frac{\tau_1 + \tau_2 + T_d}{k}s + \frac{1}{k}\right)}{s(s^2 + 3\alpha s + \alpha^2(3 - \tau_3\alpha))}$$

$$R(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0}a_0}{s\left(s^2 + 3\alpha s + 3\alpha^2 - \frac{b_1\alpha^3}{b_0}\right)} = \frac{\frac{\alpha^2}{k}}{s(s^2 + 3\alpha s + \alpha^2(3 - \tau_3\alpha))} \quad (5.12)$$

Podmínka stability regulátorů : $0 < \alpha < \frac{3}{\tau_3}$

5.1.2 Padého aproximace

Pro další metodu řešení regulátoru systému s dopravním zpožděním (5.3) pro 2DOF konfiguraci pomocí polynomiální metody je třeba nejprve nahradit dopravní zpoždění v systému (5.3) Padého aproximací (2.11).

$$G(s) = \frac{k(1 + \tau_3 s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \cdot \frac{1 - \frac{T_d}{2} s}{1 + \frac{T_d}{2} s} \quad (5.13)$$

Dále vztah (5.13) roznásobíme a po následných úpravách provádíme substituci vzniklých proměnných kde dostáváme polynomy:

$$b_2 = -\frac{k\tau_3}{\tau_1\tau_2} ; b_1 = \frac{k(2\tau_3 - T_d)}{\tau_1\tau_2 T_d} ; b_0 = \frac{2k}{\tau_1\tau_2 T_d}$$

$$a_3 = 1 ; a_2 = \frac{\tau_1 T_d + \tau_2 T_d + 2\tau_1\tau_2}{\tau_1\tau_2 T_d} ; a_1 = \frac{2\tau_1 + 2\tau_2 + T_d}{\tau_1\tau_2 T_d} ; a_0 = \frac{2}{\tau_1\tau_2 T_d} \quad (5.14)$$

Pak přenos systému nabývá tvaru:

$$G(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5.15)$$

Dále uvažujeme že do systému během řízení rovněž vstupuje porucha s charakteristikou jednotkového skoku (5.7). Pak provedeme opět výpočet stupňů polynomů regulátoru $q(s)$ $\tilde{p}(s)$ a charakteristického polynomu $d(s)$ uvedeným postupem v kapitole 5.1.1. Tím dostaneme:

$$(s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) \cdot s \cdot (p_2 s^2 + p_1 s + p_0) + (b_2 s^2 + b_1 s + b_0) \cdot (q_3 s^3 + q_2 s^2 + q_1 s + q_0) =$$

$$(s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) \cdot (s + \alpha)^3$$

$$\begin{aligned}
& p_2 s^6 + (a_2 p_2 + p_1 + b_2 q_3) s^5 + (a_1 p_2 + a_2 p_1 + p_0 + b_1 q_3 + b_2 q_2) s^4 + \\
& + (a_0 p_2 + a_1 p_1 + a_2 p_0 + b_0 q_3 + b_1 q_2 + b_2 q_1) s^3 + (a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_0 q_2 + b_1 q_1 + b_2 q_0) s^2 + \\
& + (a_0 p_0 + b_0 q_1 + b_1 q_0) s + b_0 q_0 = \\
= & s^6 + (a_2 + 3\alpha) s^5 + (a_1 + 3a_2 \alpha + 3\alpha^2) s^4 + (a_0 + 3a_1 \alpha + 3a_2 \alpha^2 + \alpha^3) s^3 + (3a_0 \alpha + 3a_1 \alpha^2 + a_2 \alpha^3) s^2 + \\
& + (3a_0 \alpha^2 + a_1 \alpha^3) s + a_0 \alpha^3 \tag{5.16}
\end{aligned}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$\begin{aligned}
s^6 : \underline{p_2} &= 1 \\
s^5 : a_2 p_2 + p_1 + b_2 q_3 &= a_2 + 3\alpha \\
s^4 : a_1 p_2 + a_2 p_1 + p_0 + b_1 q_3 + b_2 q_2 &= a_1 + 3a_2 \alpha + 3\alpha^2 \\
s^3 : a_0 p_2 + a_1 p_1 + a_2 p_0 + b_0 q_3 + b_1 q_2 + b_2 q_1 &= a_0 + 3a_1 \alpha + 3a_2 \alpha^2 + \alpha^3 \\
s^2 : a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_0 q_2 + b_1 q_1 + b_2 q_0 &= 3a_0 \alpha + 3a_1 \alpha^2 + a_2 \alpha^3 \\
s^1 : a_0 p_0 + b_0 q_1 + b_1 q_0 &= 3a_0 \alpha^2 + a_1 \alpha^3 \\
s^0 : b_0 q_0 = a_0 \alpha^3 \Rightarrow \underline{q_0} &= \frac{a_0 \alpha^3}{b_0} \tag{5.17}
\end{aligned}$$

Řešením pěti rovnic o pěti neznámých získáme chybějící parametry regulátoru:

$$p_0 = 3\alpha^2 - \frac{b_1 \alpha^3}{b_0} ; p_1 = 3\alpha - \frac{b_2 \alpha^3}{b_0} ; q_1 = \frac{a_1 \alpha^3}{b_0} ; q_2 = \frac{a_2 \alpha^3}{b_0} ; q_3 = \frac{\alpha^3}{b_0}$$

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_5 s^5 + t_4 s^4 + t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0) s + (b_2 s^2 + b_1 s + b_0) r_0 = (s_3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) (s + \alpha)^3 \tag{5.18}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow r_0 = a_0 \frac{\alpha^3}{b_0} \quad (5.19)$$

Výsledné regulátory pak budou :

$$Q(s) = \frac{\frac{\alpha^3}{b_0} (s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0)}{s \left(s^2 + \left(3\alpha - \frac{b_2 \alpha^3}{b_0} \right) s + 3\alpha^2 - \frac{b_1 \alpha^3}{b_0} \right)} =$$

$$\frac{\alpha^3 \left(\frac{\tau_1 \tau_2 T_d}{2k} s^3 + \frac{2\tau_1 \tau_2 + \tau_1 T_d + \tau_2 T_d}{2k} s^2 + \frac{2\tau_1 + 2\tau_2 + T_d}{2k} s + \frac{1}{k} \right)}{s \left(s^2 + \left(3\alpha + \frac{\tau_3 T_d \alpha^3}{2} \right) s + \alpha^2 \left(3 - \left(\tau_3 - \frac{T_d}{2} \right) \alpha \right) \right)}$$

$$R(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} a_0}{s \left(s^2 + \left(3\alpha - \frac{b_2 \alpha^3}{b_0} \right) s + 3\alpha^2 - \frac{b_1 \alpha^3}{b_0} \right)} = \frac{\frac{\alpha^2}{k}}{s \left(s^2 + \left(3\alpha + \frac{\tau_3 T_d \alpha^3}{2} \right) s + \alpha^2 \left(3 - \left(\tau_3 - \frac{T_d}{2} \right) \alpha \right) \right)}$$

(5.20)

Podmínka stability regulátorů :

$$0 < \alpha < \frac{3}{\tau_3 + \frac{T_d}{2}}$$

5.1.3 Smithův prediktor

Poslední metodou řešení spojitého regulátoru pro 2DOF konfiguraci, kterou se zde budu zabývat, je řešení pomocí Smithova prediktoru, jehož princip a užití je popsán v kapitole 2.2. Dojde tedy k vyloučení dopravního zpoždění a pro Smithův prediktor zapojený v 2DOF konfiguraci dostaneme obecnou rovnici přenosu systému bez dopravního zpoždění:

$$G(s) = \frac{k(1 + \tau_3 s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (5.21)$$

Roznásobíme kořeny této rovnice a provedeme substituci vzniklých polynomů:

$$b_1 = \frac{k\tau_3}{\tau_1\tau_2} ; b_0 = \frac{k}{\tau_1\tau_2}$$

$$a_2 = 1 ; a_1 = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2} ; a_0 = \frac{1}{\tau_1\tau_2} \quad (5.22)$$

Pak přenos systému nabývá tvaru:

$$G(s) = \frac{b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (5.23)$$

Za předpokladu poruchy s charakteristikou jednotkového skoku (5.7), provedeme opět výpočet stupňů polynomů regulátoru $q(s)$ $\tilde{p}(s)$ a charakteristického polynomu $d(s)$ uvedeným postupem v kapitole 5.1.1. Tak dostaneme:

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

$$(s^2 + a_1s + a_0)s(p_1s + p_0) + (b_1s + b_0)(q_2s^2 + q_1s + q_0) = (s^2 + a_1s + a_0)(s + \alpha)^2$$

$$p_1s^4 + (a_1p_1 + p_0 + b_1q_2)s^3 + (a_0p_1 + a_1p_0 + b_1q_1 + b_0q_2)s^2 + (a_0p_0 + b_1q_0 + b_0q_1)s + b_0q_0 =$$

$$= s^4 + (2\alpha + a_1)s^3 + (\alpha^2 + 2\alpha a_1 + a_0)s^2 + (\alpha^2 a_1 + 2\alpha a_0)s + \alpha^2 a_0 \quad (5.24)$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$s^4 : p_1 = 1$$

$$s^3 : a_1p_1 + p_0 + b_1q_2 = 2\alpha + a_1$$

$$s^2 : a_0p_1 + a_1p_0 + b_1q_1 + b_0q_2 = \alpha^2 + 2\alpha a_1 + a_0$$

$$s^1 : a_0p_0 + b_1q_0 + b_0q_1 = \alpha^2 a_1 + 2\alpha a_0$$

$$s^0 : b_0q_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow q_0 = a_0 \frac{\alpha^2}{b_0} \quad (5.25)$$

Řešením tří rovnic o třech neznámých získáme chybějící parametry:

$$p_0 = 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0}, \quad q_2 = \frac{\alpha^2}{b_0}, \quad q_1 = a_1 \frac{\alpha^2}{b_0}$$

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0) s + (b_1 s + b_0) r_0 = (s^2 + a_1 s + a_0)(s + \alpha)^2 \quad (5.26)$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow r_0 = a_0 \frac{\alpha^2}{b_0} \quad (5.27)$$

Výsledné regulátory pak budou :

$$Q(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} (s^2 + a_1 s + a_0)}{s \left(s + 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \right)} = \frac{\alpha^2 \left(\frac{\tau_1 \tau_2}{k} s^2 + \frac{\tau_1 + \tau_2}{k} s + \frac{1}{k} \right)}{s(s^2 + 2\alpha - \tau_3 \alpha^2)}$$

$$R(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} a_0}{s \left(s + 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \right)} = \frac{\frac{\alpha^2}{k}}{s(s + 2\alpha - \tau_3 \alpha^2)} \quad (5.28)$$

Podmínka stability regulátorů : $0 < \alpha < \frac{2}{\tau_3}$

5.2 Soustava č.2 stabilní s neminimální fází

Lineární spojitý dynamický systém je neminimálně fázový právě tehdy, když má nestabilního čitatele. Tedy kořeny čitatele mají kladné reálné části a nacházejí se v pravé části komplexní roviny. Neminimální fáze systému pak znamená, že přechodová charakteristika systému začíná proti směru vstupu. Přenos systému s neminimální fází můžeme obecně zapsat:

$$G(s) = \frac{k(1 - \tau_3 s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-T_d s} \quad (5.29)$$

5.2.1 Limitní aproximace

Řešíme regulátor systému s dopravním zpožděním (5.29) pro 2DOF konfiguraci pomocí polynomiální metody. Abychom mohli provést potřebné výpočty je třeba nejprve nahradit dopravní zpoždění v systému (5.29) limitní aproximací (2.14).

$$G(s) = \frac{k(1 - \tau_3 s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \cdot \frac{1}{1 + T_d s} \quad (5.30)$$

Dále vztah (5.30) roznásobíme a po následných úpravách provádíme substituci vzniklých proměnných kde dostáváme polynomy:

$$b_1 = \frac{-k\tau_3}{\tau_1\tau_2 T_d} ; b_0 = \frac{k}{\tau_1\tau_2 T_d}$$

$$a_3 = 1 ; a_2 = \frac{\tau_1\tau_2 + \tau_1 T_d + \tau_2 T_d}{\tau_1\tau_2 T_d} ; a_1 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + T_d}{\tau_1\tau_2 T_d} ; a_0 = \frac{1}{\tau_1\tau_2 T_d} \quad (5.31)$$

Pak přenos systému nabývá tvaru:

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5.32)$$

Dále uvažujeme že do systému během řízení vstupuje porucha (5.7). Pak provedeme výpočet stupňů polynomů regulátoru $q(s)$ $\tilde{p}(s)$ a charakteristického polynomu $d(s)$ podle vztahů (3.44) (3.48) (3.49), kde jejich přesné užití je popsáno v kapitole 2 Polynom $d(s)$ navíc rozvedeme podle vztahu (4.3). Nakonec dosadíme do rovnice (3.38) patřičné polynomy. Tím dostáváme vztah:

$$(s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) \cdot s \cdot (p_2 s^2 + p_1 s + p_0) + (b_1 s + b_0) \cdot (q_3 s^3 + q_2 s^2 + q_1 s + q_0) =$$

$$(s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) \cdot (s + \alpha)^3$$

$$\begin{aligned}
& p_2 s^6 + (a_2 p_2 + p_1) s^5 + (a_1 p_2 + a_2 p_1 + p_0 + b_1 q_3) s^4 + (a_0 p_2 + a_1 p_1 + a_2 p_0 + b_0 q_3 + b_1 q_2) s^3 + \\
& \quad + (a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_0 q_2 + b_1 q_1) s^2 + (a_0 p_0 + b_0 q_1 + b_1 q_0) s + b_0 q_0 = \\
& = s^6 + (a_2 + 3\alpha) s^5 + (a_1 + 3a_2 \alpha + 3\alpha^2) s^4 + (a_0 + 3a_1 \alpha + 3a_2 \alpha^2 + \alpha^3) s^3 + (3a_0 \alpha + 3a_1 \alpha^2 + a_2 \alpha^3) s^2 + \\
& \quad + (3a_0 \alpha^2 + a_1 \alpha^3) s + a_0 \alpha^3
\end{aligned} \tag{5.33}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$\begin{aligned}
s^6 : \underline{p_2 = 1} \\
s^5 : a_2 p_2 + p_1 = a_2 + 3\alpha \Rightarrow \underline{p_1 = 3\alpha} \\
s^4 : a_1 p_2 + a_2 p_1 + p_0 + b_1 q_3 = a_1 + 3a_2 \alpha + 3\alpha^2 \\
s^3 : a_0 p_2 + a_1 p_1 + a_2 p_0 + b_0 q_3 + b_1 q_2 = a_0 + 3a_1 \alpha + 3a_2 \alpha^2 + \alpha^3 \\
s^2 : a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_0 q_2 + b_1 q_1 = 3a_0 \alpha + 3a_1 \alpha^2 + a_2 \alpha^3 \\
s^1 : a_0 p_0 + b_0 q_1 + b_1 q_0 = 3a_0 \alpha^2 + a_1 \alpha^3 \\
s^0 : \underline{b_0 q_0 = a_0 \alpha^3 \Rightarrow q_0 = \frac{a_0 \alpha^3}{b_0}}
\end{aligned} \tag{5.34}$$

Řešením čtyř rovnic o čtyřech neznámých získáme chybějící parametry:

$$p_0 = 3\alpha^2 - \frac{b_1 \alpha^3}{b_0} ; q_1 = \frac{a_1 \alpha^3}{b_0} ; q_2 = \frac{a_2 \alpha^3}{b_0} ; q_3 = \frac{\alpha^3}{b_0}$$

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_5 s^5 + t_4 s^4 + t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0) s + (b_1 s + b_0) r_0 = (s_3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) (s + \alpha)^3 \tag{5.35}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow r_0 = a_0 \frac{\alpha^3}{b_0} \tag{5.36}$$

Výsledné regulátory pak budou :

$$Q(s) = \frac{\frac{\alpha^3}{b_0} (s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0)}{s \left(s^2 + 3\alpha s + 3\alpha^2 - \frac{b_1 \alpha^3}{b_0} \right)} = \frac{\alpha^3 \left(\frac{\tau_1 \tau_2}{k} s^3 + \frac{\tau_1 \tau_2 + \tau_1 T_d + \tau_2 T_d}{k} s^2 + \frac{\tau_1 + \tau_2 + T_d}{k} s + \frac{1}{k} \right)}{s \left(s^2 + 3\alpha s + \alpha^2 (3 + \tau_3 \alpha) \right)}$$

$$R(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} a_0}{s \left(s^2 + 3\alpha s + 3\alpha^2 - \frac{b_1 \alpha^3}{b_0} \right)} = \frac{\frac{\alpha^2}{k}}{s \left(s^2 + 3\alpha s + \alpha^2 (3 + \tau_3 \alpha) \right)} \quad (5.37)$$

Podmínka stability regulátorů : $\alpha > 0$

5.2.2 Padého aproximace

Pro další metodu řešení regulátoru systému s dopravním zpožděním (5.29) pro 2DOF konfiguraci pomocí polynomiální metody je třeba nejprve nahradit dopravní zpoždění v systému (5.29) Padého aproximací (2.11).

$$G(s) = \frac{k(1 - \tau_3 s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \cdot \frac{1 - \frac{T_d}{2} s}{1 + \frac{T_d}{2} s} \quad (5.38)$$

Dále vztah (5.38) roznásobíme a po následných úpravách provádíme substituci vzniklých proměnných kde dostáváme polynomy:

$$b_2 = \frac{k \tau_3}{\tau_1 \tau_2} ; b_1 = \frac{-k(2\tau_3 + T_d)}{\tau_1 \tau_2 T_d} ; b_0 = \frac{2k}{\tau_1 \tau_2 T_d}$$

$$a_3 = 1 ; a_2 = \frac{\tau_1 T_d + \tau_2 T_d + 2\tau_1 \tau_2}{\tau_1 \tau_2 T_d} ; a_1 = \frac{2\tau_1 + 2\tau_2 + T_d}{\tau_1 \tau_2 T_d} ; a_0 = \frac{2}{\tau_1 \tau_2 T_d} \quad (5.39)$$

Pak přenos systému nabývá tvaru:

$$G(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5.40)$$

Dále uvažujeme že do systému během řízení rovněž vstupuje porucha s charakteristikou jednotkového skoku (5.8). Pak provedeme opět výpočet stupňů polynomů regulátoru $q(s)$ $\tilde{p}(s)$ a charakteristického polynomu $d(s)$ uvedeným postupem v kapitole 5.1.1. Tím dostaneme:

$$\begin{aligned} & (s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) \cdot s \cdot (p_2 s^2 + p_1 s + p_0) + (b_2 s^2 + b_1 s + b_0) \cdot (q_3 s^3 + q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = \\ & (s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) \cdot (s + \alpha)^3 \\ & p_2 s^6 + (a_2 p_2 + p_1 + b_2 q_3) s^5 + (a_1 p_2 + a_2 p_1 + p_0 + b_1 q_3 + b_2 q_2) s^4 + \\ & + (a_0 p_2 + a_1 p_1 + a_2 p_0 + b_0 q_3 + b_1 q_2 + b_2 q_1) s^3 + (a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_0 q_2 + b_1 q_1 + b_2 q_0) s^2 + \\ & + (a_0 p_0 + b_0 q_1 + b_1 q_0) s + b_0 q_0 = \\ & = s^6 + (a_2 + 3\alpha) s^5 + (a_1 + 3a_2 \alpha + 3\alpha^2) s^4 + (a_0 + 3a_1 \alpha + 3a_2 \alpha^2 + \alpha^3) s^3 + (3a_0 \alpha + 3a_1 \alpha^2 + a_2 \alpha^3) s^2 + \\ & + (3a_0 \alpha^2 + a_1 \alpha^3) s + a_0 \alpha^3 \end{aligned} \quad (5.41)$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$\begin{aligned} s^6 : \underline{p_2} &= 1 \\ s^5 : a_2 p_2 + p_1 + b_2 q_3 &= a_2 + 3\alpha \\ s^4 : a_1 p_2 + a_2 p_1 + p_0 + b_1 q_3 + b_2 q_2 &= a_1 + 3a_2 \alpha + 3\alpha^2 \\ s^3 : a_0 p_2 + a_1 p_1 + a_2 p_0 + b_0 q_3 + b_1 q_2 + b_2 q_1 &= a_0 + 3a_1 \alpha + 3a_2 \alpha^2 + \alpha^3 \\ s^2 : a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_0 q_2 + b_1 q_1 + b_2 q_0 &= 3a_0 \alpha + 3a_1 \alpha^2 + a_2 \alpha^3 \\ s^1 : a_0 p_0 + b_0 q_1 + b_1 q_0 &= 3a_0 \alpha^2 + a_1 \alpha^3 \\ s^0 : b_0 q_0 &= a_0 \alpha^3 \Rightarrow \underline{q_0 = \frac{a_0 \alpha^3}{b_0}} \end{aligned} \quad (5.42)$$

