Vyhodnocení přístupů pro routingové úlohy v odpadovém hospodářství

Jiří Krajíček

Bakalářská práce
2021

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Ústav informatiky a umělé inteligence

Akademický rok: 2020/2021

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE
(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení:	**Jiří Krajíček**
Osobní číslo:	**A18054**
Studijní program:	**B3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor:	**Softwarové inženýrství**
Forma studia:	**Prezenční**
Téma práce:	**Vyhodnocení přístupů pro routingové úlohy v odpadovém hospodářství**

Zásady pro vypracování

1. Seznamte se s pojmy z oblasti matematické optimalizace a teorií grafů, zejména se zaměřením na kombinatorické úlohy pro hledání nejkratších tras.
2. Zformulujte a zanalyzujte úlohu pro svoz odpadu. Model naimplementujte do zvoleného optimalizačního softwaru a vyřešte na zvoleném příkladu.
3. Najděte zobecněný závěr vedoucí k rozhodnutí, jakou formulaci svozové úlohy je výhodné zvolit za zadaných podmínek.
4. Proveďte důkladnou diskuzi dosažených výsledků, popište omezení a limity zvoleného přístupu a stanovte směry pro případný další výzkum.

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

1. GHIANI, Gianpaolo, Gilbert LAPORTE a Roberto MUSMANNO. Introduction to logistics systems planning and control. Hoboken, NJ, USA: J. Wiley, c2004. ISBN 0-470-84917-7.
2. TOTH., Paolo a Daniele VIGO. Vehicle Routing, Problems, Methods, and Applications. Second edition. SIAM, 2014. ISBN: 978-1-611973-58-7.
3. PIRES, Ana, Graça MARTINHO, Susana RODRIGUES a Maria Isabel GOMES. Sustainable Solid Waste Collection and Management. Springer, 2019. ISBN: 978-3-319-93199-9.s.
4. PEKÁR, Juraj, Ivan, BREZINA, Jaroslav, KULTAN, Iryna, USHAKOVA a Oleksandr, DOROKHOV. Computer tools for solving the traveling salesman problém. Development Management, 2020, č. 18(1), s. 25-39. ISS.N 2413-9610.
5. SCHRIJVER, Alexander. Theory of linear and integer programming. Chichester: Wiley, c1986. ISBN 978-0-471-98232-6.

Vedoucí bakalářské práce:	**Ing. Dušan Hrabec, PhD.** Ústav matematiky
Oponent bakalářské práce:	**Ing. Tomáš Kadavý** Ústav informatiky a umělé inteligence
Datum zadání bakalářské práce:	**15. ledna 2021**
Termín odevzdání bakalářské práce:	**20. srpna 2021**

UNIVERZITA TOMÁŠE BATI VE ZLÍNĚ Fakulta aplikované informatiky DĚKAN

L.S.

doc. Mgr. Milan Adámek, Ph.D.
děkan

prof. Mgr. Roman Jašek, Ph.D.
ředitel ústavu

Ve Zlíně dne 15. ledna 2021

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářské práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky. Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen připouští-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně, dne ....

podpis studenta

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zaměřuje na nynější stav odpadového hospodářství z pohledu softwarové náročnosti. V teoretické části se píše o stavu odpadového hospodářství v České Republice. Nadále popisuje možnosti využití nebo předejití odpadu. Třetí a čtvrtá kapitola jsou zaměřena na popis problematiky teorie grafů a optimalizace, které jsou využity v praktické části. Praktická část využívá optimalizačního softwaru GAMS pro nastínění routingových úloh a následné řešení.

Klíčová slova: model, GAMS, odpadové hospodářství, routingové úlohy

ABSTRACT

This bachelor thesis focuses on the current state of waste management in terms of software complexity. The theoretical part describes the state of waste management in the Czech Republic. It further describes the possibilities of recovery or prevention of waste. The third and fourth chapters are focused on the description of graph theory and optimization, which are used in the practical part. The practical part uses GAMS optimization software to outline routing tasks and its solutions.

Keywords: model,GAMS, waste management, routing problem

Rád bych poděkoval panu Ing. Dušanovi Hrabcovi, Ph.D. jakožto vedoucímu mé práce za pomoc, férový postoj a pevné nervy. Stejně tak děkuji pánům Ing. Radovanovi Šomplákovi, Ph.D. a Ing. Vlastimírovi Nevrlému za nastínění problematiky a spolupráci.

Velký díky patří celé mé rodině a přátelům, za nevyčerpatelnou zásobu psychické podpory a nadšení.

OBSAH

ÚVOD 9

I TEORETICKÁ ČÁST 11

1 ZAMĚŘENÍ PRÁCE 12

2 ODPADOVÉ HOSPODÁŘSTVÍ 13

2.1 Odpadové hospodářství ČR 13

2.2 Ekologická ekonomika 14

2.3 Využití odpadu 14

3 TEORIE GRAFŮ 16

3.1 Definice 17

3.2 Nejkratší trasa 17

4 OPTIMALIZACE SVOZU ODPADU 18

4.1 Node a Arc Routing Problem 18

4.1.1 VRP s omezenou kapacitou 19

4.1.2 VRP s časovými okny 19

4.1.3 Problém vyzvednutí a doručení 19

II PRAKTICKÁ ČÁST 21

5 MATEMATICKÝ MODEL 22

5.1 Účelová funkce 23

5.2 Omezení 23

6 OBSTARÁNÍ DAT 25

6.1 Data z ulic 25

6.1.1 Přístup k bodům 25

6.1.2 Přístup k hranám 26

6.2 Data mezi obcemi 27

6.2.1 Přístup k bodům 27

6.2.2 Přístup k hranám 28

7 IMPLEMENTACE V SOFTWARU 30

8 VÝSLEDKY MĚŘENÍ 35

8.1 Výsledky jednotlivých přístupů 35

8.1.1 Bodový přístup ve městě 35

8.1.2 Hrany ve městě 35

8.1.3 Bodový přístup mezi obcemi 36

8.1.4 Každou obec zastupuje hrana 36

8.1.5 Hrany zastupující více obcí 36

8.2 Vyhodnocení výsledků 36

8.2.1 Ve městě 36

8.2.2 Mezi obcemi 37

8.2.3 Obecné vyhodnocení 37

8.3 Nedostatky modelu 38

ZÁVĚR **39**

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY **40**

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY **42**

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK **42**

SEZNAM OBRÁZKŮ **43**

SEZNAM TABULEK **44**

SEZNAM PŘÍLOH **45**

ÚVOD

Život se může zdát jako jedna velká rutina. Ráno vstaneme a vydáme se na cestu do práce nebo školy. Nastoupíme na pravidelnou linku autobusu. Do práce donášková služba přinese objednané kancelářské potřeby. Cestou domů se zastavíme u pojízdné kavárny pro šálek hřejivé pohody. Doma vybereme plnou poštovní schránku a na druhý den nás zase budí hluk přicházející od popelářského vozidla, které plní svou týdenní normu.

Může se to jevit jako akce na sebe nenavazující. Jedno je však spojuje. Jedná se o promyšlenou strategii rozvozu (nebo svozu) zboží. Matematické modely popisující zmíněné úkony jsou závislých nejen na trase, ale i časových oknech, do kdy úkol na daném místě je potřeba splnit. Jindy jde o omezení maximální kapacity, které ztěžuje zadanou práci. Pro každý ze scénářů lze vymyslet jiné podmínky. Základem je však vždy trasa, kterou je potřeba efektivně naplánovat.

Problémy tohoto druhu se společnost zabývá řadu let. Ekonom a matematik Karl Menger roznáškové úlohy zaujaly natolik, aby problematiku prozkoumal do hloubky. V první polovině 20. století publikoval literaturu z okruhu *Travelling Salesman Problem* (dále jen TSP), ze které čerpáme informace dodnes. V té době TSP nebyl pojem znám. Sám Menger problematiku tohoto odvětví popsal jako *Messenger problem*: „úkol najít, pro konečný počet bodů, jejichž párové vzdálenosti jsou známy, nejkratší cestu spojující body. Pravidlo, že je třeba nejdříve přejít z počátečního bodu do nejbližšího, obecně nevede k nejkratší trase.“[1]

Nejeden matematik se pokoušel přijít na algoritmus vedoucí k žádanému výsledku. Knihy nás odkazují, že až v 50. letech 20. století George Dantzig, Delbert Fulkerson a Selmer Johnson přišli na řešení pro optimalizační metody nazvané *Cutting-plane*. "Řez"je proveden v pátrané množině do té doby, dokud není nalezen bod extrému. Na tomto principu se pro řešení TSP nadále stavělo, alespoň než došlo ke vzniku jiných principů. Algoritmus řezu se v dnešní době nejeví jako nejefektivnější, tudíž je zmíněn jako základní stavební kámen.[1]

Matematický postup však není to jediné, na čem TSP obecně staví. Abychom správně vyhodnotili úlohy z dnešní doby, je nutné stavět na jasně daných základech. Rozlišujeme více přístupů k dané problematice. Každý z nich může mít jiná omezení. Popelářské auto má danou maximální kapacitu, kterou nemůže překročit. Doručovací služba má zase časové rozmezí, ve kterém musí stihnout dodat zboží na dané místo a podobně.

Cestování bez GPS je pro mnohé nemožné. TSP využívá stejný princip pro hustě vyznačenou síť bodů k navštívení. Druhá kapitola popisuje, jak takové plánování trasy vzniká pod pojmem *teorie grafů*.

