

Disertační práce

**Využití FEM pro návrh tvaru a konstrukce  
zemědělských pneumatik**

**Use of FEM to design the shape and construction of agricultural  
tires**

**Autor:** **Ing. Jan Kledrowetz**

**Studijní program:** P3909 Procesní inženýrství

**Studijní obor:** 3909V013 Nástroje a procesy

**Školitel:** doc. Ing. Jakub Javořík Ph.D.

**Oponenti:** prof. Dr. Ing. Libor Beneš  
doc. Ing. Soňa Rusnáková, Ph.D.  
doc. Ing. Jan Krmela, Ph.D.

© Jan Kledrowetz

Vydala **Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně** v edici **Doctoral Thesis Summary**.  
Publikace byla vydána v roce 2021

*Klíčová slova: Pneumatiky, metoda konečných prvků, MSC Marc/Mentat, pryžové kompozity*

*Key words: Tyres, finite element method, MSC Marc/Mentat, rubber composites*

Plná verze disertační práce je dostupná v Knihovně UTB ve Zlíně.

# **PODĚKOVÁNÍ**

Chtěl bych poděkovat doc. Ing. Jakubovi Javoříkovi, Ph.D. za odborné vedení, ochotu a cenné připomínky při řešení této práce.

## ABSTRAKT

První pneumatika, jakou známe dnes, byla vynalezena a patentována v roce 1888 J.B. Dunlopem. Poté se výroba pneumatik začala rychle rozšiřovat do celého světa. Od té doby byla vyvinuta do velice složitého a funkčního transportního prvku. S postupným rozšiřováním aplikací stoupaly nároky na její materiály a konstrukci. V poválečném období došlo zatím k největší změně v konstrukci, totiž výrobě radiální pneumatiky. V dalším období byla do výroby zavedena bezdušová pneumatika. V současné době jsou na pneumatiky kladeny obrovské nároky, ať už na rychlost, nosnost, ale především bezpečnost a spolehlivost.

Takový složitý výrobek, jakým pneumatika bezesporu je, nelze vyrábět bez důkladného vývoje. To zahrnuje i spoustu různých typů výpočtů, často velice složitých, které vyžadují hlubokou znalost matematiky a fyziky. S tím, jak se rozvíjela a zdokonalovala počítačová technologie, začala se prudce rozšiřovat nová metoda výpočtu pomocí tzv. konečných prvků, označována v angličtině FEM (Finite Element Method) nebo v češtině MKP (Metoda konečných prvků). Bylo vyvinuto mnoho softwarů, které jsou založeny na metodě konečných prvků. V průběhu let jejich vývoje zároveň dochází, mimo jiné, i k vývoji vhodných materiálových modelů.

Tato disertační práce se zabývá numerickou simulací zemědělských pneumatik. Ty jsou, oproti většině jiných typů pneumatik, výjimečné především svojí velikostí a velkou deformací při provozu. V dnešní době se většina pneumatik vyrábí s radiální konstrukcí. Proto se tato práce soustředí jen na ni.

První část je věnována výpočtu profilu pneumatiky. Tvar profilu se odvíjí od tvaru tzv. meridiánu. Vybrané pneumatiky jsou v této práci konstruovány tak, aby byl meridián v tzv. rovnovážném tvaru. Takový stav je popsán soustavou složitých matematických rovnic, které lze řešit jen numericky. V tomto novém návrhu je využito MKP softwaru k výpočtu tohoto tvaru bez nutnosti řešit manuálně tuto soustavu rovnic. Přesnost tohoto řešení byla ověřena porovnáním k meridiánu vypočítaným standardním analytickým způsobem u několika pneumatik různých konstrukcí a velikostí.

V další části je využito těchto meridiánů a je vytvořen model celé pneumatiky. Nejdříve 2D rotačně symetrický model, který je vhodný pro výpočet rotačně symetrických úloh, v tomto případě nahuštění pneumatiky požadovaným tlakem. Na tento výpočet navazuje, z tohoto modelu expandovaný, 3D model, který je dále zatížen radiální silou. Tvorba takového 3D modelu je velice snadná a výpočetně je úloha rychlá. Nevýhodou je, že pokud výpočet využívá výsledků z rotačně symetrického modelu, musí být jeho tvar, i když je modelován jako 3D, také rotačně symetrický. Dalším modelem, který byl vytvořen, je kompletní model reálné pneumatiky, tzn. i se skutečným tvarem dezénu. Tento model je složitější, nemůže využít výsledků z rotačně symetrické úlohy a tím pádem vyžaduje podstatně delší výpočetní časy. Výztužné vrstvy pneumatik, kostra a nárazníkový pás, jsou modelovány podle různých dostupných materiálových

modelů. Všechny verze modelů jsou porovnány se skutečným měřením rozměrů a radiální deformační charakteristikou, aby se vyhodnotilo nejpřesnější a nejefektivnější řešení.

# ABSTRACT

In 1888 J.B.Dunlop invented and was granted a patent on the first tyre as we know it today. After that, the tyre began to spread rapidly throughout the world. Since then, the tyre has developed into a very complex and functional transport component. With the gradual expansion of applications, the demands on materials and tyre construction increased. After 2<sup>nd</sup> World War, production of radial tyres began, which was the biggest change in the construction of tyres until then. Shortly afterwards, tubeless tyres were introduced. Nowadays, tyres are subject to enormous demands in terms of speed, load capacity and mainly safety and reliability.

Tyres are such a complex product that they are undoubtedly impossible to produce without a thorough development. This includes many different types of calculations, often very complex, requiring a deep understanding of mathematics and physics. As computer technology developed and improved, a finite element method-based systems began to expand rapidly. Over the years, appropriate material models have also developed significantly.

This thesis deals with numerical simulation of agricultural tyres. In comparison with most of other types of tyres, these are exceptional in their size and large deformation during operation. Nowadays, most tyres are manufactured with radial construction. Therefore, this work focuses only on it.

The first part is devoted to the calculation of the tyre profile. The shape of the tyre profile depends on the shape of a so-called meridian. In this work, selected tyres are designed so that the meridian is in the so-called equilibrium shape. Such state is described by a system of complex mathematical equations that can only be solved numerically. In this new method, standard FEM software is used to calculate this shape without having to solve manually this set of equations. The accuracy of this solution was verified by comparing it to the meridian calculated by a standard analytical method for several tyres of different designs and sizes.

In the next part, these meridians are used and model of the whole tire is created. First, a 2D axisymmetric model, which is suitable for the calculation of rotationally symmetric tasks; in this case inflating the tire with the required pressure. This calculation is followed by an expanded 3D model, which is further loaded with a radial force. Creating such 3D model is very easy and the computational demands are small. The disadvantage is that when the calculation uses results from an axisymmetric model, its shape, even if it is modelled as 3D, must also be axisymmetric. Subsequent model that was created is a complete model of a tyre with the real tread pattern. This model is more complex, it cannot use the results from the axisymmetric task and therefore requires much longer computational times. Reinforcing parts, carcass and belts, are described by various available material models. All versions are compared to the measurements of tyre dimensions under inflation and radial deformation characteristics in order to evaluate the most accurate and efficient solution.

# OBSAH

1. Současný stav řešené problematiky .....	10
1.1 Výroba radiální pneumatiky .....	12
1.1.1 Konfekce radiálních plášťů pneumatik .....	12
1.1.2 Lisování a vulkanizace .....	13
1.2 Výpočet tvaru meridiánu pneumatiky .....	14
1.2.1 Meridián radiálního pláště .....	15
1.3 Mechanické vlastnosti a zkoušení elastomerů .....	19
1.1.3 Popis hyperelastických deformací .....	21
1.1.4 Obecný vztah napjatosti .....	21
1.1.5 Matematické modely .....	25
1.1.6 Matematické modely používané ve FEM systémech .....	26
1.4 Mechanické vlastnosti kordů .....	30
1.4.1 Textilní výztužné materiály .....	30
1.4.2 Ocelové výztužné materiály .....	33
1.4.3 Mechanické vlastnosti kordů .....	34
1.5 Mechanika kompozitů .....	37
1.5.1 Anizotropní materiál .....	37
1.5.2 Ortotropní materiál .....	39
1.5.3 Izotropní materiál .....	42
1.5.4 Deformace materiálu .....	43
1.6 Numerické modely MKP .....	44
2. Cíle práce .....	46
3. Metody .....	47
3.1 Zvolené pneumatiky .....	47
3.2 Výpočet geometrie meridiánu .....	48
3.2.1 Vstupní data z geometrie pneumatiky .....	49
3.2.2 Vytvoření MKP modelu .....	51
3.2.3 Vyhodnocování meridiánu .....	53

3.3	Výpočet nahuštěné a zatížené pneumatiky .....	54
3.3.1	Vytvoření geometrie pneumatiky .....	54
3.3.2	Vytvoření sítě MKP modelu.....	55
3.3.3	Popis pryžových materiálů .....	56
3.3.4	Popis výztužných materiálů.....	56
3.3.5	Měření úhlu kordů .....	61
3.3.6	Definice okrajových podmínek .....	62
3.3.7	Změřené a vypočítané materiálové hodnoty výztužných vrstev .....	65
3.3.8	Vyhodnocování rozměrů a tuhosti.....	67
4.	Výsledky.....	69
4.1	Výsledky vypočítaných meridiánů .....	69
4.1.1	Porovnání meridiánů.....	69
4.2	Vypočítané rozměry nahuštěného pláště .....	72
4.2.1	540/65 R30.....	72
4.2.2	680/80 R42.....	73
4.2.3	800/70 R32.....	74
4.2.4	280/70 R18.....	74
4.2.5	480/65 R28.....	75
4.2.6	1250/50 R32.....	75
4.3	Výsledky radiální deformace .....	76
4.3.1	540/65 R30.....	76
4.3.2	680/80 R42.....	78
4.3.3	800/70 R32.....	80
4.3.4	280/70 R18.....	81
4.3.5	480/65 R28.....	83
4.3.6	1250/50 R32.....	84
5.	Diskuze výsledků .....	87
5.1	Výpočet meridiánu.....	87
5.2	Výpočet huštění pneumatiky.....	88
5.2.1	Vliv Youngova modulu výztužných vrstev .....	91



5.2.2	Vliv úhlu kordu nárazníku .....	93
5.2.3	Vliv šířky ráfku .....	94
5.2.4	Vliv délky meridiánu.....	95
5.2.5	Vliv zanedbání teplotního smrštění.....	97
5.2.6	Vliv pryžových materiálů.....	98
5.3	Výpočet radiální deformace pneumatiky .....	100
5.3.1	Vliv odchylek v modelu .....	103
6.	Přínos práce pro vědu a praxi .....	106
7.	Závěr .....	107
8.	Seznam použité literatury .....	108
9.	Seznam obrázků.....	114
10.	Seznam tabulek.....	116
11.	Seznam použitých symbolů a zkratk .....	117
12.	Publikační aktivity autora.....	120
13.	CV Autora.....	122

# 1. SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

Pneumatiky jsou již několik desetiletí neodmyslitelnou součástí dopravních prostředků. Termín „pneumatika“ značí plášť, popřípadě duši s vložkou, namontovaný na ráfek a naplněný tlakovým médiem. V tzv. bezdušovém provedení jde o plášť namontovaný na ráfek a nahuštěný. Z geometrického hlediska tvoří pneumatika uzavřený prstenec – toroid. Z mechanického hlediska se jedná o tlakovou nádobu, jejíž stěny jsou tvořeny pružnou membránou [1,2].

Hlavní funkce pneumatik jsou:

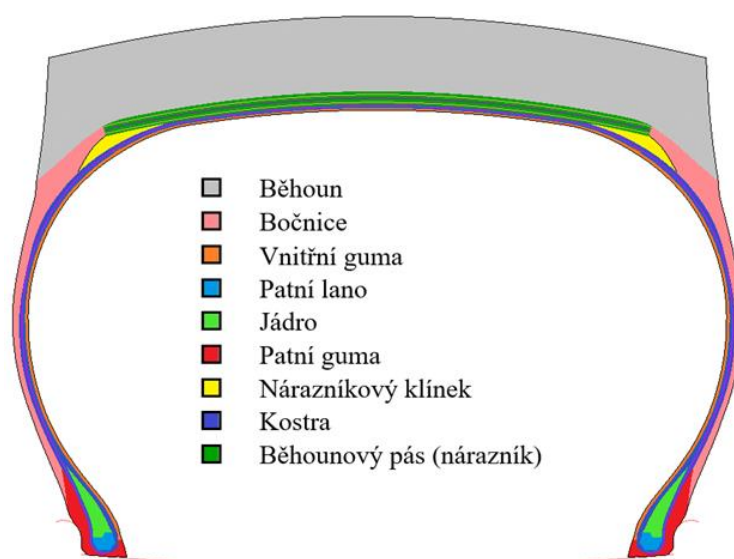
- Poskytují jediný kontakt mezi vozidlem a vozovkou.
- Zajišťují dostatečnou adhezi s povrchem vozovky.
- Umožňují přenos sil z vozidla na vozovku a tím i jeho ovládání.
- Tlumí nerovnoměrnosti vozovky.
- Poskytují komfort a bezpečnost posádky [3].

Pneumatika je složitý kompozitní prvek, který je složen z různých druhů pryže, textilních nebo ocelových kordů a ocelových drátů. Takto složitá konstrukce dělá z pneumatiky nehomogenní anizotropní těleso, které se popisuje matematicky velmi neskadno. Kromě toho jsou velmi velké rozdíly ve fyzikálních charakteristikách jednotlivých částí pneumatiky, vztahy mezi napětím a deformací jsou značně nelineární. Ani geometrii pneumatiky, i když se obvykle aproximuje osovou symetrií, nelze považovat za zrovna jednoduchou [4].

Většina dnešních pneumatik má tzv. radiální konstrukci. Tato konstrukce se používá u většiny druhů plášťů pneumatik, zejména pro osobní a nákladní vozidla. Důvodem je dokonalejší využití konstrukčních materiálů včetně ocelových kordů, a tím dosažení lepších jízdních vlastností a bezpečnosti pneumatik i efektivnosti v exploataci. Radiální pneumatiky, oproti diagonálním pneumatikám, také přispívají k úsporám pohonných hmot vlivem nižšího valivého odporu, mají lepší jízdní vlastnosti i stabilitu při vyšších rychlostech. Hlavní části radiální pneumatiky jsou následující (Obr. 1: Hlavní části běžné pneumatiky):

- Běhoun – je vrchní část pneumatiky, která je v kontaktu s povrchem vozovky. Musí poskytovat dostatečnou adhezi s vozovkou, mít vysokou odolnost proti opotřebení, malou hlučnost, nízký valivý odpor a dobře odvádět vodu. Pro zemědělské pneumatiky je také důležitý dobrý záběr na nezpevněném povrchu.
- Bočnice – chrání výztužné vrstvy v boční stěně pneumatiky před mechanickými a chemickými vlivy okolí.

- Vnitřní guma – tenká vrstva pryže uvnitř pneumatiky, která zabraňuje úniku vzduchu přes stěnu pneumatiky ven.
- Patní lano – svazek ocelových drátů zajišťující pevné ukotvení pneumatiky na ráfku.
- Jádro – vyplňuje prostor mezi vnitřními a vnějšími vrstvami kordů nad patním lanem. Materiál a výška jádra ovlivňuje jízdní vlastnosti pneumatiky.
- Patní guma – zajišťuje těsný kontakt mezi pneumatikou a ráfkem bez úniku vzduchu.
- Nárazníkový klínek – vrstva pryže mezi kostrou a koncem nárazníků, která redukuje smykové namáhání mezi nimi a umožňuje měnit zakřivení nárazníkového pásu.
- Kostra – textilní nebo ocelové vrstvy kordů propojující obě patní lana. Jsou položeny pod úhlem blízkým  $90^\circ$  vůči podélnému směru. Udrží tvar nahuštěné pneumatiky a přenáší síly z ráfku do běhounového pásu.
- Nárazníkový pás – několik navzájem se křížících textilních nebo ocelových vrstev kordů, jeho úkolem je zamezit nárůstu průměru běhounu, zlepšovat přenos sil hlavně v obvodovém směru, zvyšovat komfort a odolnost pláště proti průrazu.



Obr. 1: Hlavní části běžné pneumatiky

V současné době se k výpočtům pneumatik používají dva základní přístupy, a to model analytický a numerický, nejčastěji využívající metodu konečných

prvků (MKP). Pomocí MKP lze řešit i netypické nebo složitější modely a různorodé způsoby zatěžování.

Simulacím mechanických vlastností pneumatik při stlačení se hodně věnuje například prof. Korunovic ve svých člancích [5-7]. V článku [8] se věnuje problematice modelování kordů stejně jako Yianto [9], Hui-FENG [10], Ghoresihi [11], Usabiaga [12] nebo Han [13]. Studii profilu a zatížením pneumatik se také zabývá J.Krmela [14,15], J. Phromjan a C. Suvanjumrat [16] nebo R.M. Pidapardi [17,18]. Výpočty pneumatik metodou konečných prvků se také autoři zabývají v člancích [19-24]. Celkovou problematikou spojenou s pneumatikami se zabývá už dlouhá desetiletí časopis Tire Science and Technology, kde lze nalézt stovky článků na různé oblasti výpočtů.

## 1.1 Výroba radiální pneumatiky

Výroba pláště pneumatik je souborem následujících základních technologických procesů:

- Skladování a příprava surovin.
- Příprava kaučukových směsí.
- Příprava polotovarů vytlačováním.
- Příprava polotovarů válcováním.
- Konfekce pláště pneumatik.
- Lisování a vulkanizace.
- Úpravy z vulkanizovaných pláště pneumatik a jejich skladování.

Velmi důležitou součástí všech základních technologických procesů je kontrolní činnost, jejímž cílem je zajistit dosažení předepsaných parametrů výrobku na každém technologickém stupni. Jednotlivé části jsou podrobně popsány např. v [1]. Z hlediska zaměření této disertační práce a použitých metodik je nejdůležitější částí konfekce pláště pneumatik spolu s lisováním a vulkanizací.

### 1.1.1 Konfekce radiálních pláště pneumatik

Nez vulkanizovaný plášť pneumatiky se připravuje na konfekci. Konfekce radiálních pneumatik se obvykle rozděluje na jednostupňovou a dvoustupňovou [1]

Při **dvoustupňové konfekci** se surový plášť zhotoví na dvou konfekčních strojích. Nejprve se na konfekčním bubnu vyrobí kompletní kostra pláště ve tvaru válce. Kordové vložky jsou uloženy tak, že nitě směřují radiálně od patky k patce. V dalším stupni konfekce, která se provádí na dalším speciálním stroji, se pokládá na vydutou kostru nárazníkový pás, bočnice a běhoun. Vydutí kostry zajišťuje pryžová membrána na konfekčním stroji.

Tento postup je nutný proto, že tvar obdobný konfekci diagonální by nebylo možné použít, protože tuhý výztužný pás by neumožnil další vyduť pláště při lisování a došlo by k destrukci kostry nebo nárazníkového pásu, a tím k poškození nebo zničení celého pláště pneumatiky.

Při **jednostupňové konfekci** (Obr. 2) jsou všechny operace prováděny na jednom konfekčním stroji. Při jednostupňové konfekci je nespornou výhodou to, že výroba kostry pláště i položení výztužného pásu probíhá právě jen na jednom konfekčním stroji.



Obr. 2: Jednostupňová konfekce radiálního pláště [25]

### 1.1.2 Lisování a vulkanizace

Vulkanizace je proces, při němž se mění kaučuková směs v pryž vznikem chemických vazeb, obvykle při zvýšené teplotě. V pneumatikářské výrobě probíhá vulkanizační proces při teplotách 150 až 200 °C, podle druhu vulkanizovaných pláštů a technologických podmínek daného výrobního závodu.

Pláště pneumatik se vulkanizují ve vulkanizačních lisech (Obr. 3). Existuje více typů vulkanizačních lisů, zde je uveden obecný postup vulkanizace. První operací je vložení nevulkanizovaného (surového) pláště do připravené formy. Při zavírání lisu je do membrány vpuštěna horká pára, která zajišťuje vydouvání pláště. Pára má zde tedy dvojí funkci. Jednak slouží k vydouvání pláště a také je vulkanizačním médiem. Vlivem přestupu tepla z horké membrány a ze stěn formy do pláště dochází k vulkanizaci pláště. Za vysokého tlaku a teploty je surový plášť natlačen na stěny formy a je vytvořen jeho tvar. Až je plášť dostatečně zvulkanizován, dojde k uvolnění tlaku v membráně a lis je otevřen. Horký zvulkanizovaný plášť je vyjmut z formy a umístěn na dopravník.



Obr. 3: Pneumatika v otevírající se formě po ukončení lisovacího cyklu

## 1.2 Výpočet tvaru meridiánu pneumatiky

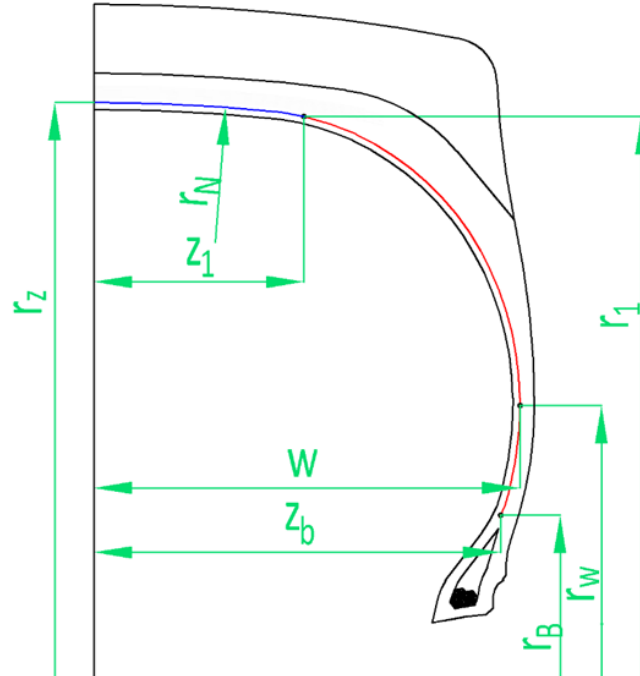
Jedním z prvních kroků při návrhu nové pneumatiky je určení tvaru nahuštěné pneumatiky. Tomuto kroku musí předcházet stanovení typu a rozměru pneumatiky i ráfku. Při nahuštění pneumatiky dochází k expanzi kostry, která ve výsledku zaujme tvar vyhovující obecnému principu minimální energie. Takový tvar se nazývá rovnovážný. Profil pneumatiky zároveň určuje napěťové vztahy v pneumatice.

První významná teoretická práce o rovnovážném tvaru byla představena Purdym v roce 1928, ale byla publikována až v roce 1963. Purdy popsal rovnovážný tvar pomocí hypereliptického integrálu [26]. Další teorie publikovali v padesátých letech například Biděrmán [27] nebo Hofferbert [28]. Teorie rovnovážného tvaru byla poté ještě zdokonalena Koutným [29] nebo Bauerem [30]. Tyto teorie jsou většinou založeny na membránovém modelu, který předpokládá, že kostra má nulovou ohybovou tuhost. Pryžové části pneumatiky, resp. tloušťky stěny jsou tedy zanedbány a rovnovážný tvar je určen rovnicí membrány, tzv. meridiánu.

Koutný uvažuje, že energie nahuštěné pneumatiky při nulové rychlosti se skládá z elastické energie stěny a energie vzduchu stlačeného v dutině pneumatiky,  $E_{pot} = E_{elast} + E_{air}$ , přičemž energii  $E_{elast}$  lze zde považovat za

zanedbatelnou. Pak lze stěnu pneumatiky redukovat na rotační plochu, jejíž konečný tvar je plně určen sítí kordů kostry [4].

Meridián radiální pneumatiky se skládá ze dvou částí, z oblouku kružnice o poloměru nárazníku  $r_N$  která sahá od zenitu ( $r_Z, 0$ ) k bodu ( $r_I, z_I$ ), a extrémály, která vychází z bodu ráfku ( $r_B, z_B$ ), dotýká se tečny v nejširším místě meridiánu a tečně navazuje v bodě ( $r_I, z_I$ ) na oblouk kružnice (Obr. 4).



Obr. 4: Základní parametry výpočtu meridiánu

### 1.2.1 Meridián radiálního pláště

Pneumatika je rotační tlaková nádoba, v jejíž stěně účinkem vnitřního tlaku  $p$  vzniká napětí. Tensor napětí má obecně 9 složek  $\sigma_{ij}$ , kde  $i, j = 1, 2, 3$  a je symetrický, tj. platí, že  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ , v důsledku čehož se redukuje počet nezávislých složek na 6. Určení tenzoru napětí v každém bodě pneumatiky je základní úlohou, která je však velice obtížně řešitelná. Podstatné zjednodušení znamená předpoklad rovinné napjatosti, kdy zbývají určit 3 veličiny  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$ .

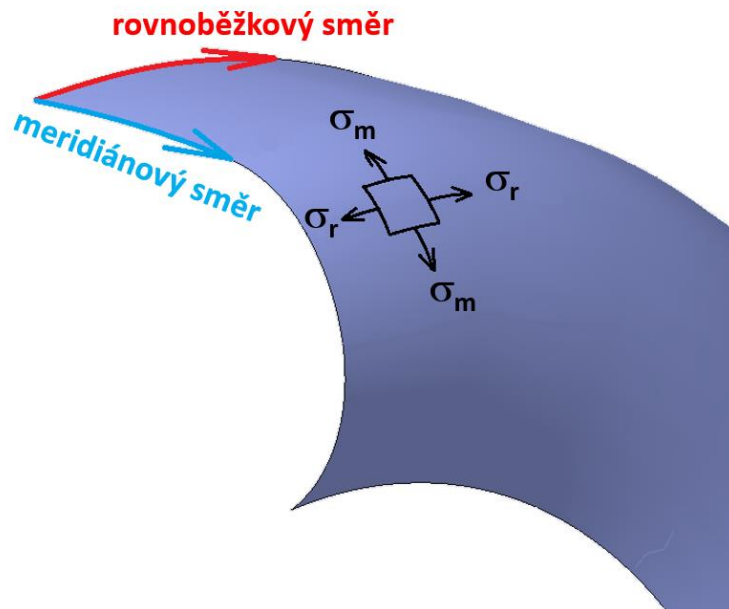
Hlavní napětí ve stěně působí ve směrech hlavní křivosti (smykové napětí je v těchto směrech nulové), takže pro rovnováhu ve směru normály platí tzv. Laplaceova rovnice:

$$\frac{\sigma_m}{R_m} + \frac{\sigma_r}{R_r} = p \quad (1)$$

Kde  $\sigma_{11} = \sigma_m$ ,  $\sigma_{22} = \sigma_r$  jsou napětí ve směru meridiánu a rovnoběžky a  $R_m$  a  $R_r$  jsou příslušné poloměry křivosti (Obr. 5)

$$\frac{1}{R_m(r)} = \frac{d \sin \mu(r)}{d_r} \quad (2)$$

$$R_r(r) = \frac{r}{\sin \mu(r)} \quad (3)$$



Obr. 5: Hlavní směry a napětí vyznačené na meridiánu

Průmět síly působící na prsteneц vyříznutý rovnoběžkami o poloměrech  $r$  a  $r_w$  do směru osy rotace je dle Obr. 6:

$$F_p = p \cdot \pi \cdot (r^2 - r_w^2) \quad (4)$$

Napětí na rovnoběžce o poloměru  $r$  vyvolá ve směru osy rotace sílu:

$$F_\sigma = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma_m(r) \cdot \sin \mu_r \quad (5)$$

Porovnáním  $F_p$  a  $F_\sigma$  a vyjádřením tlaku  $p$  dostaneme

$$p = \frac{\sigma_m(r) \cdot 2 \cdot r \cdot \sin \mu_r}{r^2 - r_w^2} \quad (6)$$





Protože však pro radiální pneumatiku platí

$$\mu(r_z) = -\frac{\pi}{2} \quad (12)$$

Pak rovnice (11) má tvar

$$\sin \mu(r) = \frac{(r^2 - r_w^2)}{r_z^2 - r_w^2} \cdot \exp\left(-\int_r^{r_z} \frac{A}{r} dr\right) \quad (13)$$

Protože směrnice tečny k meridiánu je derivací, pak tato rovnice umožňuje výpočet meridiánu

$$z' = f'(r) = \operatorname{tg} \mu(r) = \frac{\sin \mu(r)}{\sqrt{1 - (\sin \mu(r))^2}} \quad (14)$$

Integrací

$$z = f(r) = \int \operatorname{tg} \mu(r) dr \quad (15)$$

Pro radiální kostru platí, že

$$\sigma_r \ll \sigma_m \quad (16)$$

Pak můžeme ze vztahu (9) uvažovat, že  $A=0$  a rovnice (13) přechází na

$$\sin \mu(r) = -\frac{r^2 - r_w^2}{r_z^2 - r_w^2} \quad (17)$$

A tím už dostaneme vyjádření meridiánu radiální pneumatiky

$$z = f(r) = -\int_{r_B}^{r_1} \frac{(r^2 - r_w^2)}{\sqrt{(r_z^2 - r_w^2)^2 - (r^2 - r_w^2)^2}} dr \quad (15)$$

Kde

$r_1$  je poloměr, kde tečně navazuje extrémála na oblouk kružnice o poloměru  $r_N$ .

$r_b$  je poloměr bodu ráfku.

$r_w$  je poloměr nejširšího místa.

$r_z$  je poloměr meridiánu v zenitu.

$z$  je poloviční šířka meridiánu na poloměru  $r$ , kde  $r_B \leq r \leq r_z$ .

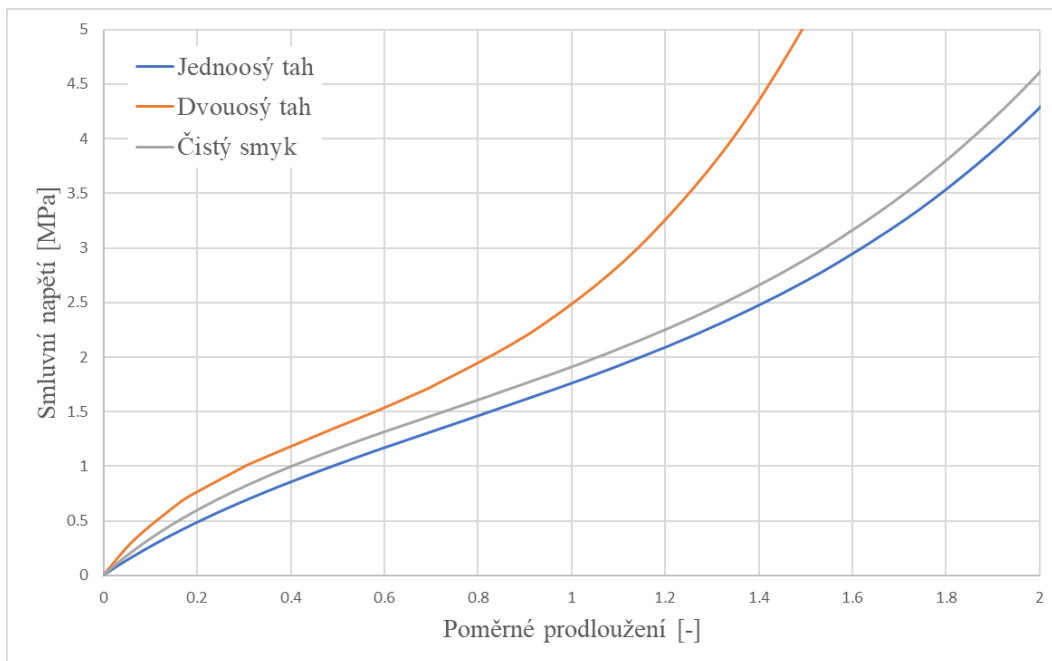
Rovnovážný tvar pláště je vepsán do obdélníku daného šířkou a průměrem pláště. Na začátku výpočtu je tedy znám poloměr  $r_z$ , největší šířka  $w$  (nikoliv však  $r_w$ ) a poloměr  $r_N$ . Zbylé parametry rovnice, tzn.  $r_l$  a  $r_B$  jsou neznámé. Parametr  $r_B$  je závislý na použitém ráfku a je počítán na začátku výpočtu.

Je zřejmé, že k řešení soustavy rovnic eliptických integrálů bude potřeba pokročilých numerických řešení. Tato teorie je popsána v několika zdrojích [4, 29, 31, 32] Navrhováním tvaru pneumatiky se také zabývá například Nakajima [33-36] a ostatní autoři v článcích [37-43].

### 1.3 Mechanické vlastnosti a zkoušení elastomerů

Elastomery se vyznačují některými charakteristickými rysy, kterými se výrazně odlišují od většiny ostatních, ideálně elastických materiálů. Souhrn těchto vlastností je často nazýván jako hyperelastická a tyto materiály pak považujeme za hyperplastické. Hlavními znaky hyperelasticity jsou [44]:

- Dosažitelné elastické (vratné) deformace jsou veliké, několikanásobně vyšší než u ideálně elastických látek. Tažnost (protažení při přetržení) dosahuje několika stovek procent původní délky.
- Materiál se deformuje již působením malých sil. Poměr napětí a deformace v oblasti malých deformací je přibližně deset tisíckrát menší než u ideálně elastických látek.
- Objemová tuhost většiny elastomerů je velmi vysoká. Objemový modul pružnosti dosahuje hodnot řádově stovek až tisíců MPa, a s uvážením předchozího bodu (tj. malého poměru napětí k deformaci) se pak Poissonův poměr blíží hodnotě  $\mu=0,5$  (v závislosti na obsahu plniv). To znamená, že většinu takovýchto materiálů lze považovat za objemově nestlačitelné.
- Závislost napětí na deformaci není lineární. Průběh této závislosti má zpravidla charakteristický esovitý průběh (Obr. 7).



Obr. 7: Typické tahové křivky pryže při různých módech zatěžování

Dalším specifickým rysem elastomerů je časová závislost deformace [45]. Elastické deformační přeměny mají určité zpoždění, protože jsou brzděny vnitřními viskózními odpory uvnitř kaučukové hmoty. Deformační chování těchto materiálů má obecně elastické i viskózní projevy současně. Takové chování se označuje jako viskoelastické. Mechanické chování elastomerů je také velmi závislé na teplotě.

Při nízkých teplotách (pod  $-50^{\circ}\text{C}$ ) tuhost materiálu výrazně roste a může se blížit vlastnostem kovů. Naopak při vysokých teplotách (nad  $100^{\circ}\text{C}$ ) dochází k velkému poklesu tuhosti [46]. Z tohoto popisu je patrné, že pro použití Hookeova zákona nejsou splněny dvě základní podmínky:

- Závislost napětí na deformaci není lineární.
- Dochází k velkým posunutím a deformacím, větším než 2%.