Řešením pěti rovnic o pěti neznámých získáme chybějící parametry regulátoru:

$$p_0 = 3\alpha^2 - \frac{b_1\alpha^3}{b_0} ; p_1 = 3\alpha - \frac{b_2\alpha^3}{b_0} ; q_1 = \frac{a_1\alpha^3}{b_0} ; q_2 = \frac{a_2\alpha^3}{b_0} ; q_3 = \frac{\alpha^3}{b_0}$$

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_5s^5 + t_4s^4 + t_3s^3 + t_2s^2 + t_1s + t_0)s + (b_2s^2 + b_1s + b_0)r_0 = (s_3 + a_2s^2 + a_1s + a_0)(s + \alpha)^3 \quad (5.43)$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$s^0 : b_0r_0 = \alpha^2a_0 \Rightarrow r_0 = a_0 \frac{\alpha^3}{b_0} \quad (5.44)$$

Výsledné regulátory pak budou :

$$Q(s) = \frac{\frac{\alpha^3}{b_0}(s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0)}{s \left(s^2 + \left(3\alpha - \frac{b_2\alpha^3}{b_0} \right) s + 3\alpha^2 - \frac{b_1\alpha^3}{b_0} \right)} =$$

$$\frac{\alpha^3 \left(\frac{\tau_1\tau_2T_d}{2k} s^3 + \frac{2\tau_1\tau_2 + \tau_1T_d + \tau_2T_d}{2k} s^2 + \frac{2\tau_1 + 2\tau_2 + T_d}{2k} s + \frac{1}{k} \right)}{s \left(s^2 + \left(3\alpha - \frac{\tau_3T_d\alpha^3}{2} \right) s + \alpha^2 \left(3 + \left(\tau_3 + \frac{T_d}{2} \right) \alpha \right) \right)}$$

$$R(s) = \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} a_0}{s \left(s^2 + \left(3\alpha - \frac{b_2\alpha^3}{b_0} \right) s + 3\alpha^2 - \frac{b_1\alpha^3}{b_0} \right)} = \frac{\frac{\alpha^2}{k}}{s \left(s^2 + \left(3\alpha - \frac{\tau_3T_d\alpha^3}{2} \right) s + \alpha^2 \left(3 + \left(\tau_3 + \frac{T_d}{2} \right) \alpha \right) \right)} \quad (5.45)$$

Podmínka stability regulátorů : $0 < \alpha < \sqrt{\frac{6}{\tau_3T_d}}$

5.2.3 Smithův prediktor

Řeším obdobně jako v kapitole 5.1.3.

$$G(s) = \frac{k(1 - \tau_3 s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (5.46)$$

Roznásobíme kořeny této rovnice a provedeme substituci vzniklých polynomů:

$$\begin{aligned} b_1 &= -\frac{k\tau_3}{\tau_1\tau_2} ; b_0 = \frac{k}{\tau_1\tau_2} \\ a_2 &= 1 ; a_1 = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2} ; a_0 = \frac{1}{\tau_1\tau_2} \end{aligned} \quad (5.47)$$

Pak přenos systému nabývá tvaru:

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5.48)$$

Za předpokladu poruchy s charakteristikou jednotkového skoku (5.8), provedeme výpočet stupňů polynomů regulátoru $q(s)$ $\tilde{p}(s)$ a charakteristického polynomu $d(s)$ uvedeným postupem v kapitole 5.1.1. Tak dostaneme:

$$\begin{aligned} a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) &= d(s) \\ (s^2 + a_1 s + a_0)s(p_1 s + p_0) + (b_1 s + b_0)(q_2 s^2 + q_1 s + q_0) &= (s^2 + a_1 s + a_0)(s + \alpha)^2 \\ p_1 s^4 + (a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2) s^3 + (a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2) s^2 + (a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1) s + b_0 q_0 &= \\ = s^4 + (2\alpha + a_1) s^3 + (\alpha^2 + 2\alpha a_1 + a_0) s^2 + (\alpha^2 a_1 + 2\alpha a_0) s + \alpha^2 a_0 & \quad (5.49) \end{aligned}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$\begin{aligned}
s^4 : p_1 &= 1 \\
s^3 : a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2 &= 2\alpha + a_1 \\
s^2 : a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2 &= \alpha^2 + 2\alpha a_1 + a_0 \\
s^1 : a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1 &= \alpha^2 a_1 + 2\alpha a_0 \\
s^0 : b_0 q_0 = \alpha^2 a_0 &\Rightarrow q_0 = a_0 \frac{\alpha^2}{b_0}
\end{aligned} \tag{5.50}$$

Řešením tří rovnic o třech neznámých získáme chybějící parametry:

$$\begin{aligned}
p_0 &= 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0}, \quad q_2 = \frac{\alpha^2}{b_0}, \quad q_1 = a_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \\
t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) &= d(s) \\
(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0) s + (b_1 s + b_0) r_0 &= (s^2 + a_1 s + a_0)(s + \alpha)^2
\end{aligned} \tag{5.51}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 a_0 \Rightarrow r_0 = a_0 \frac{\alpha^2}{b_0} \tag{5.52}$$

Výsledné regulátory pak budou :

$$\begin{aligned}
Q(s) &= \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} (s^2 + a_1 s + a_0)}{s \left(s + 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \right)} = \frac{\alpha^2 \left(\frac{\tau_1 \tau_2}{k} s^2 + \frac{\tau_1 + \tau_2}{k} s + \frac{1}{k} \right)}{s (s^2 + 2\alpha + \tau_3 \alpha^2)} \\
R(s) &= \frac{\frac{\alpha^2}{b_0} a_0}{s \left(s + 2\alpha - b_1 \frac{\alpha^2}{b_0} \right)} = \frac{\frac{\alpha^2}{k}}{s (s^2 + 2\alpha + \tau_3 \alpha^2)}
\end{aligned} \tag{5.53}$$

Podmínka stability regulátorů : $\alpha > 0$

5.3 Soustava č.3 nestabilní

$$G(s) = \frac{k}{(\tau_1 s - 1)} e^{-T_d s} \quad (5.54)$$

5.3.1 Limitní aproximace

Řešíme regulátor systému s dopravním zpožděním (5.54) pro 2DOF konfiguraci pomocí polynomiální metody. Abychom mohli provést potřebné výpočty je třeba nejprve nahradit dopravní zpoždění v systému (5.54) limitní aproximací (2.14).

$$G(s) = \frac{k}{(\tau_1 s - 1)} \cdot \frac{1}{1 + T_d s} \quad (5.55)$$

Dále vztah (5.55) roznásobíme a po následných úpravách provádíme substituci vzniklých proměnných kde dostáváme polynomy:

$$b_0 = \frac{k}{\tau_1 T_d}$$

$$a_2 = 1 ; a_1 = \frac{\tau_1 - T_d}{\tau_1 T_d} ; a_0 = -\frac{1}{\tau_1 T_d} \quad (5.56)$$

Pak přenos systému nabývá tvaru:

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5.57)$$

Dále uvažujeme že do systému během řízení vstupuje porucha (5.7). Pak provedeme výpočet stupňů polynomů regulátoru $q(s)$ $\tilde{p}(s)$ a charakteristického polynomu $d(s)$ podle vztahů (3.44) (3.48) (3.49), kde jejich přesné užití je popsáno v kapitole 2. Polynom $d(s)$ navíc rozvedeme podle vztahu (4.4). Nakonec dosadíme do rovnice (3.38) patřičné polynomy. Tím dostáváme vztah:

$$(s^2 + a_1 s + a_0)s(p_1 s + p_0) + b_0(q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = (s^2 + n_1 s + n_0)(s + \alpha)^2$$

$$\begin{aligned}
& p_1 s^4 + a_1 p_1 s^3 + a_0 p_1 s^2 + p_0 s^3 + a_1 p_0 s^2 + a_0 p_0 s + b_0 q_2 s^2 + b_0 q_1 s + b_0 q_0 = \\
& = s^4 + 2\alpha s^3 + \alpha^2 s^2 + n_1 s^3 + 2\alpha n_1 s^2 + \alpha^2 n_1 s + n_0 s^2 + 2\alpha n_0 s + \alpha^2 n_0 \\
& p_1 s^4 + (a_1 p_1 + p_0) s^3 + (a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_0 q_2) s^2 + (a_0 p_0 + b_0 q_1) s + b_0 q_0 = \\
& = s^4 + (2\alpha + n_1) s^3 + (\alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0) s^2 + (\alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0) s + \alpha^2 n_0 \quad (5.58)
\end{aligned}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$\begin{aligned}
s^4 : p_1 &= 1 \\
s^3 : a_1 p_1 + p_0 &= 2\alpha + n_1 \Rightarrow p_0 = 2\alpha + n_1 - a_1 = 2\alpha + \frac{2}{\tau_1} \\
s^2 : a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_0 q_2 &= \alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0 \Rightarrow q_2 = \frac{1}{b_0} (\alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0 - a_1 p_0 - a_0) \\
s^1 : a_0 p_0 + b_0 q_1 &= \alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0 \Rightarrow q_1 = \frac{1}{b_0} (\alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0 - a_0 p_0) \\
s^0 : b_0 q_0 &= \alpha^2 n_0 \Rightarrow q_0 = n_0 \frac{\alpha^2}{b_0} \\
t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) &= d(s) \\
(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0) s + b_0 r_0 &= (s^2 + n_1 s + n_0) (s + \alpha)^2 \quad (5.59)
\end{aligned}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 n_0 \Rightarrow r_0 = n_0 \frac{\alpha^2}{b_0} \quad (5.60)$$

Výsledné regulátory pak budou :

$$\begin{aligned}
Q(s) &= \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(s + p_0)} \\
R(s) &= \frac{r_0}{s(s + p_0)} \quad (5.61)
\end{aligned}$$

Podmínka stability regulátorů : $\alpha > -1$

5.3.2 Padého aproximace

Pro další metodu řešení regulátoru systému s dopravním zpožděním (5.54) pro 2DOF konfiguraci pomocí polynomiální metody je třeba nejprve nahradit dopravní zpoždění v systému (5.54) Padého aproximací (2.11).

$$G(s) = \frac{k}{(\tau_1 s - 1)} \cdot \frac{1 - \frac{T_d}{2}s}{1 + \frac{T_d}{2}s} \quad (5.62)$$

Dále vztah (5.62) roznásobíme a po následných úpravách provádíme substituci vzniklých proměnných kde dostáváme polynomy:

$$\begin{aligned} b_1 &= -\frac{k}{\tau_1} ; b_0 = \frac{2k}{\tau_1 T_d} \\ a_2 &= 1 ; a_1 = \frac{2\tau_1 - T_d}{\tau_1 T_d} ; a_0 = -\frac{2}{\tau_1 T_d} \end{aligned} \quad (5.63)$$

Pak přenos systému nabývá tvaru:

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5.64)$$

Dále uvažujeme že do systému během řízení rovněž vstupuje porucha s charakteristikou jednotkového skoku (5.7). Pak provedeme opět výpočet stupňů polynomů regulátoru $q(s)$ $\tilde{p}(s)$ a charakteristického polynomu $d(s)$ uvedeným postupem v kapitole 5.3.1. Tím dostaneme:

$$a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) = d(s)$$

$$(s^2 + a_1 s + a_0)s(p_1 s + p_0) + (b_1 s + b_0)(q_2 s^2 + q_1 s + q_0) = (s^2 + n_1 s + n_0)(s + \alpha)^2$$

$$\begin{aligned} p_1 s^4 + a_1 p_1 s^3 + a_0 p_1 s^2 + p_0 s^3 + a_1 p_0 s^2 + a_0 p_0 s + b_1 q_2 s^3 + b_1 q_1 s^2 + b_1 q_0 s + b_0 q_2 s^2 + b_0 q_1 s + b_0 q_0 = \\ = s^4 + 2\alpha s^3 + \alpha^2 s^2 + n_1 s^3 + 2\alpha n_1 s^2 + \alpha^2 n_1 s + n_0 s^2 + 2\alpha n_0 s + \alpha^2 n_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_1 s^4 + (a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2) s^3 + (a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2) s^2 + (a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1) s + b_0 q_0 &= \\
 = s^4 + (2\alpha + n_1) s^3 + (\alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0) s^2 + (\alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0) s + \alpha^2 n_0 & \quad (5.65)
 \end{aligned}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$\begin{aligned}
 s^4 : p_1 &= 1 \\
 s^3 : a_1 p_1 + p_0 + b_1 q_2 &= 2\alpha + n_1 \\
 s^2 : a_0 p_1 + a_1 p_0 + b_1 q_1 + b_0 q_2 &= \alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0 \\
 s^1 : a_0 p_0 + b_1 q_0 + b_0 q_1 &= \alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0 \\
 s^0 : b_0 q_0 = \alpha^2 n_0 &\Rightarrow q_0 = n_0 \frac{\alpha^2}{b_0} \quad (5.66)
 \end{aligned}$$

Řešením tří rovnic o třech neznámých získáme chybějící parametry:

$$\begin{aligned}
 q_2 &= \frac{1}{b_1} (2\alpha + n_1 - a_1 p_1 - p_0), \quad q_1 = \frac{1}{b_0} (\alpha^2 n_1 + 2\alpha n_0 - a_0 p_0 - b_1 q_0) \\
 p_0 &= \frac{1}{a_1 - \frac{b_1 a_0}{b_0} - \frac{b_0}{b_1}} \left[\alpha^2 + 2\alpha n_1 + n_0 - a_0 p_1 + \frac{b_1}{b_0} (b_1 q_0 - \alpha^2 n_1 - 2\alpha n_0) + \frac{b_0}{b_1} (a_1 p_1 - 2\alpha - n_1) \right]
 \end{aligned}$$

$$t(s) \cdot f_w(s) + b(s) \cdot r(s) = d(s)$$

$$(t_3 s^3 + t_2 s^2 + t_1 s + t_0) s + (b_1 s + b_0) r_0 = (s^2 + n_1 s + n_0) (s + \alpha)^2 \quad (5.67)$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$s^0 : b_0 r_0 = \alpha^2 n_0 \Rightarrow r_0 = n_0 \frac{\alpha^2}{b_0} \quad (5.68)$$

Výsledné regulátory pak budou :

$$Q(s) = \frac{q_2 s^2 + q_1 s + q_0}{s(s + p_0)}$$

$$R(s) = \frac{r_0}{s(s + p_0)} \quad (5.69)$$

Podmínka stability regulátorů :

$$0 < \alpha < \sqrt{\frac{12}{\tau_1 T_d}}$$

5.3.3 Smithův prediktor

Roznásobíme kořeny rovnice (5.54) a provedeme substituci vzniklých polynomů:

$$b_0 = k$$

$$a_1 = \tau_1 ; a_0 = -1 \quad (5.70)$$

Pak přenos systému nabývá tvaru:

$$G(s) = \frac{b_0}{a_1 s + a_0} \quad (5.71)$$

Pro nestabilní soustavy je použit charakteristický polynom ve tvaru $d(s) = n(s)(s + \alpha)$ a polynom $n(s)$ získáme spektrální faktorizací $n^*(s)n(s) = a^*(s)a(s)$, kde hvězdička představuje konjugovaný polynom. Polynom $n(s)$ je stejného stupně jako polynom $a(s)$, v tomto případě tedy $\deg n = 2$.

$$a(s)a^*(s) = (a_1 s + a_0)(-a_1 s + a_0) = -a_1^2 s^2 + (a_1 a_0 - a_1 a_0) + a_0^2$$

$$n(s)n^*(s) = (n_1 s + n_0)(-n_1 s + n_0) = -n_1^2 s^2 + (n_1 n_0 - n_1 n_0) + n_0^2$$

$$n(s)n^*(s) = a(s)a^*(s)$$

$$-n_1^2 + n_0^2 = -a_1^2 + a_0^2$$

$$n_0 = \sqrt{a_0^2} \quad n_1 = \sqrt{a_1^2} \quad (5.72)$$

Za předpokladu poruchy s charakteristikou jednotkového skoku (5.7), provedeme výpočet stupňů polynomů regulátoru $q(s)$ $\tilde{p}(s)$ a charakteristického polynomu $d(s)$ uvedeným postupem v kapitole 5.3.1. Tak dostaneme:

$$\begin{aligned}
 a(s)f(s)\tilde{p}(s) + b(s)q(s) &= d(s) \\
 (a_1s + a_0)s(p_0) + (b_0)(q_1s + q_0) &= (n_1s + n_0)(s + \alpha) \\
 a_1p_0s^2 + a_0p_0s + b_0q_1s + b_0q_0 &= n_1s^2 + n_0s + n_1\alpha s + n_0\alpha
 \end{aligned} \tag{5.73}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$\begin{aligned}
 s^2 : a_1p_0 &= n_1 \Rightarrow p_0 = \frac{n_1}{a_1} \\
 s^1 : a_0p_0 + b_0q_1 &= n_1\alpha + n_0 \Rightarrow q_1 = \frac{n_1\alpha + n_0 - a_0p_0}{b_0} \\
 s^0 : b_0q_0 &= \alpha n_0 \Rightarrow q_0 = n_0 \frac{\alpha}{b_0}
 \end{aligned} \tag{5.74}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$\begin{aligned}
 p_0 &= \frac{n_1}{a_1}, \quad q_1 = \frac{n_1\alpha + n_0 - a_0p_0}{b_0}, \quad q_0 = n_0 \frac{\alpha}{b_0} \\
 t(s).f_w(s) + b(s).r(s) &= d(s) \\
 (t_1s + t_0)s + (b_0)r_0 &= (n_1s + n_0)(s + \alpha)
 \end{aligned} \tag{5.75}$$

Porovnáním koeficientů příslušných mocnin dostaneme:

$$s^0 : b_0r_0 = \alpha n_0 \Rightarrow r_0 = n_0 \frac{\alpha}{b_0} \tag{5.76}$$

Výsledné regulátory pak budou :

$$Q(s) = \frac{q_1 s + q_0}{s(p_0)}$$

$$R(s) = \frac{r_0}{s(p_0)} \quad (5.77)$$

Podmínka stability regulátorů : $\alpha > 0$

5.3.4 Majhiho modifikace Smithova prediktoru

Odvození vztahů pro výpočet parametrů regulátorů G_c, G_{c1}, G_{c2}

Pro lepší pochopení konkrétního postupu při návrhu parametrů regulátorů je provedena hlubší analýza pro jednotlivé druhy řízených soustav (nestabilní soustava prvního řádu s dopravním zpožděním, integrační soustava s dopravním zpožděním).

Pro odvození parametrů regulátoru je uvažován systém o přenosu (5.54)

Přenosy regulátorů pro systém (5.54) jsou zvoleny ve tvaru:

$$G_C(s) = \frac{K_p(T_i s + 1)}{T_i s}$$

$$G_{C1} = K_f \quad (5.78)$$

$$G_{C2} = K_d$$

Dosazením (5.54) a (5.78) do (2.18) se přenos žádané veličiny na výstup $G_{w/Y}(s)$, neobsahující dopravní zpoždění ve jmenovateli, změní v

$$G_{w/Y}(s) = \frac{kK_p(T_i s + 1)}{T_i T s^2 + T_i(kK_p + kK_f - 1)s + kK_p} \quad (5.79)$$

a při zavedení

$$\alpha = \sqrt{\frac{kK_p}{T_i T}} \quad (5.80)$$

lze rovnici (5.79) přepsat do normalizovaného tvaru

$$G_{W/Y}(s) = \frac{c_1 s_n + 1}{s_n^2 + d_1 s_n + 1} \quad (5.81)$$

kde

$$c_1 = \alpha T_i \quad (5.82)$$

a

$$d_1 = (kK_p + kK_f - 1)(T\alpha)^{-1} \quad (5.83)$$

Položením $K_p=1$ a zvolením menší hodnoty T_i , je získána větší hodnota α , která má pak za následek zrychlení odezvy na žádanou veličinu. Hodnota d_1 je obdržena pro hodnotu c_1 v souladu s ISTE kritériem. K_f je získáno z rovnice (5.83) Tím jsou tedy navrženy parametry pro regulátory G_C a G_{C1} .