Přesto, že technologie se vyvíjejí neskutečně rychle, stále je časově náročné vygenerovat ideální trasu pro desítky bodů. Třetí kapitola se zajímá právě o optimalizaci, která nám napomáhá vyřešit složité úlohy za co nejkratší čas.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 ZAMĚŘENÍ PRÁCE

Tato práce se zaměřuje na výzkum efektivního svozu produktů právě z oblasti odpadového hospodářství. Takové téma není v oboru algoritmizace nic nového. Při bližším průzkumu dříve zhotovených dostupných prací lze vyčíst, že nejen pro odpad bylo zhotoveno bezpočet modelů popisující reálné situace. Tyto modely jsou odlišné v množství sběrných míst, nebo hlavním omezení, na které je brán ohled.

Málokterý výzkum klade důraz na přístup modelu. Odpověď, kterou požadujeme, nemusí mít hodnoty dostatečně blízko realitě, přesto že algoritmus výpočtu nikde nechyboval. 1.1 Myšlenka tohoto typu dala podmět pro sestavení této práce, která klade důraz na odchylky výstupů při odlišných přístupech ke stejnému matematickému modelu.

	Topic	Link	Keywords				
			waste manag.	*optimization*	*GAMS sw*	*model approach*	*heuristic algo.*
1	A new multi-objective optimization algorithm combined with opposition-based learning	https://www.scc		x			x
2	An improved grammatical evolution approach for generating perturbative heuristics to solve combinatorial optimization problems	https://www.scc		x			x
3	Automated discovery of local search heuristics for satisfiability testing	https://www.scc					x
4	Generating SAT local-search heuristics using a GP hyper-heuristic framework	https://www.scc					x
5	Computer tools for solving the traveling salesman problem	https://business		x	x		x
6	Models and Algorithms for the Integrated Planning of Bin Allocation and Vehicle Routing in Solid Waste Management	https://pubsonli	x				x
7	A Bucket Graph–Based Labeling Algorithm with Application to Vehicle Routing	https://pubsonli		x			x
8	Solid waste collection optimization objectives, constraints, modeling approaches, and their challenges toward achieving sustainable development goals	https://www.scc	x	x		x	x
9	Simulation and optimization of dynamic waste collection routes	https://www.scc	x	x			
10	Testing application for the speed of algorithms simulation and optimization of dynamic waste collection routes	https://www.scc		x			
11	A branch-and-cut algorithm for the generalized traveling salesman problem with time windows	https://apps.we	x	x			x
12	An immune optimization algorithm for TSP problem	https://apps.we	x	x			
13	Introduction to Logistics Systems Planning and Control	https://www.aca		x			x
14	Preview Of Vehicle Routing Problems Methods and Applications	https://www.aca		x			x
15	An improved heuristic for the capacitated arc routing problem	https://reader.el		x			x
16	Node, Edge, Arc Routing and Turn Penalties: Multiple problems – One Neighborhood Extension	https://w1.cirrel		x			x

Obrázek 1.1 Rešerše

2 ODPADOVÉ HOSPODÁŘSTVÍ

Odpad je nedílnou součástí každodenního života. Jedná se o zátěž globálního rozsahu. Některé materiály, jako například plasty, se dají recyklovat, znovu využít v oběhovém hospodářství. Ať už osudem nepotřebného produktu je cokoli, je důležité, abychom si udrželi co nejčistější půdu pod nohama. Proto existuje spousta druhů odpadních košů - k efektivní likvidaci.

Odpad je potřeba pravidelně svážet na vhodná místa. Těžko spočítat, kolik odpadních košů, popelnic a kontejnerů musí být po obcích umístěno, abychom mohli mít domovy a silnice čisté. Každý tento bod je součástí obrovské množiny sběrných míst čekajících na odbavení. Toto je jedním z mnoha podnětů, které daly za vznik takzvanému "problému obchodního cestujícího".

Obrázek 2.1 Popelnice pro sběr různého odpadu

2.1 Odpadové hospodářství ČR

Počet obyvatel České Republiky je přes 10 milionů. V celosvětových řádech se populace pomalu blíží 8 miliardám [5]. Od toho se odvíjí i produkce odpadu. Dle OECD Česká Republika za rok 2019 vytvořila přes 5 milionů tun komunálního odpadu[6]. Bohužel trend je takový, že tato čísla pouze porostou.

Ministerstvo životního prostředí české republiky definuje odpadové hospodářství takto: "Odpadové hospodářství je založeno na hierarchii odpadového hospodářství, podle níž je prioritou předcházení vzniku odpadu, a nelze-li vzniku odpadu předejít, pak v následujícím pořadí jeho příprava k opětovnému použití, recyklace, jiné využití, včetně energetického využití, a není-li možné ani to, jeho odstranění."[2]

Vláda české republiky, schválila v roce 2014 strategii pro odpadové hospodářství na období 2015 - 2024. Tento plán má za úkol usměrnit zpracování odpadu na území České Republiky, tak, jak je stanoveno ve Směrnici Evropského Parlamentu o odpadech.

Strategie obsahuje body[3]:

- Předcházení vzniku odpadu
- Minimalizace nežádoucích vlivů na lidské zdraví
- Začlenění se do evropské "recyklační společnosti"
- Přechod na oběhové hospodářství
- Využít odpad jako náhradu za primární zdroje

"Předcházením vzniku odpadu se rozumí opatření přijatá předtím, než se movitá věc stane odpadem, která omezují nepříznivé dopady vzniklého odpadu na životní prostředí a zdraví lidí, omezují obsah nebezpečných látek v materiálech a výrobcích nebo omezují množství odpadu, a to i prostřednictvím opětovného použití výrobků nebo jejich částí k původnímu účelu nebo prodloužením životnosti výrobků."[4]

2.2 Ekologická ekonomika

Snížení skleníkových plynů, více pracovních míst, úspory na základě recyklace, nebo přímo předcházení vzniku odpadu. Všemu z toho je možné dosáhnout, pokud EU dá na ekologické inovace. Stará se o to takzvaná "Strategie Evropa 2020", určena pro inteligentní, inkluzivní a udržitelný růst.[7]

Bohužel odpad bude vznikat vždy. Přesto, že lze často slyšet o trendech recyklace, některé materiály znovu využít nelze. Má to nejčastěji za příčinu příliš nákladné zpracování, nebo toxické složení. I předměty ve vyznačených recyklačních kontejnerech jsou nejdříve přerozděleny, než se rozhodne jak je zužitkovat. Pokud takový přebytečný materiál neodpovídá vhodnému stavu pro znovupoužití, musí být odstaven na jiné místo, kde nebude, alespoň v nejbližší době, škodit svému prostředí.

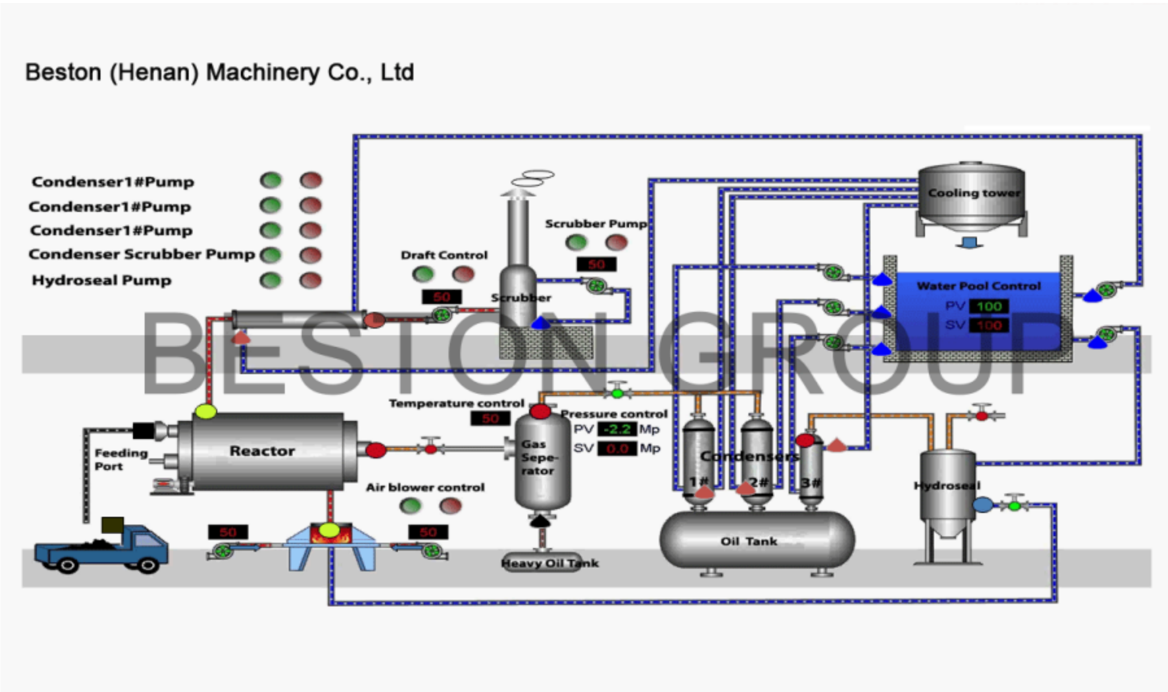
2.3 Využití odpadu

Nejvyužívanější materiál dnešní doby jsou plasty. S nimi ruku v ruce přichází veliké množství odpadu. Máme to štěstí, že technologie a výzkum jsou natolik vyspělé, že dokážeme přetvořit nejen organický odpad na alternativní palivo. I plasty různých druhů jdou pomocí chemických reakcí za vysokých teplot přeměnit na pohonnou hmotu.[8]

Pro výrobu nafty není možné využít všech druhů plastů. Nejběžnější jsou polyethylen, polypropylen a polystyren se ziskem až 90% tekutého paliva. Na druhou stranu PVC ani PET nejsou prozatím vhodná pro tyto termické jevy.[9]

Schéma 2.2 ukazuje, kterými procesy je nutné projít, aby mohly plasty být přeměněny na palivo. Celý proces výroby se dá zjednodušeně popsat v několika krocích:

- Odpadový materiál je potřeba nasekat na vhodnou velikost
- Připravené plasty jsou vloženy do pyrolytického reaktoru
- Postupné zahřátí na teplotu 160°C, při kterém dochází ke vzniku palivových složek v plynné podobě
- Vzniklé plyny jsou nakonec přeměněny do tekuté podoby a uskladněny v oddělené nádrži
- Při procesu mohou vzniknout saze, které mohou být odklizeny až po vychladnutí zařízení



Obrázek 2.2 Pyrolytický reaktor (převzato[9])

Pyrolýza je termický děj, při kterém je plastový odpad rozložen na rozdílné složky, které se nadále zpracují.