Přesto je tento vztah s dostatečnou přesností použitelný v aplikacích, kde se nepředpokládají větší deformace zatěžovaného prvku. Pro přesné výpočty a pro případy větších deformací je nutné použít nelineárního popisu závislosti napětí-deformace [47].

### 1.1.3 Popis hyperelastických deformací

Jak již bylo zmíněno, u elastomerů není vhodné používat Hookův zákon. Místo něj je napětíový vztah definován hustotou deformačního potenciálu.

Hustota deformačního potenciálu je definována takto:

$$W = W(I_1, I_2, I_3\{M\}) \quad (16)$$

nebo jako

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\{M\}) \quad (17)$$

kde  $I_i$  jsou invarianty pravého Cauchy-Greenova tenzoru deformace,  $\lambda_i$  jsou hlavní poměrná protažení a  $\{M\}$  je množina materiálových konstant.

Poměrné protažení je poměrem deformované délky k původní délce.

$$\lambda = \frac{L}{L_0} = \frac{L + \Delta u_0}{L_0} = 1 + \varepsilon_E \quad (18)$$

kde  $\Delta u$  je nárůstek délky a  $\varepsilon_E$  je odpovídající poměrná deformace.

Deformační invarianty  $I_i$  jsou definovány vztahy:

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \cdot \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (19)$$

Jestliže je materiál nestlačitelný, pak  $I_3 = I$

Poměrná změna objemu  $J$  je poměrem nového k původnímu objemu [44]:

$$J = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = \frac{V}{V_0} \quad (20)$$

### 1.1.4 Obecný vztah napjatosti

Vztah mezi napětím a deformací získáme z funkce deformačního potenciálu, vyjádřením „virtuální“ práce, uvažované jako:

$$\delta W = \frac{s_1}{\lambda_1} \cdot \frac{\delta W}{\lambda_1} \cdot \delta \lambda_1 \quad (21)$$

Pro skutečné napětí  $s_i$  platí:

$$s_i = 2 \cdot \left[ \lambda_1^2 \cdot \frac{\delta W}{\delta I_1} - \frac{1}{\lambda_1^2} \cdot \frac{\delta W}{\delta I_2} \right] + P \quad (22)$$

Množství  $P$  udává nspecifikovaný tlak.  $P$  se stanovuje na základě známých hodnot  $s$  a  $\lambda$  při základních módech zatěžování.

### Jednoosá napjatost

Při jednoosé napjatosti (Obr. 8) působí na daný prvek tahová síla v jednom směru. Jednoduché prodloužení je definováno poměrným protažením, kdy

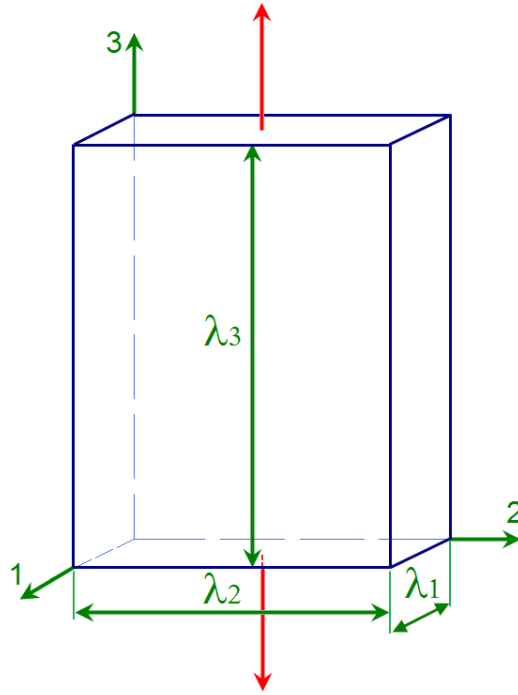
$$\lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-\frac{1}{2}} \quad (23)$$

Tato deformace vyplývá ze stavu nestlačitelnosti, kdy objem zůstává nezměněn,

a tudíž  $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1$ . Pro tento stav napětí, kde jsou boční strany daného vzorku nezatížené, platí  $s_2 = s_3 = 0$  a rovnice pro tyto napětí se stane rovnicí neznámého stlačení  $P$ :

$$s = 2 \cdot \left[ \frac{\delta W}{\delta I_1} + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\delta W}{\delta I_2} \right] \cdot \left( \lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (24)$$

kde  $s$  je skutečné napětí. Tato rovnice je „velko-deformační“ ekvivalent Hookova zákona,  $s = E \cdot \varepsilon$  aplikovaného při malých deformacích [44,48].



Obr. 8: Jednoosá napjatost

### Biaxiální napjatost

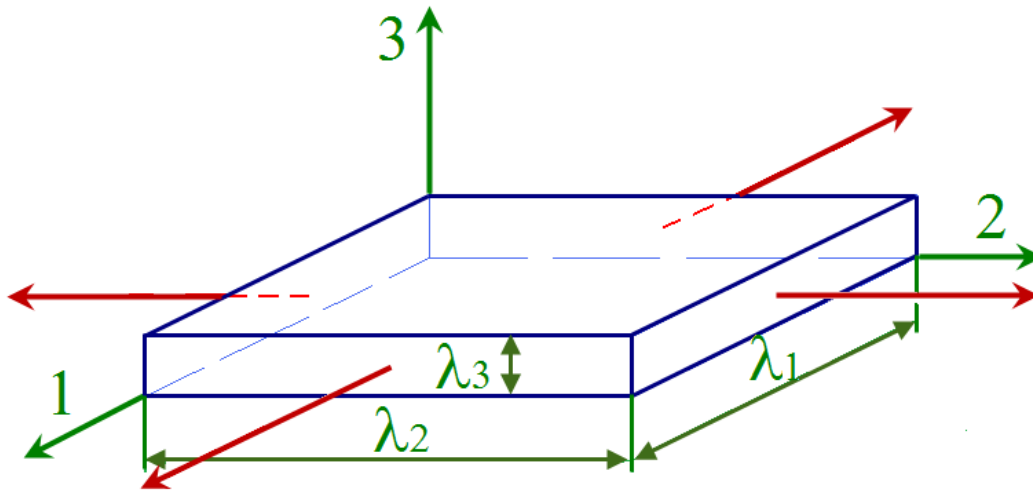
Poměrné protažení je dáno  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda, \lambda_3 = \lambda^{-2}$ . Napětí  $s_3$  je rovno nule, neboť tato strana prvku je nezatížená. Následně stlačení přechází na:

$$P = -2 \cdot \left( \frac{1}{\lambda^4} \cdot \frac{\delta W}{\delta I_1} - \frac{1}{\lambda^4} \cdot \frac{\delta W}{\delta I_2} \right) \quad (25)$$

Napětí  $s_1$  a  $s_2$  jsou dány jako:

$$s_1 = s_2 = 2 \cdot \left( \frac{\delta W}{\delta I_1} + \lambda^2 \cdot \frac{\delta W}{\delta I_2} \right) \cdot \left( \lambda^2 - \frac{1}{\lambda^4} \right) \quad (26)$$

Na Obr. 9 jsou znázorněny protažení u tenkého čtvercového prvku v biaxiálním napětí.



Obr. 9: Působení biaxiálního napětí na tenkostěnný prvek

### Čistý smyk

Tento stav je definován jako napětí působící ve směru 1 v takové formě, že je zabráněno změně šířky ve směru 2, tzn.  $\lambda_2 = 1$  (Obr. 10). Při smykové deformaci linie rovnoběžná s jednou z hlavních os nepodléhá žádnému prodloužení. Název „čistý“ znamená, že hlavní osy nerotují během deformace. Výška daného vzorku ve vertikálním směru, směru namáhání, je značně menší než horizontální šířka  $w$  ve směru druhém, a to řádově méně než jedna desetina  $w$ . Dlouhé horizontální svorky zabraňují kontrakci vedlejších stran vzorku a dochází k napětí ve vertikálním směru. Smyk vzniká v příčné rovině pod úhlem  $45^\circ$ .

Poměrné prodloužení je při deformaci

$$\lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = \lambda^{-1},$$

a napětí

$$s_3 = 0.$$

Napětí  $s_2$  je vyvoláno tuhými svorkami (které brání kontrakci), takže nulové není. Tlak  $P$  je pak:

$$P = -2 \cdot \left( \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{\delta W}{\delta I_1} - \lambda^2 \cdot \frac{\delta W}{\delta I_2} \right) \quad (27)$$

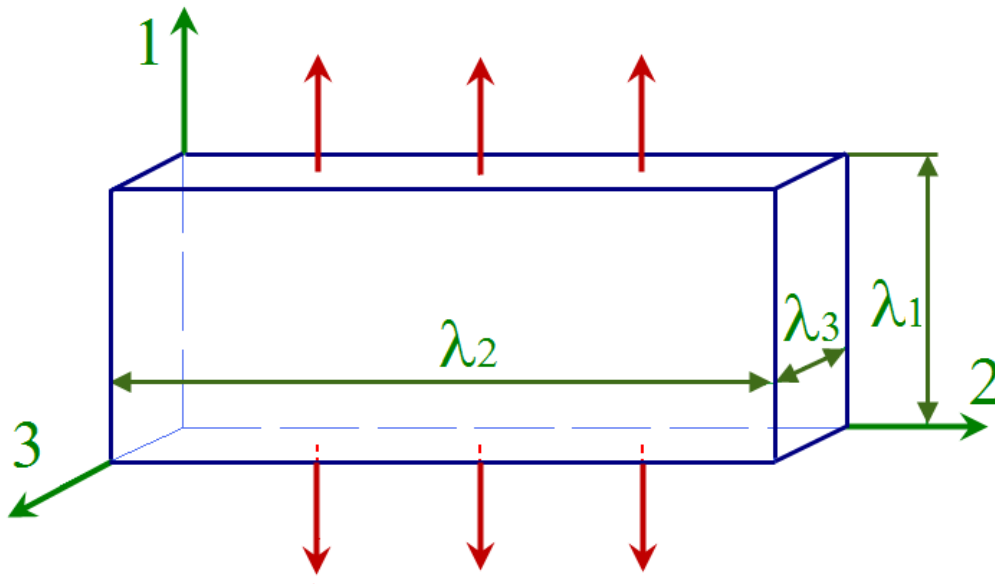
Napětí  $\sigma_1$  v protahovaném směru je:

$$s_1 = s = 2 \cdot \left( \frac{\delta W}{\delta I_1} + \frac{\delta W}{\delta I_2} \right) \cdot \left( \lambda^2 - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (28)$$

Vedlejší napětí [44]:



$$s_2 = 2 \cdot \left( \frac{\delta W}{\delta I_1} + \lambda^2 \cdot \frac{\delta W}{\delta I_2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (29)$$



Obr. 10: Čistý smyk

### 1.1.5 Matematické modely

#### Rozdělení modelů

Modely můžou být rozděleny do dvou základních skupin [44]:

- Mikromechanické modely vnitřní struktury elastomerů založeny na prvním deformačním invariantu, které jsou vhodné pro téměř nestlačitelné nebo nestlačitelné materiály. V tomto modelu mají materiálové konstanty svůj jednoznačný fyzikální význam. Patří sem například Arruda-Boyce nebo Gent modely.
- Fenomenologické modely jsou navrženy pouze na základě pozorování deformačně napěťového chování elastomerů na makroskopické úrovni. Patří sem například Polynomický, Mooney-Rivlin, Yeoh model, které jsou založeny prvním nebo druhým deformačním invariantu. Modely Neo-Hookean a Ogden jsou vhodné pro nestlačitelné materiály.

### 1.1.6 Matematické modely používané ve FEM systémech

Jednotlivé modely se od sebe liší definicí funkce hustoty deformační energie  $W$ . Tvary funkce  $W$  jsou většinou pojmenovány po svých autorech. Níže popsané elastomerní vztahy uvažují s objemovou nestlačitelností materiálů, lze je tedy zanedbat, a proto také neuvažujeme třetí invariant.

#### *Polynomický model*

Polynomická funkce je založena na prvním a druhém deformačním invariantu. Jedná se o fenomenologický model, jenž má tvar:

$$W = \sum_{i+j=1}^N c_{ij} \cdot (I_1 - 3)^i \cdot (I_2 - 3)^j \quad (30)$$

kde  $c_{ij}$  jsou materiálové konstanty,  $N$  může mít hodnotu od jedné do nekonečna, ale obvykle se hodnoty větší než tři nevyskytují. Tento model může být aplikován až do 300% deformace.

#### *Mooney - Rivlin*

Ve 40. letech 20. století Money navrhnul fenomenologický model se dvěma parametry, které jsou založeny na předpokladu lineárních závislostí mezi zatížením a smykem během jednoduché smykové deformace. V 50. letech Rivlin pozměnil Mooneyho model, aby získal obecnou funkci deformační energie vyjádřenou pomocí deformačních invariantů.

Používají se dvou, tří, pěti a devítiparametrové Mooney – Rivlin modely. Ty mohou být chápány jako zvláštní případy polynomického modelu [44].

Dvouparametrový model je ekvivalentní polynomické funkci s  $N = 1$ . Jedná se o jeden z nejpoužívanějších modelů.

$$W = c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) \quad (31)$$

Tříparametrový model je ekvivalentní polynomické funkci s  $N = 2$  a  $c_{20} = c_{02} = 0$ :

$$W = c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) + c_{11} \cdot (I_1 - 3) \cdot (I_2 - 3) \quad (32)$$

Pětiparametrový model je ekvivalentní polynomické funkci s  $N = 2$ :

$$W = c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) + c_{20} \cdot (I_1 - 3)^2 + c_{11} \cdot (I_1 - 3) \cdot (I_2 - 3) + c_{02} \cdot (I_2 - 3)^2 \quad (33)$$

Devítiparametrový model je ekvivalentní polynomicke funkci s  $N = 3$ :

$$\begin{aligned}
 W = & c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) + c_{20} \cdot (I_1 - 3)^2 + c_{11} \cdot (I_1 - 3) \\
 & \cdot (I_2 - 3) + c_{02} \cdot (I_2 - 3)^2 + c_{30} (I_1 - 3)^3 \\
 & + c_{21} (I_1 - 3)^2 \cdot (I_2 - 3) + c_{12} (I_1 - 3) \cdot (I_2 - 3)^2 \\
 & + c_{03} (I_2 - 3)^3
 \end{aligned} \tag{34}$$

Dvouparametrový Mooney – Rivlin model je vhodný pro 90 – 100% tahové deformace, ale není vhodný pro charakteristiku chování materiálu při stlačení. Pěti a devítiparametrové modely mohou být použity i pro deformace kolem 200%.

### ***Yeoh***

Yeoh model je podobný polynomicke, ale je založen jen na prvním invariantu. Je náročnější na vyhodnocování a neposkytuje tak přesné výsledky. Výhodou je jeho jednoduchost. Je definován takto:

$$W = \sum_{i=1}^N c_{i0} \cdot (I_1 - 3)^i \tag{35}$$

Yeoh model je obvykle uvažován s  $N = 3$ . Tříparametrový Yeoh model obecně poskytuje dobré výsledky pro deformace velkého rozsahu, i když nemusí být přesný pro nižší hodnoty [44].

### ***Neo - Hookean***

Tento model patří k nejstarším a k nejjednodušším modelům. Můžeme ho brát jako podmnožinu polynomicke funkce pro  $N = 1$ ,  $c_{01} = 0$ ,  $c_{10} = \mu/2$ . Vychází z termodynamických principů a ze statistického přístupu k modelování vnitřní struktury elastomerů. Model není schopen přesně popsat závěrečnou vyztužovací fázi napěťově deformační odezvy elastomerů. Model vykazuje lineární chování při smykové deformaci.

Model je použitelný v rozsahu 30-40% deformací v jednoosém namáhání a v 80-90% v čistém smyku.

Je definován takto:

$$W = \frac{\mu}{2} \cdot (I_1 - 3) \tag{36}$$

kde  $\mu$  je počáteční smykový modul, který získáme ze vztahu:

$$\mu = n \cdot k \cdot T \quad (37)$$

kde  $n$  je počet polymerních řetězců v jednotkovém objemu,  $k$  je Boltzmanova konstanta a  $T$  je absolutní teplota [44].

### **Arruda – Boyce**

Arruda-Boyce model, také známý jako osmiřetězový, je založený na mikromechanice vnitřní struktury elastomerů. Tento model může být považován za rozšíření modelu Yeoh pro  $N = 5$ , kde konstanty mají reálný význam.

$$W = \mu \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{\lambda_L^{2i-2}} \cdot (I_1^i - 3^i) \quad (38)$$

kde konstanty  $C_i$  jsou definovány takto:

$$C_1 = \frac{1}{2}, C_2 = \frac{1}{20}, C_3 = \frac{11}{1050}, C_4 = \frac{19}{7000}, C_5 = \frac{519}{673750} \quad (39)$$

kde  $\mu$  je počáteční smykový modul a  $\lambda_L$  je tzv. „limitní protažení“ sítě mikromechanického modelu struktury materiálu, při němž se už síť dál neprotahuje a napětí se začíná blížit nekonečnu. Pokud se  $\lambda_L$  rovná nekonečnu, forma Arruda-Boyce přechází na Neo-Hookean. Tento model je vhodný pro deformaci až do 300 %.

### **Gent**

Tento model je také mikromechanický podobně jako u Arruda – Boyce. Užívá také konceptu limitního síťového protažení, nevychází však z modelu vnitřní struktury elastomerů.

$$W = \frac{E \cdot I_m}{2} \cdot \ln \left( 1 - \frac{I_1 - 3}{I_m} \right) \quad (40)$$

kde  $E$  je počáteční modul pružnosti, pro nestlačitelné materiály roven  $3\mu$ .  $I_m$  je limitní hodnota členu  $I_1 - 3$ , v Arruda – Boyce modelu analogická s  $\lambda_L$ . Jestliže hodnota přirozeného logaritmu narůstá, výsledná forma se podobá modelu Yeoh. Když  $I_m$  je rovno nekonečnu, pak model přejde na model Neo – Hookean. V Gent modelu se vystačí s pouze dvěma materiálovými konstanty a je schopen postihnout závěrečnou vyztužovací fázi napětíově deformační odezvy [44].

## ***Ogden***

Ogden model je další fenomenologický model, který je vyjádřen v hodnotách hlavního protažení. Poměrně dobře vystihuje chování i při větších deformacích.

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} \cdot (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (41)$$

kde  $\mu_i$ ,  $\alpha_i$  jsou materiálové konstanty a hodnota  $N$  zpravidla nebývá větší než 3.

Ogden model je při  $N = 1$  a  $\alpha_1 = 2$  roven Neo – Hookean modelu, pokud  $N = 1$ ,  $\alpha_1 = 2$  a  $\alpha_2 = -2$ , pak se jedná o dvou-parametrový Mooney – Rivlin model. Tento model může být použit až do 700% deformace [44].

Mezi další modely, které vycházejí z polynomického modelu, patří:

### ***2nd – order invariant***

$$W = c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) + c_{11} \cdot (I_1 - 3) \cdot (I_2 - 3) + c_{20} (I_1 - 3)^2 \quad (42)$$

### ***3rd – order deformation***

$$W = c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) + c_{11} \cdot (I_1 - 3) \cdot (I_2 - 3) + c_{20} (I_1 - 3)^2 + c_{30} (I_1 - 3)^3 \quad (43)$$

### ***Signiorini***

$$W = c_{10} \cdot (I_1 - 3) + c_{01} \cdot (I_2 - 3) + c_{20} (I_1 - 3)^2 \quad (44)$$

## 1.4 Mechanické vlastnosti kordů

Kordové tkaniny plní klíčovou funkci výztuže řady gumárenských výrobků a zásadním způsobem ovlivňují jejich výslednou kvalitu. V gumárenské výrobě se používají vlákna přírodní i chemické a stále ve větší míře vlákna hutnické. Z hlediska materiálové podstaty se výstužné materiály používané pro konstrukci pláštěů dělí na [49]:

- Textilní výstužné materiály
- Ocelové výstužné materiály

### 1.4.1 Textilní výstužné materiály

Základní formou textilních výstužných materiálů používaných v gumárenském průmyslu jsou kordové nitě, které se vyrábějí skaním. Kordová nit je hrubá, násobně skaná nit, vytvořená z více přízí nebo hedvábí (pramenců) se zákrutem.

Kordová tkanina je v osnově tvořena kordy, jejichž dostava, konstrukce a druh se volí podle účelu použití. Osovní nitě jsou mezi sebou provázány tenkou přízí, hedvábím nebo skanou nití s řídkou dostavou (útkem).

Kde:

- Dostava je počet osovních nebo útkových nití na délkovou jednotku ve směru kolmém ke směru nití. Nejčastěji udávána jako počet kordových nití na 10 cm.
- Osova leží ve směru délky tkaniny a skládá se z mnoha osovních nití rovnoběžně uložených s okrajem tkaniny.
- Útek je tvořený jednou nití kolmo k osnově. Oproti ní bývá velice řídký. Jejich hlavní úlohou je udržovat konstantní vzdálenost nití v osnově. [49]

### Viskózová vlákna (Rayon)

Viskózová vlákna patří mezi základní typy chemických vláken. Jejich hlavní vlastnosti jsou:

- Vysoká odolnost při dynamickém namáhání
- Dobrá rozměrová i teplotní stabilita
- Relativně vysoký modul
- Velká ekologická náročnost výroby

## **Polyester**

Polyesterová vlákna byla vyvinutá v padesátých letech 20. století a dodnes jsou, díky svým univerzálním vlastnostem, jedním z nejdůležitějších druhem syntetických vláken. K jejich vlastnostem patří:

- Vysoká pevnost za sucha i mokra
- Vysoká odolnost proti oděru
- Nevhodný pro vysoké teploty, kdy se prudce zhoršují jeho vlastnosti
- Nízká odolnost proti dynamické únavě při stlačení
- Při vulkanizaci pod velmi nízkým tahovým napětím se PES kordy smršťují a zároveň klesá jejich modul. Jakékoli zvýšení modulu PES vede ke ztrátě tahové pevnosti. Rayon má mnohem vyšší modul než kterýkoli typ PES a také vyšší tahovou tuhost ( $=\text{modul}/\text{pevnost}$ ) [50]
- Relativně malá hustota
- Relativně levný

## **Polyamid**

Polyamidové vlákna byla vyvinuta v třicátých letech minulého století a jejich rozvojem se začalo nové období ve vývoji chemických vláken. Používají se dvě varianty polyamidu, PA 6 a PA66. Oba materiály mají podobné vlastnosti. PA 6 je o něco levnější, ale více citlivý na vlhkost a teplotu a má horší únavovou odolnost. Typické vlastnosti polyamidu jsou:

- Vysoká pevnost
- Velká odolnost vůči oděru
- Nízká hystereze
- Velká odolnost vůči oděru a ohybu
- Nízká teplota měknutí
- Poměrně velké smrštění

## Aramid

Aramidy všeobecně patří do skupiny aromatických polyamidů. Hlavní vlastnosti aramidu jsou [50]:

- Vysoká pevnost při malém protažení
- Vysoká rozměrová stabilita
- Nehořlavý
- Nízká odolnost proti dynamické únavě při stlačení
- Drahý

## Značení textilních kordů

Základní jednotkou textilních kordů je jemnost. Jemnost textilních materiálů se udává jednotkami, které charakterizují hmotnost textilního útvaru na stanovené délce. Základní jednotky, které se v současné době používají, jsou tex a denier (den) (Tab. 1:).

Tab. 1: Základní jednotky jemnosti kordů

Jednotka	Vzorec	Příklad
tex	Hmotnost v g / 1000 m	PA66 vlákno tex 188: 1000 m PA66 vlákna = 188 g
den	Hmotnost v g / 9000 m	PA66 vlákno den 1692: 9000 m PA66 vlákna = 1692 g

Výsledná jemnost (tex) kordové nitě 188 tex x1x2 je:

$$\text{Tex} = 188 \text{ tex} + 188 \text{ tex} = 376 \text{ tex}$$

Typické konstrukce kordových tkanin [50]:

- polyester: 110x1x2, 144x1x2, 167x1x2, 167x1x3, 220x1x2
- polyamid: 94x1, 94x1x2, 140x1, 140x1x2, 188x1x2, 188x1x3, 220x1x2
- aramid: 110x1x2, 168x1x2, 167x1x3, 220x1x2
- viskózové vlákna: 122x1x2, 184x1x2, 184x1x3, 244x1x2



### 1.4.2 Ocelové výztužné materiály

Ocelové výztužné materiály se díky svým vlastnostem výrazně liší od ostatních typů výztužných materiálů. Ocelové kordy se začaly používat v polovině minulého století s příchodem radiálních pneumatik. Ocelová vlákna se vyrábí z korozivzdorné legované oceli. Ocelové výztužné materiály se dělí na ocelové kordy a dráty.

Ocelový kord je výztužný materiál spletený z tenkých drátů s vysokou pevností. Spletené dráty tvoří lanka.

Ocelový drát je ocelový výztužný materiál z drátu kruhového průřezu.

Ocelové kordy používají pro výrobu radiálních pneumatik. Tato koncepce vznikla v Evropě a postupně se rozšířila do celého světa. Kvalita kordů závisí především na vlastnostech základní suroviny – oceli.

Ocelové kordy mají oproti textilním kordům:

- Vyšší pevnost
- Vyšší rozměrovou stabilitu za všech teplot
- Nízké protažení a tažnost
- Vyšší ohybová tuhost

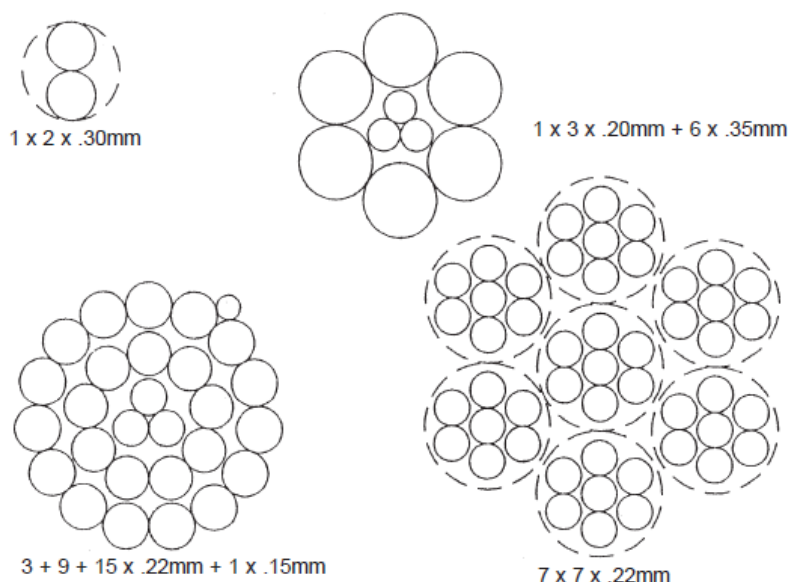
#### Značení ocelových kordů

Doslova stovky konstrukcí by mohly být využity ve výztužných vrstvách pneumatik. Nicméně existují standardizované konstrukce, které obvykle postačí na většinu aplikací. Typ oceli, průměr a počet určují celkové mechanické vlastnosti vláken.

Rozdílné označování ocelových kordů oproti textilním je možné ukázat na tomto příkladě [50]:

7	x	7	x	0,25	+	1	x	0,25
Počet pramenců		Počet vláken v pramenci		Průměr vlákna		Počet opletových drátů		Průměr opletových drátů

Příklady typických konstrukcí a jejich značení jsou zobrazeny na Obr. 11.



Obr. 11: Příklady konstrukce ocelových kordů [50]

### 1.4.3 Mechanické vlastnosti kordů

Mezi nejdůležitější vlastnosti kordů patří vlastnosti mechanické. Kordy jsou v praxi mechanicky namáhány různým způsobem, někdy jednorázově, častěji však opakovaně [51].

Výztužné kordy v pneumatikách mají tyto vlastnosti [50]:

- Velkou délkou vůči průměru (dlouhá vlákna).
- Vysoký modul a pevnost v podélném směru.
- Nízkou ohybovou tuhost.
- Zákrut. Důvodem je zlepšení odolnosti proti únavě při tlakovém namáhání. Má vliv na prakticky všechny mechanické vlastnosti (pevnost, tažnost, moduly, jemnost).

Základní funkce výztužných kordů v pneumatikách jsou následující:

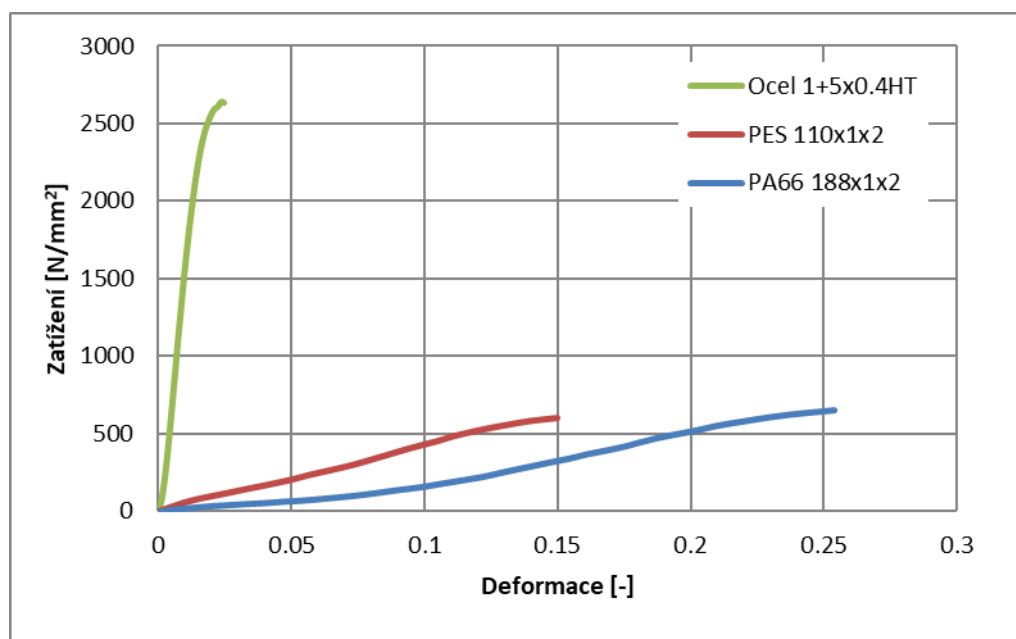
- Jejich mechanické vlastnosti určují rozměry a tvar pneumatiky.
- Zachovávají uniformitu a tvar pneumatiky při provozu.
- Přenáší síly mezi pneumatikou a vozidlem, resp. vozovkou.

- Poskytují potřebnou tuhost pneumatice při akceleraci, brždění nebo zatáčení.

### Pevnost a tažnost kordů

Při tahové zkoušce se kord zatěžuje postupně, dochází k jeho deformaci – protažení. Se zvyšujícím zatížením kordu roste jeho protažení až do okamžiku přetržení. Maximální zatížení, které kord snesl, se označuje jako pevnost. Protažení, při kterém se kord přetrhl, se označuje jako tažnost. Pevnosti se vyjadřují v Newtonech na tex, v kilogramech na  $\text{mm}^2$  nebo například ve výpočetních softwarech v Newtonech na  $\text{mm}^2$ . Tažnost se nejčastěji udává v procentech nebo bezrozměrně (poměrem prodloužení k původní délce vzorku) [51].

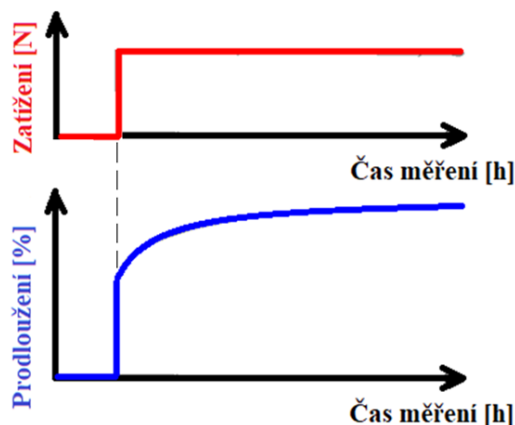
Z hlediska popisu tahových vlastností kordů ve výpočetních softwarech se ukázalo, že pevnost a tažnost při přetržení nejsou dostatečným kritériem. Proto je nutné sledovat i průběh změn, ke kterým dochází při napínání. Tyto změny jsou graficky znázorněny na Obr. 12 pro různé typy kordů.



Obr. 12: Jednoosý tah textilních a ocelových kordů

## Kríp kordů

Další, velice důležitou mechanickou vlastností kordu pneumatiky, je kríp. Měření krípu může být prováděno na standardním trhacím stroji. Vzorek je zatížen konstantní silou a je měřeno jeho prodloužení v závislosti na čase (Obr. 13).



Obr. 13: Krípová zkouška viskoelastického materiálu

Kríp má významný vliv na rozměry pneumatik a to především u těch, které mají textilní výztuž [53]. Při skutečném měření rozměrů je pneumatika nahuštěna na požadovaný tlak a jsou změřeny základní rozměry. Vlivem krípu se ale tyto rozměry mění s časem [54,55]. V praxi je uvažováno, že se stabilizují do 24 hodin. Pneumatika je tedy ponechána při daném hustícím tlaku a po 24h jsou rozměry znovu přeměřeny. Takto stabilizovaný rozměr pneumatiky musí splnit daná rozměrová kritéria.

Je zřejmé, že mechanické vlastnosti textilních kordů jsou podstatně ovlivněny teplotou a vlhkostí prostředí, proto musí být dané zkoušky prováděny při konstantních předepsaných podmínkách. Vliv vlhkosti se více projevuje u kordů hydrofilních než u hydrofobních.

Se zvýšenou teplotou klesá viskozita výztužných kordů. To v podstatě znamená, že relaxační i kríповé děje budou probíhat rychleji. Při konstantní době měření pevnosti a tažnosti je to totéž, jako by při nižší teplotě byl prodloužen čas měření. Má tedy možnost se více uplatnit viskózní jednotka, bude se tedy projevovat menší pevnost a vyšší tažnost.

Téměř ve všech případech tažnost se stoupající vlhkostí stoupá a pevnost klesá. Výjimku tvoří přírodní celulósová vlákna, která se stoupající vlhkostí zvyšují svoji pevnost [51].

## 1.5 Mechanika kompozitů

Kompozitní materiál je takový, jenž se skládá se dvou nebo více chemicky a mechanicky odlišných složek, které jsou odděleny rozhraním. Vlastnosti kompozitů jsou dány vlastnostmi jednotlivých materiálových složek, jejich objemovým podílem a geometrií vyztužení vzhledem k systému. Základní rozdělení kompozitů na vláknové a částicové. Pneumatiky jsou vyztuženy dlouhými vlákny, kde jednotlivé vrstvy jsou uspořádány v jednom směru, tzn. jedná se o jednosměrně orientovaný vláknový kompozit. Vláknové kompozity jsou obecně takové, jejichž vyztužná vlákna mají délkové rozměry podstatně větší než průřezové.