Charakteristická rovnice, vyplívající z přenosové funkce poruchy (2.19), pro systém (5.54) vypadá takto:

$$1 + GG_{C2}e^{-T_d s} = 1 + \frac{kK_d e^{-T_d s}}{Ts - 1} = 0 \quad (5.84)$$

Optimální hodnota K_d , což je parametr G_{C2} , je dána Nyquistovým kritériem stability De Paor okrajovým fázovým kritériem jako

$$K_d = \sqrt{\frac{T}{T_d k^2}} \quad (5.85)$$

s omezením $T_d/T < 1$.

5.3.5 Návrh podle Liu + Cai + Gu + Zhang

Vztahy pro výpočet parametrů regulátorů

Jelikož obvykle stačí volit regulátor $K(s)$ jako proporcionální ve tvaru $K(s)=k_c$, přenos žádané veličiny na výstup bude ve tvaru

$$G_{W/Y}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{GG_s e^{-T_d s}}{1 + k_c G_{SM}} \cdot \frac{1 + FG_{SM} e^{-T_{dM} s}}{1 + FG_s e^{-T_d s}} \quad (5.86)$$

Předpokládá se shodnost dynamiky soustavy a modelu, tedy $G(s) = G_{SM} e^{-T_{dM} s}$. S využitím tohoto předpokladu může být přenos $G_{W/Y}(s)$ redukován do tvaru

$$G_{W/Y}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{GG_s e^{-T_d s}}{1 + k_c G_{SM}} \quad (5.87)$$

Z čehož je patrné, že charakteristická rovnice regulačního obvodu už neobsahuje přenos elementu dopravního zpoždění.

Odvození vztahů pro výpočet parametrů regulátorů pro nestabilní systém prvního řádu s dopravním zpožděním

$$G(s) = \frac{ke^{-T_d s}}{\tau_1 s - 1} \Leftrightarrow G_s(s) = \frac{k}{Ts - 1} \quad (5.88)$$

- *Regulátor $K(s)$*

Jak již bylo řečeno, postačuje volit regulátor $K(s)$ pouze jako proporcionální, tedy $K(s)=k_c$.

Charakteristickou rovnicí regulačního obvodu pro soustavy (5.88) lze získat z přenosu žádané veličiny (5.87) a to ve tvaru:

$$Ts + k_c k - 1 = 0 \quad (5.89)$$

Stabilita charakteristické rovnice (5.89) bude zajištěna položením $k_c > 1/k$.

Zjednodušeně mohu říci, že k zajištění stability postačí, položíme-li $k_c = 1$.

- Regulátor $G_C(s)$

Pro regulátor $G_C(s)$ platí:

$$G_C(s) = \frac{Ts + k_c k - 1}{k(\lambda_c s + 1)} \quad (5.90)$$

Pro λ_c se volí takto: $(0,8 \sim 3) \cdot T_D$

- Regulátor $F(s)$

Regulátor $F(s)$ je ve tvaru:

$$F(s) = k_f + \frac{1}{T_I s} + T_D s \quad (5.91)$$

Přičemž pro jednotlivé parametry (k_f, T_I, T_D) platí vztahy dle Tab. 1.

Tab. 1. Vztahy pro výpočet parametrů PID regulátoru $F(s)$

Parametry Regulátor $F(s)$	
k_f	$\frac{2(2-3A+A^2)T^4 + 4A(2A-1)T\lambda_f^3 + 2A^2\lambda_f^4 + 2T^3(T_d + 4\lambda_f(A-1)^2) - T^2(T_d^2 - 2(1-7A+6A^2)\lambda_f^2)}{2k(A-1)T^2 + A\lambda_f^2 - T(T_d - 2(A-1)\lambda_f)^2}$ <p style="text-align: center;">kde $A = e^{\frac{T_d}{T}}$</p>
T_I	$\frac{k(A-1)T^2}{T} + \frac{1}{A\lambda_f^2} - \frac{1}{T(T_d - 2(A-1)\lambda_f)} \quad \text{kde } A = e^{\frac{T_d}{T}}$
T_D	$\frac{(12T^7 - 36AT^7 + 36A^2T^7 - 12A^3T^7 + 12T_dAT^6 - 24T_dA^2T^6 + 12T_dA^3T^6 - 18T^5T_d^2 + 30AT^5T_d^2 - 12A^2T^5T_d^2 - 8T^4T_d^3)}{6k[(A-1)T^2 + A\lambda_f - T(T_d - 2A\lambda_f + 2\lambda_f)]^3}$ $+ \frac{2AT^4T_d^3 + T^3T_d^4 + 48T^6\lambda_f - 168AT^6\lambda_f + 192A^2T^6\lambda_f - 72A^3T^6\lambda_f + 48AT^5T_d\lambda_f - 120A^2T^5T_d\lambda_f}{6k[(A-1)T^2 + A\lambda_f - T(T_d - 2A\lambda_f + 2\lambda_f)]^3}$ $+ \frac{72AT^5T_d\lambda_f - 36T^4T_d^2\lambda_f - 84AT^4T_d^2\lambda_f - 48A^2T^4T_d^2\lambda_f - 4T^3T_d^3\lambda_f + 4AT^3T_d^3\lambda_f + 72T^5\lambda_f - 312AT^5T^3T_d^3\lambda_f^2}{6k[(A-1)T^2 + A\lambda_f - T(T_d - 2A\lambda_f + 2\lambda_f)]^3}$ $+ \frac{420A^2T^5\lambda_f^2 - 180A^3T^5\lambda_f^2 + 72AT^4T_d\lambda_f^2 - 240A^2T_d\lambda_f^2 + 180A^3T^4T_d\lambda_f^2 - 12T^3T_d^2\lambda_f^2 + 78AT^3T_d^2\lambda_f^2 - 72AT^2T_d^2\lambda_f^2}{6k[(A-1)T^2 + A\lambda_f - T(T_d - 2A\lambda_f + 2\lambda_f)]^3}$ $+ \frac{A^2T^2T_d^3\lambda_f^2 + 48T^4\lambda_f^3 - 288AT^4\lambda_f^3 + 480A^2T^4\lambda_f^3 - 240A^3T^4\lambda_f^3 + 48A^2T^3T_d\lambda_f^3 + 240A^3T^3T_d\lambda_f^3 + 24AT^2T_d^2\lambda_f^3}{6k[(A-1)T^2 + A\lambda_f - T(T_d - 2A\lambda_f + 2\lambda_f)]^3}$ $+ \frac{48A^2T^2T_d^2\lambda_f^3 + 12T^3\lambda_f^4 - 132AT^3\lambda_f^4 + 300A^2T^3\lambda_f^4 - 180A^3T^3\lambda_f^4 + 12AT^2T_d\lambda_f^4 - 120A^2T^2T_d\lambda_f^4 + 180A^3T^2T_d\lambda_f^4}{6k[(A-1)T^2 + A\lambda_f - T(T_d - 2A\lambda_f + 2\lambda_f)]^3}$ $+ \frac{12A^2TT_d^2\lambda_f^4 - 24AT^2\lambda_f^5 + 96A^2T^2\lambda_f^5 - 72A^3T^2\lambda_f^5 - 24A^2TT_d^5 + 72A^3TT_d\lambda_f^5 + 12A^2TT\lambda_f^6 - 12A^3T\lambda_f^6 + 12A^3T_d\lambda_f^6}{6k[(A-1)T^2 + A\lambda_f - T(T_d - 2A\lambda_f + 2\lambda_f)]^3}$ <p style="text-align: center;">kde $A = e^{\frac{T_d}{T}}$</p>

Kde λ_f je ladící parametr PID regulátoru a zajišťuje rychlost odezvy systému na změnu referenčního signálu.

5.3.6 Zjednodušená Majhiho modifikace

Vztahy pro výpočet parametrů regulátorů

- K_1 slouží ke stabilizaci modelu řízeného systému bez prvku dopravního zpoždění G_0
- K_2 zajišťuje minimalizaci vlivu vstupující poruchy
- K_3 stabilizuje řízený systém $G_0(s)e^{-T_d s}$
- K_4 zajišťuje sledování změn referenčního signálu

Odvození vztahů pro výpočet parametrů regulátorů pro nestabilní systém prvního řádu s dopravním zpožděním

$$G(s) = G_0(s)e^{-T_d s} = \frac{k}{Ts-1}e^{-T_d s}. \quad (5.92)$$

Pro (K_1, K_2, K_3, K_4) platí:

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{1 + \frac{T}{\lambda}}{k} \\ K_2 &= K_{2P} + K_{2D}s \\ K_3 &= \sqrt{\frac{T}{T_D k^2}} \\ K_4 &= \frac{T}{k\lambda} \end{aligned} \quad (5.93)$$

Přičemž pro (K_{2P}, K_{2D}) platí:

$$K_{2P} = \frac{T}{k\lambda} \quad (5.94)$$

Pro K_{2D} lze použít Padého aproximaci 1. řádu (5.95) nebo 2.řádu (5.96)

$$K_{2D} = \frac{\lambda(T - \sqrt{TT_D})(T + \frac{TT_D}{\lambda})}{\lambda k(T - \sqrt{TT_D}) + kT_D^2(\sqrt{\frac{T}{T_D}} - 1)} \quad (5.95)$$

$$K_{2D} = \frac{\left[\frac{1}{2}TT_D + \lambda(T - \frac{1}{2}T_D - \frac{1}{2}\sqrt{TT_D}) \right] (T + \frac{TT_D}{\lambda}) - \frac{1}{4}TT_D^2(\sqrt{\frac{T}{T_D}} - 1)}{k \left[\frac{1}{2}TT_D + \lambda(T - \frac{1}{2}T_D - \frac{1}{2}\sqrt{TT_D}) \right] + \frac{1}{4}kT_D^2(\sqrt{\frac{T}{T_D}} - 1)} \quad (5.96)$$

5.3.7 IMC

Metoda návrhu regulátoru IMC pracuje s inverzí dynamiky regulované soustavy. V případě, že soustava obsahuje nestabilní části či dopravní zpoždění, je třeba její přenos rozdělit na invertovatelnou a neinvertovatelnou část. Přenos regulátoru potom tvoří převrácená hodnota invertovatelné části přenosu soustavy, popřípadě doplněná o dolnoproústný filtr.

Přenos regulované soustavy (5.54) rozdělený na invertovatelnou a neinvertovatelnou část má tvar:

$$G(s) = G^+(s) \cdot G^-(s) = \frac{k}{\tau_1 s - 1} \cdot e^{-T_d s} \quad (5.97)$$

Přenos regulátoru potom bude ve tvaru:

$$G_R(s) = \frac{\tau_1 s - 1}{k} \quad (5.98)$$

Z výše uvedeného je zřejmé, že regulátor v tomhle tvaru je fyzikálně nerealizovatelný a je třeba ho doplnit o dolnoproústný filtr:

$$G_f(s) = \frac{1}{1 + \tau_f s} \quad (5.99)$$

Výsledný regulátor potom bude ve tvaru:

$$G_{IMC}(s) = \frac{\tau_1 s - 1}{k(1 + \tau_f s)} \quad (5.100)$$

Časová konstanta dolnoproústného filtru τ_f se volí obvykle $\tau_f = 0,5 \cdot \tau_1$.

5.4 Soustava č.4 integrační

$$G(s) = \frac{k}{s} e^{-T_d s} \quad (5.101)$$

5.4.1 Majhiho modifikace Smithova prediktoru

Řeším obdobně jako v kapitole 5.3.4.

Odvození vztahů pro výpočet parametrů regulátorů G_c, G_{c1}, G_{c2}

Pro odvození parametrů regulátoru je uvažován systém o přenosu (5.101)

Přenosy regulátorů pro systém (5.101) jsou zvoleny ve tvaru:

$$\begin{aligned} G_c(s) &= \frac{K_p(T_i s + 1)}{T_i s} \\ G_{c1} &= K_f \\ G_{c2} &= K_d \end{aligned} \quad (5.102)$$

Dosazením (5.101) a (5.102) do (2.18) se přenos žádané veličiny na výstup $G_{W/Y}(s)$, neobsahující dopravní zpoždění ve jmenovateli, změní v

$$G_{W/Y}(s) = \frac{kK_p(T_i s + 1)}{T_i T s^2 + T_i(kK_p + kK_f - 1)s + kK_p} \quad (5.103)$$

a při zavedení

$$\alpha = \sqrt{\frac{kK_p}{T_i T}} \quad (5.104)$$

lze rovnici (5.103) přepsat do normalizovaného tvaru

$$G_{W/Y}(s) = \frac{c_1 s_n + 1}{s_n^2 + d_1 s_n + 1} \quad (5.105)$$

Kde

$$c_1 = \alpha T_i \quad (5.106)$$

a

$$d_1 = k(K_p + K_f)\alpha^{-1} \quad (5.107)$$

Položením $K_p=1$ a zvolením menší hodnoty T_i , je získána větší hodnota α , která má pak za následek zrychlení odezvy na žádanou veličinu. Hodnota d_I je obdržena pro hodnotu c_I v souladu s ISTE kritériem. K_f je získáno z rovnice (5.107) Tím jsou tedy navrženy parametry pro regulátory G_C a G_{C1} .

Charakteristická rovnice, vyplývající z přenosové funkce poruchy (2.19), pro systém (5.101) vypadá takto:

$$1 + GG_{C2}e^{-T_d s} = 1 + \frac{kK_d e^{-T_d s}}{s} = 0 \quad (5.108)$$

Podle Nyquistova kritéria stability se blíží k (5.108) výrazu pro získání K_D . Pro K_D platí:

$$K_d = \frac{\pi - 2\phi m}{2kT_d} \quad (5.109)$$

Kde ϕm je okrajový fázový úhel.

5.4.2 Návrh podle Liu + Cai + Gu + Zhang

Řeším obdobně jako v kapitole 5.3.5.

Vztahy pro výpočet parametrů regulátorů

Jelikož obvykle stačí volit regulátor $K(s)$ jako proporcionální ve tvaru $K(s)=k_c$, přenos žádané veličiny na výstup bude ve tvaru (5.86)

Opět se předpokládá shodnost dynamiky soustavy a modelu, tedy $G(s) = G_{SM} e^{-T_{dM} s}$.

S využitím tohoto předpokladu může být přenos $G_{WY}(s)$ redukován do tvaru (5.87).

Z čehož je patrné, že charakteristická rovnice regulačního obvodu už neobsahuje přenos elementu dopravního zpoždění.

Odvození vztahů pro výpočet parametrů regulátorů pro integrační systém s dopravním zpožděním.

$$G(s) = \frac{ke^{-T_d s}}{s} \Leftrightarrow G_S(s) = \frac{k}{s} \quad (5.110)$$

- Regulátor $K(s)$

Jak již bylo řečeno, postačuje volit regulátor $K(s)$ pouze jako proporcionální, tedy $K(s)=k_c$.

Charakteristickou rovnicí regulačního obvodu pro soustavy (5.110) lze získat z přenosu žádané veličiny (5.87) a to ve tvaru:

$$s + k_c k = 0 \quad (5.111)$$

Aplikací Routh-Hurwitzova kritéria na (5.111) a splněním nerovnosti $k_c > 0$, zajistíme stabilitu tohoto charakteristického polynomů.

Zjednodušeně mohu říci, že k zajištění stability stačí, položíme-li $k_c = 1$.

- Regulátor $G_C(s)$

Pro regulátor $G_C(s)$ platí:

$$G_c(s) = \frac{s + k_c k}{k(\lambda_c s + 1)} \quad (5.112)$$

Pro λ_c se volí takto: $(0,5 \sim 3) \cdot T_D$

- Regulátor $F(s)$

Regulátor $F(s)$ je ve tvaru:

$$F(s) = k_f + \frac{1}{T_I s} + T_D s \quad (5.113)$$

Přičemž pro jednotlivé parametry (k_f, T_I, T_D) platí vztahy dle Tab. 2.

Tab. 2. Vztahy pro výpočet parametrů PID regulátoru $F(s)$

Parametry Regulátor $F(s)$	
k_f	$\frac{2(5T_d^3 + 24T_d^2\lambda_f + 30T_d\lambda_f^2 + 12\lambda_f^3)}{3k(T_d^2 + 4T_d\lambda_f + 2\lambda_f^2)^2}$
T_I	$\frac{k(T_d^2 + 4T_d\lambda_f + 2\lambda_f^2)}{2}$
T_D	$\frac{T_d^2(31T_d^4 + 252T_d^3\lambda_f + 702T_d^2\lambda_f^2 + 768T_d\lambda_f^3 + 288\lambda_f^4)}{18k(T_d^2 + 4T_d\lambda_f + 2\lambda_f^2)^3}$

Kde λ_f je ladící parametr PID regulátoru a zajišťuje rychlost odezvy systému na změnu referenčního signálu.

5.4.3 Zjednodušená Majhiho modifikace

Řeším obdobně jako v kapitole 5.3.6.

Vztahy pro výpočet parametrů regulátorů

- K_1 slouží ke stabilizaci modelu řízeného systému bez prvku dopravního zpoždění G_0
- K_2 zajišťuje minimalizaci vlivu vstupující poruchy
- K_3 stabilizuje řízený systém $G_0(s)e^{-T_d s}$
- K_4 zajišťuje sledování změn referenčního signálu

Odvození vztahů pro výpočet parametrů regulátorů pro integrační systém prvního řádu s dopravním zpožděním

$$G(s) = G_0(s)e^{-T_d s} = \frac{k}{s} e^{-T_d s}. \quad (5.114)$$

Pro (K_1, K_2, K_3, K_4) platí:

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{1}{k\lambda} \\ K_2 &= K_{2P} + K_{2D}s \\ K_3 &= \frac{\pi}{6T_D k} \\ K_4 &= \frac{1}{k\lambda} \end{aligned} \quad (5.115)$$

Přičemž pro (K_{2P}, K_{2D}) platí:

$$K_{2P} = \frac{1}{k\lambda} \quad (5.116)$$

Pro K_{2D} lze použít Padého aproximaci 1. řádu (5.117) nebo 2.řádu (5.118)

$$K_{2D} = \frac{(6 - \pi)(\lambda + T_D)}{\lambda k(6 - \pi) + kT_D\pi} \quad (5.117)$$

$$K_{2D} = \frac{\left(\frac{1}{2}T_D + \lambda - \frac{1}{2}\lambda k K_3 T_D\right)\left(1 + \frac{T_D}{\lambda}\right) - \frac{1}{4}k K_3 T_D^2}{k\left(\frac{1}{2}T_D + \lambda - \frac{1}{2}\lambda k K_3 T_D\right) + \frac{1}{4}k^2 K_3 T_D^2} \quad (5.118)$$

5.4.4 IMC

Řeším obdobně jako v kapitole 5.3.7.

Přenos regulované soustavy (5.101) rozdělený na invertovatelnou a neinvertovatelnou část má tvar:

$$G(s) = G^+(s) \cdot G^-(s) = \frac{k}{\tau} \cdot e^{-T_d s} \quad (5.119)$$

Přenos regulátoru potom bude ve tvaru:

$$G_R(s) = \frac{\tau}{k} \quad (5.120)$$

Z výše uvedeného je zřejmé, že regulátor v tomhle tvaru je fyzikálně nerealizovatelný a je třeba ho doplnit o dolnoproustný filtr:

$$G_f(s) = \frac{1}{1 + \tau_f s} \quad (5.121)$$

Výsledný regulátor potom bude ve tvaru:

$$G_{IMC}(s) = \frac{\tau}{k(1 + \tau_f s)} \quad (5.122)$$

Časová konstanta dolnoproustného filtru τ_f se volí obvykle $\tau_f = 0,5 \cdot \tau_1$.