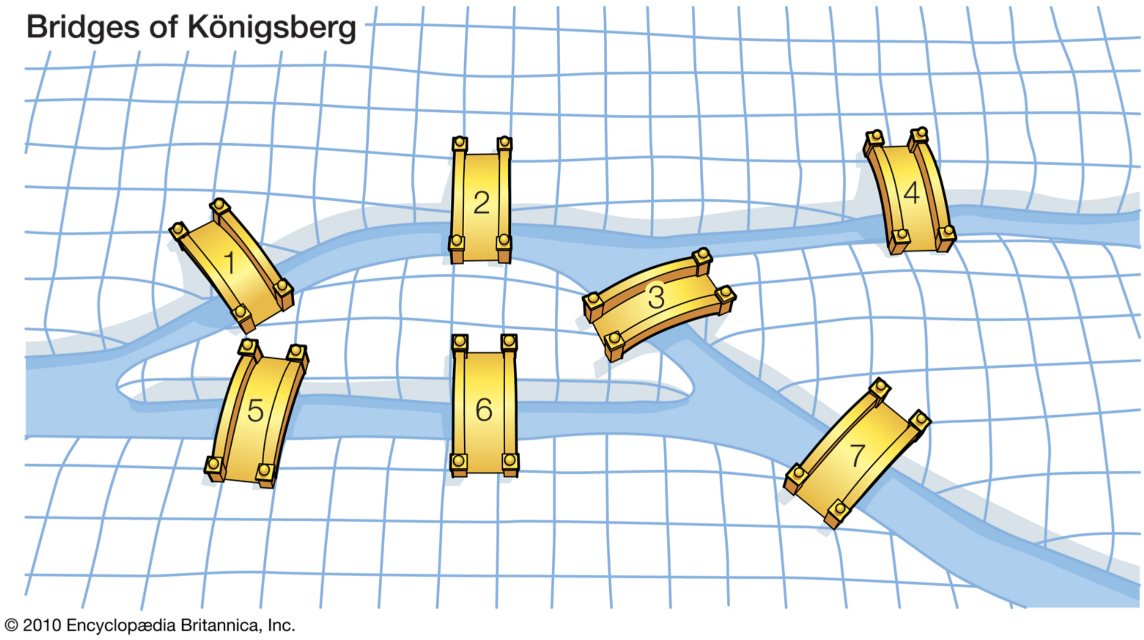
3 TEORIE GRAFŮ

Teorie grafů je matematický obor, který se zabývá sítí bodů spojených čarami. Původem pouze jako matematická hra se časem toto odvětví rozrostlo do komplexnější podoby, již využíváme dnes a denně.[10]

V této práci je *teorie grafů* použita pro plánování trasy mezi množinou bodů. Tyto body znázorňují na mapě odpadní koše, které má za úkol popelářské auto odbavit a samotný náklad poté přivést na odběrové místo. Čáry mezi body znázorňují trasu, která spojuje každé dva vyznačené body s přidanou hodnotou délky dané trasy. Nejběžnější využití tohoto typu jsou GPS navigace.

Snad nejznámějším příkladem, uvádějícím do teorie grafů, je problematika Königsbergského mostu. V raných letech 18.století se občan dnešního Kalingradu zamyslel nad tím, jak by mohl přejít přes řeku, která odděluje pevninu na 4 díly a jímá 7 mostů tak, aby po každém z mostů přešel právě jednou. Tento případ je naznačen na obrázku 3.1.

Tento případ zaujal švýcarského matematika Leonharda Eulera, který si fyzicky sestavil model a zkoušel najít všechny možné kombinace, až došel k závěru, že není možné projít všemi mosty pouze jednou. Euler v té době nestvořil matematický model, který by problém popisoval nebo řešil. Čemu dal za vznik, je teorie grafů, která na tomto principu staví.[10]



Obrázek 3.1 Königsbergské mosty (převzato[10])

3.1 Definice

Bavíme-li se o grafech v této souvislosti, je nutné prvně definovat pár pojmů. Graf G je tvořen uspořádanou dvojicí *(V,E)*. V je zkratka pro *VERTICLES*, neboli vrcholy. E znázorňuje *EDGES* - hrany. Poté můžeme říct, že *V(G)*, *E(G)* jsou množiny vrcholů a hran grafu G [11].

Pokud je graf spojitý - tedy mezi každými dvěma vrcholy existuje hrana, přiřadíme každé z hran číselné ohodnocení. Nejčastěji se setkáme s návazností na vzdálenost mezi městy. V takovém případě mluvíme o *metrice*.

Vzdálenost dvou vrcholů definujeme jako *c(i,j)*, kde i je výstupní bod a j znázorňuje vrchol, do kterého míříme. Dále ve vlastnostech metriky platí [12]:

- $c(i,j) >= 0$ pro každou dvojici i,j
- $c(i,j) = 0$ právě, když $i=j$ pro každou dvojici i,j
- $c(i,j) = c(j,i)$ pro každou dvojici i,j
- $c(i,k) <= c(i,j) + c(j,k)$ pro každou trojici i,j,k

Vezměme se jako názorný příklad trasu mezi Zlínem a Brnem. Města jsou vrcholy grafu a cesta je spojující, kupříkladu trasa na dálnici D1, je hranou. Tato hrana má číselné ohodnocení 97, jakožto 97km které reálně je nutné ujet automobilem, abychom se dostali z jednoho města do druhého.

3.2 Nejkratší trasa

Mluvíme-li o tzv. *násobných hranách*, jde v našem příkladě o takovou situaci, kdy z Brna do Zlína se dostaneme přes dálnici. Kdyby ve směru na Brno došlo k blokádě a nebylo by možné tudy projet, zvolila by se trasa ze Zlína přes Staré Město. Tato hrana má nyní ohodnocení 99, namísto 97, neboť vede jinudy.

Když přidáme k naší množině vrcholů ještě Prahu, vzniknou hrany hned tři. Zadáme-li, že chceme projet všemi těmito městy s co nejkratší ujetou trasou, bude zřejmé, že cesta Zlín-Praha-Brno bude o poznání delší než Zlín-Brno-Praha.

Vrcholů grafu však často bývá mnohem více a ne vždy je jasné, kudy ideální trasa má vést. K řešení takových problémů bylo sestaveno mnoho algoritmů, které spolu soupeří nejen o správnosti výsledku, ale především o časové náročnosti výpočtu se zadaným omezením. Jako příklad bych vybral *Bellman-Fordův algoritmus*, který umí zacházet se zápornými hodnotami hran, nebo *Johnsonův algoritmus*, který problematiku rozdělí na menší podproblémy, přičemž každý z nich vyřeší jedním algoritmem a pro spojení v původní zadání využije jiný algoritmus[13].

4 OPTIMALIZACE SVOZU ODPADU

"Vehicle Routing Problem (VRP) se dá definovat jako problém, který má nalézt optimální trasu pro doručení či sběr z jednoho nebo více vytyčených bodů daného města nebo zákazníků s ohledem na daná omezení. Velké úsilí tomuto tématu je vynaloženo již od roku 1959, kdy Danzig a Ramser popsali obecně problematiku jako problém obchodního cestujícího."[?]

Existuje mnoho přístupů k VRP. Odvíjejí se od specifikací omezení. Nejčastěji se jedná o kapacitou omezené svozy. Zde je komplikací matematického modelu maximální objem, který lze naplnit než bude potřeba nákladní automobil odbavit. Jindy zase předpokládáme časová okna, ve kterých je nutné stihnout odbavit nebo roznést zásilky na daných místech. Anebo k přiřazení bodů dochází dynamicky během dne.[15] Takové případy je nutné řešit efektivně "za pochodu".

Uznávaní autoři v tomto oboru, Paolo toth a Daniele Vigo, uvádějí obecně specifikující charakteristiky VRP v několika bodech[17]:

- struktura silnic
- typ přepravních požadavků
- omezení ovlivňující každou z tras jednotlivě
- umístění vozového parku
- omezení mezi trasami
- optimalizační cíle

;

Obecně lze říct, že VRP jsou NP-těžké úlohy, tedy není možné je vyřešit v polynomiálním čase.