Významným přínosem vláknových kompozitů je jejich poměr vysoké pevnosti a tuhosti k hmotnosti. Další jejich výhodou je možnost vyrobit materiál požadovaných mechanických vlastností v daných směrech [56].

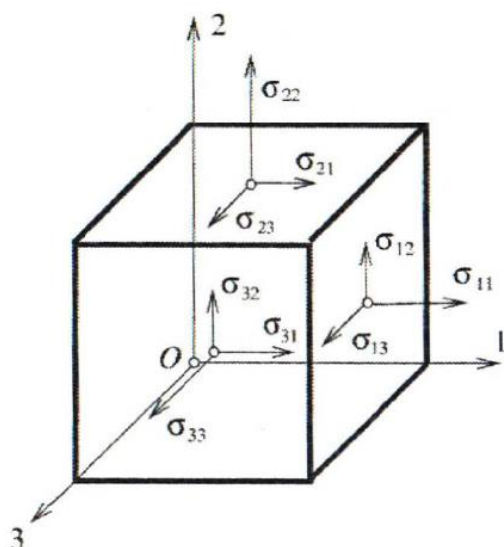
### 1.5.1 Anizotropní materiál

U anizotropního materiálu platí zcela obecná anizotropie, tj. neexistuje ani jedna rovina symetrie elastických vlastností. V praxi se velmi často vyskytují materiály, jejichž elastické vlastnosti jsou v některých směrech identické. Důsledkem toho se počet nezávislých prvků matice tuhosti i poddajnosti sníží.

Vlivem vnějšího mechanického zatížení vzniká v tělese napjatost. V každém bodě  $M$  tělesa je možno popsat stav napjatosti pomocí tenzoru napětí reprezentovaného maticí

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (45)$$

Protože platí, že  $\sigma_{12}=\sigma_{21}$ ,  $\sigma_{13}=\sigma_{31}$ ,  $\sigma_{23}=\sigma_{32}$ , matice je symetrická. Na Obr. 14 jsou znázorněny složky tenzoru napětí  $\sigma_{ij}$  ( $i,j = 1,2,3$ ) v souřadném systému  $O$  (1,2,3). Pro  $i=j$  jsou složky napětí normálové a pro  $i \neq j$  jsou složky napětí smykové.



Obr. 14: Zobrazené složky tenzoru napětí

V každém bodě tělesa existují 3 na sebe kolmé roviny, ve kterých jsou smyková napětí nulová. Tyto roviny se nazývají hlavní roviny a napětí v nich působící jsou hlavní napětí [56].

V důsledku symetrie tenzoru malých deformací a tenzorů napjatosti postačí vyjádřit 6 složek stavu deformace na 6 složkách napjatosti. V maticovém zápisu lze těchto 6 rovnic uspořádat do tvaru

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (46)$$

Zkráceně pak

$$[\varepsilon] = [S][\sigma] \quad (47)$$

Matice [S] se nazývá matice poddajnosti daného materiálu v daném souřadném systému. Obsahuje 36 elastických konstant popisujících v nejobecnějším případě lineárně elastické chování obecně anizotropního materiálu ve 3D.

Z Bettiho věty platí, že  $S_{ij} = S_{ji}$ , tzn. matice poddajnosti je symetrická. Potom je počet nezávislých elastických konstant 21.

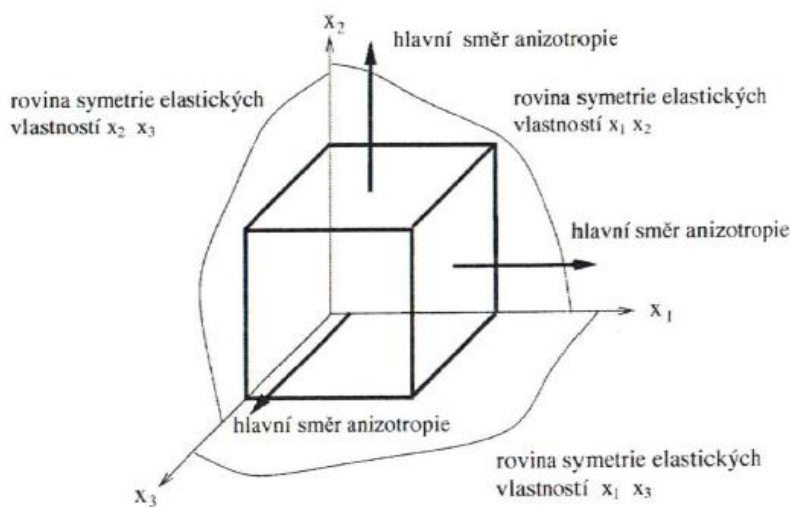
Inverzí vztahu (47) obdržíme

$$[\sigma] = [C][\varepsilon] \quad (48)$$

Kde matice  $[C] = [S]^{-1}$  se nazývá matice tuhosti daného materiálu v daném souřadném systému.

### 1.5.2 Ortotropní materiál

Jestliže má materiál dvě navzájem kolmé roviny symetrie elastických vlastností a existuje-li třetí, která je k oběma rovinám kolmá, je i tato rovina rovinou symetrie elastických vlastností. Materiál s takovými vlastnostmi se nazývá ortotropní materiál. Každým bodem ortotropního materiálu procházejí tři vzájemně kolmé hlavní směry anizotropie (Obr. 15)



Obr. 15: Hlavní směry a roviny symetrie anizotropního materiálu

Matice tuhosti  $C$  má tvar

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{21} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Protože je matice tuhosti symetrická, existuje 9 nezávislých prvků a neexistuje závislost mezi složkami normálového napětí  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  a zkosity  $\varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6$  vzhledem k příslušným nulovým prvkům matice  $C$ .

Při použití konstant pružnosti je možno Hookův zákon přepsat do tvaru

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (50)$$

Vzhledem k symetrii matice [S] platí

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (51)$$

A nezávislé konstanty jsou  $E_1, E_2, E_3, G_{23}, G_{13}, G_{12}, \nu_{21}, \nu_{31}, \nu_{32}$ .

Z Hookeova zákona je vidět, že poměrné deformace  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  jsou závislé pouze na normálových napětích  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  a zkoso  $\gamma_{23}, \gamma_{31}, \gamma_{12}$  na smykových napětích  $\tau_{23}, \tau_{31}, \tau_{12}$ . Nejsou zde provázány smykové a normálové složky [54]

Stabilita materiálu vyžaduje, aby  $E_1, E_2, E_3, G_{23}, G_{13}, G_{12} > 0$  a

$$|\nu_{ij}| < \sqrt{\frac{E_i}{E_j}} \quad (52)$$

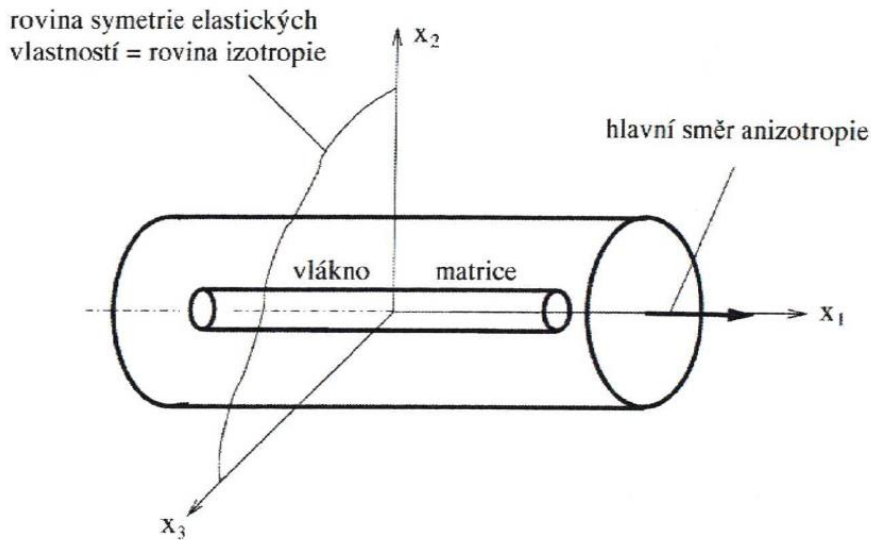
$$1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} > 0 \quad (53)$$

Speciální podskupina ortotropních materiálů jsou příčně izotropní materiály [50].



## Příčně izotropní materiál

Jedná se o materiál, jehož jedna rovina symetrie elastických vlastností je rovina izotropie, tzn. elastické vlastnosti jsou ve všech směrech stejné. Příkladem monotropního materiálu je polymer vyztužený jednosměrnou kontinuální vláknovou výztuží. Na Obr. 16 je znázorněn příklad příčně izotropního materiálu s rovinou izotropie  $x_2 x_3$ .



Obr. 16: Příklad příčně izotropního materiálu

Hlavní směr anizotropie je určen osou  $x_1$ .

Platí, že:

$E_1$  Je modul pružnosti ve směru kolmém k rovině izotropie

$E_2 = E_3$  Moduly pružnosti v rovině izotropie.

$G_{12} = G_{13}$  Jsou moduly pružnosti ve smyku v rovinách kolmých k rovině izotropie.

$G_{23} = G_{32}$  Jsou moduly pružnosti ve smyku v rovině izotropie.

$\nu_{12} = \nu_{13}$  Jsou Poissonovy součinitele vyjadřující prodloužení nebo zkrácení ve směru kolmém k této rovině – v hlavním směru anizotropie.

$\nu_{23} = \nu_{32}$  Jsou Poissonovy součinitele v rovině izotropie

Moduly pružnosti ve smyku jsou

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1 - \nu_{23})} = \frac{E_3}{2(1 - \nu_{32})} \quad (54)$$

Pak má matice poddajnosti příčně izotropního prvku 5 nezávislých materiálových konstant:  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{23}$ .

Z Hookeova zákona plyne, že u příčně izotropního materiálu neexistuje provázanost mezi normálovými a smykovými složkami napětí a deformací [56].

### 1.5.3 Izotropní materiál

Materiál je izotropní, když jsou jeho vlastnosti nezávislé na volbě souřadnicového systému. To znamená, že má stejné vlastnosti ve všech směrech.

Pro prvky matice tuhosti tohoto materiálu platí:

$$C_{22} = C_{33} = C_{11}, C_{13} = C_{23} = C_{12}, C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{1}{2} \cdot (C_{11} - C_{12}) \quad (55)$$

Matice tuhosti C má potom tvar

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{21} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{bmatrix} \quad (56)$$

Matice poddajnosti má tvar

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{21} & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(S_{11} - S_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(S_{11} - S_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(S_{11} - S_{12}) \end{bmatrix} \quad (57)$$

Z matic (56) a (57) plyne, že symetrická matice tuhosti i poddajnosti obsahuje pouze dva nezávislé prvky [56].

Obecný Hookeův zákon pak lze zapsat jako

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (58)$$

Izotropní materiál je tedy možné popsat dvěma nezávislými konstantami pružnosti; modulem pružnosti v tahu  $E$  a Poissonovým součinitelem  $\nu$ .

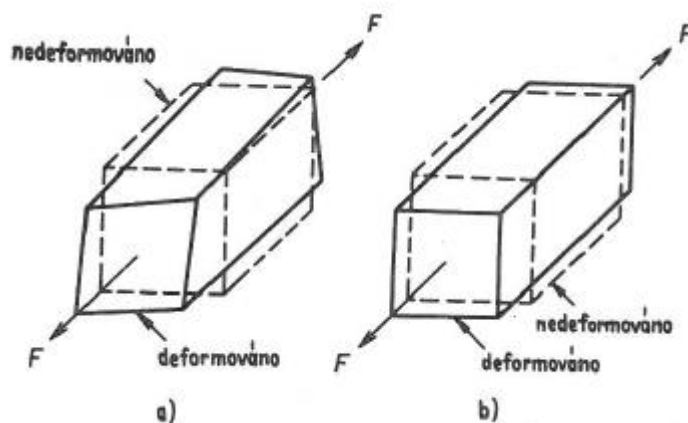
Pro izotropní materiály je možné provádět i nadbytečná měření k určení více modulů pružnosti užívaných v praxi než vyžaduje teorie. Bylo však dokázáno, že tyto veličiny, které byly naměřeny navíc, lze získat výpočtem ze známých vztahů mezi elastickými veličinami izotropních materiálů. Např. Youngův modul  $E$  a Poissonovo číslo  $\nu$  izotropního materiálu lze určit z jednoosého tahového namáhání a modul pružnosti ve smyku  $G$  měřením při krutu materiálu. Je ale známo, že modul pružnosti ve smyku  $G$  vypočtený z hodnot  $E$  a  $\nu$  použitím vztahu

$$G = \frac{E}{2(1 - \nu)} \quad (59)$$

je v dobrém souhlasu s hodnotou  $G$  určenou měřením [57].

#### 1.5.4 Deformace materiálu

Rozdíl mezi anizotropními, ortotropními a izotropními materiály lze nejlépe popsat při sledování jejich závislosti na vnější zatěžování. Rozdíl je dobře vysvětlitelný na krychlovém elementu materiálu, který je zatížen ve směru jeho jedné hrany (Obr. 17).



Obr. 17: Deformace krychle u anizotropního, ortotropního a izotropního materiálu

Je-li krychle z anizotropního materiálu, zatížení způsobí změny jak v délkách, tak i v úhlech krychle. Takováto odezva bude platit pro libovolný úhel mezi hranami dvou krychlí (Obr. 17a).

Je-li krychle z ortotropního materiálu, jeho odezva na vnější působení bude obecně podobná odezvě materiálu anizotropního (Obr. 17a). Bude-li tedy hrana krychle ležet podél libovolného směru, způsobí jednoosé zatížení změny jak v délkách, tak i v úhlech. Je-li ale jedna ze tří os souměrnosti materiálu rovnoběžná se směrem působící síly, pak dojde jen ke změnám v délce krychle (Obr. 17b) [57].

Je-li krychle z izotropního materiálu, zatížení způsobí změny vždy jen v délkách (Obr. 17b).

## 1.6 Numerické modely MKP

Konečně-prvkové numerické modely se skládají ze sítě elementů. Typ a kvalita elementů, jejich počet i hustota mají velký vliv nejen na výpočetní časy, ale i na přesnost výpočtu. Proto by měla být jemnost sítě co možná nejvyšší, aby se udržela vysoká přesnost výpočtu, ovšem s ohledem na hardwarové možnosti dané výpočetní stanice.

Pro popis pryžových materiálů se dříve často užívalo lineárních materiálových modelů definovaných jen dvěma parametry, Youngovým modulem a Poissonovým číslem. Protože jsou pryže považovány za nestlačitelné materiály, často se uvažovalo Poissonovo číslo rovno 0,5. V dnešních konečně-prvkových softwarech je ale přesnější definovat materiál pomocí některého z hyperelastických modelů, které zohledňují jak nelinearitu materiálu, tak i různé způsoby deformace.

Způsobů, jak definovat výztužnou kordovou vrstvu je více. V minulosti se často užívalo membránových nebo skořepinových modelů [58], často se užívá popis pomocí ortotropních modelů [14, 59]. Další metodou je využití tzv. rebar

elementů, které byly speciálně vyvinuty pro materiály vyztužené dlouhými vlákny, jako je například betonový nosník vyztužený ocelovými pruty [60,61].

### **Rebar elementy**

Rebary jsou speciální elementy, kterými lze modelovat jednosměrnou kontinuální vláknovou výztuž. Rebar elementům se pak přiřadí příčná matrice, která je nadefinovaná zvlášť. Výztužné kordy modelované pomocí prvků rebar jsou rozprostřeny do vrstvy. Nepočítá se tedy s jednotlivými kordy.

K definici rebar prvků je potřeba následujících parametrů:

- Přiřadit materiál výztuže kordu, který je ale nadefinován zvlášť.
- Dostava výztužného kordu – (počet kordů na jednotku délky).
- Plocha průřezu kordu.
- Natočení kordu vůči podélné ose hlavního souřadného systému.

Rebar elementy jsou v 2D úloze definovány jako LINE elementy, ty jsou svázány s QUAD elementy, které tvoří jejich matici.

Pokud je vyžadováno detailní studium mechanického chování matrice mezi kordy, jako je delaminace, separace kordů nebo šíření trhlin, takovéto elementy jsou nepoužitelné. V takovém případě je nutné jednotlivé kordy modelovat samostatně. Studiu chování matrice kordu již bylo popsáno v některých pracích [32,62].

## 2. CÍLE PRÁCE

Cílem disertační práce je najít nejvhodnější model pro modelování výztužných vrstev pneumatiky a pneumatiky jako celku. Výchozím předpokladem je, že pneumatika je vyrobena podle principů rovnovážného tvaru. Výpočet tohoto tvaru klasickými metodami je velice obtížný, především kvůli nutnosti řešit numericky soustavu eliptických integrálů. K výpočtu rovnovážného tvaru bude v této práci navrženo řešení využitím standardního MKP softwaru bez nutnosti jinak řešit tuto soustavu rovnic. Přesnost tohoto řešení bude ověřena porovnáním k meridiánu vypočítaným standardním způsobem u několika pneumatik různých konstrukcí a velikostí. V další části budou výztužné vrstvy těchto pneumatik modelovány různými dostupnými způsoby. Pneumatika bude nahuštěna a poté ještě radiálně zatížena. Výsledné deformace a síly budou porovnány se skutečnými měřeními a bude vyhodnocen nejvhodnější model.

Postup při řešení disertační práce:

- Volba pneumatik pro následné výpočty, které mají různou velikost a výztužné kordy.
- Návrh výpočtu rovnovážného tvaru využitím MKP softwaru.
- Porovnání výsledného rovnovážného tvaru navrženou metodou se standardním výpočtem.
- Vytvoření modelů pneumatik s různými výztužnými vrstvami.
- Zatížení pneumatik různým hustícím tlakem.
- Zatížení pneumatik různou radiální silou.
- Porovnání všech provedených výpočtů s měřením.

### 3. METODY

Problematika pneumatik je velmi obsáhlá a složitá. Jejich chování je možné sledovat na základě mnoha parametrů. Změna geometrie, materiálového složení, konstrukce, teploty, hustícího tlaku nebo podmínek zatěžování způsobuje znatelnou změnu jejich chování. První měření, které nový rozměr pneumatiky podstupuje a které musí splnit, aby byl homologován, je měření základních rozměrů. Pneumatika je pružný výrobek, jehož rozměry jsou závislé na hustícím tlaku. Tato disertační práce se v první části zabývá návrhem výpočtu geometrie pneumatiky, tzv. meridiánu, metodou konečných prvků. Hlavní nosnou částí pneumatiky, která zabraňuje přílišnému nárůstu rozměrů, jsou výztužné vrstvy, tzn. u radiální pneumatiky kostrové a nárazníkové kordy. Způsob jejich modelování, efektivita a přesnost výpočtu jsou zde popsány a vyhodnocovány.

#### 3.1 Zvolené pneumatiky

Pneumatiky slouží pro různorodé dopravní prostředky. Nejčastěji se setkáváme s pneumatikami pro osobní automobily, bicykly, anebo motocykly. Méně často už se zemědělskými, leteckými nebo industriálními. Je zřejmé, že jejich velikost, materiálové složení, konstrukce i provozní hustící tlak se budou řídit podle jejich určení. Nicméně metody, jakými se tyto pneumatiky modelují, jsou téměř totožné. Drtivá většina studií se zabývá pneumatikami pro osobní nebo nákladní auta. Tato práce se věnuje výpočty zemědělských pneumatik (Obr. 18), které mají oproti osobním tato specifika:

- výrazně větší rozměry
- obecně nižší hustící tlak
- vyšší nosnost a vyšší zatížení
- specifický tvar dezénových figur

Důsledkem těchto specifík je větší změna rozměrů při nahuštění a také výrazně vyšší deformace při zatížení v provozu. Při výpočtech se pak každá nepřesnost, ať už ve vstupních datech anebo v metodice projeví výrazněji.

V této disertační práci byly zkoumány pneumatiky uvedené v Tab. 2.

Tab. 2: Zvolené pneumatiky pro výpočty

<b>Rozměr</b>	<b>Jednotky</b>	<b>540/60 R30</b>	<b>680/80 R42</b>	<b>800/70 R32</b>	<b>280/70 R18</b>	<b>480/65 R28</b>	<b>1250/50 R32</b>
Nominální tlak	kPa	240	320	240	240	160	320
Nominální zatížení	kg	4000	8000	6900	1180	2240	11800
Měřicí ráfek	palců	16x30	20x42	27x32	9x18	16x28	44x32
Materiál nárazníkového kordu		ocel			PES		
Materiál kostrového kordu		PA66					

Pneumatiky byly voleny s různými průměry, šířkou, výškou profilu, výztužnými materiály, ráfky i nominálním hustícím tlakem, aby byly materiálové modely v simulacích ověřeny při různorodých podmínkách. Nezbytnou podmínkou je, aby všechny zvolené pneumatiky byly navrhovány podle teorie rovnovážného tvaru.



Obr. 18: Zemědělská pneumatika s typickým šípovým dezénem

### 3.2 Výpočet geometrie meridiánu

Maximální šířka a průměr se měří na vnějších stěnách pneumatiky. Počítaný meridián ovšem přímo neurčuje vnější rozměry. Uvažuje se, že meridián leží uprostřed kostrových vložek skutečné pneumatiky. Pokud je tedy jejich počet lichý, je meridián umístěn v prostřední vložce. Pokud je počet vložek sudý, leží mezi dvěma prostředními. Je tedy potřebné znát vzdálenost mezi meridiánem a vnější stěnou pneumatiky v místě největšího průměru a největší šířky. Největší průměr se nachází vždy v koruně pláště. Místo, kde je největší šířka, se tak jednoznačně bez výpočtu určit nedá. U dvaceti náhodně vybraných rovnovážných meridiánů zemědělských pneumatik s profilovým číslem 50 až 105 bylo

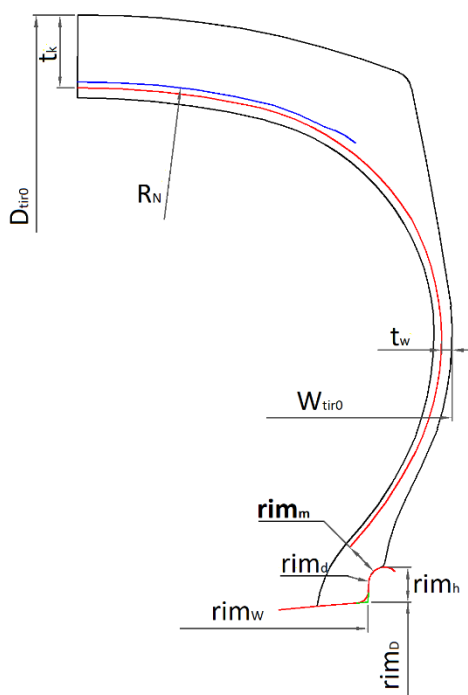


spočítáno, že se nachází na poloměru  $(0,44 \pm 0,03) * (R_z - r_b) + R_z$ . Přesné místo na reálné pneumatice je závislé na více faktorech, jako je rozměr a druh ráfku, zakřivení běhounové části nebo tloušťce stěn.

### 3.2.1 Vstupní data z geometrie pneumatiky

Před tvorbou samotného numerického modelu je nutné určit následující vstupní parametry (Obr. 19):

- Výchozí vnější průměr  $D_{tir0}$  a šířku  $W_{tir0}$  nenahuštěné pneumatiky.
- Vzdálenost mezi meridiánem a vnější stěnou pneumatiky v místě největšího průměru  $t_k$  a největší šířky  $t_w$ .
- Poloměr zakřivení nárazníkového pásu  $R_N$ .
- Průměr  $rim_D$  a šířka  $rim_W$  ráfku, výška  $rim_h$  a průměr  $rim_d$  ramínka.
- Vzdálenost meridiánu od ramínka ráfku  $rim_m$ .



Obr. 19: Vstupní parametry pro výpočet meridiánu

Tyto vstupní parametry jsou pro výrobce pneumatik snadno dostupné. Pokud chce výpočty provádět nějaká instituce mimo výrobce, obvykle si musí tyto informace obvykle obstarat sama. Nejčastěji se tyto parametry získávají z existující pneumatiky (Obr. 20). Vzdálenosti  $t_k$ ,  $t_w$  a  $R_N$  se určí z řezu pneumatiky. Rozměry  $D_{tir0}$  a  $W_{tir0}$  se musí získat z měření celé pneumatiky, protože po jejím

rozřezání dojde k uvolnění napětí v materiálech a kontura změní svůj tvar. To může být i problém při měření poloměru  $R_N$ , nicméně celkový výpočet meridiánu není až tak citlivý na malou změnu tohoto poloměru. Rozměry ráfků se určí buď měřením, nebo častěji podle katalogu ráfků, např. ETRTO.



Obr. 20: Získaný řez zemědělské pneumatiky

Tímto jsou získány veškerá potřebná vstupní data pro zvolené pneumatiky. Rozměry ráfků byly získány z katalogu ETRTO. Získaná data jsou uvedena v Tab. 3.

Tab. 3: Vstupní data do výpočtu meridiánu.

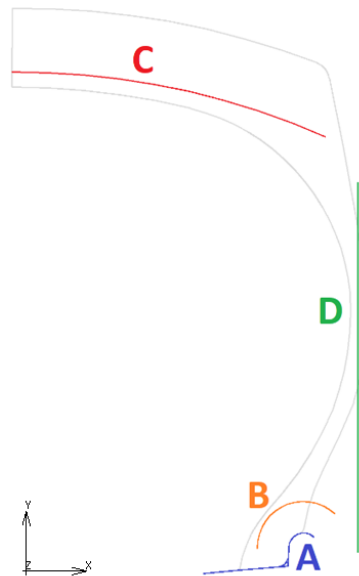
<b>Rozměr</b>		<b>540/60 R30</b>	<b>680/80 R42</b>	<b>800/70 R32</b>	<b>280/70 R18</b>	<b>480/65 R28</b>	<b>1250/50 R32</b>
Maximální průměr	mm	1464	2155	1933	849	1335	2063
Maximální šířka		550	676	798	282	479	1247
$t_k$		64	82	82	28	56	85
$t_w$		5	12	14	5	5	15
$R_N$		800	700	850	450	500	1300
$rim_w$		406,5	533,5	686	228,5	406,5	558,8
$rim_D$		762	1071,6	817,6	462	716	817,6
$rim_h$		25,5	29	29	25,5	25,5	43
$rim_d$		11	15	15	11	11	45
$rim_m$		17	29	31	13	26	40

### 3.2.2 Vytvoření MKP modelu

První krok při tvorbě MKP modelu je nastavení okrajových podmínek - pevných hranic, které jsou určeny ze získaných vstupních rozměrů popsanych v části 3.2.1. Doporučený postup je následující:

1. Vytvoření ráfku *A*. Je dostatečné vytvořit jen část ráfku okolo patky pneumatiky.
2. Oblouk ramínka ráfku ekvidistantně zvětšit o vzdálenost  $rim_m$ . Vznikne oblouk *B*.
3. Vytvoření oblouku *C* o poloměru  $R_N$  na průměru  $R_z = D_{tir0} - t_k$ . Oblouk by měl být dostatečně dlouhý.
4. Vytvoření dostatečně dlouhé úsečky *D* vymežující šířku meridiánu  $w = W_{tir0} - t_w$ .

Tímto získáme hranice meridiánu. Šedě je pro porovnání vyznačená kontura pneumatiky, která se ale zde nekreslí (Obr. 21). V MKP softwaru nastavíme tyto hranice jako „rigid“ kontakt.



Obr. 21: Hranice meridiánu při výpočtu

V dalším kroku se již bude připravovat samotný meridián. Pneumatika je stranově symetrická, proto je po zavedení patřičných okrajových podmínek modelována jen její polovina.

Výchozí tvar a poloha meridiánu není libovolná. Při konfekci radiálního pláště pneumatiky na konfekčním bubnu o poloměru  $D_{kb}$  se nejdříve vyrobí kompletní kostra. Kordové nitě jsou uloženy tak, že směřují radiálně od patky k patce. Mají tedy úhel  $\gamma_k \approx 90^\circ$ . Poté je tato kostra nahuštěna, aby získala požadovaný průměr,

na který jsou pak pokládány nárazníkové pásy. Tento postup je aplikován do navrhovaného MKP výpočtu rovnovážného meridiánu:

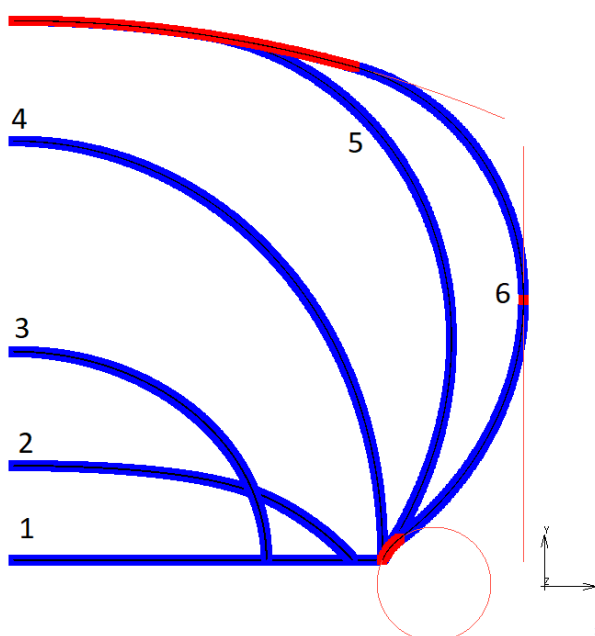
1. Vytvoření úsečky na poloměru konfekčního bubnu (tloušťku vnitřní gumy a dalších částí pod meridiánem lze zanedbat) vedoucí od středu pneumatiky až k oblouku  $B$ . Tato úsečka je pak konvertována na dostatečně vysoký počet elementů. Vznikne membrána představující meridián. Je zřejmé, že poloměr konfekčního bubnu může být obtížné získat. Pak lze aproximovat tento průměr jako  $(D_{kb} / 2 * rim_h) / 2$ .
2. Membrána se skládá z matrice a výztuže. Výztuž je vedena pod úhlem  $\gamma_k \approx 90^\circ$  stejně jako u konfekce. Výztuž je zde modelována pomocí prvků rebar, ale může být modelována i jako např. ortotropní materiál.
3. Jsou zadány okrajové podmínky na membránu. U středu je membráně odebrán jeden stupeň volnosti – pohyb ve směru osy  $x$ . Na tomto konci tedy může membrána narůstat na průměru (osa  $y$ ), ale nesmí se posunout do šířky. Na vnějším konci je také odebrán jeden stupeň volnosti, ovšem ve směru  $y$ . Tento konec tedy nebude narůstat na průměru.
4. Je nastaven kontakt mezi membránou a vytvořenými „rigid“ hranicemi.
5. Je nastaven dostatečně velký tlak na spodní stranu membrány, který při spuštění výpočtu roztáhne membránu až k „rigid“ hranicím.

Po zatížení nemá membrána přesně tvar hladkého oblouku, ale je složena z mnoha malých úseček (sečen). V konečném hodnocení je pro vypočtený meridián velmi důležitá jeho celková délka. Čím je počet elementů menší, tím je délka meridiánu kratší. S nízkým počtem je také vzdálenost mezi uzly sítě veliká a to způsobuje nízkou rozlišitelnost místa kontaktu meridiánu s hranicemi. Proto by měl být meridián rozdělen na dostatečný počet elementů (alespoň 1000).

Hustící tlak musí být tak vysoký, aby se membrána dotkla jak horní tak boční hranice. Samotné materiálové vlastnosti výztuže a matrice jsou z části libovolné. Jedinou podmínkou je, aby výztuž měla podstatně vyšší tuhost než matrice tak, jak je to v reálné matici. Platí, že čím bude mít výztuž větší tuhost, tím bude potřebný vyšší tlak. Celý výpočet je nastaven jako rotačně symetrický.

Na Obr. 22 je zobrazeno narůstání membrány se zvyšujícím se tlakem. V bodě 1 je membrána ve výchozím nezatíženém stavu. Při zatěžování postupně prochází tvary 2-6. V bodě 5 se membrána dotkne horního oblouku  $C$  ale zatěžování pokračuje až do stavu 6, kdy se dotkne úsečky  $D$  určující požadovanou

šířku. První horní uzel, který je v kontaktu s obloukem  $B$  (zde kružnice), má souřadnice  $z_b$ ,  $r_b$ . Délka meridiánu  $l_m$  se spočítá od tohoto bodu až do krajního bodu v koruně. Kontakt mezi prvky je zobrazen červenou barvou.



Obr. 22: Nárůst membrány se zvyšujícím se tlakem.

Protože se jedná o nelineární úlohu, musí se v preprocessoru zapnout funkce Follower force. Ta zajistí, že i když se tvar membrány mění, působící tlak zůstává na ni kolmý. Pokud by zůstalo aktivní výchozí nastavení No Follower force, tlak by po celou dobu výpočtu působil ve stejném směru jako na počátku výpočtu, tzn. v tomto případě by směřoval svisle nahoru.

### 3.2.3 Vyhodnocování meridiánu

Meridiány se vyhodnocují podle třech hlavních kritérií:

1. Celková délka meridiánu  $l_m$ , která určuje, jak moc bude plášť při huštění narůstat na průměru a šířce. Délka meridiánu se měří od koruny až po bod patky.
2. Dalším důležitým parametrem je tzv. bod patky, tzn. souřadnice  $z_b$  a  $r_b$ . Matematicky se jedná o inflexní bod. Fyzikálně se považuje za hranici mezi poddajnou a tuhou částí bočnice.
3. Souřadnice  $z_l$  a  $r_l$  určují místo, kde se extrémála začíná tečně napojovat na nárazníky.
4. Posledním sledovaným kritériem je poloměr, na kterém se nachází nejširší místo meridiánu. V tomto místě by měla být vzdálenost meridiánu k vnějšímu povrchu rovna  $t_w$ .

### 3.3 Výpočet nahuštěné a zatížené pneumatiky

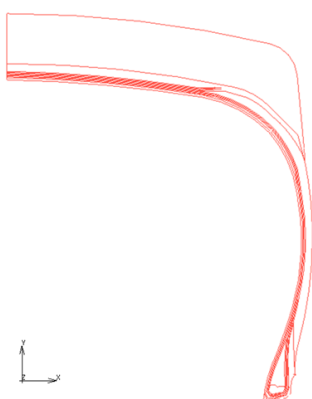
Dříve, než bude probíhat samotný výpočet, je potřeba vytvořit geometrii pneumatiky, MKP model a definovat okrajové podmínky. Tyto části je nutno brát velice pečlivě, protože velmi ovlivňují nejen přesnost výsledku, ale také konvergenci a délku výpočtu.