6 PROGRAMOVÉ PROSTŘEDÍ

6.1 Prostředí Matlab + Simulink

MATLAB® je velmi výkonný programátorský prostředek pro technické výpočty. V uživatelsky jednoduchém prostředí spojuje výpočtovou část, vizualizační a programátorskou. Typické použití je možné vidět v následujících oblastech:

- Matematika a numerické výpočty
- Vývoj algoritmů
- Modelování a simulace
- Analýza dat, trendy a vizualizace
- Vědecká a inženýrská grafika
- Vývoj aplikací včetně tvorby grafického interface

Matlab je interaktivní systém, jehož data nepotřebují statickou definici typu a rozměru. Tím je umožněno řešit širokou škálu technických problémů, zvláště těch, které počítají s vektory a maticemi. Struktura je podobná jazyku C.

Pojmenování Matlab vzniklo z názvů Matrix laboratory. Původně byl Matlab určen pro maticové výpočty, stále se vyvíjí a je přizpůsobován požadavkům uživatelů. Stal se standardním nástrojem pro matematiku, inženýrství a vědu. Je vysoce efektivním nástrojem k výzkumu, vývoji a analýze v různých průmyslových odvětvích.

Matlab podporuje cíleně zaměřené aplikační nástroje, nazývané toolboxy. Velmi důležitým faktem je skutečnost, že tyto toolboxy umožňují uživateli je použít na jeho řešený problém. Toolbox je obsáhlý prostředek skládající se z matlabovských funkcí, tzv. M-file. Dostupnými toolboxy jsou např. zpracování signálů, fuzzy logika a pro účely teorie řízení nejdůležitější Simulink, simulační nástroj regulací.

Matlab se skládá z pěti nejdůležitějších částí:

- *vývojové prostředí* – sada nástrojů které zjednoduší použití Matlabovských funkcí a souborů. Mnoho z nich má grafické a uživatelské rozhraní. Je zde obsaženo příkazové okno, historie použitých příkazů, prohlížeč souborů, pracovní prostor.

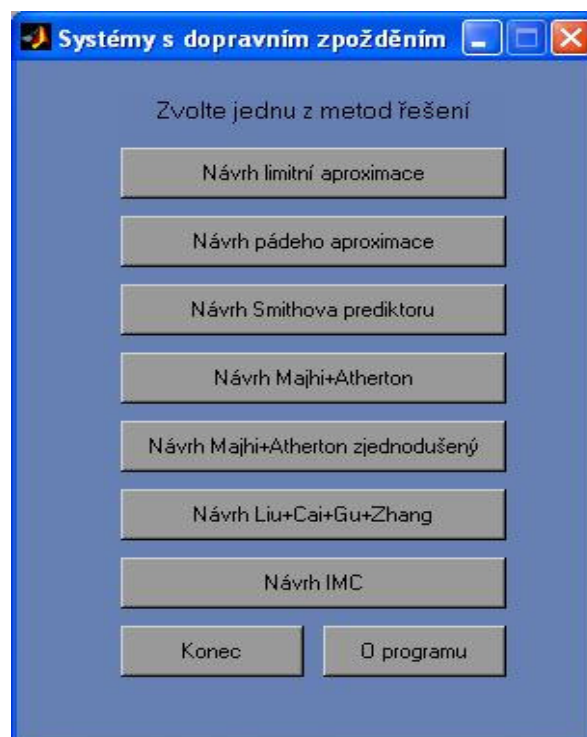
- 2. *knihovna matematických funkcí* – rozsáhlá knihovna matematických funkcí od funkcí jako suma, sinus až k mnohem složitějším funkcím typu inverzních matic, vlastních hodnot matic atd..
- 3. *jazyk Matlab* – kvalitní maticový (vektorový) jazyk kontrolující funkce, struktury dat apod. podporují orientované programování. Také umožňuje vytvářet malé aplikace tak jako velké programy.
- 4. *hadle Graphics* – grafický systém Matlabu obsahující vysoce výkonné příkazy pro dvou a tří rozměrnou vizualizaci dat, zpracování obrázků a animace. Nedílnou součástí jsou i jednodušší příkazy plně podporující uživatelské přizpůsobení vzhledu grafických výstupů, stejně jako přípravu kompletního grafického rozhraní pro aplikace v Matlabu.
- 5. *Simulink* – je softwarovým nástrojem pro modelování, simulování a analýzu dynamických systémů. Podporuje lineární i nelineární systémy, modelované ve spojitém, stejně jako diskrétní soustavy nebo jejich kombinace. Jednotlivé součásti systému mohou být vzorkovány i s různou periodou. Pro modelování Simulink poskytuje grafické uživatelské prostředí (GUI – Graphic User Interface) pro sestavování modelů jako blokových diagramů. Simulink obsahuje velkou knihovnu zdrojových signálů, lineárních a nelineárních členů a spojení. Uživatel si může libovolně upravovat nebo dokonce tvořit své nové bloky. Po vytvoření modelu je možné spustit simulaci zvolenou numerickou metodou přímo ze Simulinku nebo příkazem z Matlabu.

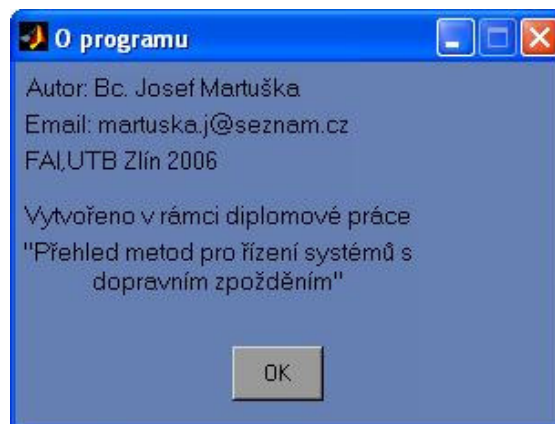
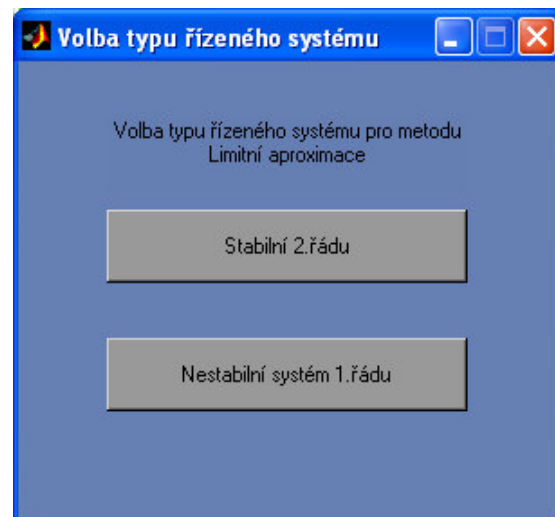
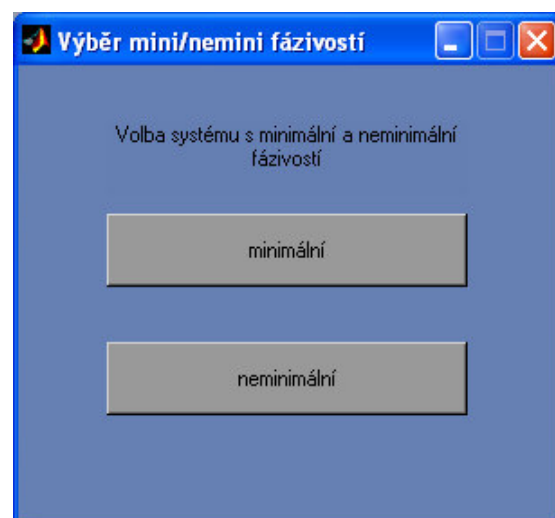
6.2 Programová implementace

K jednoduchému získání parametrů regulátorů a ověřování funkčnosti navrhovaných regulátorů pro systémy s dopravním zpožděním, byl vytvořen program v prostředí Matlab + Simulink (verze 6.5). Program využívá GUI (Graphic User Interface) rozhraní pro jednoduché zadání přenosu soustavy. Program umožňuje navrhnout regulátory pro stabilní, integrační a nestabilní soustavy. Pro stabilní soustavy jsou odvozeny vztahy pro 2. řád a pro nestabilní soustavy jsou odvozeny vztahy pro 1. řád viz kapitola 5.

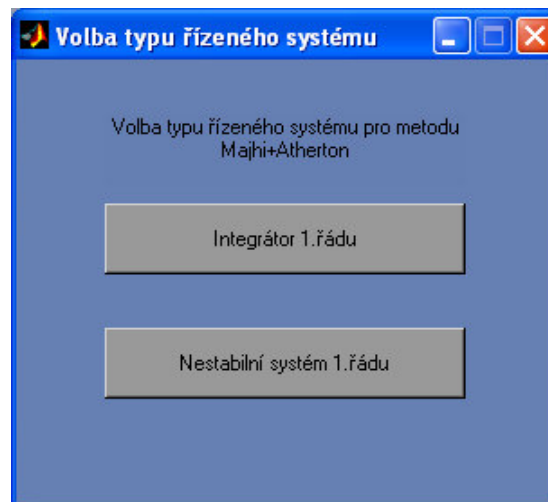
6.2.1 Popis programu

Program se spouští zadáním příkazu *start* v příkazovém řádku MATLAB Command Windows. Po spuštění programu se zobrazí hlavní okno programu viz. Obr. 16. V hlavním okně si můžeme vybrat metodu, kterou chceme použít, informace o programu viz Obr. 17 anebo můžeme program ukončit. Po kliknutí na zvolenou metodu se otevře okno pro výběr řízeného systému, pro jednotlivé metody se výběr liší. Pro návrhy Smithův prediktor, limitní a pádeho aproximace si můžeme vybrat viz Obr. 18 z nestabilního systému 1. řádu a stabilního systému 2. řádu, a to jak s minimální nebo neminimální fázovostí viz Obr. 19. Pro zbývající metody si můžeme vybrat z integračního systému a nestabilního systému viz Obr. 20. Po výběru řízeného systému se nám otevře okno viz Obr. 21, Obr. 22, Obr. 23, kde můžeme zadat přenos systému. Pro ladící parametry regulátorů jsem umístil raději nápovědu pro snadnější odhad hodnot viz Obr. 24, Obr. 25, Obr. 26, Obr. 27, Obr. 28. Kliknutím myši na tlačítko „OK“ proběhne výpočet parametrů regulátoru a hodnoty se zobrazí v řádku MATLAB Command Windows. Tlačítko „*Simulace*“ otevře simulační schéma pro danou metodu. Simulaci viz. Obr. 29 spustíme pomocí *play* nebo pomocí klávesové zkratky *CTRL+T*. Pokud proběhne simulace, použijeme poslední tlačítko „*grafy*“, které nám vykreslí do jednoho okna průběhy řízeného výstupu a do druhého okna průběhy akčních zásahů.

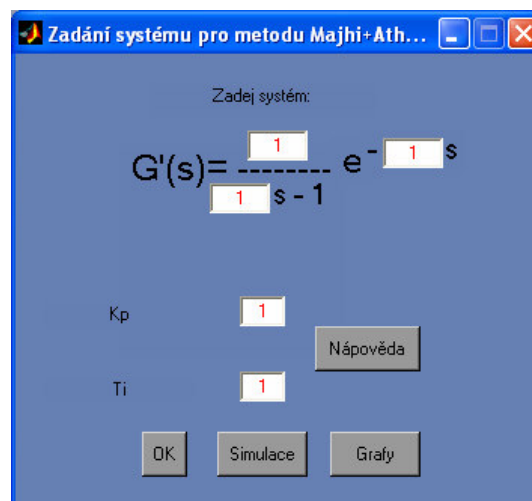


Obr. 16. Hlavní okno programu*Obr. 17. O programu**Obr. 18. Volba typu řízeného systému*

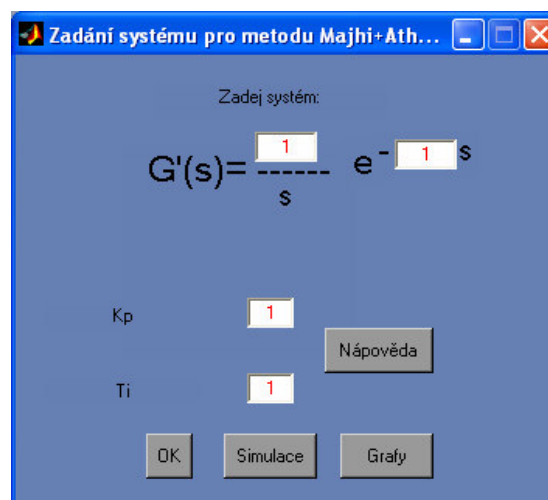
Obr. 19. Volba fázovosti systému



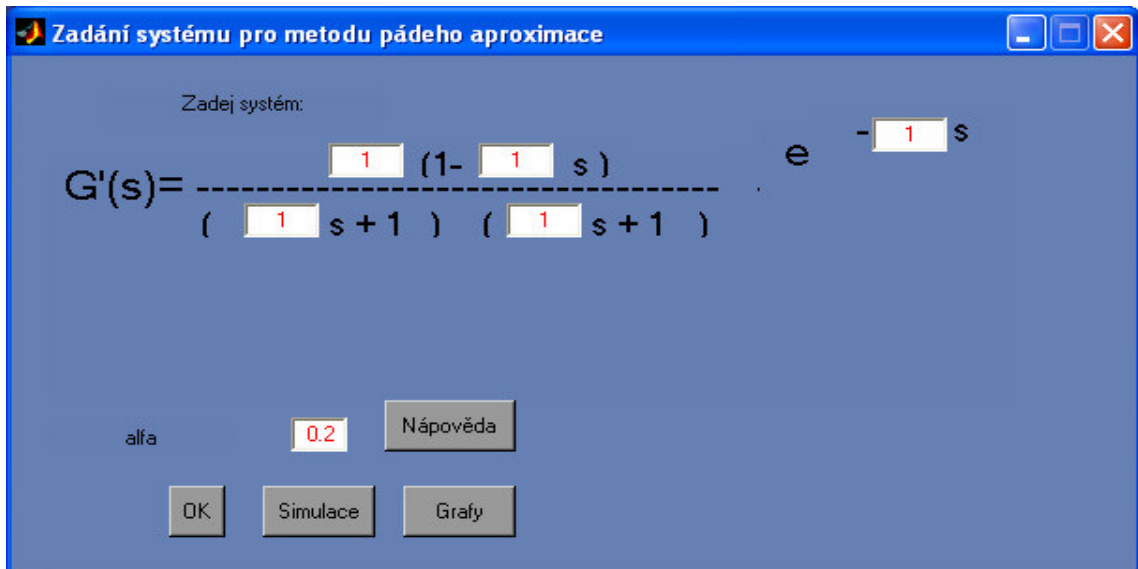
Obr. 20. Volba typu řízeného systému



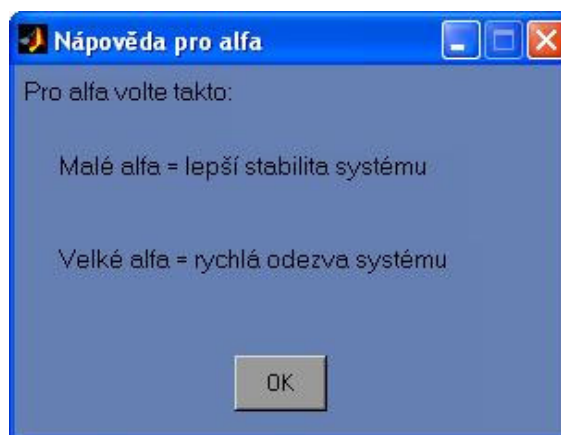
Obr. 21. Zadání nestabilního systému 1.řádu



Obr. 22. Zadání integračního systému

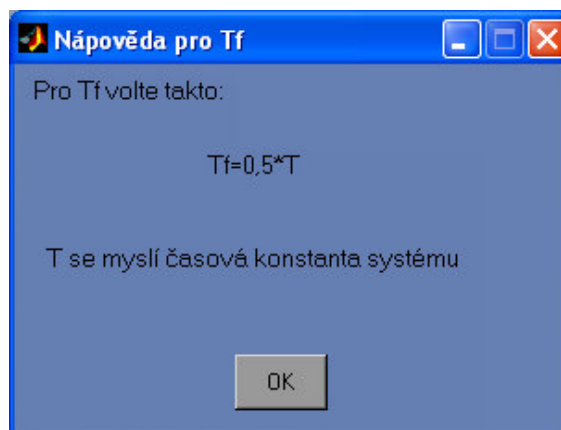


Obr. 23. Zadání stabilního systému 2. řádu

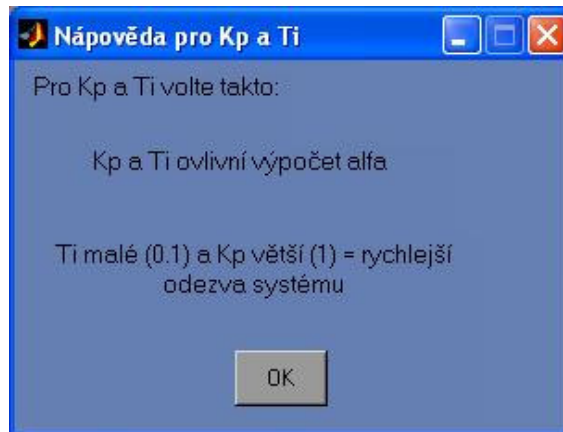


Obr. 24. Nápověda pro alfa pro metody

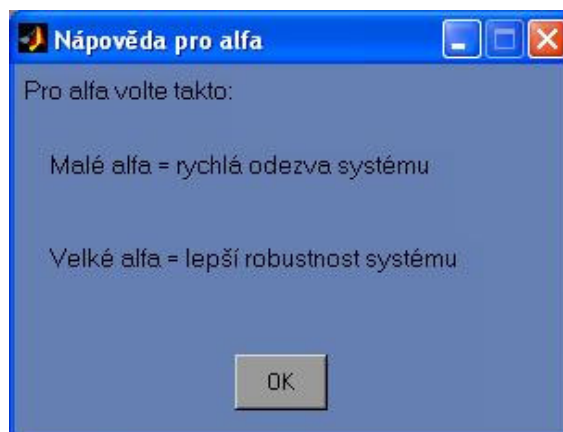
Smithův prediktor, Padého a Limitní aproximace



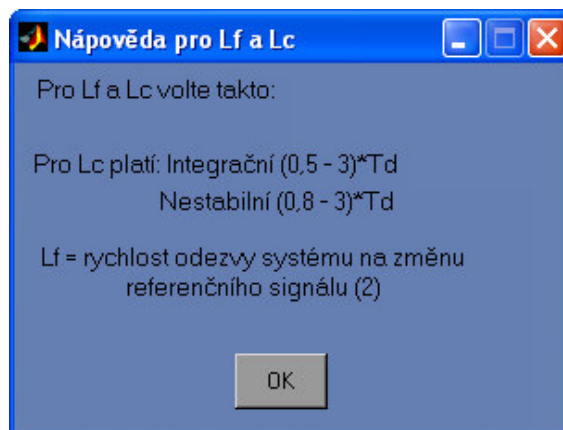
Obr. 25. Náповěda pro Tf pro metodu IMC



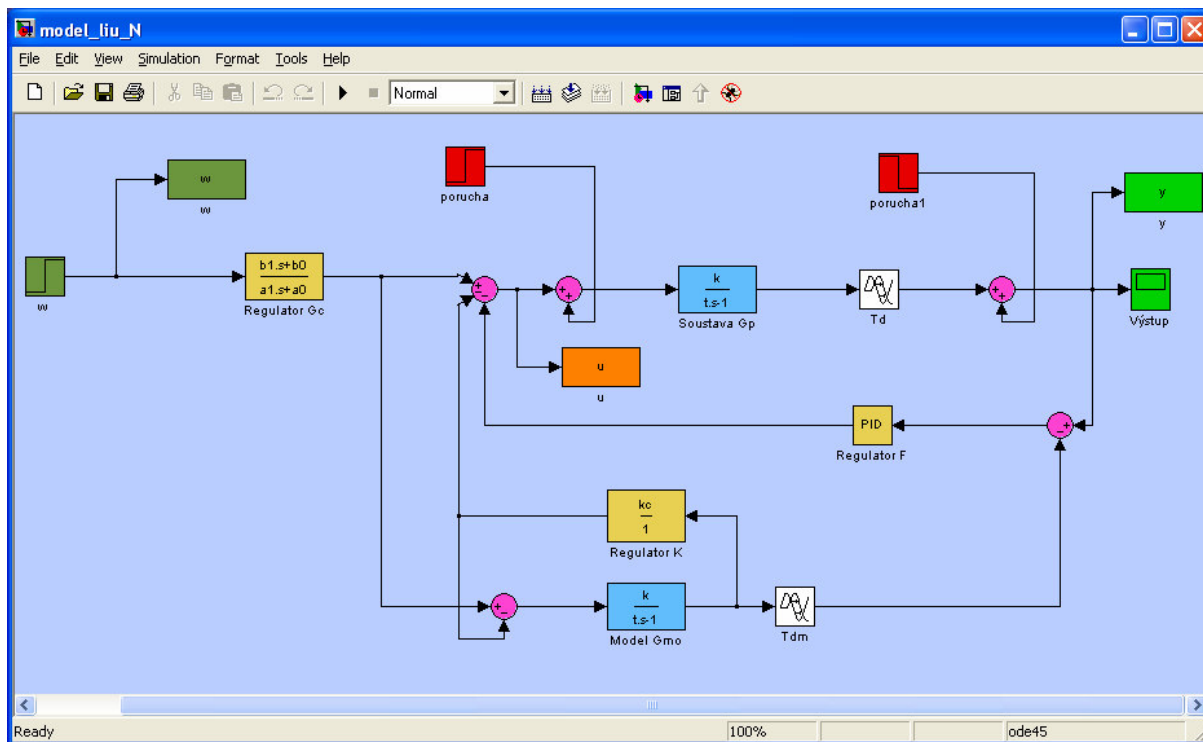
Obr. 26. Náповěda pro Kp a Ti pro metodu Majhi + Atherton



Obr. 27. Náповěda pro alfa pro metodu Majhi + Atherton zjednodušený



Obr. 28. Návoděda pro L_f a L_c pro metodu Liu



Obr. 29. Simulační okno

7 SIMULAČNÍ EXPERIMENTY V PROSTŘEDÍ MATLAB

V této kapitole jsou srovnány jednotlivé metody řízení LSDS s dopravním zpožděním popsané v této práci. Metody jsou rozdělené do tří skupin. První srovnávací skupinu tvoří tzv. „klasické“ metody popsané v kapitole 2.1 a 2.2, přičemž pro simulační srovnání je zvolen obvod typu 2DOF (FBFW), neboť obecně zajišťuje lepší chování regulačního obvodu než 1DOF (FB). Druhou srovnávací skupinu tvoří tzv. „modifikace Smithova prediktoru“ popsané v kapitole 2.3 a metoda s vnitřním modelem (IMC) viz kapitola 2.4. Nejlepší metody z obou skupin tvoří třetí srovnávací skupinu.