4.1 Node a Arc Routing Problem

Literatura popisuje optimalizační algoritmy jak pro shluky, tak hrany. Oba přístupy mají své využití. "Node routing problem"pracuje se seskupením bodů, které má ulehčit náročnosti výpočtu. "Arc routing problem"algoritmy pohlíží na problematiku tak komplikovaně, jak je vytvořená infrastruktura silnic ve městech. Musí dodržovat silniční předpisy a zákazy. Síť bodů spojená hranami představuje ARC právě, když vztah mezi dvěma body je takový, že k nim přistoupíme pouze z jednoho směru, nikoli obousměrně.

4.1.1 VRP s omezenou kapacitou

Základním rozšířením routingových úloh je přiřazení maximální kapacity pro sběrné vozidlo.

Model lze popsat následovně: Máme uzel i a j, mezi kterými existuje hrana *(i,j)*. Touto hranou lze projít za určitou cenu $d_{i,j}$. Některým hranám je definované množství $q_{i,j} >= 0$. Toto zatížení nemůže překročit kapacitu automobilu Q.[16] CVRP hledá takovou trasu, která projede hrany s množstevní poptávkou právě jednou. Při tom, po dovršení maximální kapacity, se automobil vrátí do depa a následně vyjede na další trasu. Každá z tras je unikátní a nejkratší.

V těchto úlohách také dochází k tzv. penalizaci za odbočení, kdy je nutné na určitém místě otočit směr jízdy v opačný, aniž by to plynule navazovalo na trasu.

4.1.2 VRP s časovými okny

Routingové úlohy s časovými okny jsou rozšířením modelu s kapacitou. Nadstavbou je, že služba musí být poskytnuta u každého ze zákazníků v omezeném časovém rozmezí, nazývaná *časové okno*. Rozlišujeme dva "silná"a "slabá"okna. Mluvíme-li o silných, doručovací služba musí předat objednávku právě ve stanovený čas. V případě brzkého příjezdu je nucena vyčkat. Příkladem můžou být bezpečnostní hlídky, nebo pravidelné linky autobusu. Naopak slabá okna jsou flexibilní a převzetí objednávky je domluveno pouze na orientační čas, jak tomu bývá například organizace s pružným časovým plánem.[17]

Model pro svoz odpadu je definován podobně jako pro CVRP. Přidanou hodnotou je "plánovací horizont"označený *[0,H]*. Pokud naplánovaný svoz $h_{i,j}$ časově vyhovuje plánovacímu horizontu dané hrany, algoritmus navede popelářské auto právě tudy.[18]

4.1.3 Problém vyzvednutí a doručení

Důležitou skupinou routingových úloh jsou tzv. "Pickup-and-Delivery Problems". Zde dochází k přepravě zboží nebo osob z jednoho místa na místo jiné. Můžeme rozlišit tři kategorie tohoto odvětví:

- many-to-many (M-M) - každý subjekt může mít více výchozích i cílových míst. Každé z míst může tedy být spojeno s více subjekty. V praxi se setkáváme nejčastěji s touto skupinou při přerozdělování zboží.
- one-tomany-one (1-M-1) - nastíněná situace popisuje princip, kdy ze skladu je převezeno zboží k zákazníkovi a následně od něj je zpracované zboží převezeno na sběrné místo

- one-to-one (1-1) - skupina jedna k jedné je klasický příklad přepravy po městě

II. PRAKTICKÁ ČÁST

5 MATEMATICKÝ MODEL

Prvním krokem k optimalizační úloze je správný matematický model, který jasně udává, s čím pracujeme, jaká omezení bereme v úvahu a čeho chceme dosáhnout.

Model, jež je využit v této práci má za úkol pojmout množinu vzdáleností mezi každými dvěma body, které ztvárňují umístění odpadního kontejneru na mapě. Pomocí kombinatorického postupu software najde nejkratší trasu s tím, že do každého bodu se právě jednou vstoupí a vystoupí. Výjimkou je pouze počáteční bod, který se považuje jako depo. Tento model byl převzat a následně rozšířen.[19]

Stejný model je využit pro dva různé přístupy. Za prvé pro plánování a výpočet trasy za předpokladu, že každý odpadní koš je samostatný bod, který je nutné "projet".

Druhý způsob je pojmout blízké body jako jeden "shluk"nebo "hranu". Jeden bod v tomto shluku je vstupem do matematického modelu. Tento bod obsahuje dodatečnou informaci o shluku. Říká, jaká je vzdálenost mezi dvěma nejvzdálenějšími body v dané podmnožině bodů. Tato hrana ulehčuje výpočetnímu výkonu na úkor zkreslení reality. Pomocná proměnná *d(k)* se využívá v obou případech, avšak v prvním přístupu je pro každý bod rovna nule, neboť tento kontejner je reálným vyobrazením, nikoli zástupcem množiny.

Pozorované hodnoty přístupu jsou časová náročnost výpočtu a odchylka od reálných hodnot, ze kterých odvodíme přípustnost chyby.

Tabulka 5.1 Parametry

Indexy		
	i	index výchozího bodu
	j	index vstupního bodu
	k	index hrany
Parametr		
	i1(i)	Počáteční i koncový bod
	c(i, j)	Matice obsahující váhu hran
	d(k)	Dodatečná vzdálenost uvnitř shluku
	i2(i)	Zajišťuje různost od počátečního bodu
	m	Počet nákladních automobilů
	p	Počet bodů potřebných ke svozu
	arcs(i, j)	Matice existujících hran
Nezáporná proměnná		
	u(i)	
Binární proměnná		
	x(i, j)	Existence bodu pro sběr

5.1 Účelová funkce

Účelová funkce 5.1 popisuje matematickým jazykem jádro zadaného problému. Můžeme z ní vyčíst, zda chceme najít řešení pro maximální, nebo minimální hodnotu. Celé tělo funkce má vypočítat délku trasy mezi jednotlivými body, ke kterým připočítává hodnotu hrany. Formulace funkce vede k řešení pomocí NRP. V zadané úloze hledáme nejkratší trasu mezi body, tudíž účelovou funkci budeme minimalizovat.

$$Min : z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x(i,j)c(i,j) + \sum_{k=1}^{n} d(k) \tag{5.1}$$

5.2 Omezení

První podmínka ubezpečuje o tom, že každá výchozí a následující hrana jsou jiné.

$$x_{i,j} = 0; \forall i, j; i = j \tag{5.2}$$

Rovnice 5.3 nás ujišťuje, že proměnná x je binární.

$$x_{i,j} \in 0, 1 \tag{5.3}$$

Omezení 5.4 říká, že počáteční bod, ze kterého vyházíme, má index 1. Počet výstupů z tohoto bodu, a tedy i počet tras pro pojetí všech bodů, je roven m.

$$\sum_{j=2}^{n} x(i,j) = m; i = 1 \tag{5.4}$$

Omezení 5.5 říká, že konečný bod, ve kterém má celá trasa končit, má index 1. Počet vstupů do tohoto bodu, a tedy i počet tras pro pojetí všech bodů, je roven m.

$$\sum_{i=2}^{n} x(i,j) = m; j = 1 \tag{5.5}$$

Rovnost 5.6 popisuje hodnotu hrany, která nemůže být menší než 0. V takovém případě hrana neexistuje.

$$d_k \in R_0^+; \forall k \tag{5.6}$$

Rovnice 5.7 a 5.8 zajišťují, aby každý z bodů byl právě jednou navštíven a opuštěn.

$$\sum_{i=1}^{n} x(i,j) = 1; \forall j \tag{5.7}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x(i,j) = 1; \forall i \tag{5.8}$$

Omezení 5.9 řeší problém *zajížděk* (subtour) pomocí nezáporných pomocných proměnných.