#### 3.3.1 Vytvoření geometrie pneumatiky

Vypočítané meridiány budou následně použity pro tvorbu kompletních modelů pneumatik. Jako první začíná stavba modelu importováním patřičného meridiánu. Tím je vytvořen základní tvar pneumatiky. K tomu jsou pak přidávány zbývající části, tzn. jednotlivé vzdálenosti, tloušťky stěn a hranice materiálů. Finální geometrický model bude tedy obsahovat (Obr. 23):

- Hranice vnější kontury stěn pneumatiky.
- Vyznačené hranice pryžových materiálů.
- Vnější konturu patního lana.
- Jednotlivé vrstvy kostrového a nárazníkového kordu zakresleného jako křivky.
- Pro kompletní 3D model je potřebné naskenovat dezén.

Výsledná geometrie musí být v měřítku 1:1 a uložena v obecném formátu IGS, DWG nebo DXF, pokud MKP program nepodporuje formáty konkrétních CAD softwarů.

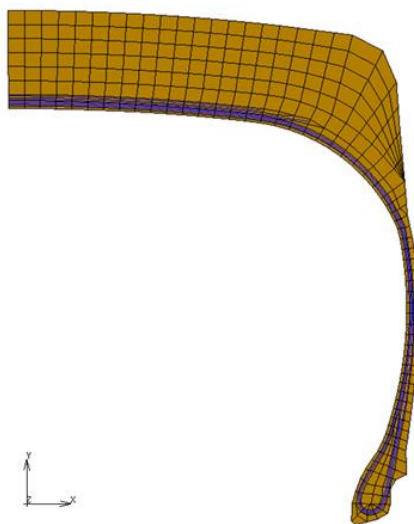


Obr. 23: Vytvořený 2D model pneumatiky v AutoCADu

### 3.3.2 Vytvoření sítě MKP modelu

Tvorba MKP modelu začíná importováním vytvořeného 2D modelu pneumatiky z přechozí části. Je nezbytné usadit plošný model do správného souřadnicového systému  $XY$ . Osa  $x$  je ve směru šířky, osa  $y$  ve směru průměru pneumatiky. Model také musí být ve správné pozici. Koruna běhounu, tzn. osa symetrie, má nulovou  $x$  souřadnici. V  $y$  souřadnici může být model zapolohován buď podle průměru v koruně, anebo podle polohy patky změřené z celé pneumatiky. Přesnější zapolohování je podle průměry patky, protože ta má, na rozdíl od koruny, díky ocelovému patnímu lanu stabilní průměr.

V dalším kroku je vytvořena síť konečných prvků. Síť lze vytvořit buď automaticky, ručně, anebo tyto metody kombinovat. Automatické síťování je nejrychlejší, ale často jsou vytvořeny prvky s velikou distorzí nebo příliš velkým poměrem jednotlivých hran elementů. Taková síť pak negativně ovlivní celý výpočet, ať už z hlediska času nebo přesnosti. Proto se jeví jako nejvýhodnější kombinovaná možnost. Každá oblast rozlišená jednotlivými pryžovými materiály je síťována zvlášť, přičemž síť sousedních oblastí na sebe musí navazovat. Pro tuto síť jsou použity čtyř-uzlové QUAD prvky. Pro pryžové materiály jsou použity rotačně symetrické elementy typu 82, které jsou určeny pro hyperelastické nestlačitelné materiály. Patní lano může být při těchto analýzách modelováno jako lineární izotropní materiál. Pro patní lano jsou použity rotačně symetrické QUAD prvky typu 10. Výztužné vrstvy jsou poté síťovány zvlášť dvou-uzlovými prvky LINE. Zde je výhodné použít automatického síťování křivek podle existující sítě čtyř-uzlových elementů (Obr. 24). Po automatickém vysítování křivek reprezentujících jednotlivé výztužné vrstvy k nim mohou být automaticky přiřazeny protínající QUAD prvky jako jejich HOST elementy. Ty pak tvoří výztužným LINE prvkům jejich matici.



Obr. 24: Vysítovaný 2D model

### 3.3.3 Popis pryžových materiálů

V dalším kroku jsou elementům přiřazeny jejich materiálové vlastnosti. Pro uvažované analýzy není potřeba zahrnovat všechny materiály, ze kterých je pneumatika složena. Největší vliv na její celkové mechanické vlastnosti má běhoun, bočnice, jádro, patková guma a matrice výztužných vrstev, kdežto například vnitřní guma nebo poduška běhounu rozměry téměř neovlivňují, proto v modelech nebudou uvažovány.

U vybraných pryžových materiálů jsou provedeny tyto zkoušky:

- Jednoosý tah.
- Čistý smyk.
- Dvouosý tah měřený metodou nafukování kruhových zkušebních vzorků.

Při huštění a radiální deformaci poměrná deformace ve struktuře standardní pneumatiky obvykle nepřesahuje 30%. Proto není potřeba zkoušet materiály až do přetržení.

Změřené tahové křivky se naimportují do MKP softwaru. Následně se provede regrese 1-parametrovým hyperelastickým modelem Neo-Hookean a získá se jeho parametr  $C10$ . Každý pryžový materiál je pak popsán tímto parametrem.

### 3.3.4 Popis výztužných materiálů

Pro výztužné materiály, kordy, je dostatečná jen zkouška jednoosým tahem. Kordy jsou zkoušeny samostatně bez matrice. V MKP softwaru jsou pak popsány Youngovým modulem pružnosti  $E$ . Pro získání přesných výpočtů je vhodné uvažovat rozsah protažení jen do takových hodnot, jaké se vyskytují při zamýšlených zatěžování.

V této práci jsou porovnávány různé typy modelování výztuže:

- Izotropní
- Ortotropní
- Rebary

Jak již bylo uvedeno, ve zvolených pneumatikách jsou jak ocelové, tak i textilní kordy v nárazníkovém pásu. U ocelových nárazníků není vyžadován žádný speciální přístup při modelování. Na druhou stranu nárazníkové kordy z PES oproti ocelovým vykazují výraznou teplotní roztažnost a kríp, který by se neměl u výpočtů zanedbat. To u vyrobené pneumatiky především způsobuje její smrštění



na průměru tak, že vyrobená pneumatika má po ochlazení menší průměr, než je průměr formy.

Při ochlazování PES kordu ze 170°C na pokojovou teplotu se zjistilo délkové smrštění 2,5%. Kríp PES kordu nebyl laboratorně měřen, ale byl odvozen z měření rozměrů pneumatik. Porovnával se rozdíl průměrů čerstvě nahuštěné pneumatiky a po dalších 24 hodinách. Prodloužení nárazníků vlivem krípu pak početně vyšlo 0,5%.

Smrštění kordu je během MKP výpočtu zařazeno do prvního kroku, ještě před montáž pneumatiky na ráfek a huštění. Pokud by pro výchozí geometrii byl použit tvar z vulkanizační formy, došlo by ke smrštění rozměrů. Pokud je výchozí tvar odečten z vyrobené pneumatiky, pak se rozměr nezmění, ale teplotní změna způsobí residuální pnutí v pneumatice.

Prodloužení vlivem krípu je zařazeno až úplně v posledním kroku výpočtu.

### Izotropní

Pro výztužné materiály, kordy, je dostatečná zkouška jednoosým tahem. Kordy jsou zkoušeny samostatně bez matrice. V MKP softwaru jsou pak popsány Youngovým modulem  $E$  a Poissonovým číslem  $\nu$ .

Otázkou je, jakou hodnotu přiřadit těmto dvěma hodnotám. V této práci bylo rozhodnuto volit tyto hodnoty tímto způsobem:

### Kostrá

Z hlediska funkce kostry je uvažováno, že prioritní je směr kolmý vůči podélnému směru, tzn.  $\gamma_k = 90^\circ$ . Úhel kordu kostry  $\gamma_k$  často bývá mírně odchýlen, pak platí:

Pro Youngův modul  $E$ :

$$E = E_k \cdot \sin \gamma_k \quad (60)$$

kde  $E_k$  je modul pružnosti výztužného kordu. Vzhledem k tomu, že  $E_k \gg E_m$  a  $\gamma_k = \langle -85^\circ, 85^\circ \rangle$ , tak  $E_m$  (modul pružnosti matrice) zanedbáváme.

Jestliže  $\gamma_k = 90^\circ$ , pak  $E = E_k$ .

Protože je celý kompozit pryž-výztuž zahrnut v tomto Youngovém modulu, je potřeba zahrnout i objemový podíl výztuže. Finální  $E$  je tedy:

$$E = N \cdot \frac{\pi \cdot d_k^2}{4 \cdot t} \cdot E_k \cdot \sin \gamma_k \quad (61)$$

kde

$N$  je dostava kordu [počet kordů na 1 mm].

$t$  je tloušťka matrice [mm].

$d_k$  je průměr kordu [mm].

Poissonovo číslo je vypočítáno podle teorie pro monotropní kompozity [56], resp. podle objemových podílů kordu a matrice:

$$\nu = V_k \cdot \nu_k + (1 - V_k) \cdot \nu_m \quad (62)$$

### Nárazníkové pásy

Z hlediska funkce nárazníku je uvažováno, že dominantní je směr podélný vůči podélnému směru, tzn.  $\gamma_k = 0^\circ$ . Úhel kordu kostry  $\gamma_k$  bývá odchýlen zpravidla 20-30°. Zde platí stejné vztahy jako pro kostru, jen je celý souřadnicový systém otočen o 90°. Platí tedy následující vztahy:

$$E = N \cdot \frac{\pi \cdot d_k^2}{4 \cdot t} \cdot E_k \cdot \cos \gamma_k \quad (63)$$

$$\nu = V_k \cdot \nu_k + (1 - V_k) \cdot \nu_m \quad (64)$$

### Ortotropní

Pro ortotropní kompozity je měření mechanických vlastností poněkud obtížnější. Jestliže je výztuž považována za monotropní, je potřeba získat 5 na sobě vzájemně nezávislých parametrů  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{21}$  a  $\nu_{31}$ . Tyto parametry se získají tahovými zkouškami přímo na kompozitu. V technické praxi ale takováto měření nejsou standardně měřena. Často bývá výztužný kord a matrice změřena samostatně. Pak jsou známy hodnoty  $E_k$ ,  $E_m$  a pro pryžovou matrici je dopočítán smykový modul  $G_m$  jako

$$G_m = \frac{E_m}{2(1 - \nu_m)} \quad (65)$$

Pokud uvažujeme pryž za nestlačitelný materiál, tzn.  $\nu_m = 0,5$ , pak

$$G_m = \frac{E_m}{3} \quad (66)$$

Pro výpočet zmíněných pěti parametrů se pak nabízí použití směšovacího pravidla, kde

$$E_1 = E_m \cdot V_m + E_k \cdot V_k \quad (67)$$

Kde

$E_l$  je Youngův modul kompozitu ve směru kordů.

$E_m$  je Youngův modul matrice (pryže).

$E_k$  je Youngův modul výztužného kordu.

$V_m$  je objemový podíl matrice (pryže) v kompozitu.

$V_k$  je objemový podíl výztužného kordu v kompozitu.

Pro výpočet příčného modulu kompozitu uvažujeme, že moduly  $E_m$  a  $E_k$  jsou jako dvě pružiny zapojené sériově za sebou. Pak

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_m}{E_m} + \frac{V_k}{E_k} \quad (68)$$

Vyjádřením  $E_2$

$$E_2 = E_m \cdot \frac{E_k}{E_k \cdot V_m + E_m \cdot V_k} \quad (69)$$

Protože  $E_k \gg E_m$ , vztah je zjednodušuje na

$$E_2 = \frac{E_m}{V_m} \quad (70)$$

Stejným postupem pak i

$$G_{12} = \frac{G_m}{V_m} \quad (71)$$

a Poissonovo číslo  $\nu$

$$\nu_{21} = \nu_{12} \cdot \frac{E_2}{E_1} \quad (72)$$

Tato aproximace dává dobrý první odhad ortotropických elastických konstant potřebných pro strukturální výpočty dlouhovláknových kompozitů kordu s pryžovou maticí. Mnoho důležitých faktorů je zde zanedbáno. Např. to, že kord není homogenní, ale jeho chování je spíše anizotropní. [32]

Literatura [32] uvádí a porovnává několik přesnějších modelů, které jsou používány pro tyto typy kompozitů. Z několika uvedených, např. Halpin-Tsai [63,64], Gough-Tangorra [65], Akasaka-Hirano [66] je v této práci zvolena metoda odhadu parametrů podle S.K.Clarka [67]. Ta je spolu s Halpin-Tsai metodou nejpřesnější, ale nevyžaduje tak podrobné vlastnosti kordu.

### S.K. Clarkovy odhady parametrů ortotropní desky

Jako první se vypočítá parametr  $\phi$ , který označuje stupeň ztužení způsobený strukturou kordu [67]:

$$\phi = E_k \cdot V_k \frac{1 - V_k}{2 \cdot G_m} \quad (73)$$

Pak

$$E_1 = E_k \cdot V_k + 12 \cdot \frac{G_m}{1 - V_k} \quad (74)$$

$$E_2 = G_m \cdot \frac{4 - \frac{4}{2 + \phi} + \frac{4 + 2\phi}{(2 + \phi)^2}}{1 - V_k} \quad (75)$$

$$G_{12} = \frac{G_m}{1 - V_k} \quad (76)$$

$$\nu_{12} = 0,5 \quad (77)$$

A  $\nu_{21}$  podle vztahu:

$$\nu_{21} = \nu_{12} \cdot \frac{E_2}{E_1} \quad (78)$$

Objemový podíl kordu se spočítá jako

$$V_k = N \cdot \frac{\pi \cdot d_k^2}{4 \cdot t} \quad (79)$$

Není nutné přepočítávat parametry do jiného souřadnicového systému. Pootočení se nastaví přímo v MKP systému pomocí příkazu *new\_orient*. Tím se vytvoří nový lokální souřadnicový systém pro zvolený materiál.

## Rebary

Do vlastností rebar materiálů se zadávají zvlášť vlastnosti výztužných kordů a zvlášť matrice [68,69]. Výhodou je, že pryžová matrice může být popsána podle některého z dostupných hyperelastických modelů. Kordy jsou zkoušeny samostatně bez matrice. V MKP softwaru jsou pak popsány Youngovým modulem  $E$  a Poissonovým číslem  $\nu$ .

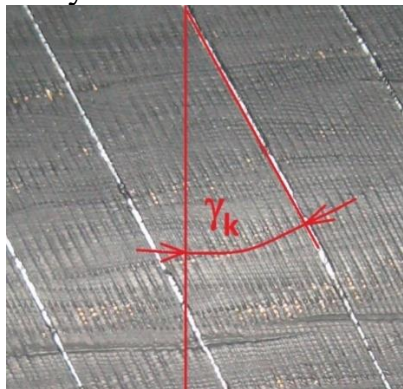
Prvek rebar se tedy nadefinuje:

- Vybere se materiál výztuže.
- Z průměru kordu se vypočítá jeho plocha průřezu  $S_k$ .
- Úhel kordu  $\gamma_k$  měřeného od příčného směru.
- Dostava kordu  $N$  jako počet kordů na jednotku délky.

### 3.3.5 Měření úhlu kordů

Měření úhlu kordů na vyrobené pneumatice je poměrně složitý úkol, zvláště pokud má pneumatika vysoký běhoun s velkým zaplněním figur. Na nenahuštěné pneumatice se nejprve musí odstranit běhoun až po horní nárazníkový pás (Obr. 25). Tato odhalená plocha by vždy měla být v koruně pláště a měla by být dostatečně velká, aby bylo možné provádět více měření na různých místech a zvýšila se přesnost.

Obtížně se také měří referenční směr, od kterého se měří úhel. Z pravidla se referenčním směrem volí buď obvodový nebo rovnoběžný s osou rotace pneumatiky podle toho, který z nich lze snadněji a přesněji určit. Pokud je pneumatika vyrobena ve dvoudílné formě, pak lze určit obvodový směr podle přetoků v dělicí rovině formy, která prochází po obvodu pneumatiky přesně v koruně. Pokud je pneumatika vyrobena v segmentové formě, pak je naopak snazší určit podle přetoků osový směr a úhel vztahovat k němu.



Obr. 25: Úhel kordu na odhaleném nárazníkovém pásu

### 3.3.6 Definice okrajových podmínek

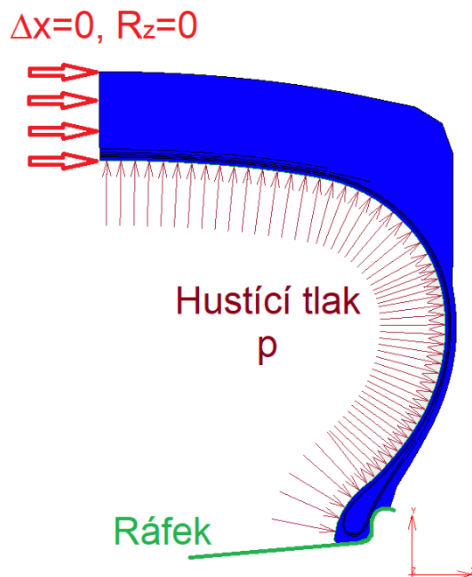
Okrajové podmínky, které budou různé pro 2D a 3D model, jsou popsány v následujících kapitolách.

#### 2D rotačně symetrický model

Prvním provedeným výpočtem je nahuštění pneumatiky na požadovaný tlak. Toto je typická 2D rotačně symetrická úloha. Pneumatika je považována za stranově symetrickou, proto se modeluje jen její polovina.

V úloze jsou zavedeny tyto okrajové podmínky (Obr. 26):

- V ose symetrie je zamezen pohyb v ose  $x$ :  $\Delta X = 0$ .
- V ose symetrie je zamezeno otáčení kolem osy  $z$ :  $R_z = 0$ .
- Hustící tlak  $p$  (Edge load) působí kolmo na vnitřní stěnu pneumatiky po celé její délce.
- Patka je v kontaktu s ráfkem, který je modelován jako absolutně tuhý (rigid). Tření mezi ráfkem a patkou má Coulombův koeficient tření 0,5.



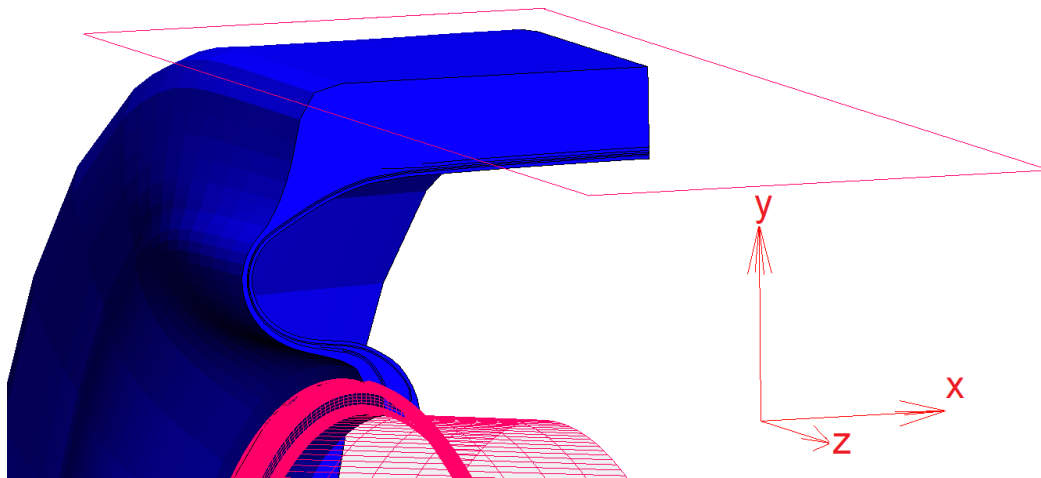
Obr. 26: Okrajové podmínky pro rotačně symetrickou úlohu

### 3D model se solid dezénem

2D rotačně symetrický model je expandován do 3D (Obr. 27). V této úloze může být mimo nahuštění ještě také aplikováno radiální zatížení. Nad pneumatikou je v rovině XZ vytvořena obdélníková, nedeformovatelná plocha (rigid), které je předepsána radiální síla  $F_y$ , působící v záporném směru osy  $y$ . Protože je modelována jen čtvrtina pneumatiky, tak má síla čtvrtinovou velikost. Tato plocha působením svislé síly radiálně deformuje pneumatiku.

V této úloze není modelován reálný dezén, ale tzv. solid. Je to výrazné zjednodušení, protože modelování celého reálného dezénu je časově náročnější jak na přípravu, tak i na výpočetní čas vlivem zvýšeného počtu elementů a nutného zavedením kontaktu mezi podběhounem a dezénových figur. Na druhé straně, solid dezén je objemnější než reálný. To může způsobovat zvýšenou tuhost dezénu. Zvýšenou tuhost dezénu lze redukovat snížením Youngova modulu běhounu, resp. koeficientu Neo-Hookovského modelu. Je změřeno, že dezén zemědělské pneumatiky má přibližně objemové zaplnění dezénu 25%. Proto je při těchto úlohách navrženo, aby byla tuhost běhounu snížena čtyřnásobně.

Protože je model vytvořen expandováním rotačně symetrického modelu, lze (v některých případech) jako počátek výpočtu zvolit výsledek z úlohy rotačně symetrické. V tomto případě lze načíst již nahuštěnou pneumatikou nasazenou na ráfku. Následně je v 3D výpočtu jen počítáno radiální stlačení „rigid“ plochou.



Obr. 27: 3D model pneumatiky se solid dezénem.

### 3D výpočet s reálným dezénem

Reálný dezén pneumatiky není stranově symetrický, proto jeho zahrnutí do modelu vyžaduje, aby pneumatika byla modelována celá (Obr. 28).

Celý běhoun s dezénem je vymodelován a vysítován zvlášť. Je důrazně doporučováno mít se síťováním trpělivost a vysítovat dezén kvalitně. Pokřivené elementy totiž mohou výrazně prodlužovat výpočetní časy nebo i dokonce způsobovat nekonvergenci výpočtů.

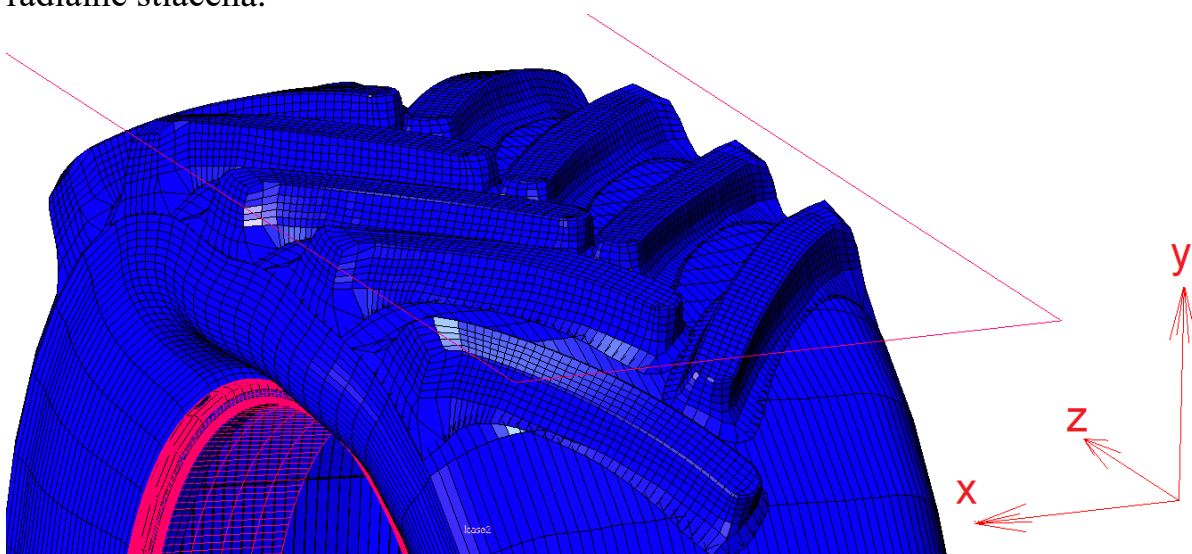
Celý běhoun na zbývajících částech pneumatiky je odstraněn. Na tento model je načten připravený model běhounu a následně přilepen kontaktní funkci Glue. Je efektivní, aby celkový model obsahoval dezénové figury jen v místě kontaktu

s podložkou a v blízkém okolí. Je ze zkušeností ověřeno, že výsledná radiální tuhost nebude ovlivněna. Přínos je především ve výpočetním času. Pokud jsou navíc dezénové figury síťovány velice jemně, může být zkrácení času i několikanásobné.

Je důležité mít správně nastavené kontaktní vzdálenosti (Contact distance). Doporučuje se mít nastaveny jako 1/20 nejkratší hrany elementu v kontaktu. Aby nedocházelo k penetraci během do kostry, je doporučeno použít kontakt typu Segment-to-Segment.

Tato úloha je, oproti předchozím, nesymetrická, proto jsou odstraněny okrajové podmínky z roviny symetrie.

Protože tento model není kompletně vytvořen z rotačně symetrické úlohy, nelze využít její výsledky a celý proces musí být simulován od začátku. V prvním kroku je pneumatika nasazena na ráfek, nahuštěna na požadovaný tlak a následně radiálně stlačena.



Obr. 28: Kompletní 3D model pneumatiky se reálným dezénem.



### 3.3.7 Změřené a vypočítané materiálové hodnoty výztužných vrstev

V Tab. 4 jsou uvedeny základní materiálová data studovaných pneumatik, která byla získána měřením.

Tab. 4: Materiálová data zkoumaných pneumatik

	Youngův modul pružnosti v tahu [MPa]	Průřez [mm <sup>2</sup> ]	Dostava [kordů/mm]
PA66 kord	1200	0,5	1
PES kord	3690	0,8	0,7
Ocelový kord	97 000	1	0,5
	C10 – parametr Neo-hookovského modelu [MPa]		
Bočnice	0,90		
Běhoun	0,59		
Matrice textilních kordů	0,47		
Matrice ocelových kordů	1,74		
Patní pásek/Jádro	1,44		

Na základě těchto vstupních hodnot byla dopočítána data pro jednotlivé modely kompozitů. Vlastnosti ortotropního modelu jsou v hlavním souřadném systému (nepootočeném).

Tab. 5: Parametry jednotlivých modelů výztuže

<b>Kostra</b>			
	Rebar	Izotropní	Ortotropní
PA66 kord	$S_k = 0,5 \text{ mm}^2$	$E = 600 \text{ MPa}$	$E_1 = 624 \text{ MPa}$
	$N = 1 \text{ mm}^{-1}$	$\nu = 0,4$	$E_2 = 8 \text{ MPa}$
	$\gamma_k = 85-90^\circ$		$G_{12} = 2 \text{ MPa}$
			$n_{12} = 0,5$
			$n_{21} = 0,006$
<b>Nárazníkový pás</b>			
	Rebar	Izotropní	Ortotropní
PES kord	$S_k = 0,8 \text{ mm}^2$	$E = 1810 \text{ MPa}$	$E_1 = 25 \text{ MPa}$
	$N = 0,7 \text{ mm}^{-1}$	$\nu = 0,39$	$E_2 = 2150 \text{ MPa}$
	$\gamma_k = 22-25^\circ$		$G_{12} = 6 \text{ MPa}$
			$n_{12} = 0,5$
			$n_{21} = 0,006$
Ocelový kord	$S_k = 1 \text{ mm}^2$	$E = 48500 \text{ MPa}$	$E_1 = 22 \text{ MPa}$
	$N = 0,5 \text{ mm}^{-1}$	$\nu = 0,4$	$E_2 = 48600 \text{ MPa}$
	$\gamma_k = 25-30^\circ$		$G_{12} = 5,5 \text{ MPa}$
			$n_{12} = 0,5$
			$n_{21} = 0,001$

### **3.3.8 Vyhodnocování rozměrů a tuhosti**

#### **Rozměry pneumatik**

Rozměry pneumatik jsou dány normou ETRTO. Tato norma neudává přesný tvar pneumatik za nominálních podmínek, ale jen maximální průměr a maximální šířku. Tyto rozměry mají danou střední hodnotu a příslušné horní a dolní tolerance. Pneumatika je musí splňovat, aby mohla být homologována. Není vždy cílem navrhovat pneumatiku na střední hodnotu. Někdy se požadují rozměry blíže k dolní nebo horní hranici.

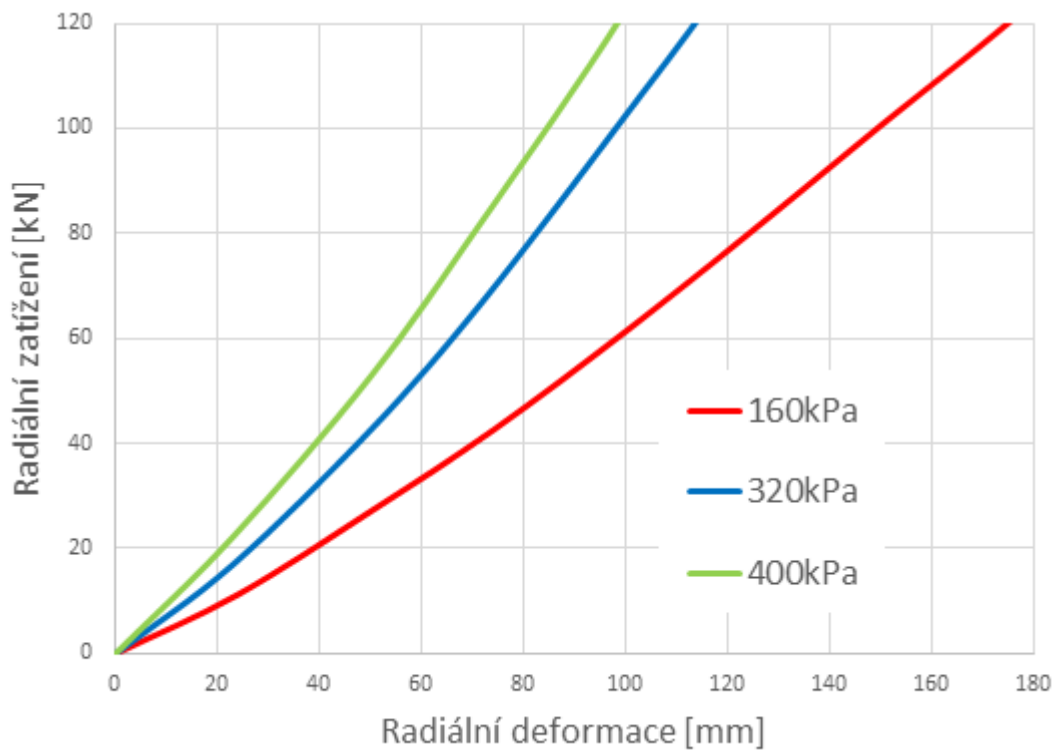
K dolní hranici to může například být ze žádosti výrobce zemědělských vozidel proto, aby byla splněna maximální povolená šířka vozidla a to mohlo být provozováno na pozemních komunikacích.

K horní hranici se může pneumatika dimenzovat například proto, aby měla větší kontaktní plochu s půdou a tím i menší měrný tlak na půdu.

#### **Radiální tuhost**

Radiální deformační charakteristika popisuje, jakou radiální deformaci způsobí síla o dané velikosti působící ve stejném směru. Tato závislost bývá zpravidla vynesena do grafu. Z důvodu potřeby porovnávání různých pneumatik, jejich hustících tlaků, konstrukcí, apod. bývá tato charakteristika reprezentována jedním číslem - radiální tuhostí.

Zatěžovací křivka typicky mívá na počátku parabolický a od určité deformace lineární průběh (Obr. 29). Matematicky je tuhost směrnici přímky v určitém bodě nebo intervalu. Způsobů, jak vypočítat tuto směrnici ze zatěžovací křivky je více. Směrnice v počátku se obvykle volí u podélné a boční tuhosti. U radiální je vhodnější tuto směrnici počítat v intervalu, v kterém je pneumatika standardně v provozu zatížena. Maximální dovolené zatížení pneumatiky je určeno jejím tzv. Load Indexem (LI). Pneumatika pak v provozu nesmí být zatížena větší silou. Z výše uvedených důvodů byl v této práci zvolen interval  $(0,5-1) * LI$ . Celý tento interval u zkoumaných pneumatik leží v lineární části křivky.



Obr. 29: Radiální deformační charakteristika pro různá huštění

## 4. VÝSLEDKY

Hlavním cílem disertační práce je nalezení vhodného numerického MKP modelu pro zadané výpočty pneumatik. Výsledky práce jsou rozděleny do dvou částí. V první části jsou vyhodnocovány výsledky MKP výpočtu rovnovážného tvaru meridiánu. Ve druhé části je pomocí tohoto meridiánu vytvořen MKP model celé pneumatiky. Ten je následně zatížen tlakem a radiální silou. Výsledky těchto simulací jsou porovnány se skutečnými měřeními.

### 4.1 Výsledky vypočítaných meridiánů

U vypočtených meridiánů jsou porovnávány základní charakteristiky:

- Délka meridiánu  $l_m$ .
- Souřadnice bodu nárazíku  $z_l, r_l$ .
- Souřadnice bodu patky  $z_b, r_b$ .
- Poloměr nejširšího místa  $r_w$ .

Spočítané křivky meridiánů a jejich základní charakteristiky jsou uvedeny v následujících kapitolách.

#### 4.1.1 Porovnání meridiánů

Porovnání všech vypočtených meridiánů je zobrazeno na Obr. 30. Meridiány jsou ve stejném měřítku, aby byla zřejmá jejich rozdílná velikost a tvar. Body analytického výpočtu jsou zobrazeny křížky a výpočet MKP křivkami.

Základní parametry vypočtených meridiánů a jejich odchylky vypočítaných hodnot jsou shrnuty v

Tab. 6. Parametry  $w$  a  $R_z$  jsou pro oba výpočty stejné, protože jsou již zadány vstupními okrajovými podmínkami.