✓ Přenosy systémů pro první skupinu jsou ve tvaru:

$$1) \quad G(s) = \frac{1.3(1+6s)}{(5s+1)(3s+1)} e^{-T_d s}, \text{ pro } T_d=2,5,8$$

$$2) \quad G(s) = \frac{1.3(1-6s)}{(5s+1)(3s+1)} e^{-T_d s}, \text{ pro } T_d=2,5,8$$

$$3) \quad G(s) = \frac{1.2}{(5s-1)} e^{-T_d s}, \text{ pro } T_d=2,5,8$$

Do systému vstupuje porucha $v = -0.1$ a to v čase $t = 120\text{s}$.

✓ Přenosy systémů pro druhou skupinu jsou ve tvaru:

$$4) \quad G(s) = \frac{1.2}{s} e^{-T_d s}, \text{ pro } T_d=2,5,8$$

$$5) \quad G(s) = \frac{1.2}{(10s-1)} e^{-T_d s}, \text{ pro } T_d=2,5,8$$

Do systému vstupuje porucha $v = -0.1$ a to v čase $t = 75\text{s}$.

✓ Přenosy systémů pro třetí skupinu jsou ve tvaru:

$$6) G(s) = \frac{1}{(5s-1)} e^{-2s}$$

$$7) G(s) = \frac{3}{(7s-1)} e^{-5s}$$

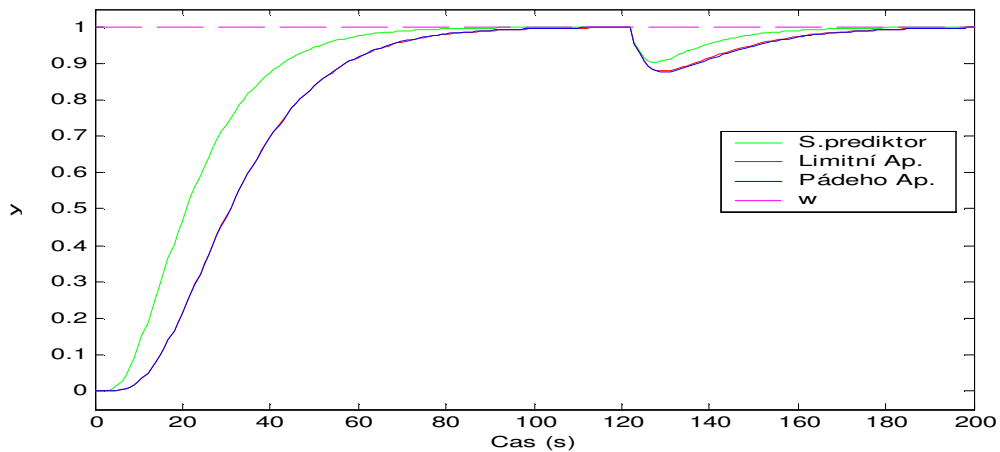
$$8) G(s) = \frac{5}{(10s-1)} e^{-8s}$$

$$9) G(s) = \frac{2}{(8s-1)} e^{-25s}$$

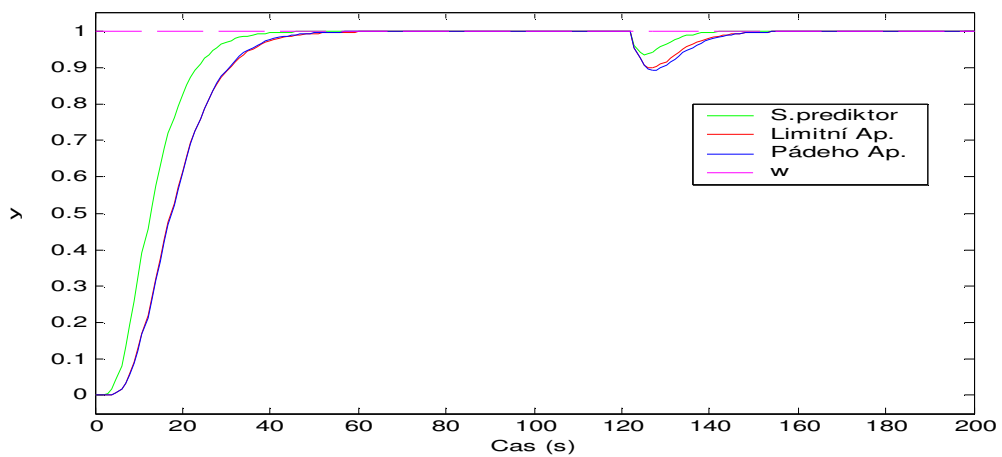
Do systému vstupuje porucha $v = -0.1$ a to v čase $t = 75s$

7.1 První skupina

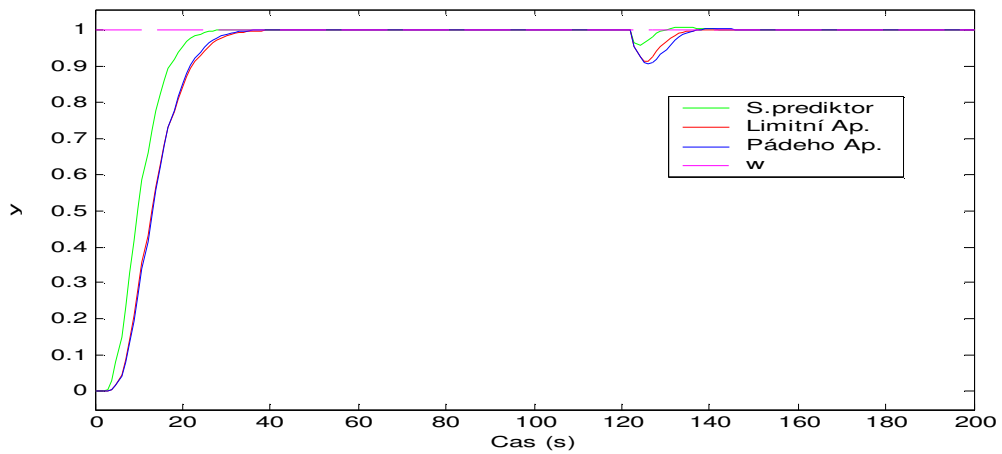
7.1.1 Soustava 1. stabilní systém 2. řádu s minimální fází



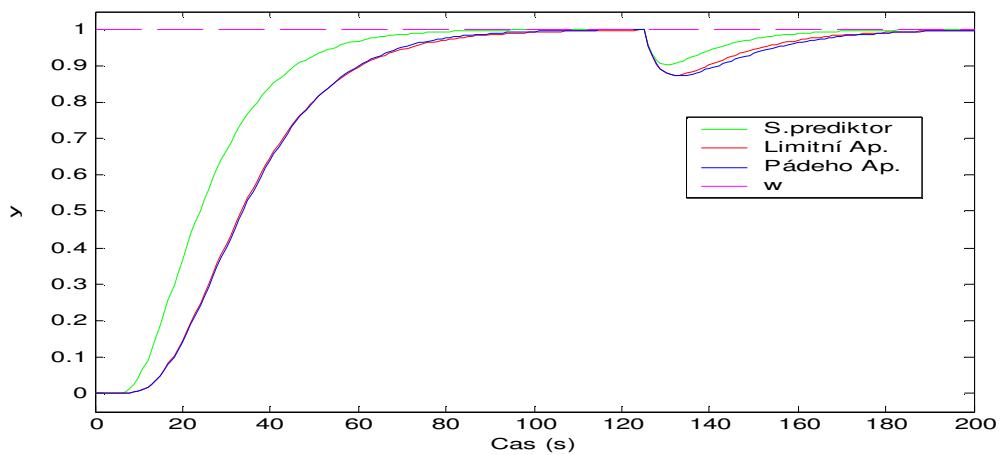
Obr. 30. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2$, $\alpha = 0,1$



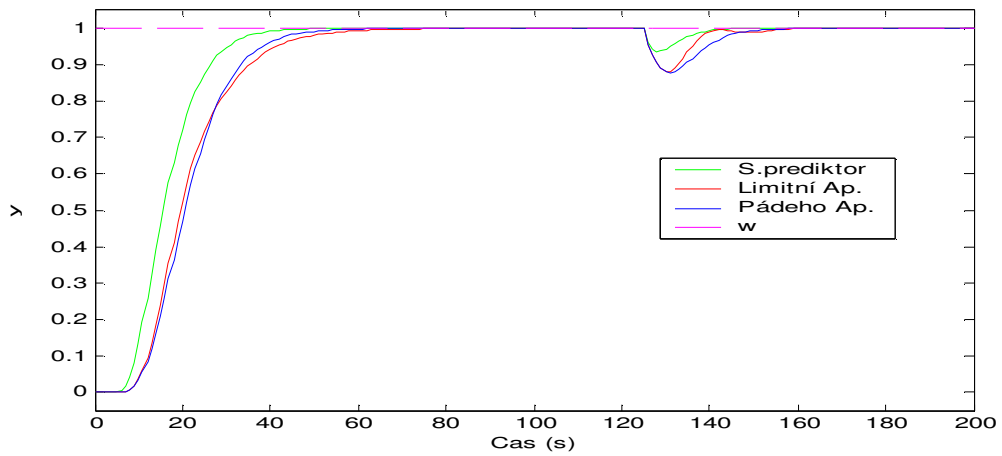
Obr. 31. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,2$



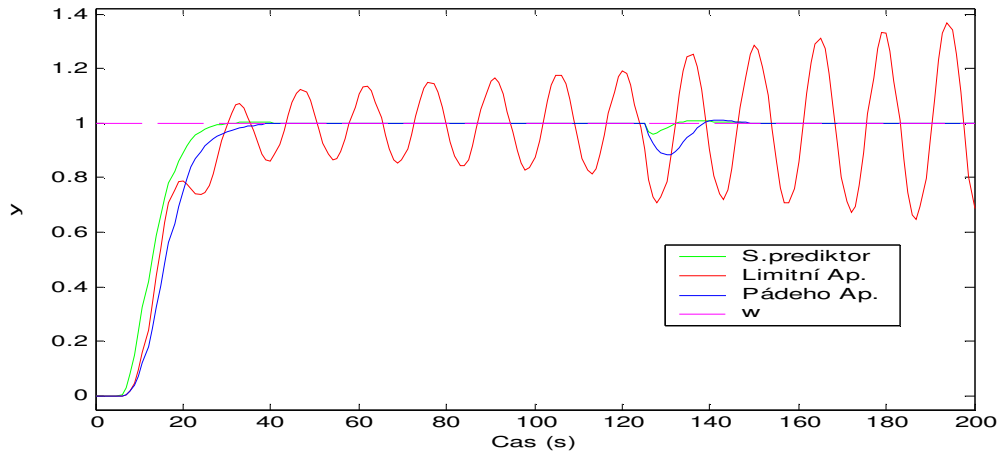
Obr. 32. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,3$



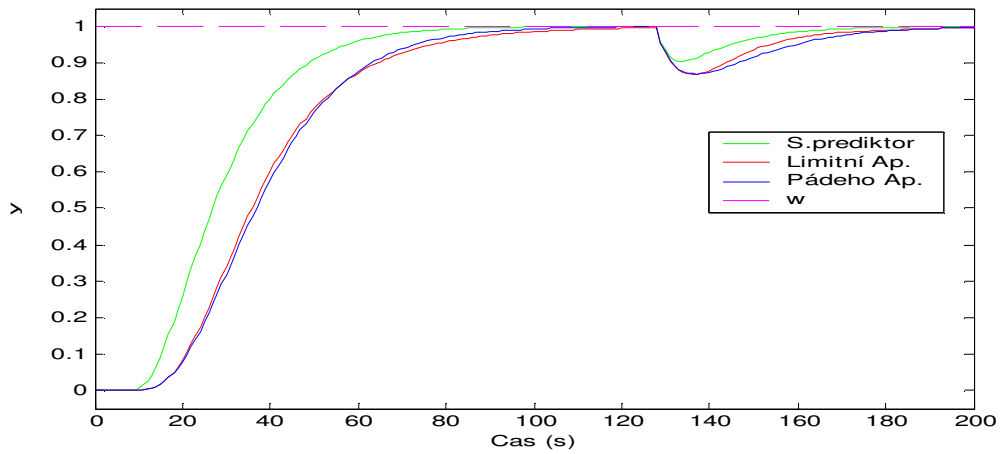
Obr. 33. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,1$



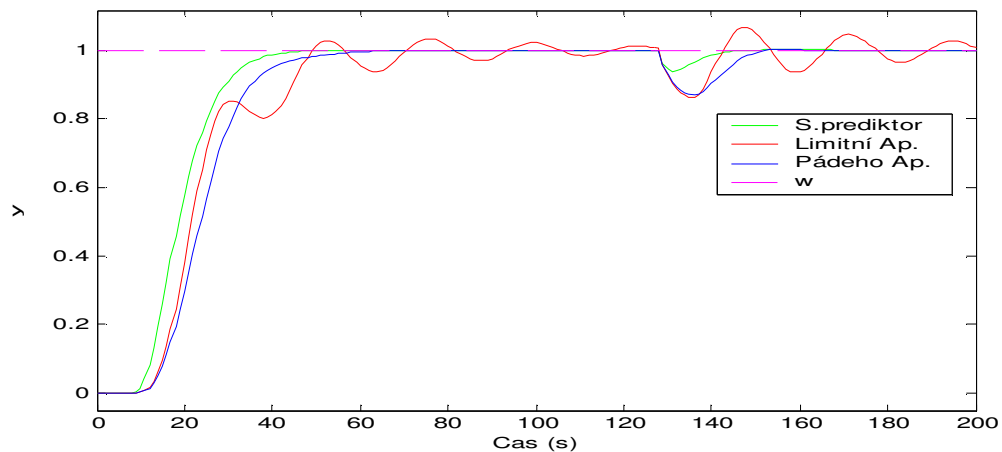
Obr. 34. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,2$



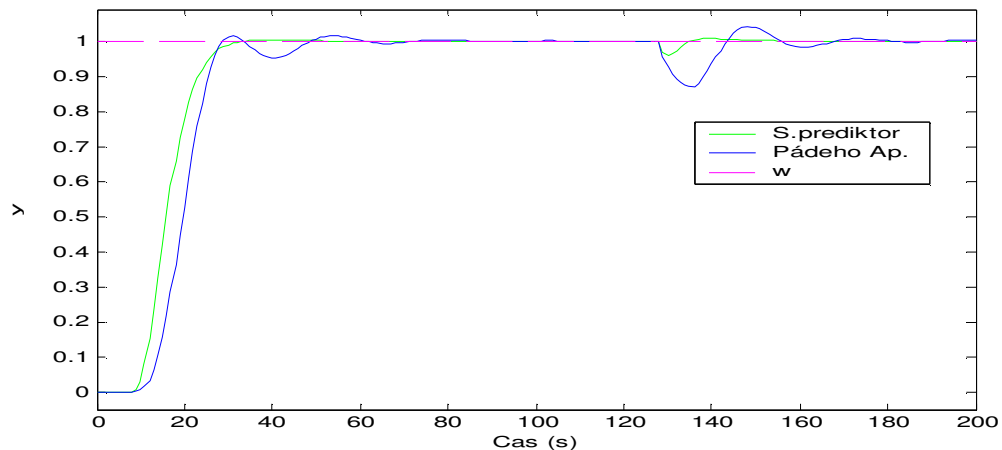
Obr. 35. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,3$



Obr. 36. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,1$



Obr. 37. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,2$



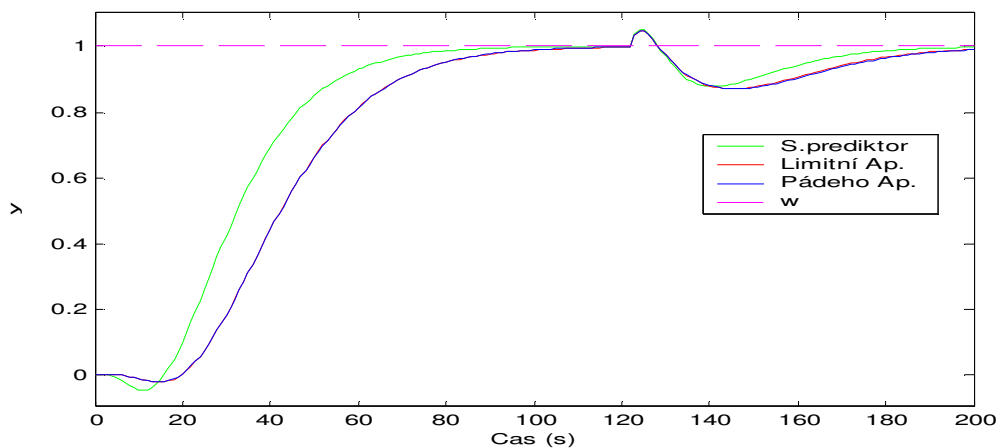
Obr. 38. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,3$

Vyhodnocení:

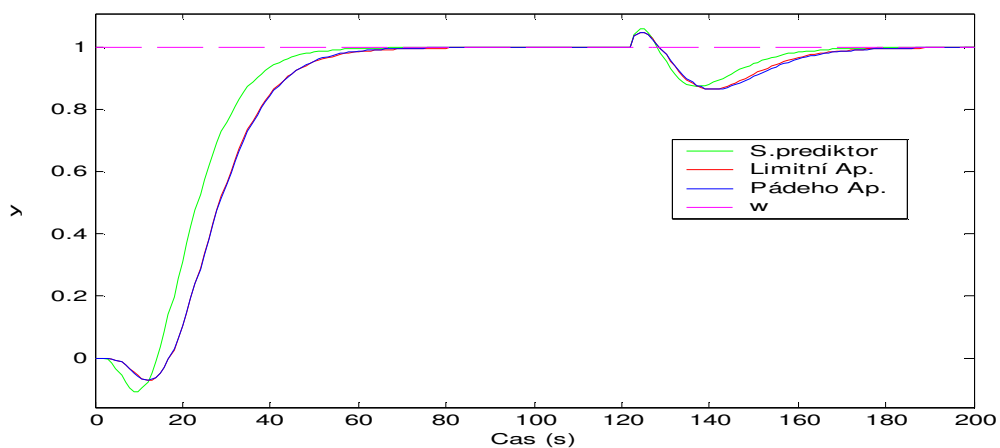
Odezva systému řízení jednotlivých náhrad a hodnot T_d na skokovou změnu referenčního signálu je zobrazena na obrázcích Obr. 30 - Obr. 38. Jak je z obrázků patrné, volba parametru α má značný vliv na rychlost regulace. Čím vyšší volíme parametr α , tím rychleji se nám systém ustálí, a to i po vstupu poruchy do systému. Jelikož ale řídíme systémy s dopravním zpožděním, ne vždy je tato rychlost regulátoru výhodou. Může se nám tak při rychlé regulaci snadno stát, jak je vidět např. na Obr. 35, že se regulovaná soustava snadno rozkmitá. Další vliv na charakteristiku řízené soustavy má velikost dopravního zpoždění. Z poznatků simulací a po vzájemném porovnání můžu nadále tvrdit, že s rostoucím T_d pro dané α roste i nestabilita regulované soustavy. Z toho můžu odvodit

poznatek, že pro systémy s velkým dopravním zpoždění T_d nevyhovuje regulátor s rychlou akční veličinou. Názornou ukázkou pak můžeme vidět na Obr. 37, kde se regulovaná soustava navržená pomocí limitní aproximace rozkmitala natolik, že v Obr. 38 již není kvůli přehlednosti uvedena. Dále se na Obr. 38 začíná rozkmitávat i regulovaná soustava navržená pomocí Padéhoho aproximace. Při dalším zvyšování α by se již stala nestabilní. Posledním faktorem pro sledování stability regulované soustavy je způsob náhrady dopravního zpoždění. Limitní a Padéhoho aproximace se takřka prolínají, přičemž Padéhoho aproximace zůstává při zvyšování parametru α déle stabilní. Nejdéle stabilní však zůstává Smithův prediktor.