$$u \in R^{+}; \forall i, j \tag{5.9}$$

$$u(i) - u(j) + px(i,j) <= p - 1 \tag{5.10}$$

6 OBSTARÁNÍ DAT

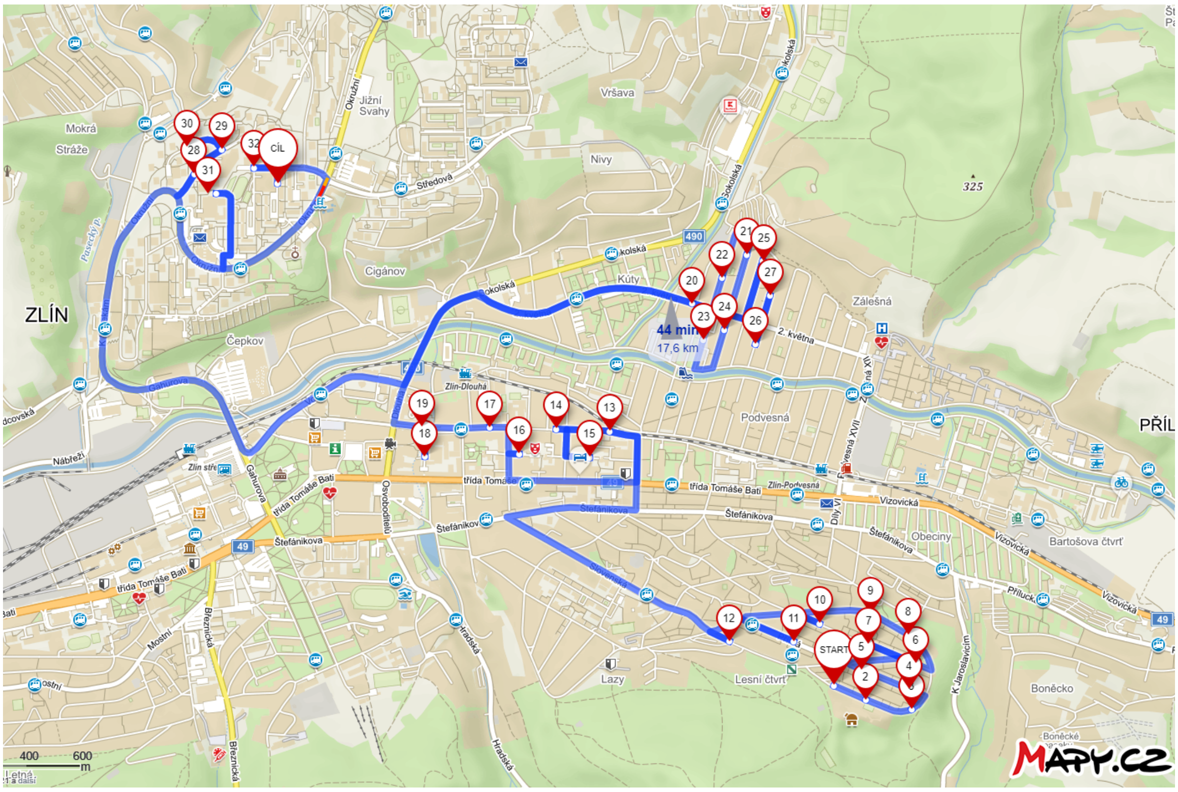
Jelikož smyslem této práce je dojít k obecnému závěru, není nutné mít přístup ke skutečnému rozmístění kontejnerů a odpadních nádob po městech. Body, mezi kterými budeme chtít cestovat, byly vyznačeny na online mapách mapy.cz. Tyto stránky nabízejí funkce, které ulehčily generování dat pro náš matematický model.

6.1 Data z ulic

6.1.1 Přístup k bodům

Jak můžeme vidět na obrázku 6.1, mapy.cz umožňují vyznačit požadované body na mapě a automaticky se mezi nimi vytvoří trasa s informací celkové délky. Důležitějším parametrem, který je nakonec využit, je vzdálenost mezi každými dvěma sousedními body. Tuto informaci jsem zaznamenal do excelové tabulky. Abych dosáhl informace pro každou kombinatorickou možnost, byl jsem nucen ručně posouvat pořadí jednotlivých bodů. Naštěstí se nejedná o složitou práci a po chvíli se zautomatizuje.

Nutno dodat, že pomocí této aplikace, stejně jako u každé jiné gps, se bere v úvahu silniční stav. Je tedy brán ohled na zákazy vjezdu, jednosměrky apod. Tím pádem je zřejmé, že vzdálenost mezi body A a B, není vždy nutně stejná jako vzdálenost mezi B a A.



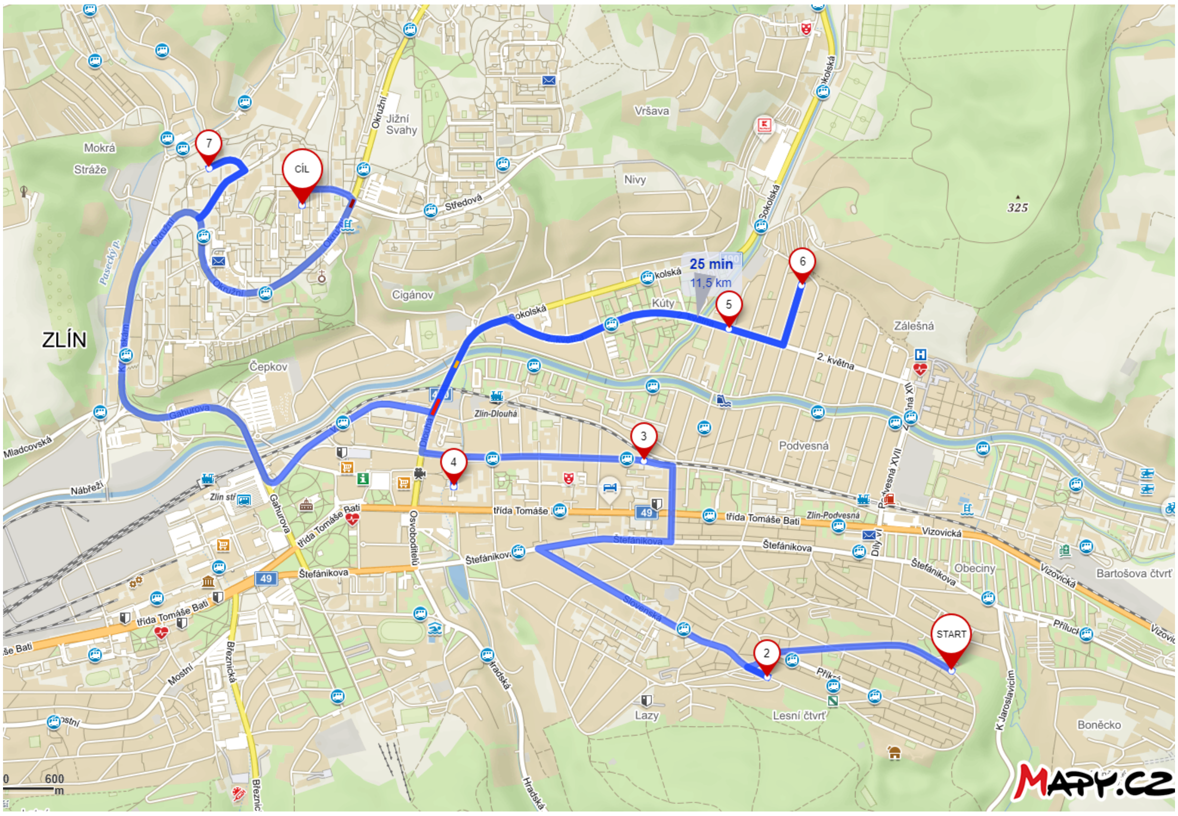
Obrázek 6.1 Bodový přístup v obci z mapy.cz

Obrázek 6.1 znázorňuje případ, kdy by mělo pro routingovou úlohu dojít k přístupu ke každému bodu zvlášť. Bylo zvoleno právě kolem třiceti bodů, neboť je známa náročnost softwarového výpočtu routingových úloh. "Pouhých"třicet bodů, tedy tabulka 30x30, zabere zhruba tři hodiny, než je optimalizační model vyhodnotí.

6.1.2 Přístup k hranám

Druhým zdrojem dat je obdobná situace jako na obrázku 6.1. Aby bylo výsledky s čím porovnávat, musíme nastínit příklad na stejné mapě, pouze s odlišným přístupem. Místo třiatřiceti bodů se na problém podíváme z toho pohledu, že podmnožina daných bodů, které leží poblíž sobě, mohou mít jednoho zástupce. Vznikne tedy lidově řečeno shluk bodů.

Vznik shluků můžeme porovnat na obrázku 6.2. První hranu jsme dostali spojením 1.-12. bodu. Jeden z těchto bodů zůstal jako zástupce, od kterého se následně budou zjišťovat vzdálenosti mezi jednotlivými zástupci. Abychom však naznačili, že zachovalý bod znázorňuje celou oblast tras ve svém okolí, je mu přiřazena dodatečná informace, která se taktéž zaznamenává do excelové tabulky. V dané oblasti (pro první případ mezi body 1-12) najdeme dva nejvzdálenější body a délku dráhy mezi nimi si zapíšeme. Na obrázku 6.2 vidíme každé dva body pro vzniklé hrany.



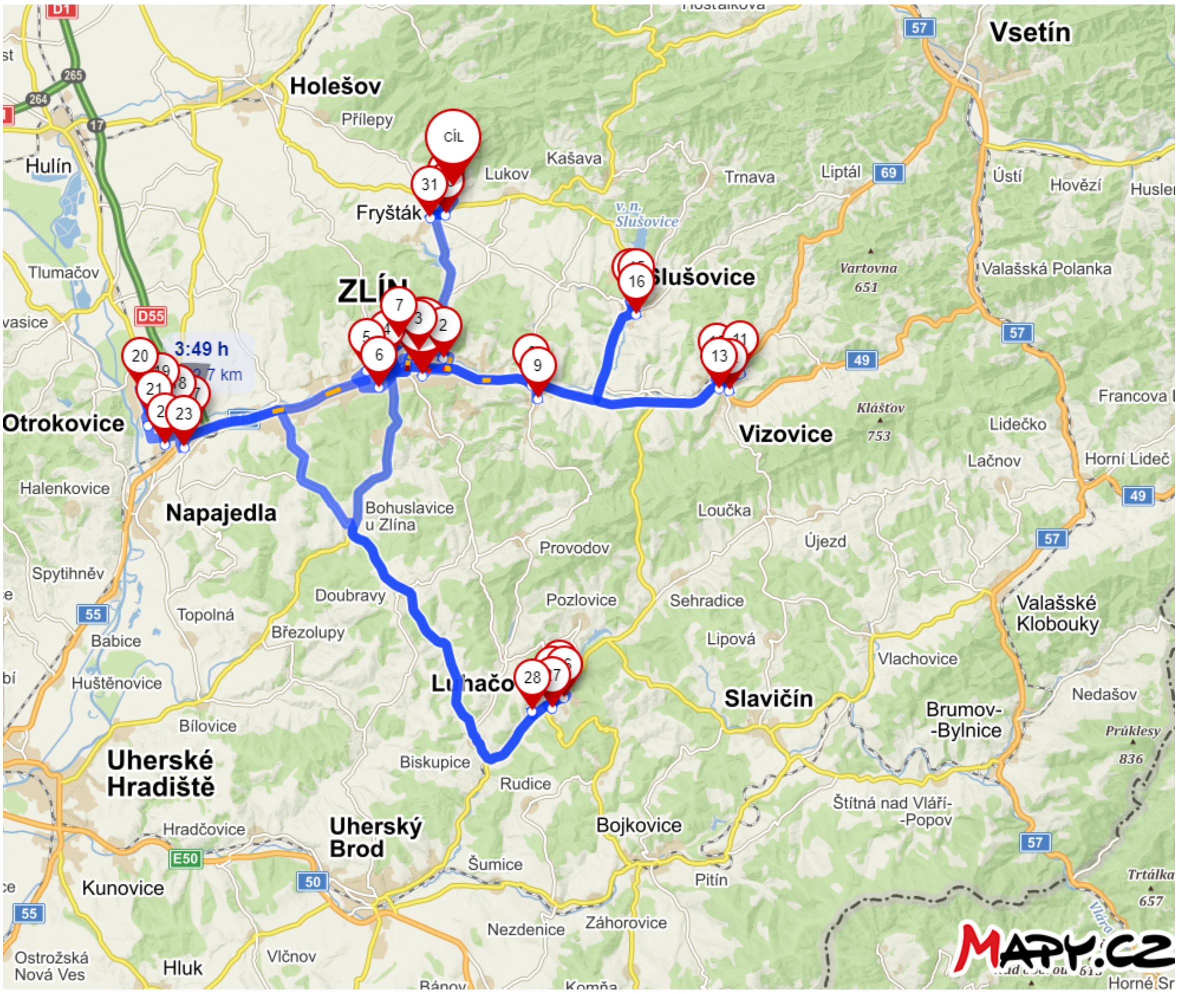
Obrázek 6.2 Hranový přístup v obci z mapy.cz