Absolutní odchylky jsou vypočítány jako:

Hodnota z MKP výpočtu [mm] – Hodnota z analytického výpočtu [mm]

Relativní odchylky nejsou počítány jen jako poměr absolutních hodnot z MKP a analytického výpočtu, neboť by to vedlo ke zkreslování výsledků. Např. pokud by byl absolutní rozdíl v některé souřadnici bodu 10 mm, pak by platilo, že čím větší bude pneumatika, tím menší bude relativní chyba. Proto je při výpočtu relativní chyby důležité zohlednit velikost pneumatiky. To se zohlední tím, že

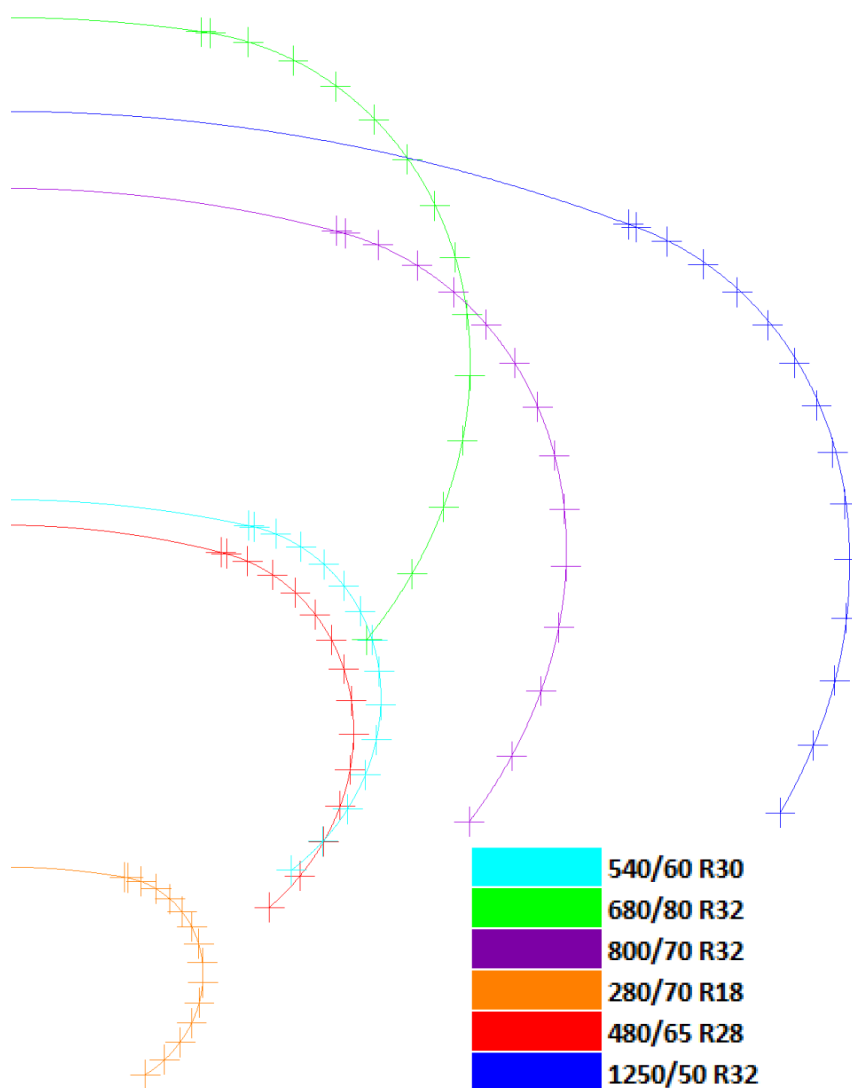
relativní chyba se vztáhne na maximální šířku nezatíženého meridiánu (souřadnice  $w$ ) pro  $z$  souřadnice a na výšku bočnice pro  $r$  souřadnice (rozdíl  $R_z - R_b$ ).

Relativní odchylky pro  $z$  souřadnice:

$$\frac{\text{Hodnota z MKP výpočtu [mm]} - \text{Hodnota z analytického výpočtu [mm]}}{w}$$

Relativní odchylky pro  $r$  souřadnice:

$$\frac{\text{Hodnota z MKP výpočtu [mm]} - \text{Hodnota z analytického výpočtu [mm]}}{R_z - R_b}$$



Obr. 30: Porovnání vypočtených meridiánů

Tab. 6: Porovnání vypočítaných souřadnic meridiánu

		280/70R18				480/65R28			
	Jednotky	Analytický	MKP	Absolutní odchyška	Relativní odchyška	Analytický	MKP	Absolutní odchyška	Relativní odchyška
R <sub>z</sub>	mm	420				653			
w		136,8				239,4			
l <sub>m</sub>		258,6	258,0	-0,6	-0,25%	451,1	450,7	-0,4	-0,08%
z <sub>b</sub>		97,7	98,1	0,4	0,26%	182,1	182,4	0,3	0,13%
r <sub>b</sub>		278,6	279,0	0,4	0,25%	392,3	392,6	0,3	0,11%
r <sub>w</sub>		341,3	347,1	5,8	1,69%	510,0	511,7	1,7	0,33%
z <sub>1</sub>		83,7	84,0	0,3	0,09%	149,2	149,6	0,4	0,10%
r <sub>1</sub>		412,9	412,9	0,0	-0,03%	634,0	633,9	-0,1	-0,04%
		1250/50R32				540/65R30			
	Jednotky	Analytický	MKP	Absolutní odchyška	Relativní odchyška	Analytický	MKP	Absolutní odchyška	Relativní odchyška
R <sub>z</sub>	mm	934				670			
w		576,5				257,9			
l <sub>m</sub>		906,7	908,6	0,2	0,02%	466,1	465,6	-0,4	-0,09%
z <sub>b</sub>		529,5	529,5	0,0	0,00%	197,1	197,3	0,2	0,09%
r <sub>b</sub>		456,7	456,6	0,0	0,00%	417,7	418,0	0,3	0,11%
r <sub>w</sub>		629,3	625,9	-3,4	-0,54%	530,1	535,6	5,5	1,03%
z <sub>1</sub>		426,2	429,7	0,2	0,05%	168,2	168,5	0,3	0,07%
r <sub>1</sub>		857,2	855,9	-0,1	0,02%	652,1	652,0	-0,1	-0,05%
		680/80R42				800/70R32			
	Jednotky	Analytický	MKP	Absolutní odchyška	Relativní odchyška	Analytický	MKP	Absolutní odchyška	Relativní odchyška
R <sub>z</sub>	mm	998				882			
w		318,5				383,9			
l <sub>m</sub>		657,9	658,6	0,7	0,11%	718,4	717,9	-0,5	-0,07%
z <sub>b</sub>		248,3	248,3	0,0	0,00%	318,0	318,5	0,4	0,11%
r <sub>b</sub>		574,5	574,5	0,0	0,00%	450,6	451,1	0,5	0,13%
r <sub>w</sub>		754,0	761,7	7,7	1,02%	624,3	635,1	10,8	1,73%
z <sub>1</sub>		135,6	136,2	0,6	0,10%	227,9	228,9	0,5	0,13%
r <sub>1</sub>		988,3	988,2	-0,1	-0,02%	852,8	852,1	-0,7	-0,16%

Z vypočtených hodnot meridiánů zapsaných v

Tab. 6 vyplývá, že výpočet metodou konečných prvků se v porovnání s analytickým výpočtem:

- Neliší o více než 0,7 mm v bodech patky (souřadnice  $z_b, r_b$ ) a v bodě nárazníku (souřadnice  $z_l, r_l$ )
- Má největší rozdíl v délce meridiánu 0,7 mm u pneumatiky 680/80 R42. Pokud by analytický výpočet počítal s touto větší délkou, pak by maximální šířka pneumatiky vzrostla jen o 0,15 mm, což je vzhledem k šířce pneumatiky a výrobní přesnosti zanedbatelné číslo.
- Největší rozdíly jsou v poloměru nejširšího místa (souřadnice  $r_w$ ), které dosahují až 10,8 mm u pneumatiky 800/70 R32.

## 4.2 Vypočítané rozměry nahuštěného pláště

Vstupní parametry pro kostru a pro nárazníkové pásy modelované různými typy výztuží jsou popsány v Tab. 5. Jako první byly provedeny výpočty 2D rotačně symetrického modelu pneumatiky.

Zvolené pneumatiky se dají rozdělit do dvou skupin podle druhy výztuže:

1. S textilním kostrovým kordem a ocelovým nárazníkovým kordem
2. S textilní kostrovým i nárazníkovým kordem

Výsledkem těchto výpočtu byly vnější rozměry pneumatiky, tzn. šířka a průměr při různých tlacích. Ty jsou zapsány v příslušných tabulkách spolu s výsledky měření.

### 4.2.1 540/65 R30

Tato pneumatika má PA66 kostrový kord s úhlem  $85^\circ$ , ocelový nárazníkový pás s úhlem kordu v koruně  $23^\circ$ . Relativní výška bočnice, jenž je udáno profilovým číslem), patří mezi průměrné.

Tab. 7: Změna rozměrů po nahuštění pro 540/65 R30

	Šířka [mm]		Průměr [mm]	
	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 240 kPa	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 240 kPa
Měření	528	538	1464	1462
Rebar model		538		1463
Izotropní model		537		1465
Ortotropní model		537		1465

Z výsledků je patrné, že když má nárazníkový kord vysoký Youngův modul pružnosti v tahu a malý úhel křížení kordů, průměr se nezvětší ani při nahuštění



na 240 kPa. Zde dokonce naopak klesne. Tento pokles se ale projevil jen u rebar modelu. Všechny modely dávají velice dobrou shodu ve spočítané šířce i průměru, rozdíly jsou maximálně 3 mm na průměru u izotropního a ortotropního modelu.

#### 4.2.2 680/80 R42

Tato pneumatika má PA66 kostrový kord s úhlem 85°, ocelový nárazníkový pás s úhlem kordu v koruně 22°. Oproti pneumatice 540/65 R30 má o 12“ větší průměr patek a patří mezi pneumatiky s nadprůměrně vysokým profilovým číslem.

Tab. 8: Změna rozměrů po nahuštění pro 680/80 R42

	Šířka [mm]		Průměr [mm]	
	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 320 kPa	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 320 kPa
Měření	632	663	2145	2140
Rebar model		664		2143
Izotropní model		658		2148
Ortotropní model		660		2149

Stejně jako u předchozí pneumatiky dochází ke snížení průměru po nahuštění a asi trojnásobnému nárůstu šířky. Pokles průměrů se zde projeví znova jen u rebar modelu. Největší odchylka na šířce je 5 mm u izotropního a 9 mm na průměru u ortotropního modelu. U rebar modelu jsou odchylky maximálně 3 mm.

### 4.2.3 800/70 R32

Tato pneumatika má PA66 kostrový kord s úhlem 85°, ocelový nárazníkový pás s úhlem kordu v koruně 29°. Patří mezi pneumatiky s typickým profilovým číslem.

Tab. 9: Změna rozměrů po nahuštění pro 800/70 R32

	Šířka [mm]		Průměr [mm]	
	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 240 kPa	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 240 kPa
Měření	731	775	1931	1930
Rebar model		775		1929
Izotropní model		772		1931
Ortotropní model		774		1932

Stejně jako u předchozích pneumatik dochází ke snížení průměru po nahuštění a přibližně dvojnásobnému nárůstu šířky oproti 540/65 R30. Pokles průměrů se zde projeví u všech modelů. Největší odchylka na šířce je 3 mm u izotropního a 2 mm na průměru u ortotropního modelu.

### 4.2.4 280/70 R18

Tato pneumatika má, oproti ostatním pneumatikám, jen jeden PA66 kostrový kord s úhlem 90°, PES nárazníkový pás s úhlem v koruně 24°. Jedná se o nejmenší pneumatiku zkoumanou v této práci, která jako jediná má průměr menší než 1000 mm.

Tab. 10: Změna rozměrů po nahuštění pro 280/70 R18

	Šířka [mm]		Průměr [mm]	
	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 160 kPa	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 160 kPa
Měření	275	277	844	850
Rebar model		277		850
Izotropní model		278		846
Ortotropní model		279		847

Oproti pneumatikám s ocelovým nárazníkem zde již dochází ke zvětšení průměru při nahuštění, i když je tlak jen 160 kPa. Šířka pneumatiky se s huštěním mění jen minimálně. Výsledky rebar modelu jsou stejné jako měření, na druhé

straně největší rozdíly jsou v průměru u izotropního modelů, který ho výpočtem spočítal o 4 mm menší než ten změřený.

#### 4.2.5 480/65 R28

Tato pneumatika má PA66 kostrový kord s úhlem 85°, PES nárazníkový pás s úhlem v koruně 24°. Jedná se o druhou nejmenší zkoumanou pneumatiku s nízkým nominálním hustícím tlakem 160 kPa.

Tab. 11: Změna rozměrů po nahuštění pro 480/65 R28

	Šířka [mm]		Průměr [mm]	
	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 160 kPa	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 160 kPa
Měření	491	498	1318	1332
Rebar model		501		1332
Izotropní model		504		1330
Ortotropní model		502		1336

Výsledky rebar modelu opět dávají nejpřesnější rozměry, vypočítaný průměr je stejný jako u měření, šířka je o 3 mm větší. Největší rozdíly na šířce jsou 6 mm u izotropního modelu a 4 mm na průměru u ortotropního modelu.

#### 4.2.6 1250/50 R32

Tato pneumatika je netypická svojí obrovskou šířkou, velice nízkým profilovým číslem a průměrem přes 2000 mm. Má PA66 kostrový kord s úhlem 85°, PES nárazníkový pás s úhlem v koruně 28°.

Tab. 12: Změna rozměrů po nahuštění pro 1250/50 R32

	Šířka [mm]		Průměr [mm]	
	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 320 kPa	Nenahuštěné	Rozměry při nahuštění 320 kPa
Měření	1153	1175	1981	2025
Rebar model		1179		2027
Izotropní model		1191		2003
Ortotropní model		1181		2027

U této pneumatiky dochází k největšímu nárůstu průměru po nahuštění a to až 44 mm. Výsledky rebar modelu dávají nejpřesnější rozměry, i u takto veliké pneumatiky a vysokého tlaku nejsou rozdíly větší než 4 mm. Na druhou stranu,

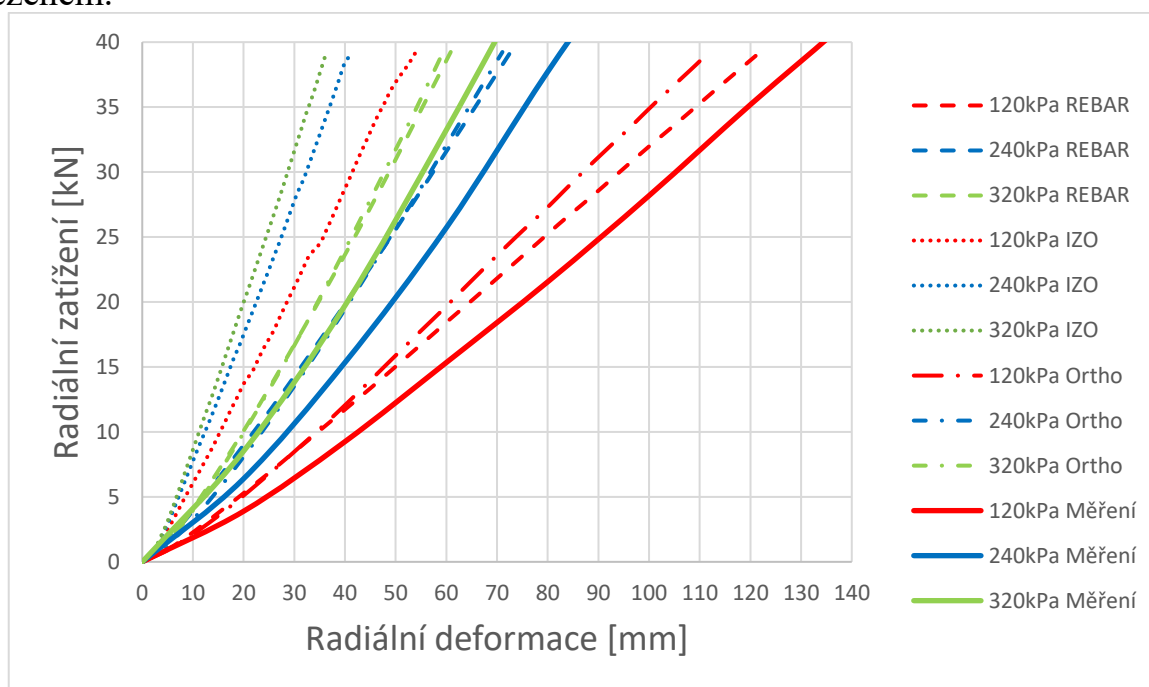
oproti všem předchozím výpočtům je zde neobvykle horší vypočtený průměr u izotropního modelu, který je o 22 mm nižší než změřený.

### 4.3 Výsledky radiální deformace

V dalším kroku jsou zobrazeny výsledky radiálních deformačních charakteristik. U každé pneumatiky jsou graficky zobrazeny výsledky rotačně symetrického modelu a kompletního modelu. Každý graf obsahuje 16 křivek, proto nejsou výsledky těchto modelů zobrazeny dohromady, ale kvůli přehlednosti v samostatných grafech.

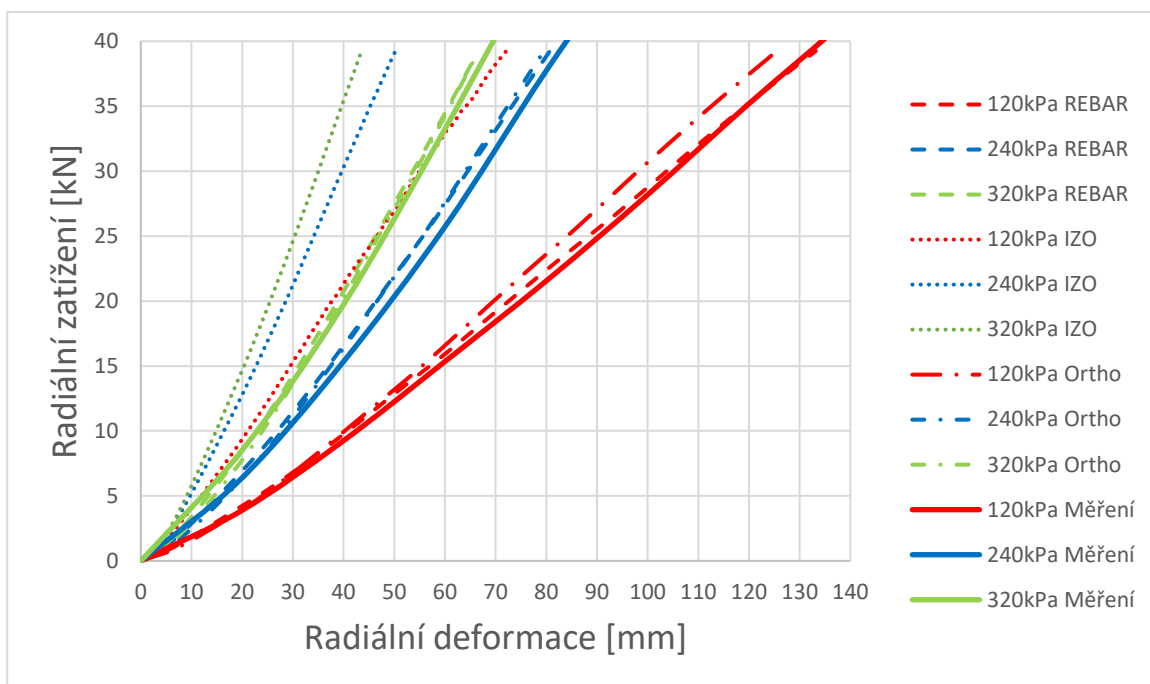
#### 4.3.1 540/65 R30

Při nominálním tlaku 240 kPa je maximální dovolené zatížení této pneumatiky 4000 kg. Dále byl ještě vybrán nižší tlak 120 kPa a vyšší 320 kPa. Radiální deformační charakteristiky jsou zobrazeny na Obr. 31 pro pneumatiku se solid dezénem.



Obr. 31: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 540/65 R30

Na Obr. 32 jsou výsledky modelu se skutečnou geometrií dezénu.



Obr. 32: Radiální deformační křivky kompletního modelu 540/65 R30

Vypočtené hodnoty radiální deformace při zatížení 4000 kg jsou zobrazeny v Tab. 13.

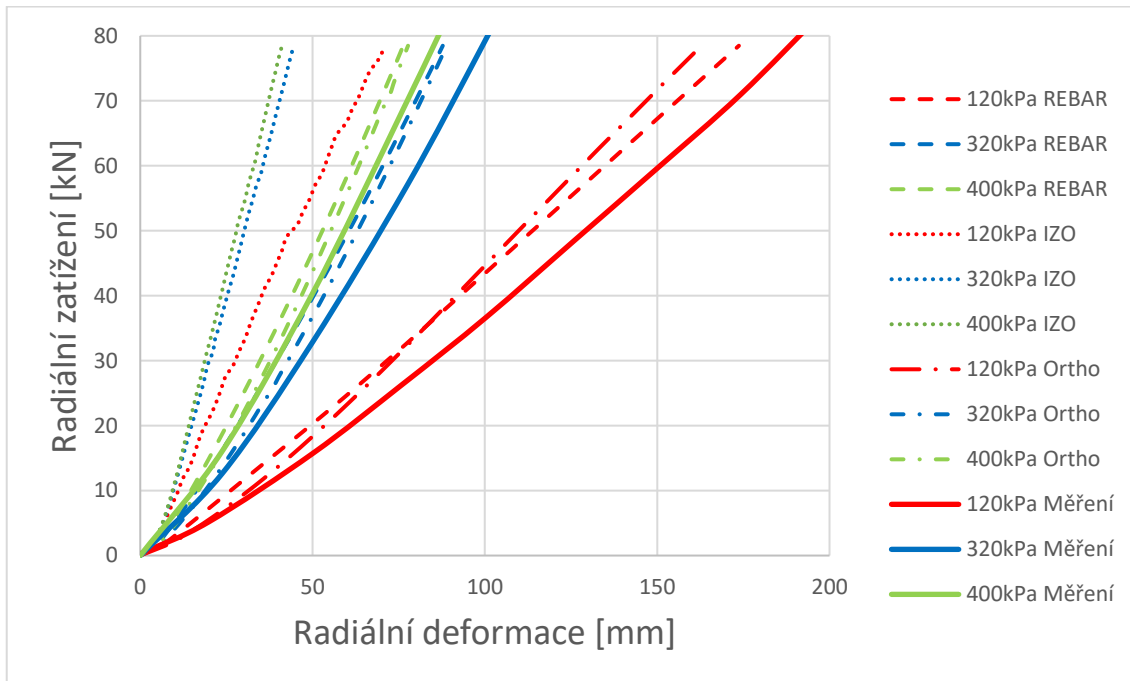
Tab. 13: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 540/65 R30

	Hustící tlak [kPa]	Měření	Rotačně symetrický model			Kompletní model		
			Rebar	Ortotropní	Izotropní	Rebar	Ortotropní	Izotropní
Deformace při 4000 kg [mm]	120	131	122	112	54	133	126	72
	240	83	73	71	41	81	80	50
	320	68	61	59	36	67	67	43
Radiální tuhost [N/mm]	120	354	333	371	748	311	334	532
	240	587	603	652	1064	569	594	871
	320	706	760	793	1199	722	744	1082

Oba modely mají při radiální deformaci větší tuhost než skutečná pneumatika. I přesto, že byla u rotačně symetrického modelu snížena tuhost dezénu, má větší tuhost než kompletní model. Ortotropní model dosahuje podobných výsledků jako model rebar, jen s mírným zvýšením tuhosti. Pneumatika s izotropní výztuží je výrazně tužší, maximální deformaci při nejnižším tlaku 120 kPa má dokonce menší než je maximální deformace za tlaku 320kPa u ostatních modelů.

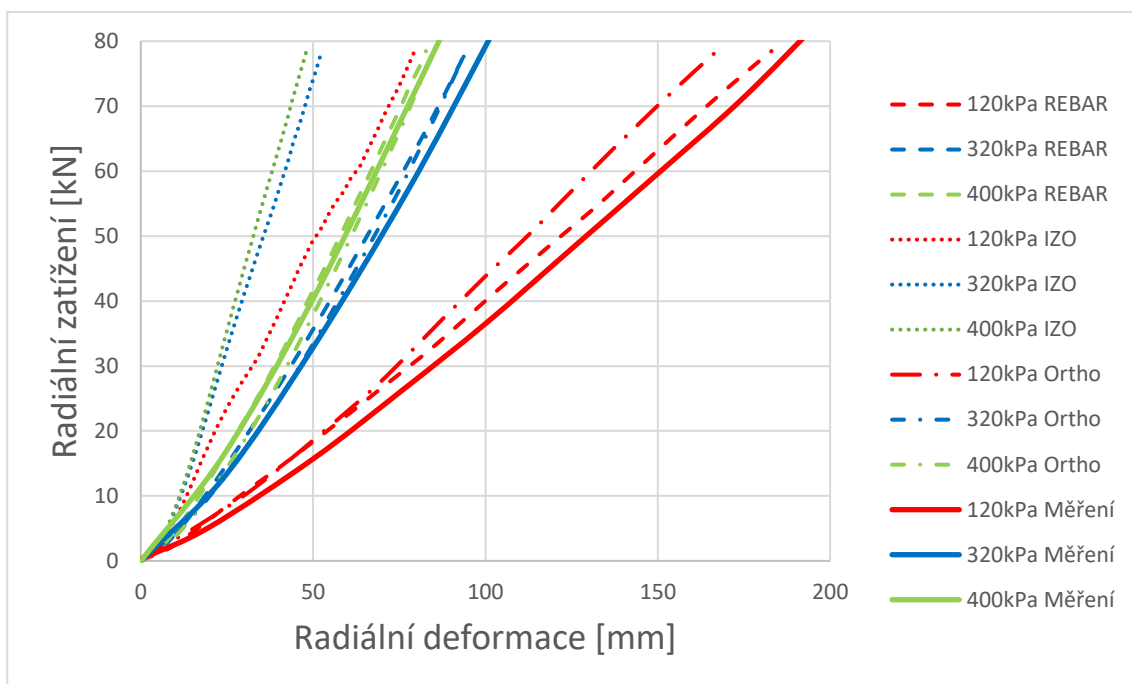
### 4.3.2 680/80 R42

Nominální tlak je pro tuto pneumatiku 320 kPa, ale maximální dovolené zatížení je dvojnásobné oproti předchozí, tj. 8000 kg. Kromě nominálního tlaku 320 kPa byl ještě vybrán jeden nižší tlak 120 kPa a jeden vyšší 400 kPa. Radiální deformační charakteristiky jsou zobrazeny na Obr. 33 pro pneumatiku se solid dezénem.



Obr. 33: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 680/80 R42

Na Obr. 34 se jsou výsledky modelu se skutečnou geometrií dezénu.



Obr. 34: Radiální deformační křivky kompletního modelu 680/80 R42

Vypočtené hodnoty radiální deformace při zatížení 8000 kg jsou zobrazeny v Tab. 14.

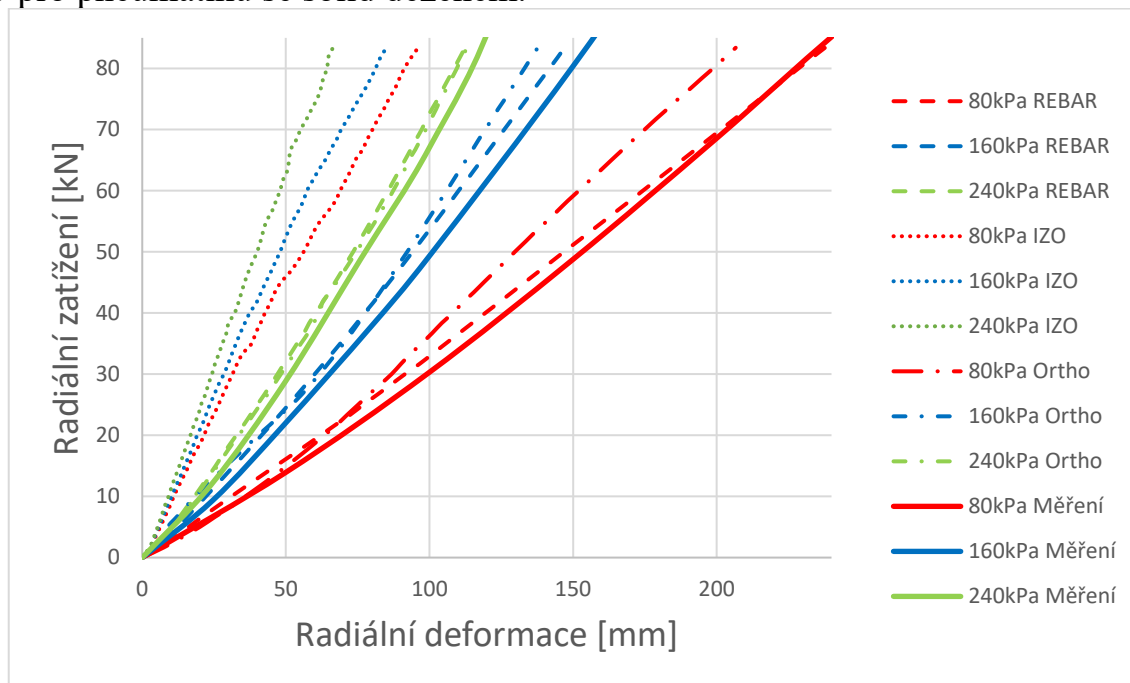
Tab. 14: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 680/80 R42

	Hustící tlak [kPa]	Měření	Rotačně symetrický model			Kompletní model		
			Rebar	Ortotropní	Izotropní	Rebar	Ortotropní	Izotropní
Deformace při 8000 kg [mm]	120	188	174	163	71	183	167	80
	320	99	88	89	45	94	95	53
	400	85	76	78	41	83	85	48
Radiální tuhost [N/mm]	120	532	475	532	1008	464	502	1108
	320	985	1067	1126	2072	1026	1116	1718
	400	1118	1242	1294	2259	1146	1247	1880

Oba modely mají při radiální deformaci většinou větší tuhost než skutečná pneumatika. Rotačně symetrická pneumatika má, stejně jako u předchozí pneumatiky, větší tuhost než kompletní model. Ortotropní model dosahuje podobných výsledků jako model rebar u vyšších tlaků, ale u nejnižšího hustícího tlaku je tužší. Pneumatika s izotropní výztuží má téměř dvojnásobnou tuhost oproti ostatním dvěma modelům.

### 4.3.3 800/70 R32

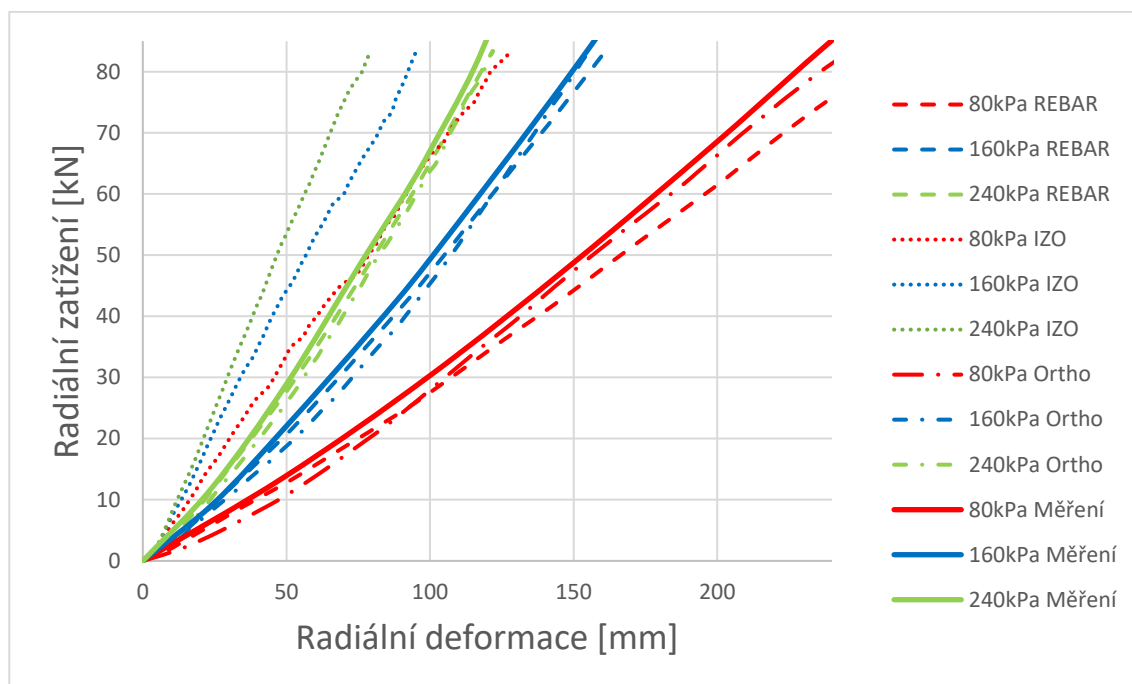
Tato pneumatika má nominální tlak 240 kPa a maximální dovolené zatížení této pneumatiky je 8500 kg. Kromě nominálního tlaku 240 kPa byly ještě vybrány dva nižší tlaky, 80 kPa a 160 kPa. Žádný vyšší tlak nebyl vybrán z důvodu chybějícího měření. Radiální deformační charakteristiky jsou zobrazeny na Obr. 35 pro pneumatiku se solid dezénem.



Obr. 35: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 800/70 R32

Na Obr. 36 se jsou výsledky modelu se skutečnou geometrií dezénu.





Obr. 36: Radiální deformační křivky kompletního modelu 800/70 R32

Vypočtené hodnoty radiální deformace při zatížení 8500 kg jsou zobrazeny v Tab. 15.

Tab. 15: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 800/70 R32

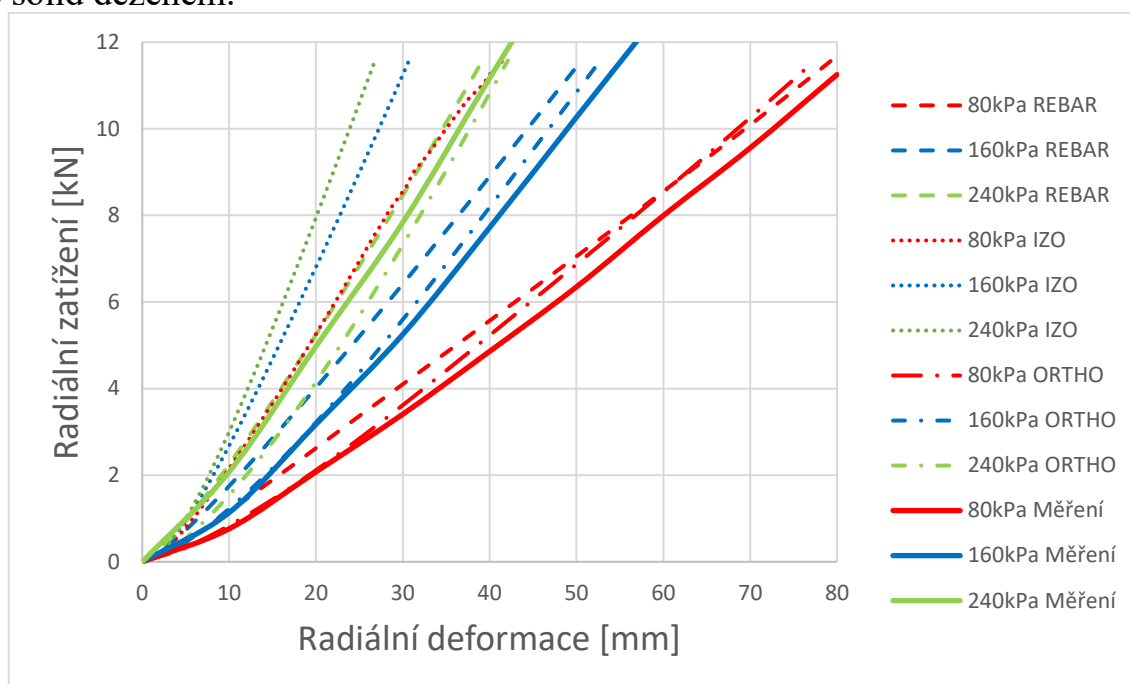
	Hustící tlak [kPa]	Měření	Rotačně symetrický model			Kompletní model		
			Rebar	Ortotropní	Izotropní	Rebar	Ortotropní	Izotropní
Deformace při 8500 kg [mm]	80	236	238	207	96	265	247	128
	160	153	147	138	85	161	156	95
	240	117	112	113	66	122	122	79
Radiální tuhost [N/mm]	80	403	368	433	850	346	379	676
	160	608	631	737	877	592	694	832
	240	874	861	874	1221	817	846	1036

U této pneumatiky dává rotačně symetrický model vyšší tuhost a kompletní model naopak nižší tuhost než měření. Opět ale platí, že rotačně symetrický model je tužší než kompletní. Pneumatika s izotropní výztuží nemá tak nadměrně vysokou tuhost oproti ostatním jako u předchozí pneumatiky, ale i tak dává hodně odlišné výsledky.