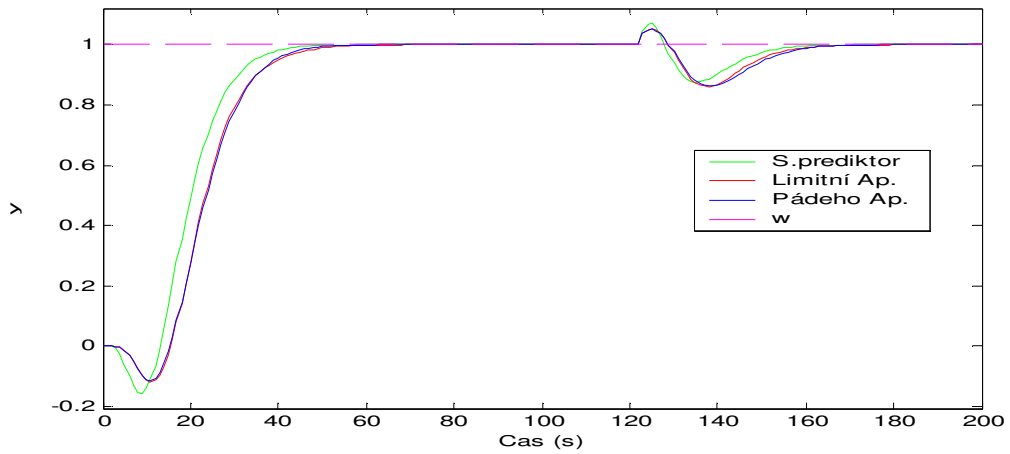
7.1.2 Soustava 2. stabilní systém 2. řádu s neminimální fází



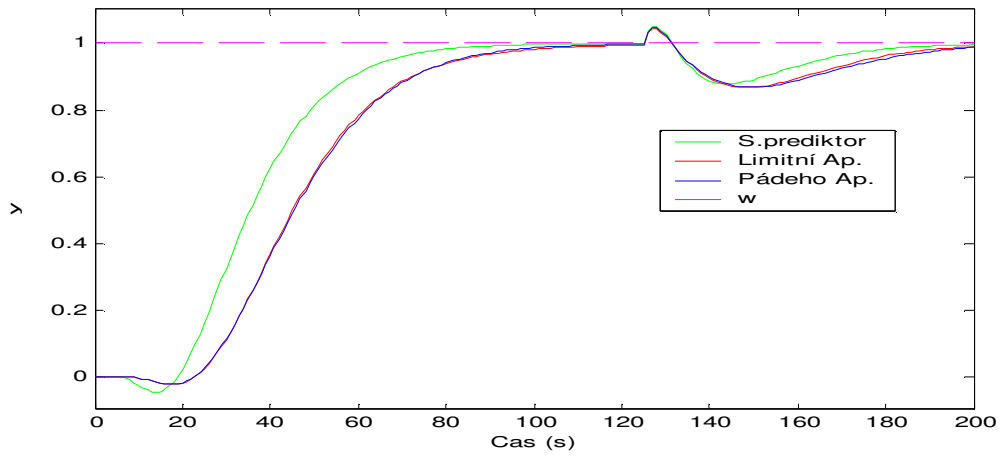
Obr. 39. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,1$



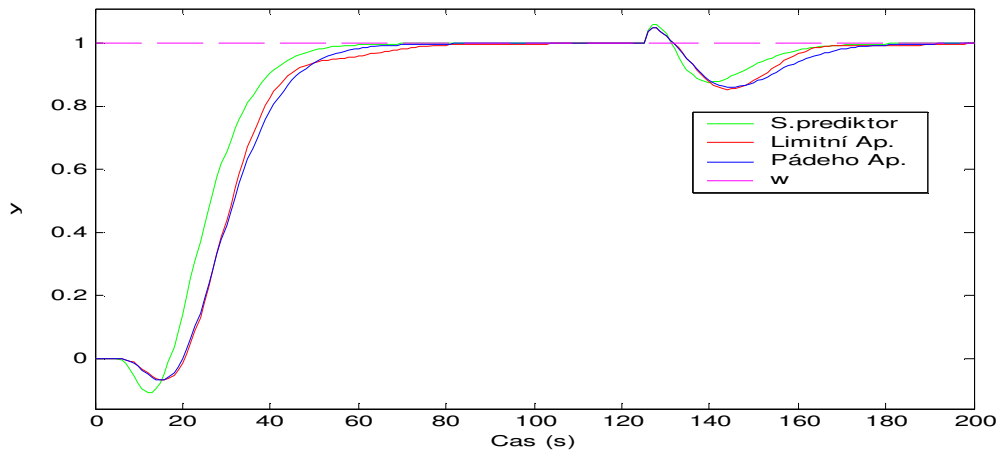
Obr. 40. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,2$



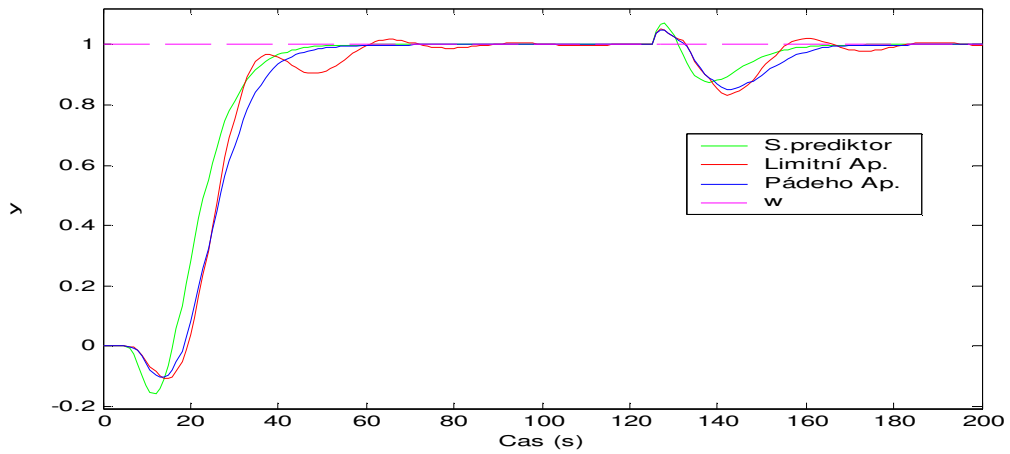
Obr. 41. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,3$



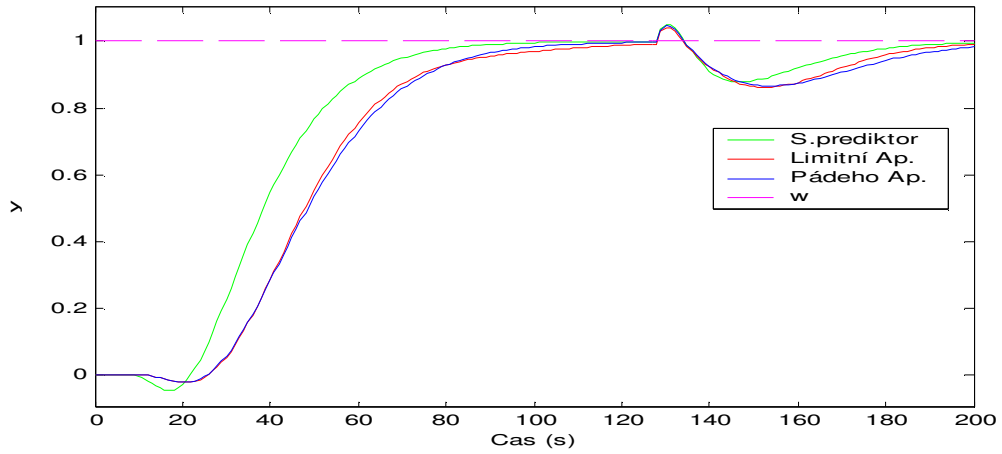
Obr. 42. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,1$



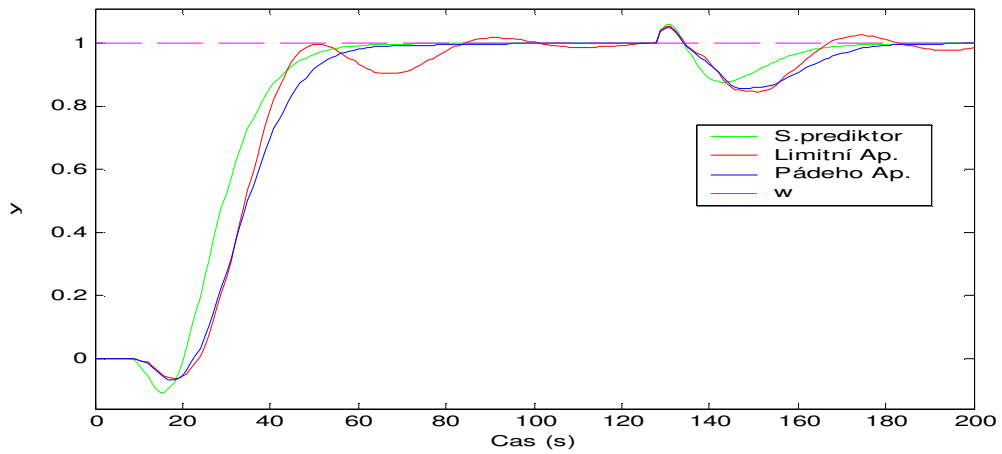
Obr. 43. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,2$



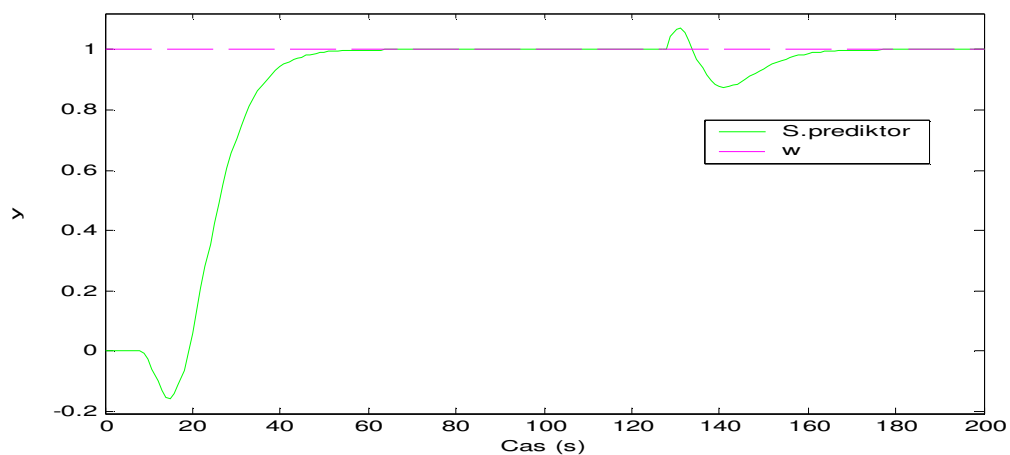
Obr. 44. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,3$



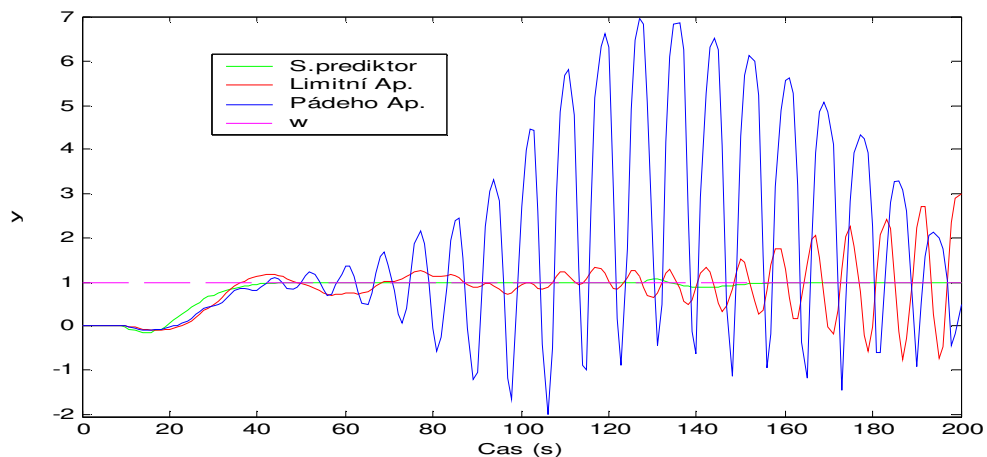
Obr. 45. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,1$



Obr. 46. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,2$



Obr. 47. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci pro Smithův prediktor, $T_d = 8$, $\alpha = 0,3$



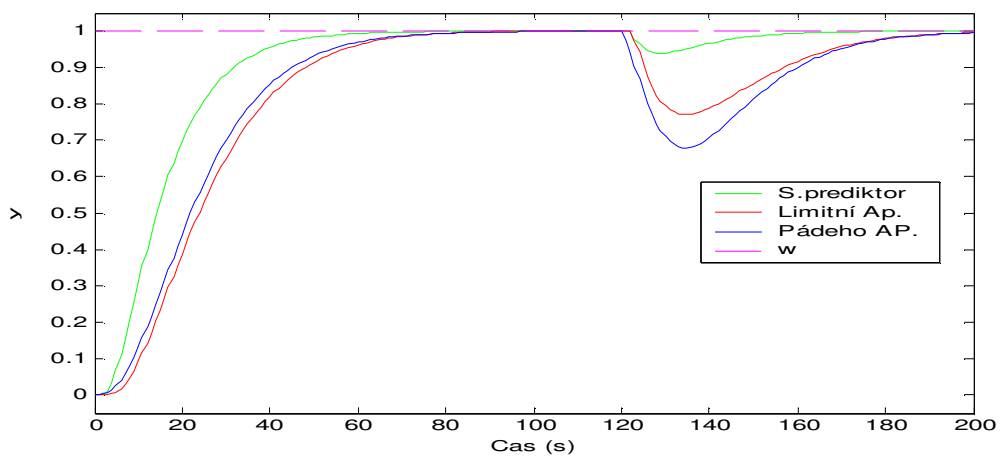
Obr. 48. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8$, $\alpha = 0,3$

Vyhodnocení:

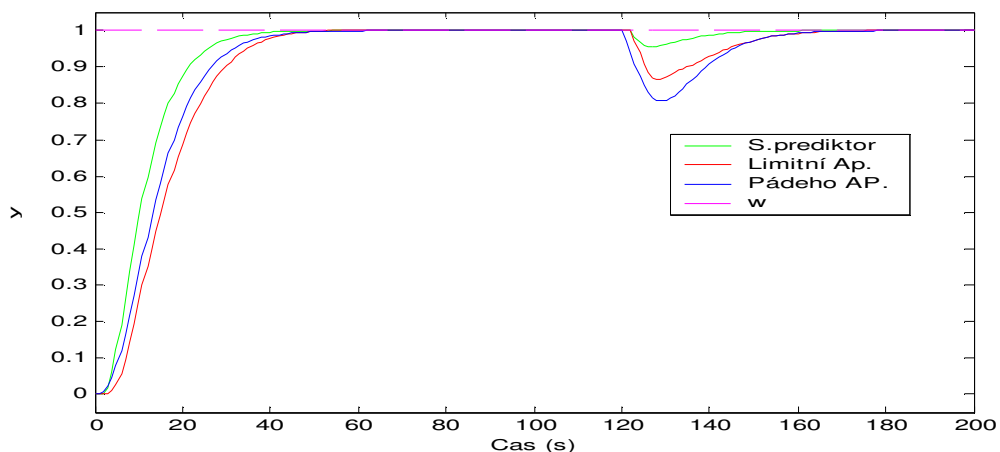
Odezva systému řízení na skokovou změnu referenčního signálu při použití různých metod návrhu regulátorů a pro různé hodnoty T_d je zobrazena na obrázcích Obr. 39 - Obr. 48. Jak je z obrázků patrné, volba parametru α má značný vliv na rychlost regulace i u soustav s neminimální fází. Čím vyšší volíme parametr α , tím rychleji se nám systém opět ustaluje, a to i po vstupu poruchy do systému. Tyto soustavy mají většinu aspektů podobných jako soustavy s minimální fází, ale liší se způsobem náběhu. Jak je patrné, jejich přenosová charakteristika začíná nejprve proti vstupu. Tento jev si nazveme podkmit. Potom můžeme sledovat, že na velikost podkmitu má vliv velikost zvoleného parametru α . S rostoucím α roste i výška podkmitu. To rovněž platí i při vstupu poruchy do systému. Vliv dopravního

zpoždění T_d na regulovanou soustavu je podobný jako tomu bylo v kapitole 7.1.1 s tím rozdílem, že soustava dokáže být déle stabilní i pro vyšší α . Toho si můžeme povšimnout při porovnání obrázku Obr. 35 a Obr. 44. Na Obr. 47 už není kvůli nestabilitě systému jak limitní aproximace, tak i Padého aproximace. Způsob náhrady dopravního zpoždění má opět podobný charakter jako tomu bylo v kapitole 7.1.1. Z čehož nejrychlejší a nejstabilnější je opět Smithův prediktor.