6.2 Data mezi obcemi

6.2.1 Přístup k bodům

Sběr dat pokračuje v odlišném měřítku. Dalším krokem bude situace mezi obcemi. Vzdálenosti jsou větší a nás zajímá, jaký dopad to bude mít na výpočetní techniku.

Jako zástupce pro tento model jsem vybral dalších třicet dva bodů mezi městy Zlín, Želechovice, Vizovice, Slušovice, Fryšták, Otrokovice a Luhačovice. Tyto obce jsou od sebe různě vzdáleny a také jejich rozloha je různorodá. Mým záměrem bylo umístit do každého z vybraných měst takový počet bodů-kontejnerů, aby odpovídal poměru k jejich velikosti a tím se přiblížil jistým způsobem reálné distribuci odpadu. Popsaná situace je znázorněna na obrázku 6.3.

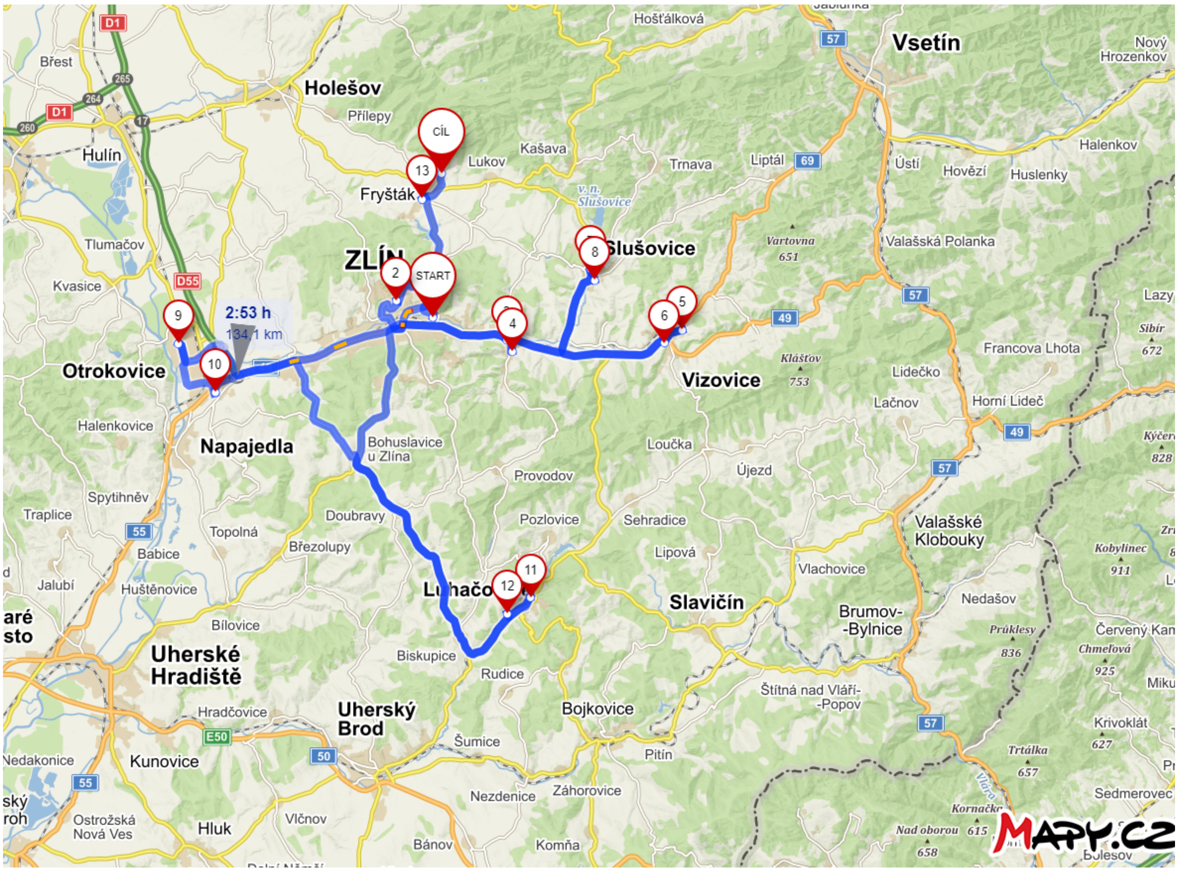


Obrázek 6.3 Bodový přístup mezi obcemi z mapy.cz

Stejným způsobem, jak bylo realizováno pro data v ulicích, vzdálenosti mezi každými dvěma body byly zaznamenány do tabulky. Ta je vstupem do matematického modelu v optimalizačním softwaru.

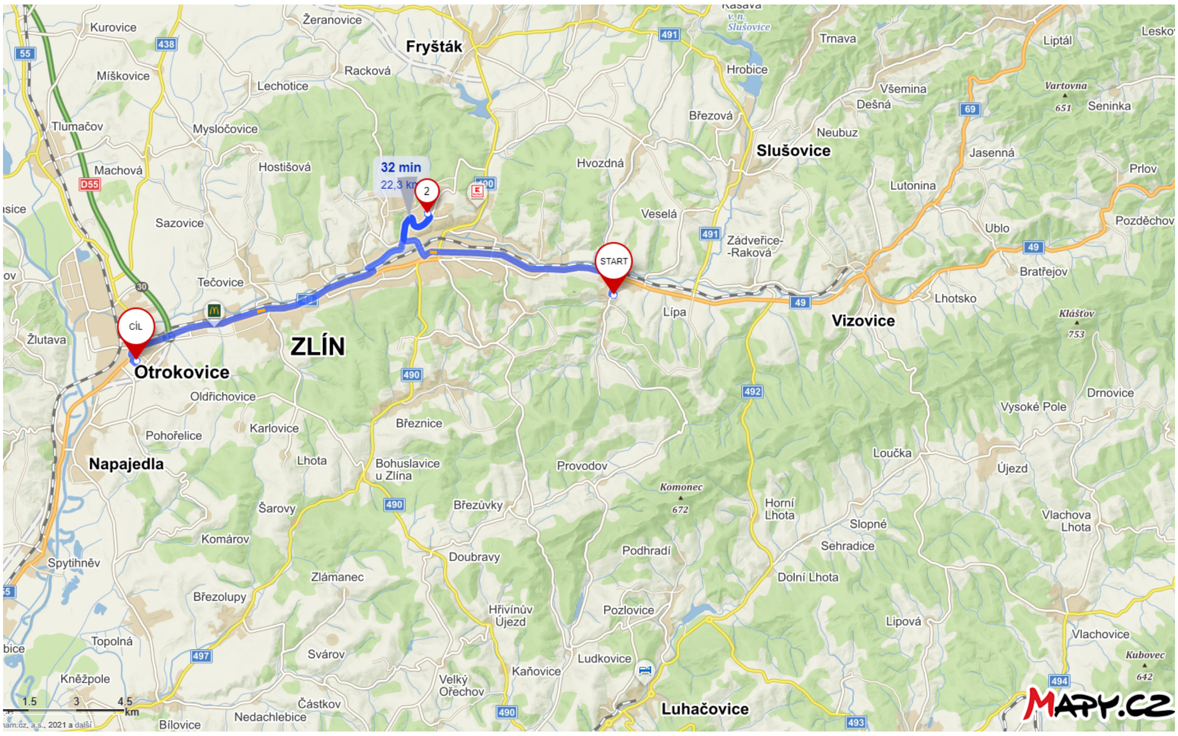
6.2.2 Přístup k hranám

K porovnání dat s různými přístupy vytvoříme z daných obcí jednotlivé hrany. Dva nejvzdálenější body ve městě nám dají informaci o vzniklé hraně 6.4.