#### 4.3.4 280/70 R18

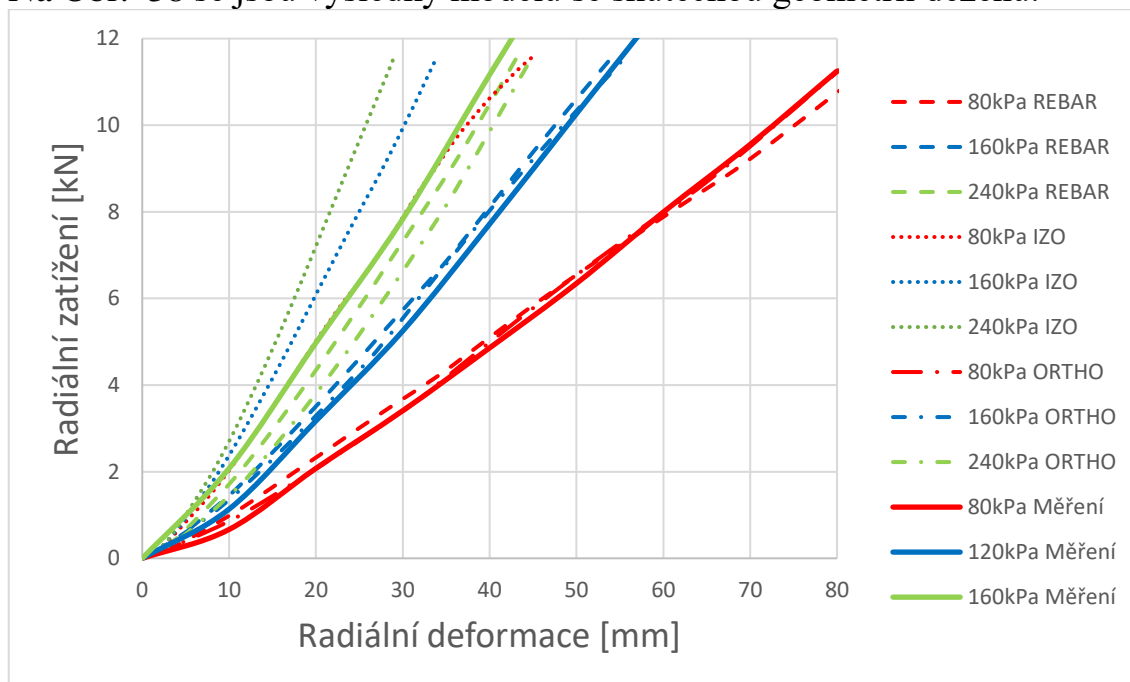
Tato nejmenší pneumatika má nominální tlak 240 kPa a maximální dovolené zatížení této pneumatiky je vzhledem k jejím rozměrům jen 1180 kg. Kromě nominálního tlaku 240 kPa byly ještě vybrány dva nižší tlaky, 80 kPa a 160 kPa. Vyšší tlak (než nominální) nebyl vybrán, protože k němu chyběla naměřená data.

Radiální deformační charakteristiky jsou zobrazeny na Obr. 37 pro pneumatiku se solid dezénem.



Obr. 37: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 280/70 R18

Na Obr. 38 se jsou výsledky modelu se skutečnou geometrií dezénu.



Obr. 38: Radiální deformační křivky kompletního modelu 280/70 R18

Vypočtené hodnoty radiální deformace při zatížení 1180 kg jsou zobrazeny v Tab. 16.

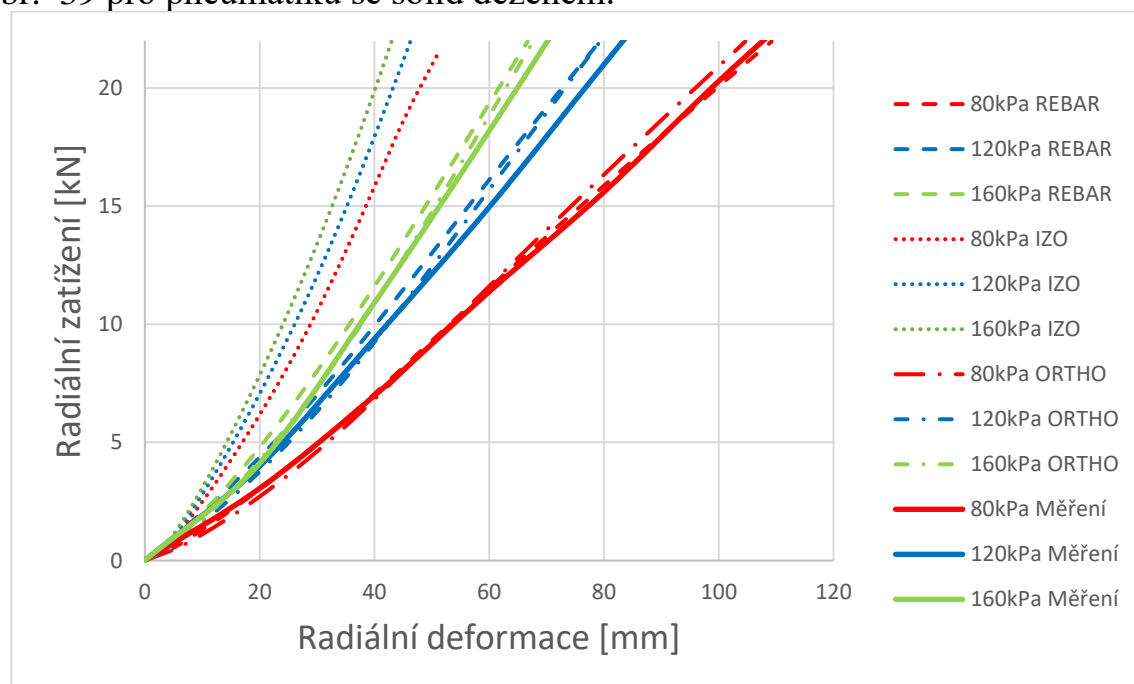
Tab. 16: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 280/70 R18

	Hustící tlak [kPa]	Měření	Rotačně symetrický model			Kompletní model		
			Rebar	Ortotropní	Izotropní	Rebar	Ortotropní	Izotropní
Deformace při 1180 kg [mm]	80	236	238	207	96	265	247	128
	160	153	147	138	85	161	156	95
	240	117	112	113	66	122	122	79
Radiální tuhost [N/mm]	80	403	368	433	850	346	379	676
	160	608	631	737	877	592	694	832
	240	874	861	874	1221	817	846	1036

Ortotropní a rebar kompletní model mají nejlepší výsledky pro tlaky 80 a 160kPa. Při huštění 240 kPa ale mají nižší tuhost a větší deformace. Izotropický model vykazuje velké odchylky od měření.

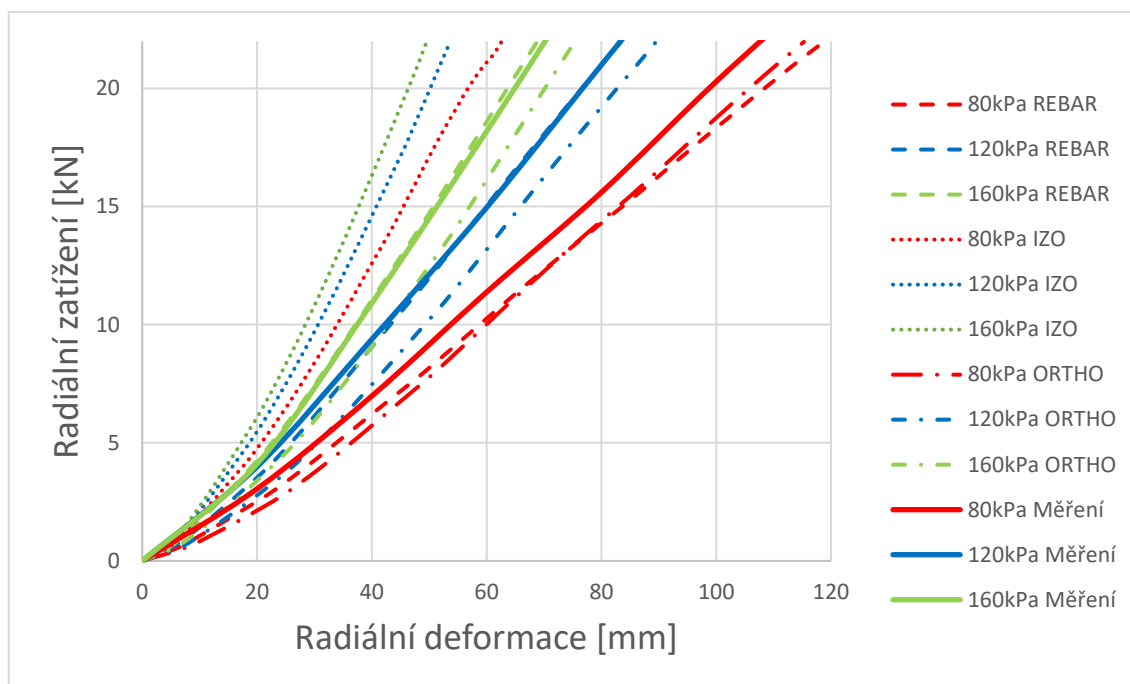
#### 4.3.5 480/65 R28

Tato pneumatika je určena pro provoz za nižšího tlaku 160 kPa a maximální dovolené zatížení této pneumatiky je 2240 kg. Kromě nominálního tlaku 160 kPa byly ještě vybrány dva nižší tlaky 80 kPa a 120 kPa. Pro vyšší tlaky nebyla dostupná změřená data. Radiální deformační charakteristiky jsou zobrazeny na Obr. 39 pro pneumatiku se solid dezénem.



Obr. 39: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 480/65 R28

Na Obr. 40 se jsou výsledky modelu se skutečnou geometrií dezénu.



Obr. 40: Radiální deformační křivky kompletního modelu 480/65 R28

Vypočtené hodnoty radiální deformace při zatížení 2240 kg jsou zobrazeny v Tab. 17: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí

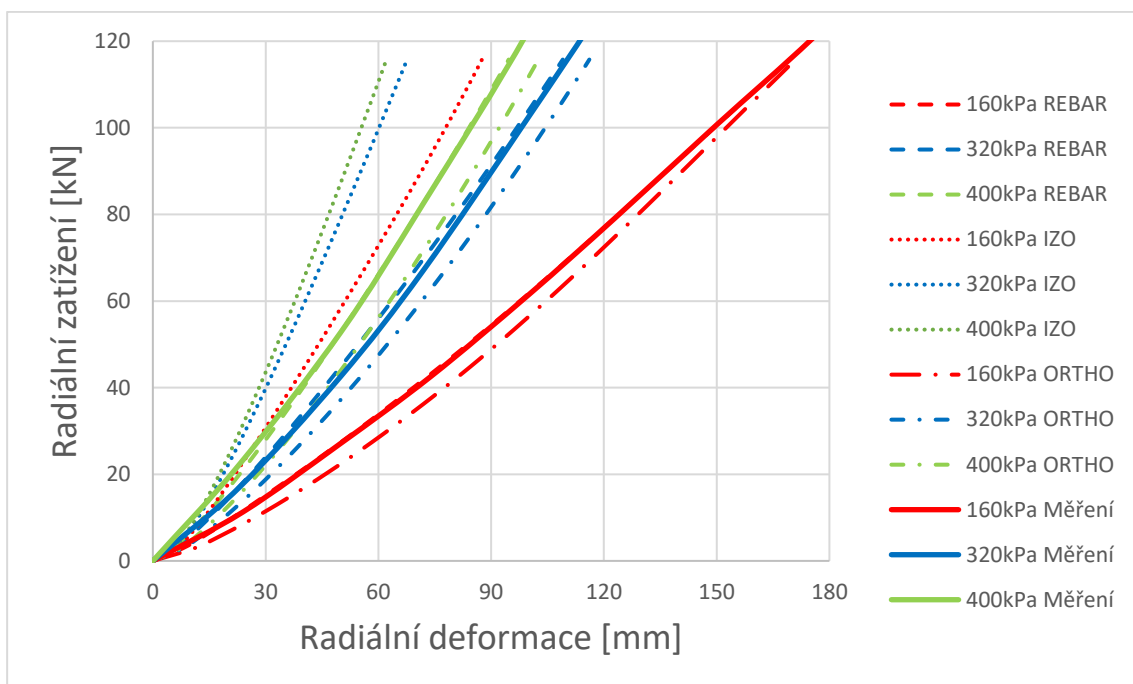
Tab. 17: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 480/65 R28

	Hustící tlak [kPa]	Měření	Rotačně symetrický model			Kompletní model		
			Rebar	Ortotropní	Izotropní	Rebar	Ortotropní	Izotropní
Deformace při 2240 kg [mm]	80	108	109	105	52	119	115	63
	120	83	79	79	46	83	90	54
	160	70	67	68	43	69	75	50
Radiální tuhost [N/mm]	80	222	213	232	526	200	216	430
	120	294	308	326	605	301	300	524
	160	370	389	404	642	382	373	572

Rotačně symetrický model dává u této pneumatiky přesnější výsledky radiální deformace než kompletní 3D model. Kompletní model má vyšší deformace než jsou ty naměřené. Izotropní model má výrazně vyšší tuhost stejně jako v předchozích rozměrech pneumatik.

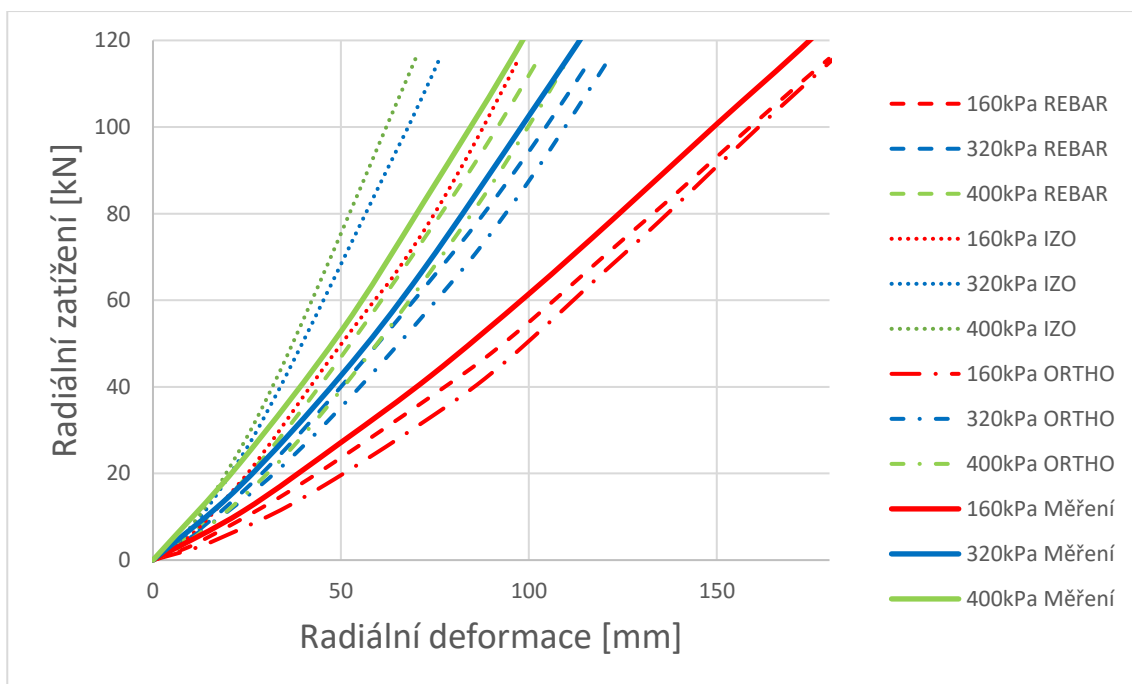
#### 4.3.6 1250/50 R32

Největší zkoumaná pneumatika má nominální tlak 320 kPa a maximální dovolené zatížení až 11800 kg. Kromě nominálního tlaku 240 kPa byla ještě zkoumána radiální tuhost za tlaku 160 kPa a 400 kPa. Radiální deformační charakteristiky jsou zobrazeny na Obr. 41 pro pneumatiku se solid dezénem.



Obr. 41: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 1250/50 R32

Na Obr. 42 se jsou výsledky modelu se skutečnou geometrií dezénu.



Obr. 42: Radiální deformační křivky kompletního modelu 1250/50 R32

Vypočtené hodnoty radiální deformace při zatížení 11800 kg jsou zobrazeny v Tab. 18: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí.

Tab. 18: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 1250/50 R32

	Hustící tlak [kPa]	Měření	Rotačně symetrický model			Kompletní model		
			Rebar	Ortotropní	Izotropní	Rebar	Ortotropní	Izotropní
Deformace při 8500 kg [mm]	120	236	238	207	96	265	247	128
	320	153	147	138	85	161	156	95
	400	117	112	113	66	122	122	79
Radiální tuhost [N/mm]	120	403	368	433	850	346	379	676
	320	608	631	737	877	592	694	832
	400	874	861	874	1221	817	846	1036

Výsledky rotačně symetrického a kompletního modelu jsou podobné, jako u pneumatiky 480/65 R28, tzn. izotropní model je výrazně tužší než ostatní. Rotačně symetrický je tužší než kompletní model. Kompletní model je ale při porovnání se skutečným měřením v obou případech poddajnější.

## 5. DISKUZE VÝSLEDKŮ

Diskuze výsledků je rozdělena do třech samostatných kapitol:

1. Výpočet meridiánu
2. Výpočet rozměrů po nahuštění
3. Výpočet radiální deformace

### 5.1 Výpočet meridiánu

Největší rozdíly při výpočtu meridiánových parametrů nastaly v poloměru nejširšího místa (souřadnice  $r_w$ ), které dosahují až 10,8 mm u pneumatiky 800/70 R32.

Tento rozdíl se může zdát veliký, nicméně musíme vzít v úvahu to, že meridián má v místě největší šířky veliký poloměr zakřivení, a tudíž se blíží k úsečce udávající největší šířku velice pomalu. Na Obr. 43 je zobrazen detail nejširšího místa pro výše uvedenou pneumatiku. Vezmeme-li souřadnici  $r_w$  z analytického výpočtu a dosadíme do výpočtu MKP, pak má tento bod z souřadnici 838,8 mm. Takže uvedená odchylka 10,8 mm v souřadnici  $r_w$  by způsobila rozdíl v šířce 0,1 mm.



Obr. 43: Detail meridiánu 800/70 R32 vypočteného pomocí MKP

Průměrné odchylky všech parametrů jsou zobrazeny v Tab. 19. Až na souřadnici  $r_w$ , která je, jak bylo zmíněno, velice citlivá na přesné určení, jsou relativní odchylky rovnající se 0,1%.

Tab. 19: Průměrné odchylky výpočtů meridiánů

	Průměrný rozdíl aritmetických průměrů	
	Absolutní [mm]	Relativní
$l_m$	0,8	0,1%
$Z_b$	0,2	0,1%
$R_b$	0,2	0,1%
$r_w$	5,8	0,8%
$Z_1$	0,4	0,1%
$R_1$	0,4	0,1%

U těchto výpočtů je potřeba mít dostatečný počet meridiánových elementů, aby byla dosažena požadovaná přesnost. Uvažujeme-li rovnoměrné protažení elementů po celé délce, pak vzdálenost uzlů, na kterých se odečítají souřadnice, na konci výpočtu bude roven:

$$\text{Vzdálenost uzlů na konci výpočtu} = \frac{\text{Délka meridiánu}}{\text{Počet elementů}}$$

Nicméně je potřeba vzít v úvahu to, že při nahuštění není protažení elementů úplně rovnoměrné a část elementů leží pod bodem patky, takže se do konečného meridiánu vůbec nezapočítává.

Také by bylo možné vypočítané body proložit spline křivkou, anebo lokálně proložit regresní křivkou. Ale vzhledem k tomu, že výpočet MKP netrvá déle než desítky sekund i s počtem elementů v tisících, není takové řešení příliš efektivní.

## 5.2 Výpočet huštění pneumatiky

Z provedených výpočtů je zřejmé, že z hlediska změny rozměrů pneumatiky je veliký rozdíl v tom, zda má pneumatika ocelový nebo textilní kord. U ocelového je relativně jednoduché předpovídat průměr nahuštěné pneumatiky, protože ta se téměř nemění se změnou hustícího tlaku. Naopak pokud má textilní kord, mění se průměr značně.

Průměr i šířka pneumatiky při nominálních podmínkách je udaná normou ETRTO. V této normě je dána jejich střední hodnota společně s horní a dolní tolerancí. Oba rozměry pneumatiky pak musí ležet uvnitř těchto tolerancí. Střední hodnoty a jejich tolerance jsou zobrazeny v Tab. 20.



Tab. 20: Vypočítané hodnoty s tolerancemi dle normy ETRTO

Rozměr pneumatiky	Šířka [mm]			Průměr [mm]		
	Spodní tolerance	Střední hodnota	Horní tolerance	Spodní tolerance	Střední hodnota	Horní tolerance
<b>540/65 R30</b>	522	550	578	1436	1464	1492
<b>680/80 R42</b>	642	676	710	2111	2155	2199
<b>800/70 R32</b>	758	798	838	1889	1933	1977
<b>280/70 R18</b>	268	282	296	833	849	865
<b>480/65 R28</b>	455	479	503	1311	1335	1359
<b>1250/50 R32</b>	1185	1247	1309	2013	2063	2113

Málokdy se docílí toho, aby pneumatika při nominálních podmínkách přesně dosahovala požadovaných hodnot. I z výsledků měření zkoumaných pneumatik je patrné, že rozměry neodpovídají středním hodnotám. Pokud ale změřený rozměr leží blízko horní nebo spodní hranici, pak by při porovnávání i malá chyba MKP modelu mohla znamenat, že rozměr bude mimo dovolené hranice normy. Proto je zde pro vyhodnocení relativní přesnosti výpočtu nahrazena střední hodnota normy změřeným rozměrem. Horní a dolní tolerance je pak vztažena k této hodnotě a má stejnou absolutní odchylku, jak je udáno v Tab. 21. Cílem výpočtu je pak být co nejbližší této střední hodnotě.

Tab. 21: Vypočítané hodnoty s přepočítanými tolerancemi

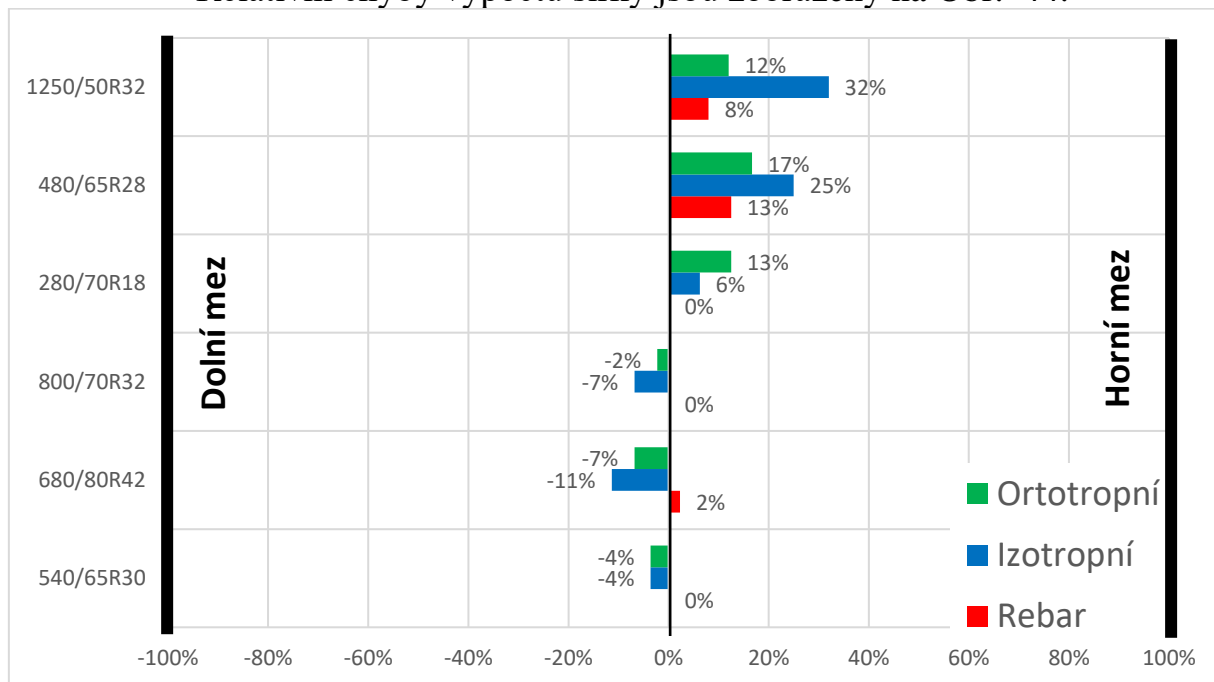
Rozměr pneumatiky	Šířka [mm]			Průměr [mm]		
	Spodní tolerance	Střední hodnota	Horní tolerance	Spodní tolerance	Střední hodnota	Horní tolerance
<b>540/65 R30</b>	510	538	566	1434	1462	1490
<b>680/80 R42</b>	629	663	697	2111	2140	2184
<b>800/70 R32</b>	735	775	815	1889	1930	1974
<b>280/70 R18</b>	263	277	291	833	850	866
<b>480/65 R28</b>	474	498	522	1311	1332	1356
<b>1250/50 R32</b>	1123	1185	1247	1975	2025	2075

Relativní přesnost výpočtu vztažená na velikost tolerance je spočítána jako:

$$\text{Relativní chyba [\%]} = 100 \cdot \frac{\text{Spočítaná hodnota} - \text{Střední hodnota}}{\text{Horní tolerance} - \text{Střední hodnota}}$$

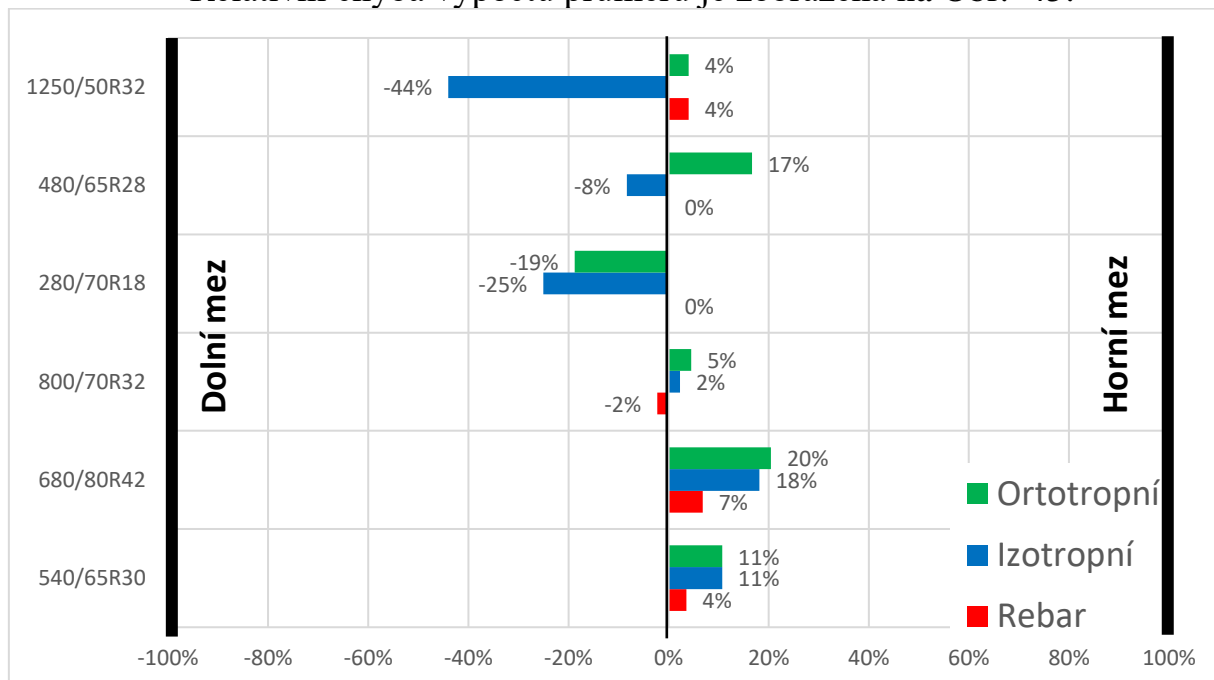
Pokud by tedy byla relativní chyba 100%, bylo by dosaženo maximální tolerance. Hodnota přes 100% by znamenala, že daný rozměr není podle normy splněn.

Relativní chyby výpočtů šířky jsou zobrazeny na Obr. 44.



Obr. 44: Relativní chyba výpočtů šířky s hraničními mezi

Relativní chyba výpočtu průměru je zobrazena na Obr. 45:



Obr. 45: Relativní chyba výpočtů průměru s hraničními mezi

Z grafů je patrné, že výsledky získané všemi modely splňují rozměrové tolerance dle normy ETRTO.

Při výpočtu šířky není bez zajímavosti to, že vypočtené hodnoty pro pneumatiky s ocelovým nárazníkem jsou až na jeden případ vždy menší než naměřené. Na druhé straně pro textilní je to přesně naopak, tj. spočítané šířky jsou vždy větší než naměřené.

Porovnáme-li výsledky průměrů a šířky, tak často vychází, že pokud je nárůst na průměru větší než změřený, tak je menší vypočítaná šířka než změřená a naopak.

Nejpřesnější model je rebar, kde definovaná relativní odchylka nikdy nepřekračuje 13%. Ortotropní model má maximální odchylku až 20%. Izotropní model dává podobně přesné výsledky u ocelových kordů, kde má maximální odchylku 18%. Podstatně horších výsledků je s tímto modelem dosaženo u pneumatik s PES nárazníky, kde je chyba až 44%. Tato nepřesnost je pravděpodobně způsobena velikou expanzí výztužné vrstvy. Při takové expanzi již dochází ke snižování dostavy. Izotropní model má stejný Youngův modul v podélném i příčném směru, ale v reálné vrstvě je příčný směr zpevněn útky a celková pevnost je v tomto směru podstatně menší. Izotropní model se v takovém případě dá použít u takových pneumatik, kde se průměr pneumatiky výrazně nemění. Pokud ano, nárůst průměru bude výrazně menší než reálný.

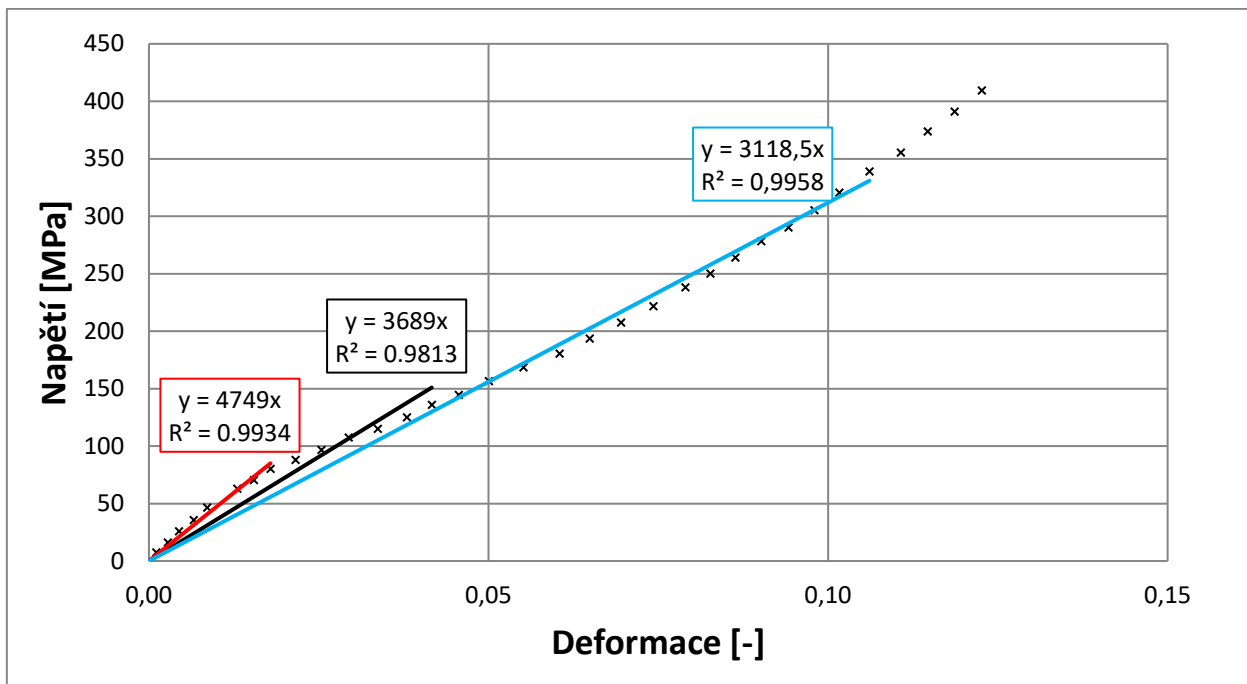
Nutno znovu zdůraznit, že uvedená relativní odchylka se nepočítá z absolutních čísel, ale je vztažena k mezím, které udává norma.

V následujících kapitolách je analyzován vliv různých parametrů pneumatik na výsledné rozměry pro nejobjemnější pneumatiku 1250/50 R32 s výztužemi z rebar prvků. V těchto kapitolách není cílem poskytovat přesné výsledky, ale spíše obecně vystihnout, jak jsou rozměry citlivé na určité nepřesnosti při odměření a tvorbě modelu pneumatiky.