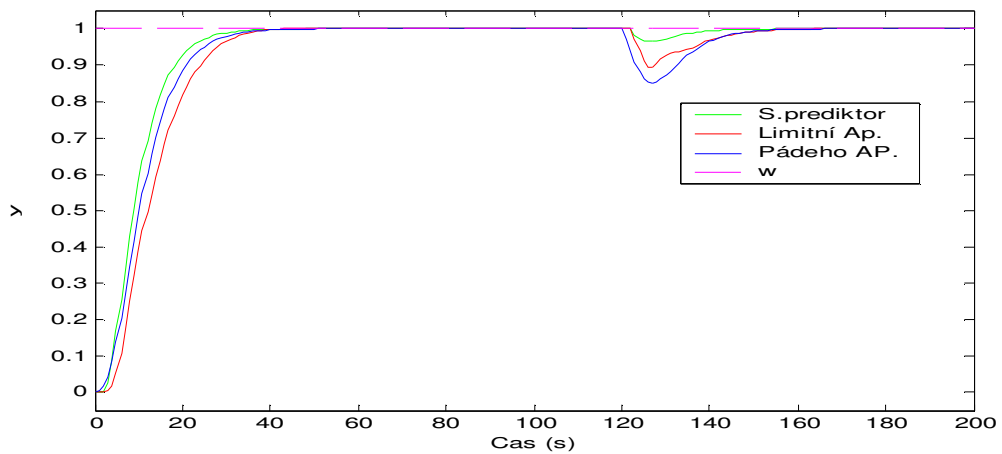
7.1.3 Soustava 3. nestabilní systém 1. řádu



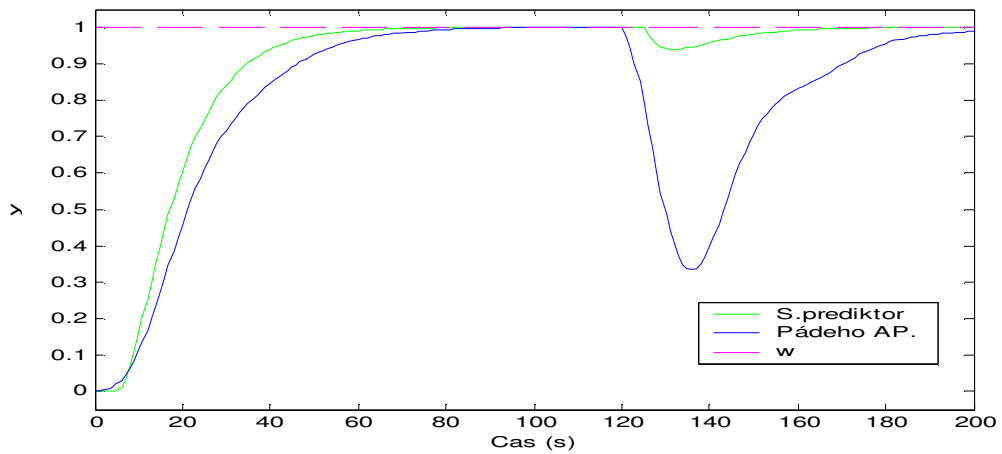
Obr. 49. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2$, $\alpha = 0,1$



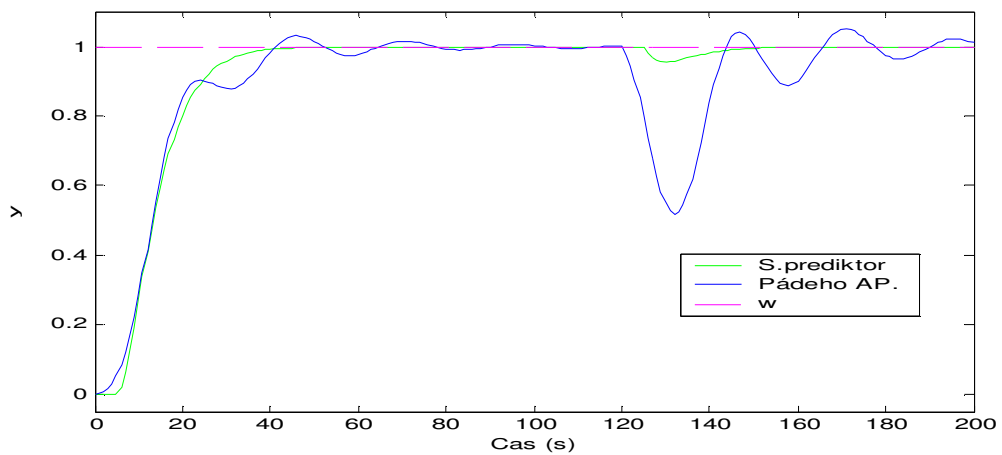
Obr. 50. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2$, $\alpha = 0,2$



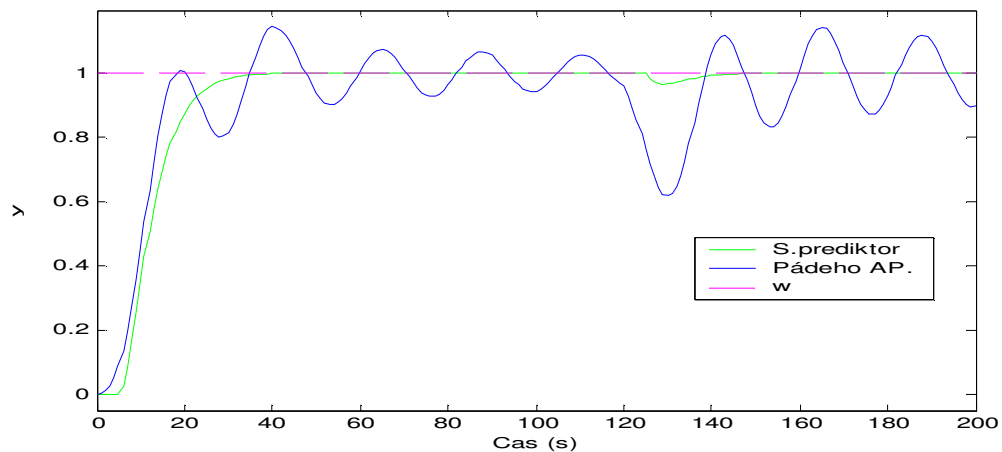
Obr. 51. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,3$



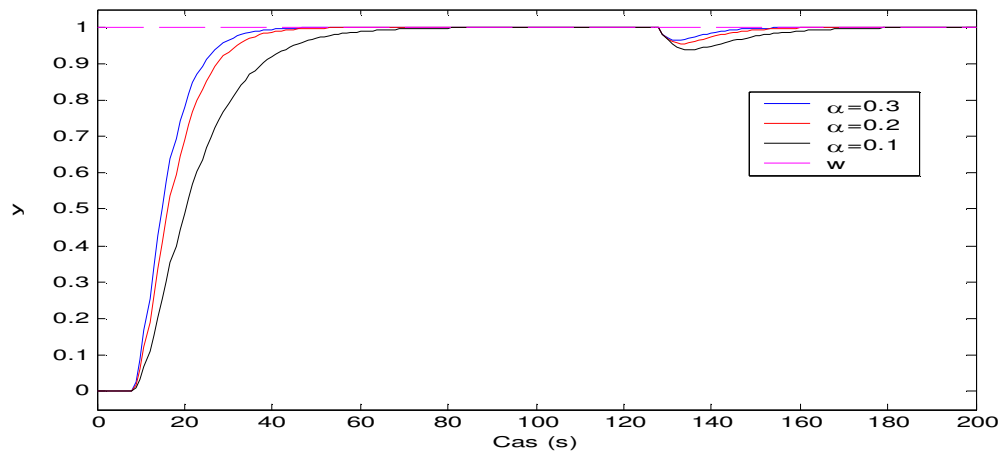
Obr. 52. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,1$



Obr. 53. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,2$



Obr. 54. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5$, $\alpha = 0,3$



Obr. 55. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci pro Smithův prediktor $T_d = 8$

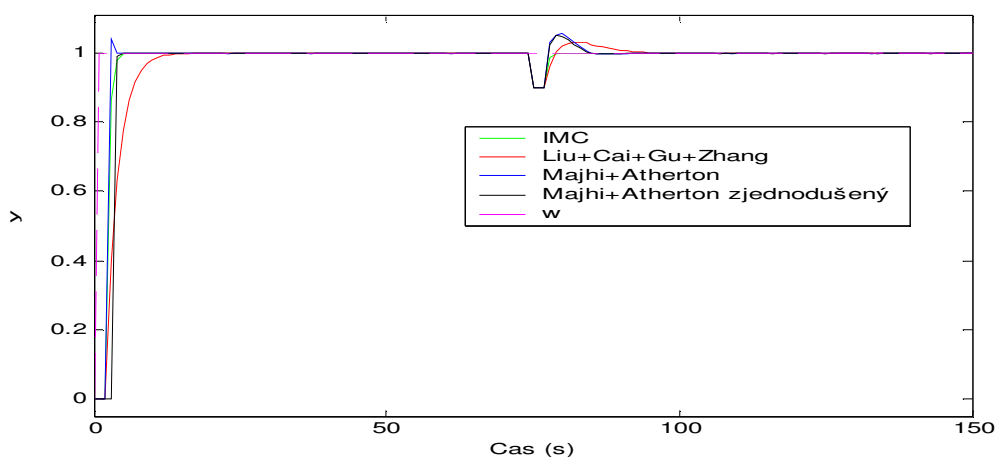
Vyhodnocení:

Odezva systému řízení na skokovou změnu referenčního signálu při použití různých metod návrhu regulátorů a pro různé hodnoty T_d je zobrazena na obrázcích Obr. 49 - Obr. 55. Jak je z obrázků patrné, volba parametru α má opět značný vliv na rychlost regulace i u nestabilních soustav. Čím vyšší volíme parametr α , tím rychleji se nám systém opět ustaluje, a to i po vstupu poruchy do systému viz Obr. 55. Vliv dopravního zpoždění T_d na regulovanou soustavu je mnohem větší než u stabilních systémů popsanych v kapitole 7.1.1. a 7.1.2. Toho si můžeme povšimnout při porovnání obrázku Obr. 35, Obr. 44, Obr. 55. Na

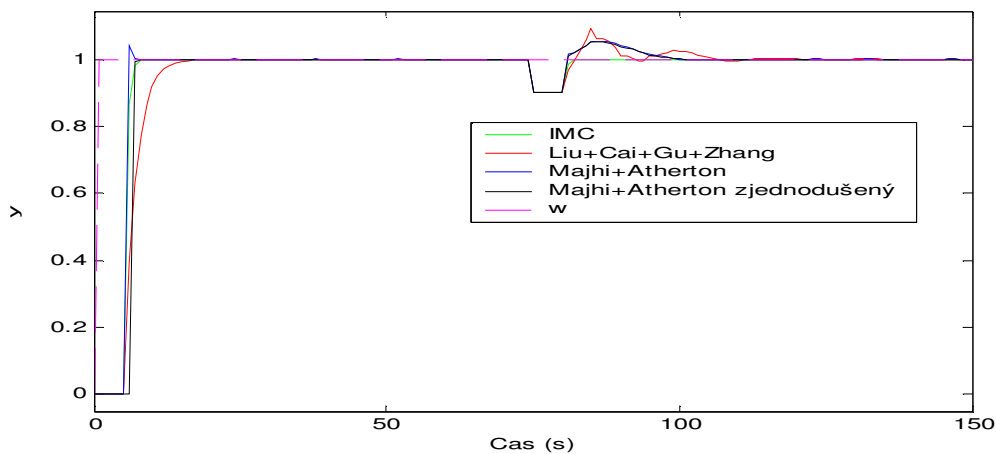
Obr. 52, Obr. 53, Obr. 54, Obr. 55 již není kvůli nestabilitě zobrazena limitní aproximace. Také kvůli nestabilitě pro $T_d = 8$ na Obr. 55. není vyobrazena Padého aproximace. Způsob náhrady dopravního zpoždění má opět podobný charakter jako tomu bylo v kapitole 7.1.1. Z čehož nejrychlejší a nejstabilnější je opět Smithův prediktor.

7.2 Druhá skupina

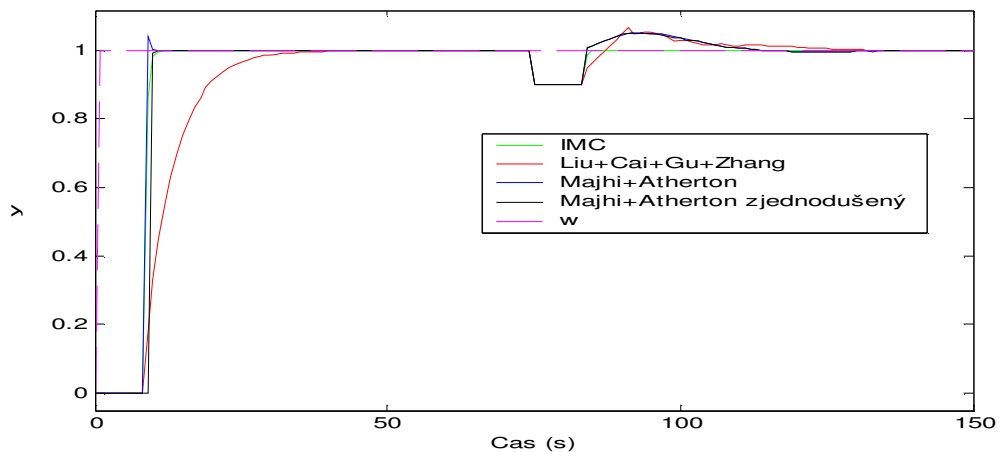
7.2.1 Soustava 4. integrační systém



Obr. 56. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 2$



Obr. 57. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 5$

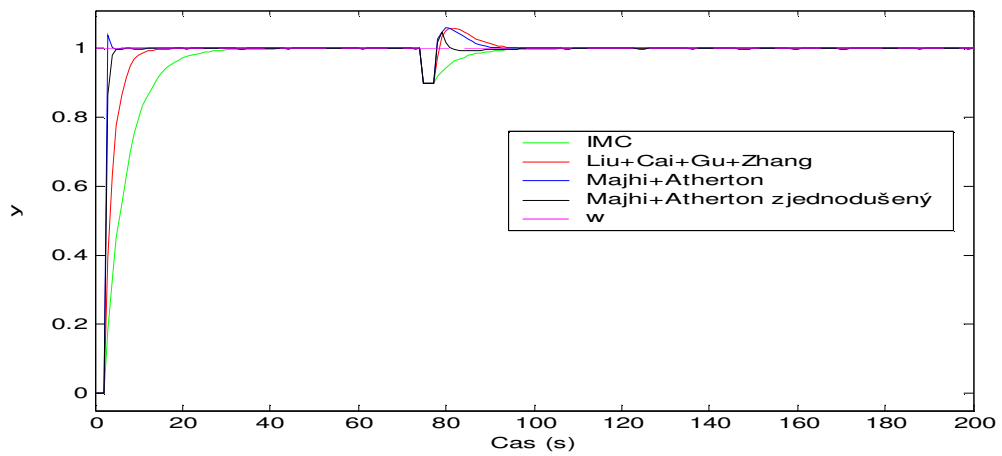


Obr. 58. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 8$

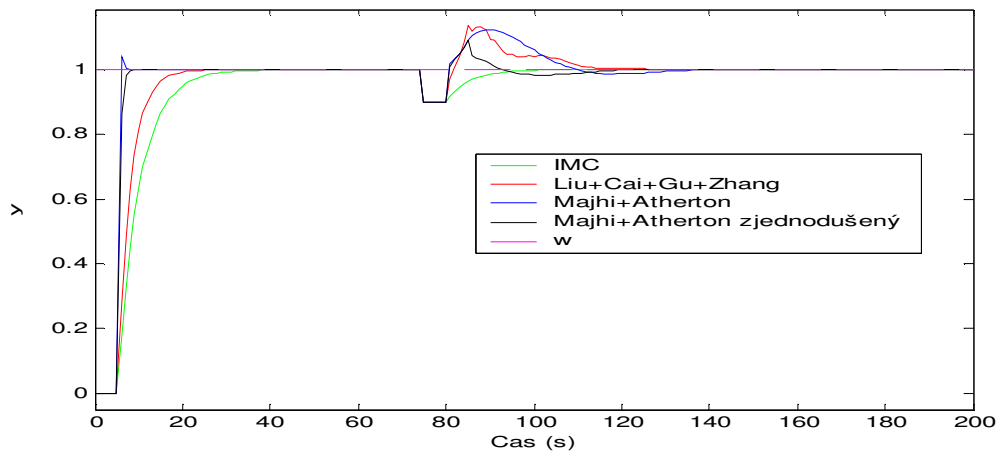
Vyhodnocení:

Odezva systému řízení na skokovou změnu referenčního signálu při použití různých metod návrhu regulátorů a pro různé hodnoty T_d je zobrazena na obrázcích Obr. 56 - Obr. 58. Na regulovanou soustavu má vliv dopravního zpoždění T_d . Toho si můžeme povšimnout při porovnání obrázku Obr. 56, Obr. 57, Obr. 58. Metoda Majhi + Atherton má při náběhu na žádanou hodnotu překmit, který se projevuje i při vstupu poruchy. Tento překmit se při vstupu poruchy projevuje i u metody Majhi + Atherton zjednodušený a Liu + Cai + Gu + Zhang. Je nutné zmínit, že každá metoda má jiné ladicí parametry a podrobnějším laděním těchto parametrů bychom určitě dosáhli lepších hodnot. Obě metody Majhi + Atherton mají téměř shodný průběh. Velmi dobře se jeví metoda Liu + Cai + Gu + Zhang, která ovšem při větším dopravním zpožděním se rozkmitá. Jako nejrychlejší a nejstabilnější je metoda IMC.

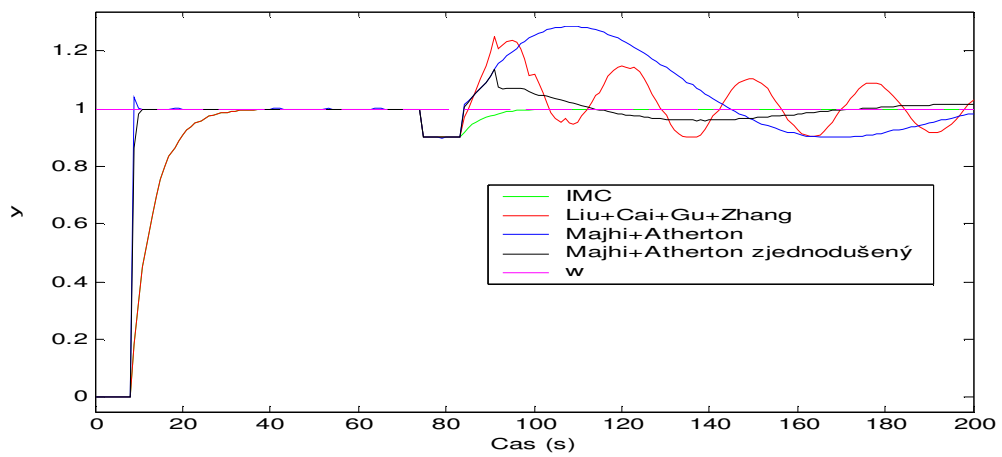
7.2.2 Soustava 5. nestabilní systém 1. řádu



Obr. 59. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 2$



Obr. 60. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 5$



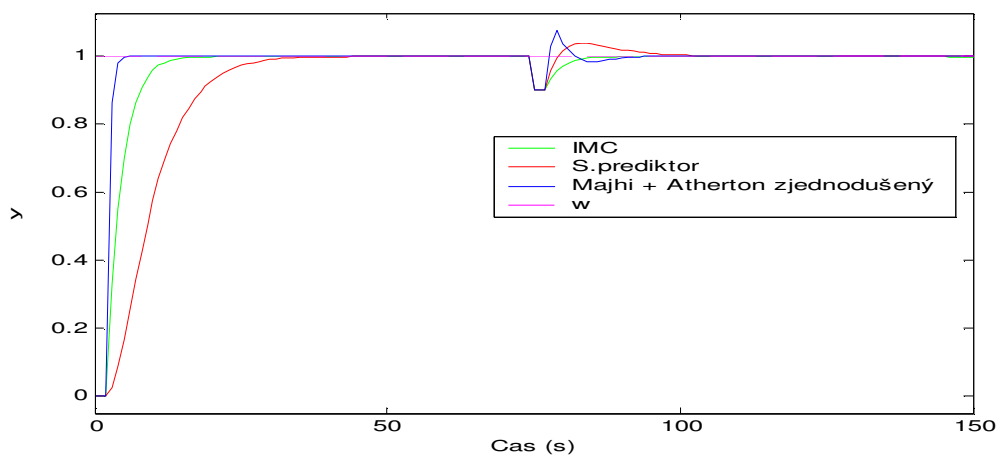
Obr. 61. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 8$

Vyhodnocení:

Odezva systému řízení na skokovou změnu referenčního signálu při použití různých metod návrhu regulátorů a pro různé hodnoty T_d je zobrazena na obrázcích Obr. 59 - Obr. 61. Na regulovanou soustavu má vliv dopravního zpoždění T_d . Toho si můžeme povšimnout při porovnání obrázku Obr. 59, Obr. 60, Obr. 61. Metoda Majhi + Atherton má při náběhu na žádanou hodnotu překmit, který se projevuje i při vstupu poruchy. Tento překmit se při vstupu poruchy projevuje i u metody Majhi + Atherton zjednodušený a Liu + Cai + Gu + Zhang. Je nutné zmínit, že každá metoda má jiné ladicí parametry a podrobnějším laděním těchto parametrů bychom určitě dosáhli lepších hodnot. Metody Majhi + Atherton se při nestabilní soustavě již liší a to zejména při vstupu poruchové veličiny. Zjednodušená verze dosahuje lepších výsledků. Metoda Liu + Cai + Gu + Zhang se opět při větším dopravním zpožděním rozkmitá. Nejrychlejší a nejstabilnější je metoda IMC.