Obrázek 6.4 Hrany obcí z mapy.cz

Poslední sběr je založen na ještě větším zkreslení, než je vytvoření shluku z každé obce. Na obrázku 6.5 vidíme pouze tři vyznačené body. První bod se stal zástupcem pro obce Želechovice, Vizovice i Slušovice. Druhý bod má znázorňovat Zlín spolu s Fryšťákem. Posledním místem k odběru zbývá spojení Otrokovic s Luhačovicemi. Tak jak u předchozích přístupů, dojde-li k sestavení hrany, následuje i zaznamenání dodatečné informace o vzdálenosti nejvzdálenějších dvou bodů daného seskupení. Nyní máme data pro pět odlišných přístupů svozu odpadu.



Obrázek 6.5 Shluky obcí z mapy.cz

7 IMPLEMENTACE V SOFTWARU

Při studium se častěji člověk setká s matematickými úlohami přizpůsobenými tak, aby bylo možné naučit se princip výpočtu. Takové příklady nezaberou více jak list papíru a desítky minut, podle zdatnosti jedince. Reálný scénář se odráží v jiném světle. Hodnoty nabývají "nehezkých"hodnot, počet kroků k uspokojivému výsledku přesahují tisíce. Z tohoto důvodu byly vytvořeny softwarové programy, které deseti tisíce kroků vypočítají během sekund. O to nepostradatelnější takové programy jsou pro optimalizační úlohy NP-těžkého typu, u kterých čas roste exponenciálně.

Pro tuto práci byl zvolen *GAMS* (THE GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM). Jedná se o modelovací systém pro řešení algebraických úkolů. Vede k deterministickému výsledku, pokud je úloha nesložitá. Jedná-li se o případ, jehož výpočet trvá nezanedbatelný čas, postup je převeden automaticky na heuristický.

GAMS má specifický způsob zápisu. Nepřibližuje se programům jazyka C, nicméně názvosloví, jak bývá u programovacích jazyků zvykem, se odvyjí od angličtiny. S dokumentací, volně přístupnou na internetu, a širokou komunitou uživatelů však jeho pochopení netrvá dlouho.

Prvním krokem je definice parametrů a proměnných. V tomto programu to jde hned několika způsoby. Záleží, co by měla naše proměnná obsahovat. Můžeme použít *scalar*, který obsahuje právě jedno číslo, nebo *parameter*. Ten bere v úvahu, že bude obsahovat seznam dat měnící se podle indexu. [20]

Pro model této práce je využit *scalar* právě pro určení informace, kolik bodů je potřeba navštívit a také kolik vozidel se uvažuje pro vyplnění úkolu. Jak je vidět na obrázku 7.1, definice typu je zvýrazněna modrou barvou pro přehlednost. Následuje název za mezerou, který je dále využíván v kódu. Popis v apostrofech není povinný. Jedná se o doplněk pro programátora. Mezi lomítky definujeme konkrétní hodnotu, kterou naše proměnná nabývá.

```
scalar starttime; starttime = jnow;
scalar
   m 'number of salesman' /1/
   p 'number of nodes to visit' /7/
;
```

Obrázek 7.1 Scalar v prostředí GAMS

Pro inicializaci seznamu lze využít dvou datových typů. Při modelování úlohy byly využity oba dva. Jedná se o *set* a *parameter*. Snímek 7.2 odhaluje, že pro *set* přiřazení hodnot proměnné *k* je v podobě indexů. *k1*k7* programu říká, že naplňujeme všechny hodnoty mezi *k1* až *k7* včetně.

Parametr *d* má obsahovat dodatečné informace o hraně, konkrétně vzdálenost mezi nejvzdálenějšími body znázorněné danou hranou. Tyto informace jsou uloženy v excelové tabulce. Aby nedocházelo k přepisování stovek buněk, je možno využít knihovnu *GDXXRW*, která importuje data z tabulky do GAMSu a načte jimi požadovaný parametr. Nutno dodat, že v matematickém modelu proměnná *d* se indexuje pouze v jednom řádu *k*. V softwarovém prostředí je třeba dodat druhou dimenzi *v*, která pojmenovává sloupce v tabulce.

```
set k /k1*k7/;
set v /v1/;
Parameter d(k,v) 'distance in the cluster (M)'
$call GDXXRW NRP_obce_shlukyAux.xlsx trace=3 par=d rng=Sheet1!a1 rdim=1 cdim=1
$GDXIN NRP_obce_shlukyAux.gdx
$LOAD d
$GDXIN
```

Obrázek 7.2 Parameter v prostředí GAMS

Máme-li definovat proměnné, které nemají předem danou hodnotu, je zde pár způsobů, jak jim přiřadit datový typ. V gamsu se vychází z informace, která by měla být předem známá. Pro model v této práci je využito tří přístupů, znázorněny na obrázku 7.3. Víme-li, že proměnná nebude nabývat jiných hodnot než nula nebo jedna, jedná se o binární proměnnou *x(i,j)*. Stejně tak můžeme popsat nezáporný výstup *u(i)* jako *positive variable*. Takové specifikace se především používají pro proměnné, které jsou součástí matematického modelu a musejí splňovat zadané podmínky. U výstupu *cost* je zvolen obecný datový typ *variable*, protože není důvod omezovat rozsah čísla, které dostaneme na konci celého procesu výpočtu.

```
binary variables x(i,j);
positive variables u(i);
variable cost;
```

Obrázek 7.3 Proměnné v prostředí GAMS

"Klíčové slovo *equation* definuje názvy využity v modelu. Jméno rovnice v GAMSu je spojeno se symbolickými algebraickými vztahy, použitými pro generování omezení a rovností. Algebraické vztahy jsou definovány pomocí konstant, matematických operátorů, funkcí, množin, parametrů a proměnných."[21]

Před spuštěním softwaru k překladu je nutné říct, které z rovnic a omezení je potřeba kalkulovat. Tato definice vychází právě z názvů obsažených v *equations* na obrázku 7.4.

```
equations
    start
    end
    source_node(i)
    destination_node(j)
    subtour_elimination(i,j)
    objective_function
;
```

Obrázek 7.4 Definice rovnic v prostředí GAMS

Tělo omezení a rovnic nemá hlavičku, jak tomu bylo například u definice jmen rovnic. Na obrázku 7.5 lze vyčíst, jak korektní zápis vypadá. Nejprve je využito již definované jméno, za kterým bez mezery následují dvě tečky za sebou. Tento výraz dává překladači vědět, že následující text je matematický výraz, do něhož se budou dosazovat parametry, taktéž dříve definované.

Samotný zápis rovnice se nejvíce liší s jinými programovacími jazyky v podobě znamének rovnosti. Chceme-li říct, že se levá strana rovná pravě straně, používá se výraz $=\boldsymbol{e}=$, jakožto ekvivalence. Pro určení "je větší nebo se rovná"píšeme $=\boldsymbol{G}=$ z angličtiny *greater or equal*. K porovnání, zda je výraz "menší nebo roven"druhé straně se používá podle názvu "lower or equal" $=\boldsymbol{L}=$. Dva z těchto případů jsou použity v modelu této práce na obrázku 7.5. Označení pro konec dané rovnice je ukončovací znak středníku.

Použití sumy v deklaraci rovnice nebo omezení má svá pravidla. První parametr v těle klíčového slova ***sum*** je definice, pro kterou množinu čísel, nebo indexů chceme provést výpočet. Druhý parametr popisuje samotný výraz sumy.

Příkaz ***option*** v softwaru GAMS slouží k nastavení globálních systémových parametrů. Bez jejich specifikace jsou nastaveny tak, aby odpovídaly pro většinu výpočetních způsobů [22]. Chce-li avšak uživatel některé z nich specifikovat jinak, má možnost spoustu z nich pozměnit.

Pro heuristické modely je typické, že se k ideálnímu výsledku přibližují s každou novu iterací. Jejich časová náročnost však může stoupat exponenciálně. Abychom předešli

```
start.. sum(i2(j), x('%startcity%',j)) =e= m;

end.. sum(i2(i), x(i,'%startcity%')) =e= m;

source_node(i2(i)).. sum(arcs(i,j), x(i,j)) =e= 1;

destination_node(i2(j)).. sum(arcs(i,j), x(i,j)) =e= 1;

subtour_elimination(arcs(i,j))$(i2(i) and i2(j)).. u(i) - u(j) + p*x(i,j) =L= p-1;

objective_function.. cost =e= sum((i,j),x(i,j)*c(i,j)) + sum((k,v),d(k,v));
```

Obrázek 7.5 Tělo rovnic v prostředí GAMS

nereálné čekací době, než software přijde na rozumný výsledek, optimalizační model této práce využívá hned tří globálních parametrů znázorněných na obrázku 7.6.

Odchylku od ideálního výsledku, nebo úroveň, jak blízko má výsledná hodnota být k přesnému výstupu, se dá specifikovat pomocí *optcr*. Toto kritérium se zapisuje v desetinném čísle, znázorňující procentuální zastoupení, v tomto případě se chceme přiblížit na 10 %.

Jelikož je v této práci podstatnější časová náročnost, než počet iterací, které při optimalizaci probíhají, je jejich počet zvýšen na vysoké číslo pomocí proměnné *iterlim*. Takový počet iterací, přesahující v praxi časovou náročnost, nemůže chod programu ovlivnit.