### **5.2.1 Vliv Youngova modulu výztužných vrstev**

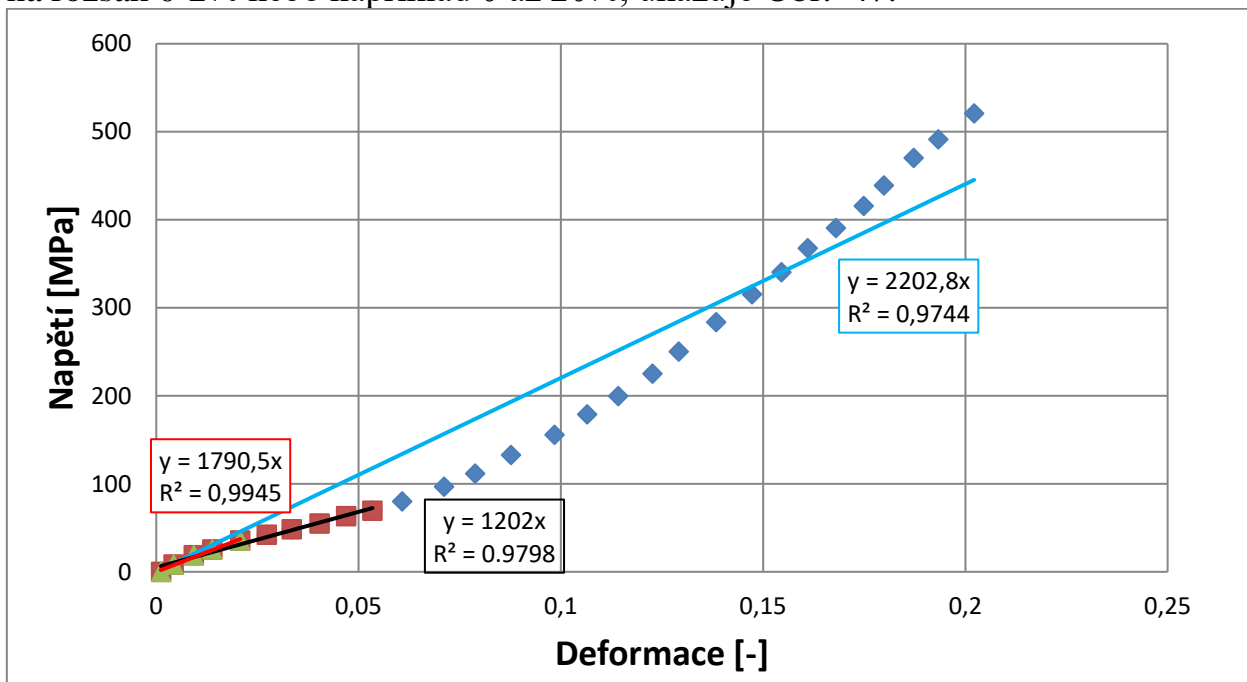
Jak již bylo popsáno dříve, mechanické chování výztužných materiálů je popsáno pomocí Youngového modulu pružnosti. Tento modul se vypočítá lineární regresí křivky jednoosého tahu. Protože tyto křivky zpravidla bývají nelineární, tak je nebytné zvolit správný rozsah regrese. V této práci je vždy volen rozsah do takové maximální hodnoty, jaká se vyskytuje v modelu při daném zatížení. Tento Youngův modul je v materiálových modelech ovlivněn i dostavou kordů a jejich průměrem.

U pneumatiky 1250/50 R32 je to pro PES kord nárazníku do 4 % poměrného prodloužení. Jak se změní moduly kordu, pokud se tato regrese provede jen mezi 0-2% nebo 0 až 11%, ukazují regresní koeficienty na Obr. 46.



Obr. 46: Výpočet Youngového modulu nárazníkové kordu z různých rozsahů

U kostrového PA66 kordu byl určen rozsah 0-5 %. Pokud se tato regrese omezí na rozsah 0-2% nebo například 0 až 20%, ukazuje Obr. 47.



Obr. 47: Výpočet Youngového modulu kostrového kordu z různých rozsahů

Změna výsledných rozměrů je pak zaznamenána v Tab. 22. Pokud je rozměr větší než měření, tak je v červené buňce, pokud je rozměr menší, tak v modré. Výchozí hodnoty modulů jsou v šedých buňkách.

Tab. 22: Rozměry při různých modulech výztuže

		Šířka [mm]	Průměr [mm]
Měření→		1185	2025
$E_{\text{kostry}}$ [MPa]	$E_{\text{nárazníků}}$ [MPa]	Absolutní odchyly	
1200	3690	4	2
1790	3690	-3	3
2200	3690	-5	3
1200	4979	8	-10
1200	3120	2	10

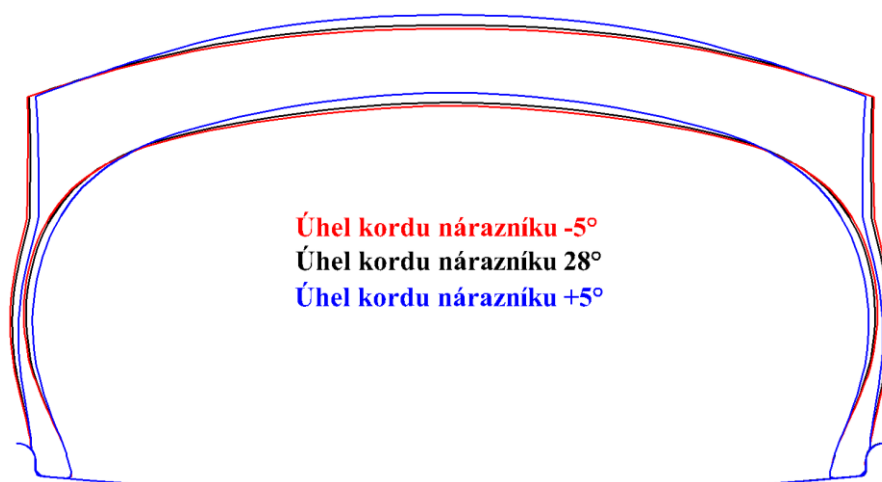
Z výsledků v tabulce vyplývá, že pokud se bude měnit modul kordu kostry, pak to bude mít zanedbatelný vliv na průměr, ale podstatný vliv na šířku pneumatiky.

Změna modulu nárazníkových kordů má vliv jak na rozměr, tak na šířku pneumatiky. Když dojde ke snížení tohoto modulu, tak se zvětší průměr a naopak zmenší šířka. Když se naopak zvětší modul, tak se sníží průměr, ale zvětší šířka pneumatiky.

Jak již bylo zmíněno, chyba ve špatně zvoleném modulu může znamenat i špatně určenou dostavu nebo průměr kordu.

### 5.2.2 Vliv úhlu kordu nárazníku

Kostrový kord radiální pneumatiky má vždy úhel v koruně velice blízký  $90^\circ$  a jeho malá odchylka nemá na rozměry pneumatiky vliv. Na druhé straně nárazníkové kordy mohou s obvodovým směrem svírat úhel ve větším rozsahu, nejčastěji  $20-30^\circ$ . Tento úhel nelze bez měření nijak odhadnout. Jak již bylo uvedeno, měření tohoto úhlu není jednoduché. Pokud se úhel změní nepřesně, tj. o  $5^\circ$  méně, nebo naopak o  $5^\circ$  více, pak se vnější kontura změní tak, jak je zobrazeno na Obr. 48.



Obr. 48: Vliv úhlů kordu nárazníku na rozměry pneumatiky

Výsledné rozměry jsou zapsány v Tab. 23: Rozměry při různých úhlech nárazníkových kordů. Změřená hodnota úhlu je 28°.

Tab. 23: Rozměry při různých úhlech nárazníkových kordů

	Šířka [mm]	Průměr [mm]
Měření→	1185	2025
Úhel kordu nárazníků [°]	Absolutní odchylky	
23	10	-7
28	4	2
33	-12	30

Pokud je úhel větší než ten skutečný, pak pneumatika dosáhne většího průměru a šířka je naopak menší. Tvar koruny je vlivem většího nárůstu v koruně více zakřivený.

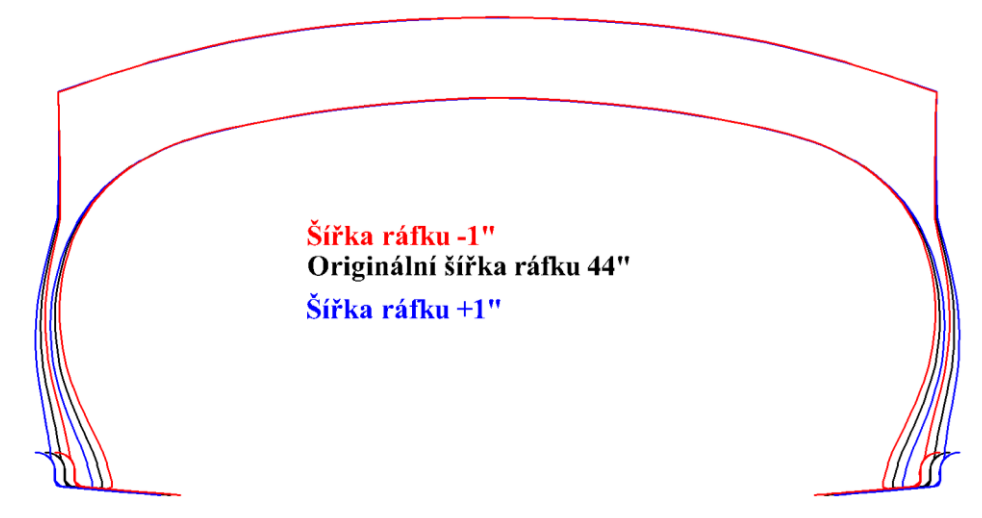
### 5.2.3 Vliv šířky ráfku

Rozměry ráfku jsou neméně důležitým přidruženým prvkem pneumatiky, které ovlivňují její rozměry. Rozměry ráfku bývají zpravidla udávány v palcích.

Chyba v určení průměru ráfku se snadno odhalí, protože patka pneumatiky není v kontaktu s dosedací plochou ráfku - pokud je průměr menší, anebo naopak pokud je průměr příliš velký, pneumatika vlivem ocelového patního lana nejde vůbec na ráfek namontovat.

Odchylka v šířce ráfku už tak snadno odhalit nejde. Navíc dle normy existuje pro každou pneumatiku více šířek ráfků, na který mohou být namontovány.

Jak se bude nahuštěný tvar lišit při ráfku o jeden palec užším nebo o jeden palec širším, ukazuje Obr. 49.



Obr. 49: Vliv šířky ráfku na rozměry

Hodnoty maximálních rozměrů jsou zaznamenány v Tab. 24.

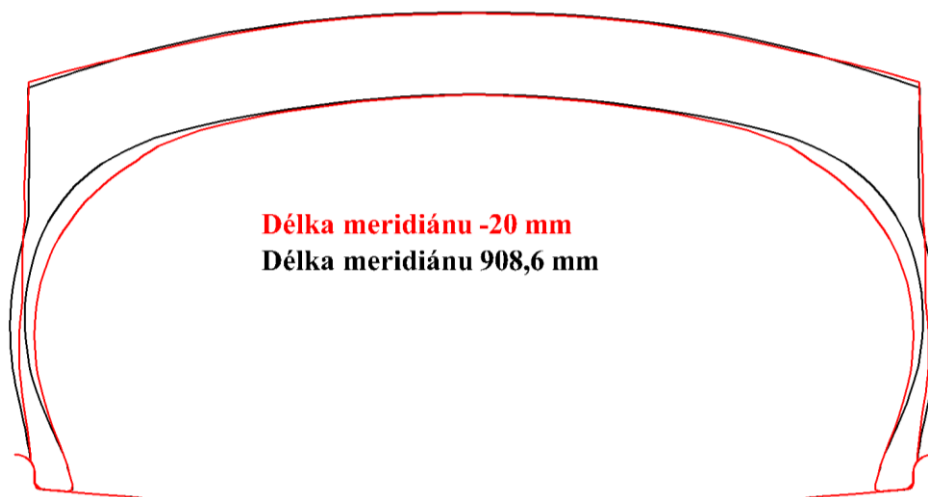
Tab. 24: Rozměry pro různé šířky ráfků

	Šířka [mm]	Průměr [mm]
Měření→	1185	2025
Šířka ráfku ["]	Absolutní odchylky	
43	-8	3
44	4	2
45	17	2

U této pneumatiky dochází jak při zvětšení, tak i snížení šířky ráfku o 1“ ke změně maximální šířky o 12,5-12,7 mm. Šířka ráfku má minimální vliv na změnu vnějšího průměru.

#### 5.2.4 Vliv délky meridiánu

Vliv délky meridiánu je zkoumán na následujícím příkladu. Ke standardní pneumatice je vytvořena druhá s naprosto stejnou vnější konturou pneumatiky, liší se jen délkou meridiánu, která je kratší, viz Obr. 50.



Obr. 50: Vliv délky meridiánu na rozměry pneumatiky

Změna rozměrů je v následující Tab. 25.

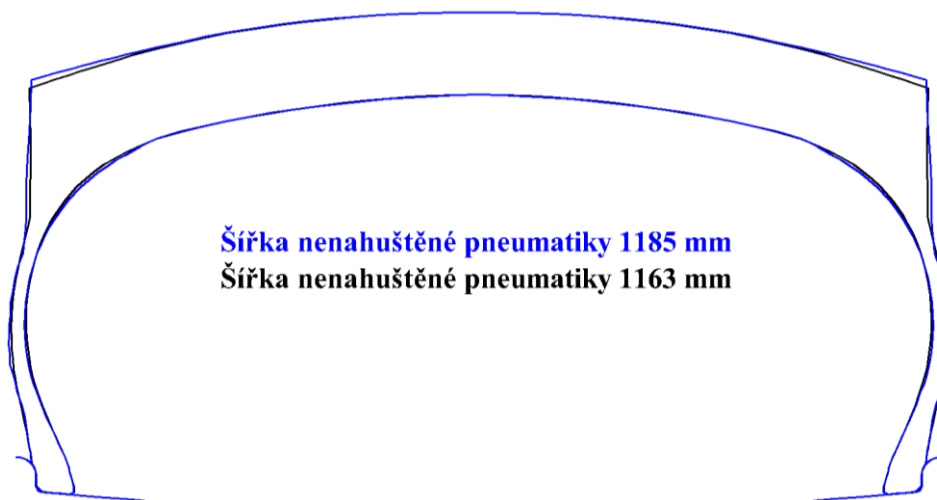
Tab. 25: Rozměry při různé délce meridiánu

	Šířka [mm]	Průměr [mm]
Měření→	1185	2025
Délka meridiánu [mm]	Absolutní odchyly	
908.6	4	2
888.6	-18	0

I když jsou pneumatiky z vnější strany naprosto totožné, tak po nahuštění dosahují jiných rozměrů. Čím delší bude meridián, tím větší budou rozměry, především šířka a naopak. Toto bývá v technické praxi velice častá chyba, tzn. že se změna rozměrů pneumatiky určuje jen z vnějších rozměrů.

Ve druhém příkladu bude přirovnání opačné, tzn. pneumatiky budou mít jinou vnější konturu (v bočnici), ale stejnou délku meridiánu. Výsledné tvary jsou zobrazeny na Obr. 51.





Obr. 51: Vliv počáteční šířky pneumatiky na její rozměry  
a zapsány v Tab. 26.

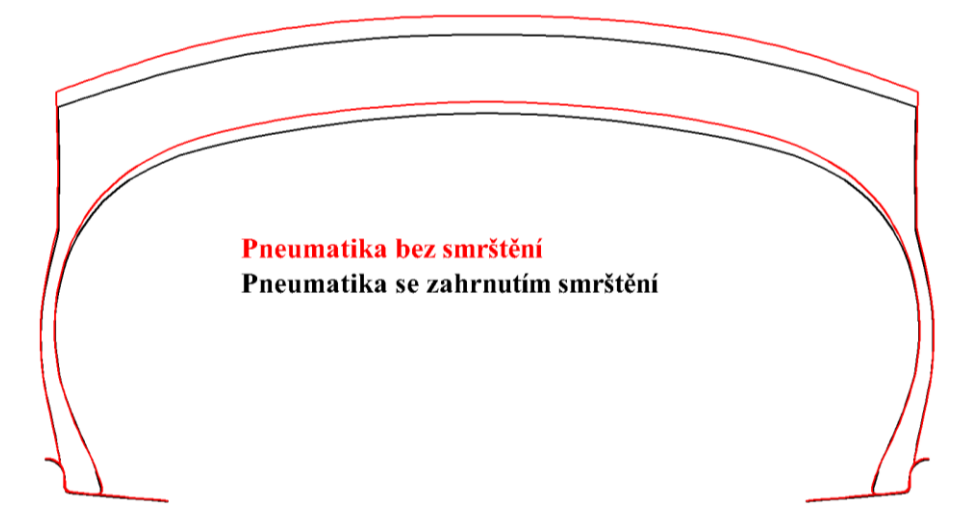
Tab. 26: Rozměry při různé počáteční šířce

	Šířka [mm]	Průměr [mm]
Měření→	1185	2025
Šířka nenahuštěné pneumatika [mm]	Absolutní odchylky	
1163	4	2
1185	11	2

I když má meridián stejnou délku, tak šířka je odlišná. Teorie, která uvádí, že rozměry jsou dány jen délkou meridiánu totiž uvažuje stěnu pneumatiky za membránu, tzn. stěna pneumatiky nemá žádnou ohybovou tuhost. To ale neplatí ani už u takto tlustých stěn, kde se část energie spotřebuje právě na přetvoření tvaru stěn a to především v takových případech, kdy kontura nemá rovnovážný tvar.

### 5.2.5 Vliv zanedbání teplotního smrštění

Pokud má pneumatika textilní nárazníky, tak je na počátku výpočtu vystavena teplotní změně, které má za následek smrštění pneumatiky a vzniku residuálních sil uvnitř struktury. Pokud toto smrštění zanedbáme, tak se rozměry po nahuštění budou značně lišit, jak ukazuje Obr. 52.



Obr. 52: Vliv smrštění na rozměry pneumatiky

Výsledné hodnoty jsou zapsány v Tab. 27.

Tab. 27: Rozměry při zanedbání smrštění

	Šířka [mm]	Průměr [mm]
Měření→	1185	2025
Smrštění nárazníkového kordu 2.5%	Absolutní odchylky	
ANO	4	2
NE	5	52

Při zanedbání smrštění dojde k výraznému nárůstu průměru, u této pneumatiky o 52 mm. Takto velký rozdíl by i překračoval horní toleranci normy ETRTO. Šířka pneumatiky se změní jen málo.

### 5.2.6 Vliv pryžových materiálů

Pneumatika se skládá z několika pryžových materiálů. Ty zde nebudou zkoumány jednotlivě, ale byly rozděleny na 2 skupiny podle umístění: na běhoun a na bočnici. Tvar pneumatiky zůstává zachován. Výsledky jsou zaznamenány v Tab. 28.

Tab. 28: Rozměry při různých tuhostech běhounu a bočnice

		Šířka [mm]	Průměr [mm]
	Měření→	1185	2025
	Tuhost	Absolutní odchyly	
	23	4	2
Běhoun	-50%	4	2
	+50%	4	2
Bočnice	-50%	3	2
	+50%	5	2

Z tabulky je patrné, že i když má materiál poloviční, resp. o 50% větší tuhost, rozměry se změní minimálně, pokud budou výpočty vycházet ze stejného tvaru. V průměru nedochází vůbec k žádné změně, protože tuhost nárazníkového pásu je proti běhounu mnohonásobně vyšší. Dá se očekávat, že velikost odchyly bude záviset na tloušťce jednotlivých stěn a i na nenahuštěném tvaru.

Tab. 29 shrnuje možné příčiny příliš velkých nebo malých rozměrů po nahuštění. Značka „N“ znamená, že daný rozměr příliš neovlivňuje.

Tab. 29: Analýza možných příčin odchylek rozměrů

	Šířka	Průměr		E nárazníků	E kostry	Úhel nárazníko- vého kordu	Šířka ráfku	Délka meridiá- nu	Teplotní smrštění
Sledovaný rozměr je oproti požadované hodnotě ↓ →		Velký	Možné příčiny ↓ →	příliš nízký	N	příliš velký	N	N	zanedbané nebo příliš malé smrštění
		Malý		příliš vysoký	N	příliš malý	N	N	Příliš velké
	Velká			příliš vysoký	příliš nízký	příliš malý	příliš široký	příliš dlouhý	N
	Malá			příliš nízký	příliš vysoký	příliš velký	příliš úzký	příliš krátký	N

Výše uvedené příčiny je nutné zohledňovat ke konkrétní pneumatice. Např. teplotní smrštění bude hrát roli především u pneumatik s textilními výztužemi nebo pokud například bude mít pneumatika tlusté stěny, pak chyba může být i způsobena špatným počátečním tvarem. Je také zřejmé, že se může jednat i o kombinaci více příčin.

### 5.3 Výpočet radiální deformace pneumatiky

V Tab. 30 jsou zapsány deformace pro všechny pneumatiky. Hodnoty z měření jsou zde zapsány jako absolutní čísla a vypočítaná data jako relativní chyba k těmto měřením podle vzorce:

$$\text{Relativní chyba [\%]} = 100 \cdot \left( \frac{\text{vypočítaná hodnota}}{\text{změřená hodnota}} - 1 \right)$$

Tab. 30: Porovnání přesnosti spočítaných deformací

	Relativní odchylka v radiální deformaci								
	Radiální zatížení [kg]	Hustící tlak [kPa]	Měření	Rotačně symetrický model			Kompletní model		
				Rebar	Ortotropní	Izotropní	Rebar	Ortotropní	Izotropní
<b>540/65 R30</b>	4000	120	131	-7%	-15%	-59%	2%	-4%	-45%
		240	83	-12%	-14%	-51%	-2%	-4%	-40%
		320	68	-10%	-13%	-47%	-1%	-1%	-37%
<b>680/80 R42</b>	8000	120	188	-8%	-13%	-62%	-3%	-11%	-57%
		320	99	-11%	-10%	-55%	-5%	-4%	-46%
		400	85	-10%	-9%	-52%	-2%	0%	-44%
<b>800/70 R32</b>	8500	80	236	1%	-12%	-59%	12%	4%	-46%
		160	153	-4%	-10%	-45%	5%	1%	-38%
		240	117	-4%	-3%	-43%	5%	5%	-32%
<b>280/70 R18</b>	1180	80	82	-3%	-5%	-49%	4%	0%	-45%
		160	55	-8%	-4%	-44%	-2%	1%	-38%
		240	41	-5%	2%	-35%	4%	9%	-30%
<b>480/65 R28</b>	2240	80	108	1%	-3%	-51%	10%	7%	-42%
		120	83	-5%	-5%	-44%	0%	8%	-36%
		160	70	-5%	-3%	-39%	-2%	7%	-29%
<b>1250/50 R32</b>	11800	120	169	0%	1%	-48%	6%	7%	-43%
		320	110	-1%	6%	-39%	6%	10%	-31%
		400	95	-1%	8%	-35%	8%	16%	-27%

Tuhosti všech pneumatik jsou vypsány v Tab. 31.

Tab. 31: Porovnání přesnosti spočítaných radiálních tuhostí

	Radiální tuhost [N/mm]								
	Nominální zatížení [kg]	Hustící tlak [kPa]	Měření	Rotačně symetrický model			Kompletní model		
				Rebar	Ortotropní	Izotropní	Rebar	Ortotropní	Izotropní
<b>540/65 R30</b>	4000	120	354	-6%	5%	111%	-12%	-6%	50%
		240	587	3%	11%	81%	-3%	1%	48%
		320	706	8%	12%	70%	2%	5%	53%
<b>680/80 R42</b>	8000	120	532	-11%	0%	90%	-13%	-6%	108%
		320	985	8%	14%	110%	4%	13%	74%
		400	1118	11%	16%	102%	3%	12%	68%
<b>800/70 R32</b>	8500	80	403	-9%	7%	111%	-14%	-6%	67%
		160	608	4%	21%	44%	-3%	14%	37%
		240	874	-2%	0%	40%	-7%	-3%	18%
<b>280/70 R18</b>	1180	80	160	-5%	6%	84%	-12%	-3%	70%
		160	252	-1%	5%	75%	-2%	-7%	54%
		240	310	7%	12%	70%	2%	6%	57%
<b>480/65 R28</b>	2240	80	222	-4%	5%	137%	-10%	-3%	94%
		120	294	5%	11%	106%	2%	2%	78%
		160	370	5%	9%	74%	3%	1%	55%
<b>1250/50 R32</b>	11800	120	785	-1%	7%	94%	-3%	3%	86%
		320	1284	-5%	-3%	60%	-8%	-5%	40%
		400	1397	1%	1%	64%	-5%	-6%	45%

Relativní odchylky z této tabulky jsou zprůměrovány a zobrazeny v Tab. 32.

Tab. 32: Vyhodnocení přesnosti modelů

Model výztuže	Průměrná odchylka deformace a směrodatná odchylka	
Rebar	Rotačně symetrický	5% ± 4%
	Kompletní	4% ± 3%
Ortotropní	Rotačně symetrický	8% ± 5%
	Kompletní	6% ± 4%
Izotropní	Rotačně symetrický	48% ± 8%
	Kompletní	39% ± 8%
	Průměrná odchylka radiální tuhosti a směrodatná odchylka	
Rebar	Rotačně symetrický	5% ± 3%
	Kompletní	6% ± 4%
Ortotropní	Rotačně symetrický	8% ± 6%
	Kompletní	6% ± 4%
Izotropní	Rotačně symetrický	85% ± 25%
	Kompletní	61% ± 22%

Z této tabulky plyne, že rozdíly mezi rotačně symetrickým a kompletním modelem jsou, ať už v tuhosti, tak i ve vypočítané deformaci, nejvýše 2% u ortotropního modelu a 1% u rebar. Izotropní model dává podstatně rozdílné výsledky od měření a je nepoužitelný pro tento typ výpočtů.

Porovnáme-li výpočetní časy, pak jsou nejkratší časy dosaženy rebar rotačně symetrickým výpočtem především proto, že lze do něj na začátku výpočtu načíst výsledky z 2D rotačně symetrického výpočtu a stačí jen čtvrtinový model. Samotný 3D výpočet pak zahrnuje jen výpočet radiální deformace. Ortotropní model, kde této funkce využít nelze a nahuštění i nasazení na ráfek musí být počítáno až v 3D modelu, má výpočetní časy asi o 70% delší. U kompletních 3D výpočtů, kde také nelze využít 2D výpočtů a kde musí být simulována celá pneumatika, jsou výpočetní časy asi 8 krát delší.

Pro výpočty, které byly provedeny v této práci, je mnohem efektivnější využít rotačně symetrického modelu, který dosahuje téměř stejné přesnosti. Pokud je to

možné, je výhodné využít rebar prvků k modelování výztužných vrstev. Pokud nejsou podporovány výpočetním programem, lze použít prvků ortotropních.

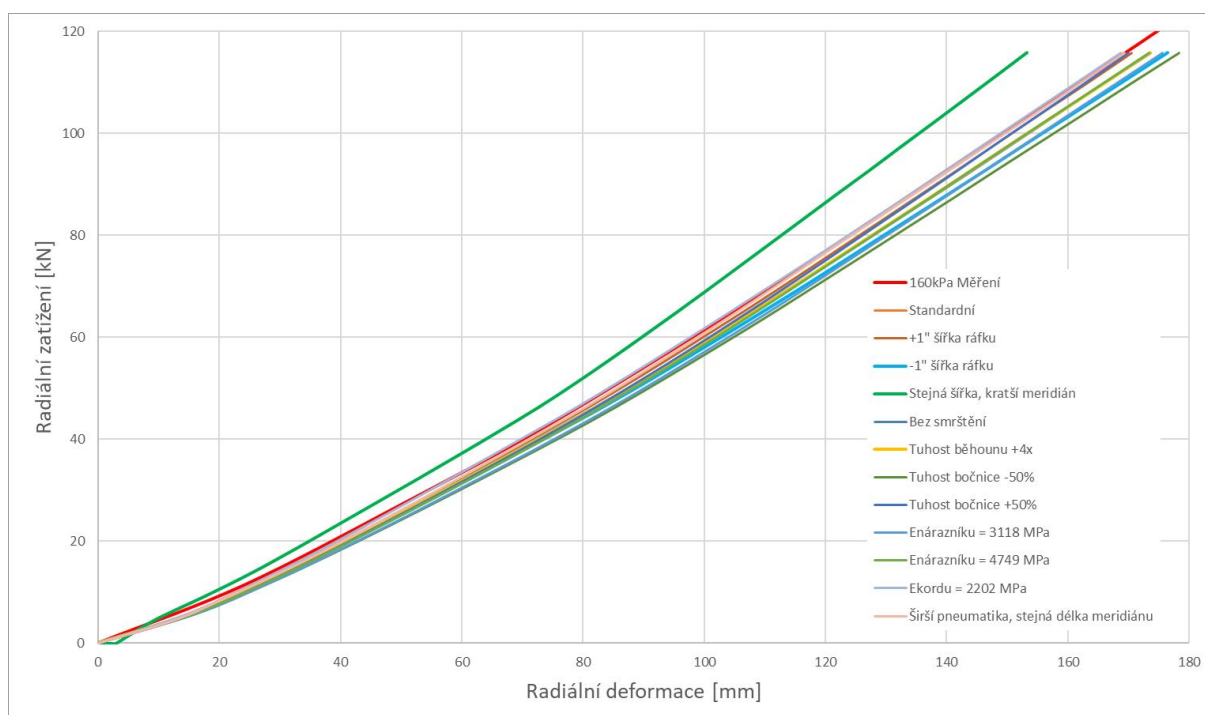
### 5.3.1 Vliv odchylek v modelu

Stejně jako u huštění, tak i zde je v následující kapitole analyzován vliv různých parametrů pneumatik na výslednou radiální tuhost a deformaci. Výpočty se opět týkají nejobemnější pneumatiky 1250/50 R32 s výztužemi z rebar prvků, huštěním 320kPa a rotačně symetrickou geometrií.

Jsou analyzovány tyto změny:

1. Ráfek je o 1“ širší nebo užší.
2. Úhel nárazníkového kordu je o 5° větší nebo menší.
3. Odlišný Youngův modul nárazníkového nebo kostrového kordu.
4. Rozdílná tuhost pryžových materiálů v běhounu nebo v bočnici.
5. Není zahrnuto smrštění PES nárazníku.
6. Tloušťka stěn je rozdílná při zachování stejné šířky pneumatiky.
7. Šířka pneumatiky je rozdílná při zachování stejné délky meridiánu.

Radiální deformační charakteristika těchto změn je zobrazena na Obr. 53.



Obr. 53: Radiální deformační křivky pro různé odchylky modelu

Radiální deformace při nominálním zatížení tuhosti jednotlivých variant jsou zobrazeny v Tab. 33.

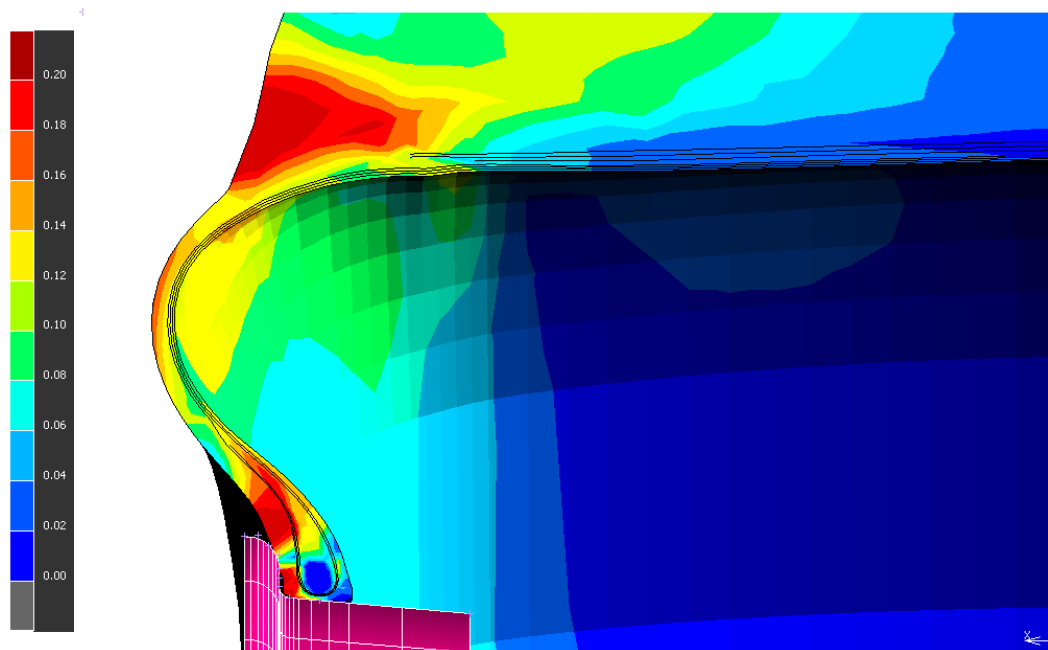
Tab. 33: Změna radiální deformace a tuhosti při různých odchylkách

Provedená změna oproti standardu	Radiální deformace při 11800 kg [mm]	Radiální tuhost [N/mm]
Standardní	174	774
+1" šířka ráfku	170	790
-1" šířka ráfku	176	758
Nárazníkový kord +5°	184	761
Nárazníkový kord -5°	172	775
Stejná šířka, kratší meridián	153	881
Bez smrštění	174	772
Tuhost běhounu +4x	174	774
Tuhost bočnice -50%	178	760
Tuhost bočnice +50%	170	807
$E_{\text{nárazníku}} = 3118 \text{ MPa}$	176	779
$E_{\text{nárazníku}} = 4749 \text{ MPa}$	173	782
$E_{\text{kordu}} = 2202 \text{ MPa}$	169	786
Širší pneumatika, stejná délka meridiánu	169	793

Pokud budeme studovat závislost mezi radiální deformací při nominálním zatížení a radiální tuhostí u této pneumatiky, pak mezi nimi existuje statisticky průkazná negativní lineární závislost (s koeficientem korelace -0,93 a absolutní hodnota t-statistiky je vyšší než tabelovaná hodnota  $8,53 > 2,18$ )

Největší zvýšení tuhosti o 14% se dosáhlo se zkrácením meridiánu. Hlavním důvodem je, že vlivem kratšího meridiánu a zachování šířky a průměru pneumatiky došlo ke zvětšení objemu hmoty v rameni. Částečné zvýšení tuhosti taky způsobilo zvýšení tuhosti bočnice (4%). Je to způsobeno tím, že ramenní část a bočnice jsou dvě místa, kde je největší poměrná deformace materiálu při radiálním stlačení, viz Obr. 54.