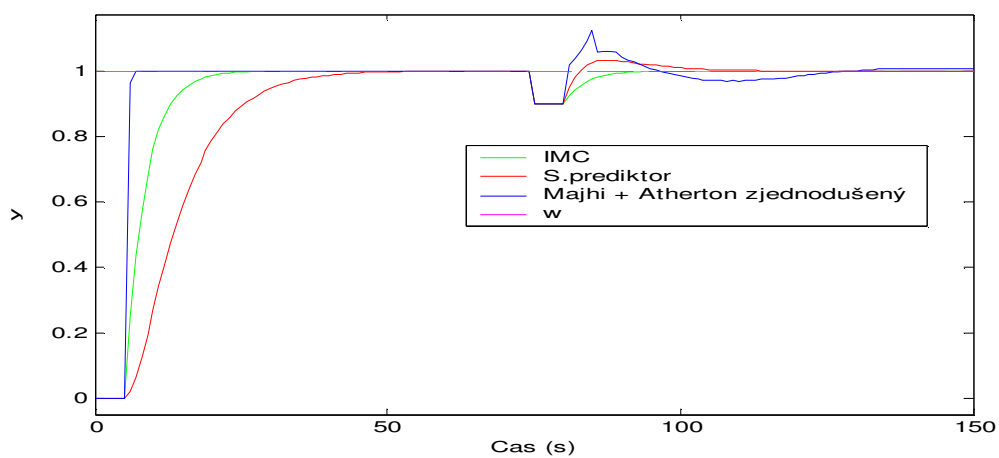
7.3 Třetí skupina

7.3.1 Soustava 6. nestabilní systém 1. řádu



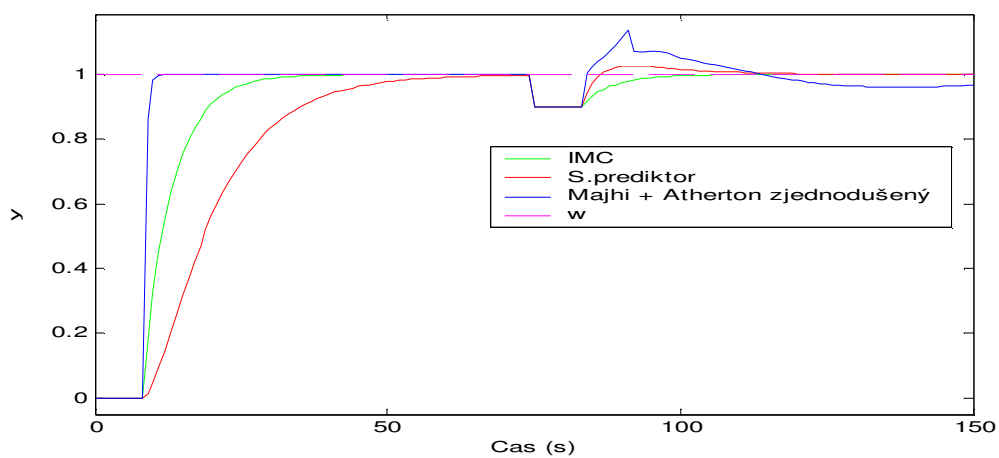
Obr. 62. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody

7.3.2 Soustava 7. nestabilní systém 1. řádu



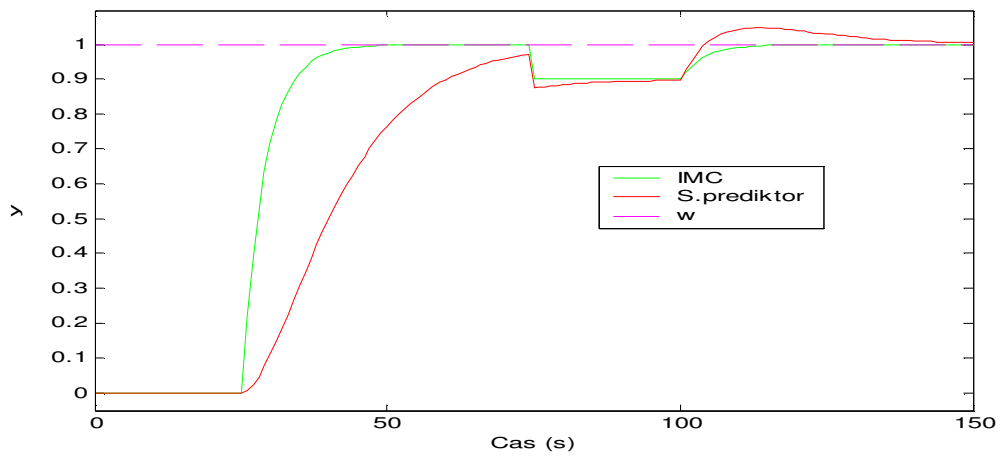
Obr. 63. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody

7.3.3 Soustava 8. nestabilní systém 1. řádu

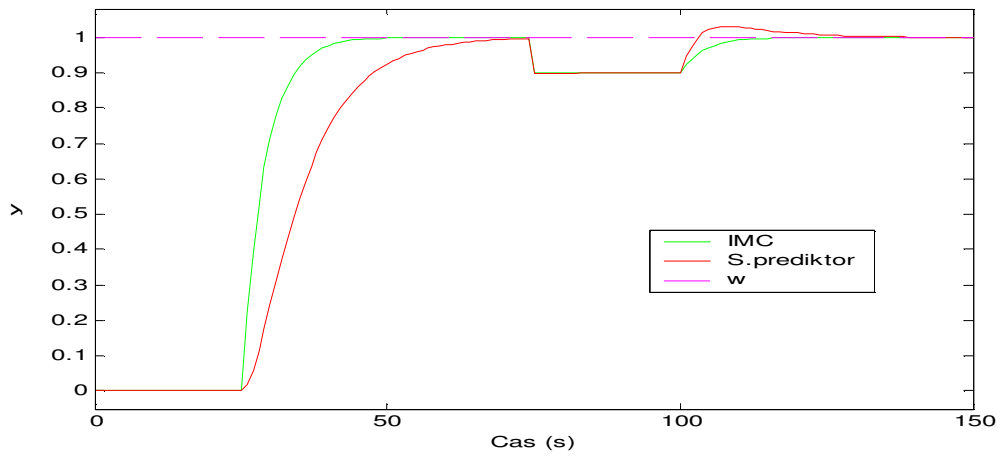


Obr. 64. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody

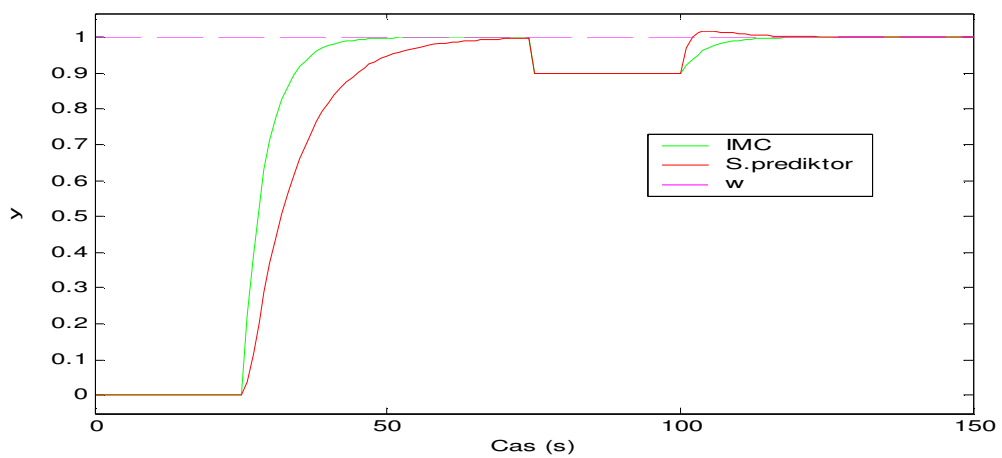
7.3.4 Soustava 9. nestabilní systém 1. řádu



Obr. 65. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody $\alpha = 0,1$



Obr. 66. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody $\alpha = 0,3$



Obr. 67. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody $\alpha = 0,8$

Vyhodnocení:

V poslední skupině jsem porovnal tři vybrané metody a to z první skupiny Smithův prediktor a z druhé skupiny metody Majhi + Atherton zjednodušený a IMC. Odezva systému řízení na skokovou změnu referenčního signálu při použití daných metod návrhu regulátorů a pro různé hodnoty T_d je zobrazena na obrázcích Obr. 62 - Obr. 67. Jako jediná má metoda Majhi + Atherton zjednodušená při vstupu poruchové veličiny překmit. Pro velmi malé dopravní zpoždění drží tato metoda s ostatními dvěmi krok a je i nejrychlejší a nejstabilnější. Ovšem při větším dopravním zpoždění viz Obr. 64, kdy je $T_d = 8$ se soustava již rozkmitá. V poslední soustavě již metoda není brána v úvahu kvůli nestabilitě. Je ale nutné zmínit, že každá metoda má jiné ladicí parametry a podrobnějším laděním těchto parametrů bychom určitě dosáhli lepších hodnot. Pro ukázkou jsem zvolil poslední soustavu, kde si můžeme porovnat vliv α na metodu Smithův prediktor vůči metodě IMC. Čím vyšší volíme parametr α , tím rychleji se nám systém ustaluje, a to i po vstupu poruchy do systému. Jako nejrychlejší a nejstabilnější z výše popsaných metod je metoda IMC.

ZÁVĚR

Cílem práce je srovnání různých návrhů řízení stabilních a nestabilních systémů s dopravním zpožděním. Ověřeny a srovnány jsou jak metody založené na Smithově prediktoru, tak i metoda využívající vnitřní model řízeného systému (IMC). Zkoumán je také algebraický návrh s použitím aproximací dopravního zpoždění (založených na linearizaci dopravního zpoždění pomocí Taylorova rozvoje) a následným řešením polynomiálních diofantických rovnic. U této algebraické metody jsou odvozeny vztahy pro výpočet parametrů regulátorů ve 2DOF konfiguraci systému řízení.

Metody jsou navzájem porovnány při řízení stabilního, nestabilního a integračního systému s různými hodnotami dopravního zpoždění. Dosažené výsledky jsou vykresleny v Obr. 30 - Obr. 67, aby bylo možno jednotlivé návrhy dostatečně srovnat a případně odlišit výrazně nedostačující metody.

V prostředí MATLAB 6.5 Release 13 od společnosti The Math Works Inc. je vytvořeno uživatelské prostředí pro snadné zadávání přenosu řízeného systému, výpočet parametrů regulátorů a následné spuštění simulace a vykreslení grafů. Zadávat lze přenos řízeného systému a případné volitelné parametry pro výpočet regulátorů.

Analýzou uvedených metod nelze jednoznačně určit výrazně nejlepší metodu. I když se jako nejlepší metoda jeví Smithův prediktor, musíme brát v potaz, že při praktickém použití jsme málokdy schopni zajistit totožnost řízené soustavy a jejího modelu, čímž jsou výsledky této metody částečně znehodnoceny. Dle autorova mínění se jako velmi spolehlivá jeví metoda IMC, kde lze regulátor navrhnout také jako robustní pomocí dolnopropustního filtru. Použité modifikace Smithova prediktoru sice poskytly o něco lepší výsledky při řízení nestabilní soustavy s dopravním zpožděním než při použití aproximace tohoto DZ a polynomiální metody, ovšem návrh regulátorů pro tyto modifikace je natolik složitý, že zůstává otázkou, zda mírné zlepšení průběhu výstupní veličiny vyváží komplikovaný výpočet.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Dostál, P., Bobál, V., Gazdoš, F.: Design of controllers for unstable time delay systems using polynomial method. In: 11th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation MED 2003, Rhodes, Greece, CD-ROM, 2003
- [2] Bobál, V., Böhm, J., Prokop, R., Fessl, J.: Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace. VUTIUM, Brno, 1999
- [3] Balátě, J.: Automatické řízení. BEN, Praha, 2003
- [4] Balátě, J.: Vybrané statě z automatického řízení. Učební texty vysokých škol, VUT Brno, Fakulta technologická ve Zlíně. ISBN 80-214-0793, 1996
- [5] Morávka, J.: Bodové aproximace přenosu dopravního zpoždění. In: XXI. Seminář ASŘ '98, Ostrava, Česká Republika, na Internetu, 1998
- [6] Dostál, P., Bobál, V., Sysel, M.: Design of controllers for integrating and unstable time delay systems using polynomial method. In: American Control Conference ECC '01, Anchorage, Alaska, USA, pp. 2773-2778, 2002
- [7] Morari, M., Zafiriou, E.: 'Robust Process Control', Prentice Hall, Englewood Cliffs, NY, 1989
- [8] Majhi, S., Atherton, D.P.: 'A new Smith Predictor and Controller for Unstable and Integrating Processes with Time Delay', *IEEE Conf. on Decision and Control*, 1341-1345, 1998
- [9] Liu, T., Cai, Y.Z., Gu, D.Y., Zhang, W.D.: 'New modified Smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay', *IEEE Proc. Control Theory Appl.*, 152(2), 238-246, 2005
- [10] Liu, X., Yang, Y.S., Wang, Q.G., Zheng, W.X.: 'A double two-degree-of-freedom control scheme for improved control of unstable delay processes', *Journal of Process Control*, 15(5), 605-614, 2005
- [11] Kučera, V.: Diophantine equations in kontrol – A survey, *Automatica*, Vol. 29, No.6, pp. 1361-75, 1993

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

$a(s), b(s)$	polynomy jmenovatele a čitatele přenosu systému
α	kořen charakteristického polynomu $d(s)$
deg	stupeň polynomu
$d(s)$	stabilní polynom pravých stran polynomiálních diofantických rovnic
$f(s)$	polynom dělitelný jmenovateli referenčního signálu $f_w(s)$ a poruchy $f_v(s)$
$f_w(s), h_w(s)$	jmenovatel a čítec přenosu referenčního signálu
$f_v(s), h_v(s)$	jmenovatel a čítec přenosu poruchy
$G(s)$	přenos regulovatelné soustavy
$n(s)$	polynom obsažený v charakteristickém polynomu $d(s)$
$p(s)$	jmenovatel přenosů regulátorů
$Q(s)$	přenos regulátoru
$q(s)$	čítec přenosu regulátoru $Q(s)$
$R(s)$	zpětnovazební regulátor
$r(s)$	čítec přenosu regulátoru $R(s)$
φT_d	fázový úhel.
s	komplexní proměnná
k	zesílení systému
e	regulační odchylka
u	akční zásah
v	porucha na vstupu do systému
w	referenční signál (žádaná hodnota)
y	řízený výstup (regulovaná veličina)
r_0, K, T_I, T_D	parametry PID regulátoru
DZ, T_d	dopravní zpoždění

PID	proporciálně-integrační-derivační regulátor
τ_1, τ_2, τ_3	časová konstanta
G_R	přenos referenčního signálu
$G_{IMC}(s)$	přenos regulátoru
G_C, G_{C1}, G_{C2}	přenos regulátoru
$G_{Td}(s)$	přenos dopravního zpoždění
FB	FeedBack
FDFW	FeedBack-FeedforWard
1DOF	obvod s jedním stupněm volnosti
2DOF	obvod se dvěma stupni volnosti

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1. Systém s DZ.....	10
Obr. 2. Pec s pásovým dopravníkem.....	12
Obr. 3. Dávkovač chemikálie do užitkové vody.....	12
Obr. 4. Vliv DZ na přechodovou charakteristiku.....	13
Obr. 5. Vliv DZ na frekvenční charakteristiku.....	15
Obr. 6. Srovnání přechodové odezvy nominální.....	18
Obr. 7. Srovnání přechodové odezvy nominální soustavy.....	19
Obr. 8. Srovnání přechodové odezvy nominální soustavy.....	20
Obr. 9. Obecný tvar Smithova prediktoru.....	22
Obr. 10. Majhiho modifikace Smithova prediktoru.....	24
Obr. 11. Modifikace Smithova prediktoru podle Liu + Cai + Gu + Zhang.....	25
Obr. 12. Zjednodušená Majhiho modifikace Smithova prediktoru.....	26
Obr. 13. Blokové schéma řízení s vnitřním modelem.....	28
Obr. 14. Schéma 1DOF konfigurace regulačního obvodu.....	31
Obr. 15. Schéma 2DOF konfigurace regulačního obvodu.....	36
Obr. 16. Hlavní okno programu.....	83
Obr. 17. O programu.....	83
Obr. 18. Volba typu řízeného systému.....	83
Obr. 19. Volba fázovosti systému.....	84
Obr. 20. Volba typu řízeného systému.....	84
Obr. 21. Zadání nestabilního systému 1. řádu.....	84
Obr. 22. Zadání integračního systému.....	85
Obr. 23. Zadání stabilního systému 2. řádu.....	85
Obr. 24. Náповěda pro alfa pro metody.....	85
Obr. 25. Náповěda pro Tf pro metodu IMC.....	86
Obr. 26. Náповěda pro Kp a Ti pro.....	86
Obr. 27. Náповěda pro alfa pro metodu.....	86
Obr. 28. Náповěda pro Lf a Lc pro metodu Liu.....	87
Obr. 29. Simulační okno.....	87
Obr. 30. Průběhy y(t) ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,1$	89
Obr. 31. Průběhy y(t) ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,2$	90

Obr. 32. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,3$	90
Obr. 33. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,1$	90
Obr. 34. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,2$	91
Obr. 35. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,3$	91
Obr. 36. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,1$	91
Obr. 37. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,2$	92
Obr. 38. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,3$	92
Obr. 39. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,1$	93
Obr. 40. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,2$	93
Obr. 41. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,3$	94
Obr. 42. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,1$	94
Obr. 43. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,2$	94
Obr. 44. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,3$	95
Obr. 45. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,1$	95
Obr. 46. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,2$	95
Obr. 47. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci pro Smithův prediktor, $T_d = 8, \alpha = 0,3$	96
Obr. 48. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 8, \alpha = 0,3$	96
Obr. 49. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,1$	97
Obr. 50. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,2$	97
Obr. 51. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 2, \alpha = 0,3$	98
Obr. 52. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,1$	98
Obr. 53. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,2$	98
Obr. 54. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci $T_d = 5, \alpha = 0,3$	99
Obr. 55. Průběhy $y(t)$ ve 2DOF konfiguraci pro Smithův prediktor $T_d = 8$	99
Obr. 56. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 2$	100
Obr. 57. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 5$	100
Obr. 58. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 8$	101

Obr. 59. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 2$	102
Obr. 60. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 5$	102
Obr. 61. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody, $T_d = 8$	102
Obr. 62. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody.....	103
Obr. 63. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody.....	104
Obr. 64. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody.....	104
Obr. 65. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody $\alpha = 0,1$	105
Obr. 66. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody $\alpha = 0,3$	105
Obr. 67. Průběhy $y(t)$ pro vybrané metody $\alpha = 0,8$	105

SEZNAM TABULEK

Tab. 1. Vztahy pro výpočet parametrů PID regulátoru $F(s)$	71
Tab. 2. Vztahy pro výpočet parametrů PID regulátoru $F(s)$	77

SEZNAM PŘÍLOH

P I: CD-ROM

PŘÍLOHA P I: CD-ROM

CD-ROM obsahuje: Diplomovou práci ve formátu PDF

Program „Systémy s dopravním zpožděním“