Obr. 54: Mapa poměrných deformací v pneumatice

To platí i v opačném případě, tzn. pokud se snížila tuhost bočnice, snížila se i celková radiální tuhost pneumatiky, i když jen minimálně (-2%).

Nejvyšší deformace se dosáhlo zvýšením úhlu nárazníkových kordů o  $5^\circ$ . To se může zdát matoucí, protože na jednu stranu je o 10 mm větší deformace, ale statický poloměr zdeformované pneumatiky je stále o 2 mm větší než standardní verze. Zvětšením úhlu totiž došlo k nárůstu průměru (Obr. 48) a tak se pneumatika začíná deformovat dříve.

Výše uvedené příčiny je nutné zohledňovat ke konkrétní pneumatice. Např. pokud bude mít pneumatika tlustou bočnici nebo mohutnou ramenní část, bude radiální tuhost více citlivá na přesný materiálový popis materiálů. Je také zřejmé, že se může jednat i o kombinaci více příčin.

## 6. PŘÍNOS PRÁCE PRO VĚDU A PRAXI

Hlavním přínosem této disertační práce pro mechanické výpočty pneumatik je v rozšíření poznatků o způsobu modelování jejich hlavních nosných částí, tzn. kostrových vložek a nárazníkového pásu. Existuje několik způsobů, jak se tyto kompozitní prvky dají modelovat. Tato práce přináší:

- Návrh výpočtu rovnovážného tvaru využitím FEM softwaru, takže se nemusí řešit složité soustavy rovnic eliptických integrálů vyžadující hlubší matematické znalosti. Navržený výpočet je jednoduchý na provedení a je proveditelný i v jednoduchých MKP softwarech, které umí řešit kontaktní úlohy. Výpočetní časy se pak pohybují v řádu maximálně desítek sekund. Nespornou výhodou oproti analytickému řešení také je, že řešení vždy konverguje, pokud je fyzikálně smysluplné.
- Návrh způsobu modelování kostrových vložek a nárazníkových pásů pro výpočet rozměrů pneumatik. Cílem je najít co nejjednodušší model, který by dával spolehlivé výsledky a jeho výpočet by byl co možná nejrychlejší.
- Návrh způsobu modelování kostrových vložek a nárazníkových pásů pro výpočet radiálních tuhostí pneumatik, aby se dosáhlo co nejvyšší přesnosti. Je také zkoumán zjednodušený 3D model, výpočetně podstatně rychlejší.
- Jsou popsány nejčastěji vyskytující se nepřesnosti při tvorbě numerického modelu a je zkoumán jejich vliv na přesnost výpočtu. Pomocí toho lze v případě nepřesných výsledků snadněji identifikovat jejich příčinu.
- Navrženými metodami lze dále provádět tyto výpočty pneumatik bez nutnosti ověřování měření, což je vzhledem k ceně a velikosti pneumatik dost obtížné.

## 7. ZÁVĚR

Předložená disertační práce se zabývá výpočty zemědělských pneumatik metodou konečných prvků se zaměřením na jejich výsledné rozměry a tuhosti. K výpočtu byl použit výpočetní software MSC Marc/Mentat, ale metodika výpočtů se dá aplikovat i v dalších nelineárních MKP softwarech jako je Ansys nebo Abaqus. Tyto softwary nabízejí široké možnosti typů výpočtů a i různých postupů.

V první části se práce zabývá výpočtem rovnovážného meridiánu. Je navržen postup, jakým lze tuto úlohu efektivně řešit a to jen se základními informacemi o pneumatice. Byl porovnán výpočet meridiánů šesti různých zemědělských pneumatik, které mají různou konstrukci, velikost a tvar. Rozdíly v nejdůležitějších parametrech meridiánu byly vždy menší než 0,7 mm, což je vzhledem k velikosti pneumatiky a s ohledem na výrobní přesnost dostatečně přesné.

Ve druhé části je pomocí vypočtených meridiánů vytvořen model celých pneumatik a ty jsou pak namáhány různým vnitřním tlakem a radiálním zatížením. Nejlepším modelem v při obou zatíženích je tzv. rebar. Některé výpočetní softwary ale tyto prvky neobsahují. Pak je nejvhodnější použít ortotropní prvky. Modelování výztuže jako izotropní se částečně použít dá jen při simulacích nahuštění pneumatiky, pokud nedochází k velkému nárůstu průměru. Výhodou izotropního řešení je jeho menší náročnost na výpočetní čas. Pokud je zkoumána radiální tuhost pneumatik, je časově výhodné použít zjednodušený rotačně symetrický model, který je díky symetrii pneumatiky jen čtvrtinový a nemá detailně vymodelovaný dezén. Přesnost se nesníží, ale významně se sníží čas potřebný k přípravě modelu a výpočetní čas je i 8x kratší než u modelu celé pneumatiky včetně skutečného tvaru dezénu.

Vždy je ale nutné myslet na základní pravidlo výpočtáře: „nelze získat přesné výstupy z nepřesných vstupů“. Je třeba pamatovat na to, že přesnost výpočtu je v obrovské míře dána přesností měření materiálových vlastností, precizností při vytváření geometrie modelu a správnosti nastavených podmínek.

## 8. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] MARCÍN, Jiří a Petr ZÍTEK. *Pneumatiky*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1985.
- [2] CLARK, S. K.; DODGE, R. N. Nonlinear Cord-rubber Composites. *Tire Science and Technology*, 1990, 18.3: 191-200.
- [3] BIRIS, Sorin-Stefan et al. FEM model to study the influence of tyre pressure on agricultural tractor wheel deformations. In: *Engineering for Rural Development* [online]. Jelgava: Latvia University of Agriculture, 2011, s. 223-228 [cit. 2020-02-25]. ISSN 1691-3043. Dostupné z: [http://tf.llu.lv/conference/proceedings2011/Papers/041\\_Biris.pdf](http://tf.llu.lv/conference/proceedings2011/Papers/041_Biris.pdf)
- [4] KOUTNÝ, František. *Konstrukce výrobků: geometrie a mechanika pneumatik*. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2009, 139 s. ISBN 9788073187965.
- [5] KORUNOVIĆ, Nikola, et al. Finite element analysis of a tire steady rolling on the drum and comparison with experiment. *Strojniški vestnik-Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 57.12: 888-897.
- [6] KORUNOVIĆ, N.; TRAJANOVIĆ, M.; STOJKOVIĆ, M. FEA of tyres subjected to static loading. *Journal of Serbian Society for Computational Mechanics*, 2007, 1.1: 87-98.
- [7] KORUNOVIĆ, Nikola, et al. FEM based parametric design study of tire profile using dedicated CAD model and translation code. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*, 2014, 12.3: 209-222.
- [8] KORUNOVIĆ, Nikola, et al. Performance evaluation of cord material models applied to structural analysis of tires. *Composite Structures*, 2019, 224: 111006.
- [9] YINTAO, Wei, et al. Finite element modeling for steel cord analysis in radial tires. *Tire Science and Technology*, 2013, 41.1: 60-79.
- [10] HUI-FENG, T., et al. Mechanical properties of cord-rubber composites and tire finite element analysis. In: *COMPUTATIONAL MECHANICS IN VEHICLE SYSTEM DYNAMICS-PROCEEDINGS OF 5TH WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS HELD IN VIENNA, AUSTRIA, JULY 2002-SUPPLEMENT TO VEHICLE SYSTEM DYNAMICS*. 2004.

- [11] GHOREISHI, Seyed Reza, et al. Analytical modeling of synthetic fiber ropes. Part II: A linear elastic model for 1+ 6 fibrous structures. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44.9: 2943-2960.
- [12] USABIAGA, H.; PAGALDAY, J. M. Analytical procedure for modelling recursively and wire by wire stranded ropes subjected to traction and torsion loads. *International Journal of Solids and Structures*, 2008, 45.21: 5503-5520.
- [13] HAN, Y. H., et al. Fatigue Life Prediction for Cord-Rubber Composite Tires Using a Global-Local Finite Element Method. *Tire science and Technology*, 2004, 32.1: 23-40.
- [14] KRMELA, Jan, et al. Tire casings and their material characteristics for computational modeling of tires. In: *Engineering for Rural Development: 16th International Scientific Conference, Jelgava: Latvia University of Agriculture, Latvia*. 2017. p. 230-235.
- [15] KRMELA, Jan et al. Deformačně-napěťové stavy pneumatiky. In: *Slovak Rubber Conference*. Matador Púchov - Slovakia, 2003, s. 34. ISBN 80-968099-8-9.
- [16] PHROMJAN, J.; SUVANJUMRAT, C. The modification of steel belt layer of airless tire for finite element analysis. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2020. p. 012047.
- [17] PIDAPARTI, R. M<sup>h</sup>, et al. Design simulation of twisted cord-rubber structure using ProE/ANSYS. *Composite structures*, 2001, 52.3-4: 287-294.
- [18] PIDAPARTI, R. M. V. Analysis of cord-rubber composite laminates under combined tension and torsion loading. *Composites Part B: Engineering*, 1997, 28.4: 433-438.
- [19] CHO, Jaesang; LEE, Seunghwan; JEONG, Hyun-Yong. Finite element analysis of a tire using an equivalent cord model. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2015, 105: 26-32.
- [20] GHOREYSHI, MIR HAMID REZA. Finite element modelling of the steady rolling of a radial tyre with detailed tread pattern. 2009.
- [21] KIM, K. W. Finite element analysis of a steady-state rolling tire taking the effect of tread pattern into account. *International Journal of Automotive Technology*, 2006, 7.1: 101-107.

- [22] CHO, J. R., et al. Mesh generation considering detailed tread blocks for reliable 3D tire analysis. *Advances in engineering software*, 2004, 35.2: 105-113.
- [23] YANG, Xiaoguang; BEHROOZI, Mohammad; OLATUNBOSUN, Oluremi A. A neural network approach to predicting car tyre micro-scale and macro-scale behaviour. *Journal of Intelligent Learning Systems and Applications*, 2014, 2014.
- [24] DANIELSON, K. T.; NOOR, A. K.; GREEN, J. S. Computational strategies for tire modeling and analysis. *Computers & Structures*, 1996, 61.4: 673-693.
- [25] Shutterstock [online]. [cit. 2021-02-18]. Dostupné z: <https://www.shutterstock.com/cs/video/clip-1007537047-car-tires-automatic-building-machine-process-tire>
- [26] PURDY, John F. *Mathematics underlying the design of pneumatic tires*. Lithographed by Edwards Brothers, 1963.
- [27] BIDERMAN, V. *Trudy NIIŠP*. In: . Moskva, 1957.
- [28] HOFFERBERT, W. Zur Statik des Luftreifens. In: *Kautschuk und Gummi*. F9. 1956, s. 225-231.
- [29] KOUTNÝ, František. *Základy teorie pneumatik*. Zlín: VÚGPT, 1971.
- [30] BAUER, Rudolf F. Equilibrium profile of modern belted radial ply tires: Its determination and performance benefits. *Tire Science and Technology*, 2013, 41.2: 127-151.
- [31] KENNEDY, R. H. Prediction of tire shape change during post cure inflation. *Tire Science and Technology*, 2001, 29.4: 198-215.
- [32] GENT, Alan Neville; WALTER, Joseph D. *Pneumatic tire*. 2006.
- [33] NAKAJIMA, Y. Application of computational mechanics to tire design—yesterday, today, and tomorrow. *Tire Science and Technology*, 2011, 39.4: 223-244.
- [34] NAKAJIMA, Yukio. Application of optimisation technique to tyre design. *International journal of vehicle design*, 2007, 43.1-4: 49-65.
- [35] NAKAJIMA, Yukio; KAMEGAWA, Tatsuhiko; ABE, Akihiko. *New tire design procedure based on optimization technique*. SAE Technical Paper, 1996.

- [36] NAKAJIMA, Yukio; KAMEGAWA, Tatsuhiko; ABE, Akihiko. Theory of optimum tire contour and its application. *Tire Science and Technology*, 1996, 24.3: 184-203.
- [37] CORNISTEIN, Romina. a Tomas ARECHAGA. Parametric Contour Design. *Tyre Technology International*. 2016, **2016**(Annual Showcase), 42-45.
- [38] KOIDE, M., et al. Optimization for motorcycle tire using explicit FEM. *Tire Science and Technology*, 2001, 29.4: 230-243.
- [39] ZHOU, Haichao; WANG, Guolin; WANG, Yuming. Wide-Base Tire-Building Process and Design Optimization Using Finite Element Analysis. *Tire Science And Technology*, 2018, 46.4: 242-259.
- [40] FANG, K. T.; LI, R.; SUDJIANTO, A. Design and Modeling for Computer Experiments Chapman & Hall. *CRC, New York, 304pp*, 2006.
- [41] ROUSTANT, Olivier; GINSBOURGER, David; DEVILLE, Yves. DiceKriging, DiceOptim: Two R packages for the analysis of computer experiments by kriging-based metamodeling and optimization. 2012.
- [42] TANAKA, Yoshihiro; OHISHI, Katsutoshi. Unified approach to optimization of tread pattern shape and cross-sectional contour of tires. *Tire Science and Technology*, 2010, 38.4: 276-285.
- [43] KAMEGAWA, Tatsuhiko; NAKAJIMA, Yukio; ABE, Akihiko. *Method of designing a pneumatic tire to achieve a best mode under given conditions*. U.S. Patent No 5,710,718, 1998.
- [44] DVORÁK, Zdeněk; JAVOŘÍK, Jakub. Konstrukce výrobků konstrukční materiály elastomerní a formy pro jejich výrobu. 2011.
- [45] *Nonlinear finite element analysis of elastomers*. MSC Software Corporation, 2000 [cit. 2009-10-14]. Dostupný z WWW: <[http://www.mscsoftware.com/assets/103\\_elast\\_paper.pdf](http://www.mscsoftware.com/assets/103_elast_paper.pdf)>.
- [46] DAVEY A.B.; PAYNE A. R.: *Rubber in Engineering Practice*. London, Maclaren & sons Ltd., 1966. 501 s.
- [47] OGDEN, Raymond W. *Non-linear elastic deformations*. Courier Corporation, 1997.

- [48] HOLUB, Josef. Pryž jako konstrukční materiál. *Praha: SNTL*, 1967.
- [49] FRANTA, Ivan. *Gumárenská technologie II: Zpracování kaučukových směsí a vlastnosti pryže*. 2. vydání, *Praha 1969*. SNTL 04-626-69.
- [50] PREKOP, Štefan, et al. *Gumárska technológia*. Žilinská univerzita, 1998.
- [51] HLADÍK, V. et al. *Textilní vlákna*. Praha: SNTL, 1971
- [52] CHEN, Buo. Material Characterization of Tire Cords and the Effects of Cord Thermal-Mechanical Properties on Tires. *Tire science and Technology*, 2004, 32.1: 2-22.
- [53] BEHNKE, Ronny; KALISKE, Michael. Finite element based analysis of reinforcing cords in rolling tires: influence of mechanical and thermal cord properties on tire response. *Tire Science and Technology*, 2018, 46.4: 294-327.
- [54] DAL, Hüsni; KALISKE, Michael. Bergström–Boyce model for nonlinear finite rubber viscoelasticity: theoretical aspects and algorithmic treatment for the FE method. *Computational Mechanics*, 2009, 44.6: 809-823.
- [55] HÖFER, P.; LION, A. Modelling of frequency-and amplitude-dependent material properties of filler-reinforced rubber. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2009, 57.3: 500-520.
- [56] LAŠ, Vladislav. *Mechanika kompozitních materiálů*. Západočeská univerzita, 2004. ISBN 80-704-3273-X.
- [57] BHAGWAN, D. Agarwal; LAWRENCE, J. Broutman. Vláknové kompozity. *SNTL Praha*, 1987.
- [58] MILLER, C., et al. Textile mechanics model of a pneumatic tire. *Tire Science and Technology*, 1985, 13.4: 187-226.
- [59] ROTHERT, H.; GALL, R. On the Three-Dimensional Computation of Steel-Belted Tires. *Tire Science and Technology*, 1986, 14.2: 116-124.
- [60] MESCHKE, G.; PAYER, H. J.; MANG, H. A. 3D Simulations of automobile tires: Material modeling, mesh generation, and solution strategies. *Tire Science and Technology*, 1997, 25.3: 154-176.



- [61] MESCHKE, G.; HELNWEIN, P. Large-strain 3D-analysis of fibre-reinforced composites using rebar elements: hyperelastic formulations for cords. *Computational Mechanics*, 1994, 13.4: 241-254.
- [62] MANUAL, Abaqus Scripting User's. Abaqus 6.11. <http://130.149>, 2012, 89.2080: v6.
- [63] HALPIN, John C. *Primer on Composite Materials Analysis, (Revised)*. CRC Press, 1992.
- [64] JONES, Robert M. *Mechanics of composite materials*. CRC press, 1998.
- [65] TANGORRA, G. Simplified calculations for multi-ply and rubber sheets as a combination of cord-rubber laminating. In: *Proc. International Conference*. 1969.
- [66] AKASAKA, T.; HIRANO, M. Approximate elastic constants of fiber reinforced rubber sheet and its composite laminate. *Composite materials and structures*, 1972, 1: 70-76.
- [67] CLARK, Samuel K. Theory of the elastic net applied to cord-rubber composites. *Rubber Chemistry and Technology*, 1983, 56.2: 372-389.
- [68] ÖCHSNER, Andreas; ÖCHSNER, Marco. *The finite element analysis program MSC Marc/Mentat*. Singapore: Springer, 2016.
- [69] MANUAL, MSC Marc User. Version 2007R1: MSC. *Software corporation*, 2007.

## 9. SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Hlavní části běžné pneumatiky .....	11
Obr. 2: Jednostupňová konfekce radiálního pláště [25] .....	13
Obr. 3: Pneumatika v otevírající se formě po ukončení lisovacího cyklu .....	14
Obr. 4: Základní parametry výpočtu meridiánu .....	15
Obr. 5: Hlavní směry a napětí vyznačené na meridiánu .....	16
Obr. 6: Silové poměry na rovnovážném meridiánu .....	17
Obr. 7: Typické tahové křivky pryže při různých módech zatěžování .....	20
Obr. 8: Jednoosá napjatost.....	23
Obr. 9: Působení biaxiálního napětí na tenkostěnný prvek .....	24
Obr. 10: Čistý smyk.....	25
Obr. 11: Příklady konstrukce ocelových kordů [50] .....	34
Obr. 12: Jednoosý tah textilních a ocelových kordů .....	35
Obr. 13: Krípková zkouška viskoelastického materiálu.....	36
Obr. 14: Zobrazené složky tenzoru napětí.....	38
Obr. 15: Hlavní směry a roviny symetrie anizotropního materiálu .....	39
Obr. 16: Příklad příčně izotropního materiálu.....	41
Obr. 17: Deformace krychle u anizotropního, ortotropního a izotropního materiálu	44
Obr. 18: Zemědělská pneumatika s typickým šípovým dezénem .....	48
Obr. 19: Vstupní parametry pro výpočet meridiánu.....	49
Obr. 20: Získaný řez zemědělské pneumatiky .....	50
Obr. 21: Hranice meridiánu při výpočtu.....	51
Obr. 22: Nárůst membrány se zvyšujícím se tlakem.....	53
Obr. 23: Vytvořený 2D model pneumatiky v AutoCADu .....	54
Obr. 24: Vysít'ovaný 2D model.....	55
Obr. 25: Úhel kordu na odhaleném nárazníkovém pásu .....	61
Obr. 26: Okrajové podmínky pro rotačně symetrickou úlohu .....	62
Obr. 27: 3D model pneumatiky se solid dezénem.....	63
Obr. 28: Kompletní 3D model pneumatiky se reálným dezénem. ....	64
Obr. 29: Radiální deformační charakteristika pro různá huštění .....	68
Obr. 30: Porovnání vypočtených meridiánů.....	70
Obr. 31: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 540/65 R30 .....	76
Obr. 32: Radiální deformační křivky kompletního modelu 540/65 R30 .....	77
Obr. 33: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 680/80 R42 .....	78
Obr. 34: Radiální deformační křivky kompletního modelu 680/80 R42 .....	79
Obr. 35: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 800/70 R32 .....	80

Obr. 36: Radiální deformační křivky kompletního modelu 800/70 R32.....	81
Obr. 37: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 280/70 R18.....	82
Obr. 38: Radiální deformační křivky kompletního modelu 280/70 R18.....	82
Obr. 39: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 480/65 R28.....	83
Obr. 40: Radiální deformační křivky kompletního modelu 480/65 R28.....	84
Obr. 41: Radiální deformační křivky rotačně symetrického modelu 1250/50 R32...	85
Obr. 42: Radiální deformační křivky kompletního modelu 1250/50 R32.....	85
Obr. 43: Detail meridiánu 800/70 R32 vypočteného pomocí MKP .....	87
Obr. 44: Relativní chyba výpočtů šířky s hraničními mezi .....	90
Obr. 45: Relativní chyba výpočtů průměru s hraničními mezi.....	90
Obr. 46: Výpočet Youngového modulu nárazníkové kordu z různých rozsahů	92
Obr. 47: Výpočet Youngového modulu kostrového kordu z různých rozsahů .	92
Obr. 48: Vliv úhlů kordu nárazníku na rozměry pneumatiky.....	94
Obr. 49: Vliv šířky ráfku na rozměry.....	95
Obr. 50: Vliv délky meridiánu na rozměry pneumatiky .....	96
Obr. 51: Vliv počáteční šířky pneumatiky na její rozměry.....	97
Obr. 52: Vliv smrštění na rozměry pneumatiky .....	98
Obr. 53: Radiální deformační křivky pro různé odchylky modelu.....	103
Obr. 54: Mapa poměrných deformací v pneumatice .....	105

## 10. SEZNAM TABULEK

Tab. 1: Základní jednotky jemnosti kordů .....	32
Tab. 2: Zvolené pneumatiky pro výpočty .....	48
Tab. 3: Vstupní data do výpočtu meridiánu. ....	50
Tab. 4: Materiálová data zkoumaných pneumatik .....	65
Tab. 5: Parametry jednotlivých modelů výztuže.....	66
Tab. 6: Porovnání vypočítaných souřadnic meridiánu.....	71
Tab. 7: Změna rozměrů po nahuštění pro 540/65 R30.....	72
Tab. 8: Změna rozměrů po nahuštění pro 680/80 R42.....	73
Tab. 9: Změna rozměrů po nahuštění pro 800/70 R32.....	74
Tab. 10: Změna rozměrů po nahuštění pro 280/70 R18.....	74
Tab. 11: Změna rozměrů po nahuštění pro 480/65 R28.....	75
Tab. 12: Změna rozměrů po nahuštění pro 1250/50 R32.....	75
Tab. 13: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 540/65 R30 .....	77
Tab. 14: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 680/80 R42 .....	79
Tab. 15: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 800/70 R32 .....	81
Tab. 16: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 280/70 R18 .....	83
Tab. 17: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 480/65 R28 .....	84
Tab. 18: Porovnání vypočítaných deformací a tuhostí pro 1250/50 R32 .....	86
Tab. 19: Průměrné odchylky výpočtů meridiánů .....	88
Tab. 20: Vypočítané hodnoty s tolerancemi dle normy ETRTO .....	89
Tab. 21: Vypočítané hodnoty s přepočítanými tolerancemi .....	89
Tab. 22: Rozměry při různých modulech výztuže .....	93
Tab. 23: Rozměry při různých úhlech nárazníkových kordů .....	94
Tab. 24: Rozměry pro různé šířky ráfků .....	95
Tab. 25: Rozměry při různé délce meridiánu .....	96
Tab. 26: Rozměry při různé počáteční šířce .....	97
Tab. 27: Rozměry při zanedbání smrštění.....	98
Tab. 28: Rozměry při různých tuhostech běhounu a bočnice .....	99
Tab. 29: Analýza možných příčin odchylek rozměrů .....	99
Tab. 30: Porovnání přesnosti spočítaných deformací .....	100
Tab. 31: Porovnání přesnosti spočítaných radiálních tuhostí.....	101
Tab. 32: Vyhodnocení přesnosti modelů.....	102
Tab. 33: Změna radiální deformace a tuhosti při různých odchylkách.....	104

## 11. SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Zkratka / Symbol	Jednotka	Popis
$C_{01}$	MPa	Konstanta Mooney-Rivlinova modelu
$C_{10}$	MPa	Konstanta Mooney-Rivlinova modelu
$D_{KB}$	mm	Průměr konfekčního bubnu
$D_{tir0}$	mm	Vnější průměr nenahuštěné pneumatiky
$E$	MPa	Youngův modul pružnosti v tahu
$E_1$	MPa	Youngův modul pružnosti v tahu v ose 1
$E_2$	MPa	Youngův modul pružnosti v tahu v ose 2
$E_3$	MPa	Youngův modul pružnosti v tahu v ose 3
$E_{air}$	J	Energie vzduchu stlačeného v dutině pneumatiky
$E_{elast}$	J	Elastická energie stěny pneumatiky
$E_k$	MPa	Youngův modul pružnosti v tahu kordu
$E_m$	MPa	Youngův modul pružnosti v tahu matrice
$E_{pot}$	J	Energie nahuštěné pneumatiky
$\phi$	-	Stupeň ztužení způsobený strukturou kordu
$G$	MPa	Modul pružnosti ve smyku
$G_{12}$	MPa	Modul pružnosti ve smyku v rovině 1-2
$G_{13}$	MPa	Modul pružnosti ve smyku v rovině 1-3
$G_{ij}$	MPa	Modul pružnosti ve smyku v rovině 2-3
$\gamma_K$	°	Úhel natočení kordu vůči podélné ose (osa z)
$G_m$	MPa	Modul pružnosti ve smyku matrice
$l_m$	mm	Délka meridiánu

$\nu$	-	Poissnovo číslo
$N$	kordů/m m	Dostava kordů
$\nu_{21}$	-	Poissnovo číslo ve směru 2 při namáhání ve směru 1
$\nu_{31}$	-	Poissnovo číslo ve směru 3 při namáhání ve směru 1
$\nu_{32}$	-	Poissnovo číslo ve směru 3 při namáhání ve směru 2
$\nu_k$	-	Poissnovo číslo kordu
$\nu_m$	-	Poissnovo číslo matrice
$p$	MPa	Tlak vzduchu v pneumatice
$r$	mm	poloměr kružnice
$r_1$	mm	Poloměr, kde tečně navazuje extrémála na oblouk kružnice o poloměru $r_N$
$r_B$	mm	Poloměr bodu ráfku
$rim_D$	mm	Průměr ráfku
$rim_d$	mm	Průměr zaoblení ramínka ráfku
$rim_h$	mm	Výška ramínka ráfku
$rim_m$	mm	Vzdálenost meridiánu od ramínka ráfku
$rim_w$	mm	Šířka ráfku
$r_N$	mm	Poloměr oblouku kružnice nárazníku
$r_w$	mm	Poloměr nejširšího místa meridiánu
$r_z$	mm	Poloměr zenitu meridiánu
$R_z$	°	Rotace kolem osy z
$t$	mm	Tloušťka matrice kompozitu
$t_k$	mm	Vzdálenost mezi meridiánem a vnější stěnou pneumatiky v místě největšího průměru

$t_w$	mm	Vzdálenost mezi meridiánem a vnější stěnou pneumatiky v místě největší vnější šířky
$V_k$	-	Objemový podíl kordu v kompozitu
$V_m$	-	Objemový podíl matrice v kompozitu
$W_{tir0}$	mm	Vnější šířka nenahuštěné pneumatiky
$z$	mm	Z souřadnice meridiánu na poloměru $r$
$z_1$	mm	Z souřadnice, kde tečně navazuje extrémála na oblouk kružnice o poloměru $r_N$
$z_B$	mm	Z souřadnice bodu ráfku
LI	-	Index nosnosti (Load Index). Číslo, které určuje maximální nosnost pneumatiky při rychlosti určené rychlostním indexem.

## 12. PUBLIKAČNÍ AKTIVITY AUTORA

- [1] **KLEDROWETZ, Jan**, Jakub JAVOŘÍK a Rohitha KEERTHIWANSA. Evaluation of a Tyre Tread Pattern Stiffness Using FEA. *Materials Science Forum* [online]. 2019, **952**, 243-249 [cit. 2020-02-25]. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.952.243. ISSN 1662-9752. Dostupné z: <https://www.scientific.net/MSF.952.243>
- [2] **KLEDROWETZ, Jan**, Jakub JAVOŘÍK, Rohitha KEERTHIWANSA a Pavel NEKOKSA. FEM Modelling Techniques for Three Point Bend Test of Rubber Composites. *Materials Science Forum* [online]. 2018, **919**, 257-265 [cit. 2020-02-25]. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.919.257. ISSN 1662-9752. Dostupné z: <https://www.scientific.net/MSF.919.257>
- [3] **KLEDROWETZ, Jan**, Jakub JAVOŘÍK, Gustinna Wadu Rohitha KEERTHIWANSA a Pavel NEKOKSA. Calculation of the tyre curing mould cavity shape using FEM. *Manufacturing Technology* [online]. 2017, vol. 17, iss. 4, s. 479-483. [cit. 2020-02-25]. ISSN 1213-2489. Dostupné z: [http://journal.strojirenskatechnologie.cz/templates/obalky\\_casopis/XVII\\_2017-4.pdf](http://journal.strojirenskatechnologie.cz/templates/obalky_casopis/XVII_2017-4.pdf).
- [4] **KLEDROWETZ, Jan**, Jakub JAVOŘÍK, Gustinna Wadu Rohitha KEERTHIWANSA, Pavel KRATOCHVIL, Soňa RUSNÁKOVÁ a Petr GROSS. FEM optimization of a steel belt of OTR tyres. *Materials Science Forum* [online]. 2020, vol. 994, s. 272-279. [cit. 2021-04-23]. ISSN 0255-5476. Dostupné z: <https://www.scientific.net/MSF.994.272>.
- [5] KEERTHIWANSA, Rohitha, Jakub JAVOŘÍK a **Jan KLEDROWETZ**. Secondary Biaxial Data Application in a Process of a Hyperelastic Material Characterization. *Materials Science Forum* [online]. 2019, **952**, 275-281 [cit. 2020-02-25]. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.952.275. ISSN 1662-9752. Dostupné z: <https://www.scientific.net/MSF.952.275>
- [6] KEERTHIWANSA, Rohitha, Jakub JAVOŘÍK, **Jan KLEDROWETZ** a Pavel NEKOKSA. Hyperelastic Material Characterization: A Method of Reducing the Error of Using only Uniaxial Data for Fitting Mooney-Rivlin Curve. *Materials Science Forum* [online]. 2018, **919**, 292-298 [cit.



- 2020-02-25]. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.919.292. ISSN 1662-9752. Dostupné z: <https://www.scientific.net/MSF.919.292>
- [7] JAVOŘÍK, Jakub, **Jan KLEDROWETZ**, Rohitha KEERTHIWANSA a Pavel NEKOKSA. The Numerical Analysis of Axially Loaded Elastomeric Bushing. *Materials Science Forum* [online]. 2018, **919**, 315-324 [cit. 2020-02-25]. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.919.315. ISSN 1662-9752. Dostupné z: <https://www.scientific.net/MSF.919.315>
- [8] JAVOŘÍK, Jakub, Pavel NEKOKSA, **Jan KLEDROWETZ** a Gustinna Wadu Rohitha KEERTHIWANSA. Applicable FEM models for layered beams. *Manufacturing Technology* [online]. 2017, vol. 17, iss. 4, s. 474-479. [cit. 2020-02-25]. ISSN 1213-2489. Dostupné z: [http://journal.strojirenskatechnologie.cz/templates/obalky\\_casopis/XVII\\_2017-4.pdf](http://journal.strojirenskatechnologie.cz/templates/obalky_casopis/XVII_2017-4.pdf).
- [9] KEERTHIWANSA, Gustinna Wadu Rohitha, Jakub JAVOŘÍK, Soňa RUSNÁKOVÁ, **Jan KLEDROWETZ** a Petr GROSS. Hyperelastic material characterization: How the change in mooney-rivlin parameter values effect the model curve. *Materials Science Forum* [online]. 2020, vol. 994, s. 265-271. [cit. 2021-02-18]. ISSN 0255-5476. Dostupné z: <https://www.scientific.net/MSF.994.265>.
- [11] KEERTHIWANSA, Gustinna Wadu Rohitha, Jakub JAVOŘÍK a **Jan KLEDROWETZ**. Hyperelastic-material characterization: A comparison of material constants. *Materiali in Tehnologije* [online]. 2020, vol. 54, iss. 1, s. 121-123. [cit. 2021-02-18]. ISSN 1580-2949. Dostupné z: <http://mit.imt.si/izvodi/mit201/keert.pdf>.

## 13. CV Autora

### Osobní údaje

Jméno a příjmení	Jan Kledrowetz
Datum a místo narození	26.3.1985 ve Zlíně
Bydliště	Osvobození 531, Slavičín 76321
Telefon	+420 774 236 144
Email	kledrowetz@utb.cz
Státní příslušnost	Česká

### Školní vzdělání

2015 - dosud	UTB ve Zlíně, Fakulta technologická <i>Doktorský studijní program: Procesní inženýrství</i> <i>Studijní obor: Nástroje a procesy</i>
2008 - 2010	UTB ve Zlíně, Fakulta technologická <i>Magisterský studijní program: Procesní inženýrství</i> <i>Studijní obor: Konstrukce technologických zařízení</i>
2005 - 2008	UTB ve Zlíně, Fakulta technologická <i>Bakalářský studijní program: Procesní inženýrství</i> <i>Studijní obor: Technologická zařízení</i>
2002 - 2003	International school of the Hague
2000 - 2005	Střední průmyslová škola Zlín <i>Obor: Technické lyceum</i>

## **Pracovní zkušenosti**

- 2010 - dosud Mitas a.s. (Trelleborg Wheel Systems Czech Republic a.s.)  
*Pozice:* Advanced Engineer
- 2009 - 2010 Sonetech s.r.o.  
*Pozice:* Programátor průmyslových robotů

## **Znalosti jazykové**

- Čeština Mateřský jazyk
- Angličtina Pokročilý
- Němčina Začátečník

## **Znalosti softwarové**

MS Office, AutoCAD, Creo, MSC Marc/Mentat, MSC Patran, Pascal, Delphi, Abaqus

Ing. Jan Kledrowetz

**Využití FEM pro návrh tvaru a konstrukce zemědělských pneumatik**

Use of FEM to design the shape and construction of agricultural tires  
Efektivní modelování pneumatik

Disertační práce

Vydala Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně,  
nám. T. G. Masaryka 5555, 760 01 Zlín.

Náklad: vyšlo elektronicky

Sazba: autor

Publikace neprošla jazykovou ani redakční úpravou.

Rok vydání 2021