Poslední z globálních proměnných, které zajišťují vhodnou délku běhu výpočtu, je *reslim*. V použitém modelu je čas běhu nastaven na 10 000 sekund, což odpovídá necelým třem hodinám. Tento parametr zastaví výpočet a uloží výsledné číslo na úkor odchylky.

```
option optcr=0.1;
option iterlim=100000000;
option reslim = 10000;
```

Obrázek 7.6 Kritéria na výpočet v prostředí GAMS

Posledním dílem pro optimalizační program je zavést specifikace výpočtu a definování výstupu. Jak již bylo zmíněno dříve, je nutné definovat, které z omezení a rovnic se mají provést. Tento úkon definujeme jako ***model*** *arp /all/*. Klíčové slovo z obrázku 7.7 ***model*** definuje celé tělo kódu pod zadaným názvem *arp*. Tento název, stejně jako každá jiná proměnná zadaná uživatelem, může mít libovolnou podobu. Za tímto jménem mezi lomítky následuje výčet rovnic, které slouží k výpočtu. Chceme-li vypsat všechny definované rovnice, je možné ulehčit si práci výrazem *all*.

Určení, čeho a jakým způsobem chceme ve výsledku dosáhnout, se píše za klíčové slovo ***solve***. Následuje jméno modelu, tedy definované *arp*. Deklarovaný model má za úkol najít nejkratší trasu mezi body. Proto volíme jako další možnost výraz *minimizing* spojený s názvem proměnné, tedy *cost*. Poslední parametr je třeba doplnit způsob výpočtu. Pro tento úkol je využit *mip*.

Výstupem optimalizační úlohy je dlouhý textový dokument se všemi kroky. Pokud nedošlo k problému, může se takový text zdát nepřehledný. Z tohoto důvodu se využívá klíčové slovo ***display***, za kterým definujeme proměnné, u kterých výstup nás zajímá. Ve výstupním souboru je následně možnost rychlého přístupu ke zvoleným parametrům. Pro tento model je nejdůležitější právě *cost* jakožto celková cena vytvořené trasy.

```
model arp/all/;
solve arp minimizing cost using mip;
scalar elapsed; elapsed=(jnow-starttime)*24*3600;
display x.l,cost.l,arcs,arp.resusd,elapsed;
```

Obrázek 7.7 Definice pro solver v prostředí GAMS

8 VÝSLEDKY MĚŘENÍ

Matematický model sestavený pro zadaný úkol neslouží pouze pro nalezení nejkratší cesty mezi zadanými body a výpočtu celkové vzdálenosti trasy. Pozorovanými výstupy jsou zejména čas potřebný ke kompilaci a výpočtu definovaného přístupu a odchylka od reálných hodnot. Co se týče časové náročnosti, ta může byt rozdílná na různých výpočetních strojích. Model, který je popsán v této práci, byl v provozu na osobním počítači bez jakýchkoli HW nebo SW úprav pro zrychlení procesu.

8.1 Výsledky jednotlivých přístupů

8.1.1 Bodový přístup ve městě

Měření ve městě zahrnuje dva různé přístupy. Prvním je pohled na svoz odpadu, kalkulovaný pro každý bod zvlášť.

Bylo vytyčeno třiatřicet bodů. Každé dva body mají existující trasu respektující silniční pravidla. Z tohoto důvodu obecně neplatí, že délka trasy z bodu A do B se rovná trase z bodu B do bodu A.

Předpoklad výsledku je takový, že vypočítaná trasa bude ideální. Tedy nenajdeme pro tento scénář trasu, která by projela všemi body právě jednou s nižší celkovou délkou (cenou). Ideální měření má však svá omezení. Tím je časová náročnost a případně odchylka měření, pokud by došlo k naplnění maximální časové dotaci pro výpočet.

Délky rozestupů mezi každými dvěma body naplnily tabulku o velikosti 1089 buněk. Údaje v tabulce nabývají hodnot mezi stovkami až po 33 tisíc metrů. Celkový čas výpočtu v optimalizačním softwaru byl 29minut. Došlo k vyhodnocení, že nejkratší trasa mezi body měří 19309 metrů. Toto číslo nemusí být konečné, neboť matematický model byl nastaven tak, aby se výpočet přerušil a ukončil, jakmile se výsledek přiblíží na 10 % od ideálního výsledku. To však nutně neznamená, že nalezená hodnota nenabyla ideální podoby.

8.1.2 Hrany ve městě

Při sestavování přístupu skrze hrany je nutné zachovat stejné podmínky jako u předchozího scénáře. Hrany zde jsou ztvárněny tak, že skupina nejbližších bodů je nahrazena právě jedním bodem. K tomuto bodu je přidělena do speciální tabulky hodnota vzdálenosti dvou nejvzdálenějších bodů ze vzniklého shluku.

Díky této metodě se z předchozích 33 bodů sestavila tabulka o velikosti 4x4 bodů, ke které je později přičteno další čtyři pomocné buňky dříve zmíněné.

Můžeme očekávat, že výpočet bude mnohem rychlejší, než u přístupu k jednotlivým bodům.

V tomto příkladu byl výstup nalezen okamžitě. GAMS jednoduché úlohy tohoto typu neřeší heuristicky, a tedy jsme dostali číslo 14 233 metrů bez odchylky měření.

8.1.3 Bodový přístup mezi obcemi

Abychom vzali v úvahu k porovnání vzdálenosti mezi jednotlivými body, došlo k sestavení bodů ve více než jednom městě.

Předpokládá se, že délka trasy mezi jednotlivými obcemi bude mít vliv na výpočetní náročnost.

Pro 32 bodů rozmístěných v sedmi okolních obcí Zlína včetně, se výpočet zastavil při naplnění časového okna tří hodin. V tomto stavu se model přiblížil na 32 % od ideálního výsledku s naměřenou hodnotou 129 597 metrů.

8.1.4 Každou obec zastupuje hrana

Vytvoření hran bylo navrženo dvakrát. V prvním případě hrany vznikly jako shluk všech bodů příslušné obce. Jelikož v modelu je vytyčeno sedm obcí, každou z nich v tomto případě zastupuje jeden bod, ke kterému náleží doplňující informace.

Optimalizace tohoto příkladu proběhla v řádu desetin sekundy bez odchylky. Výsledná dráha má délku 116 197 metrů.

8.1.5 Hrany zastupující více obcí

Poslední přístup zkresluje realitu nejvýrazněji. Hrany jsou utvořeny spojením několika obcí do jednoho zastupujícího bodu. Došlo ke spojení ve tři body.

Obdobně jako v předchozím příkladu, časová náročnost nehraje roli na výstup. S pomocnými daty o každé hraně model vyčíslil trasu na 90 900 metrů.

8.2 Vyhodnocení výsledků

Pro větší přehlednost byla vytvořena jednoduchá tabulka 8.1.

8.2.1 Ve městě

Když porovnáme data získaná pro případ svozu odpadu ve městě, zjistíme, že rozdíl délek tras se liší o necelých 5 000 metrů, což nezní špatně, ale vzhledem k poměru to je celých 26.29 %. Tato hodnota není až tak uspokojivá.

Co se časové náročnosti týče, půl hodinový rozdíl výpočtu je zanedbatelný vzhledem k problematice, která může dosahovat astronomických hodnot.

Fakta jsou taková, že bodový přístup pro svoz odpadu ve městě je nutností. Nejen, že čas strávený výpočtem je v normě, ale důležitější je to, že vypracovaný matematický model vypisuje trasu, kudy jet a tudíž v praxi dosáhneme maximální efektivity. Kdybychom se řídili přístupem přes shluky bodů, je nám znám pouze obecný směr. Za předpokladu, že okolí řidič nezná, mohl by na trase strávit delší dobu, která by se projevila na celkové ceně.

8.2.2 Mezi obcemi

Hned na první pohled jde rozeznat velký skok jak v časové náročnosti, tak v délce trasy. Mluvíme-li o vzdálenosti, není to tak překvapující. Nicméně velký důraz kladu na čas potřebný k výpočtu cesty skrze všech třicet dva bodů z modelu.

Porovnáme-li hodnoty bodového přístupu ve městě a mezi obcemi vidíme, že pro (téměř) stejný počet odpadních košů program trávil nad problematikou několikanásobně více času. O to větší problémem se tento přístup stává, když za tři hodiny výpočtu pracujeme s výsledkem s 32 % odchylkou od ideálního výsledku. Samozřejmě, odchylka se odvyjí od toho, že model byl nastaven na maximální časové okno tří hodin. Abychom dospěli lepšího výsledku, muselo by se povolit optimalizačnímu problému širší časové okno.

Když srovnáme data přístupů pouze mezi obcemi, vidíme, že rozdíl výsledných hodnot mezi prvním a druhým přístupem je 10.34 %. Tento výsledek považuji za přijatelný, bereme-li v úvahu přesnost výpočtu, zejména pak časovou náročnost.

Co se týče přístupu, kdy jedna hrana zahrnuje několik obcí, jedná se o nespolehlivý údaj. Čím více zkreslujeme realitu, tím větší bude rozdíl ve výsledku.

Tabulka 8.1 Výstup přístupů

	přístup	**časová náročnost**	**odchylka**	**délka v *m***
ve městě	*body*	29 min	10 %	19 309
	hrany	0.1 s	0 %	14 233
mezi obcemi	*body*	3 h	32 %	129 597
	hrany v každé obci	0.2 s	0 %	116 197
	hrany z obcí	0.1 s	0 %	90 900

8.2.3 Obecné vyhodnocení

Můžeme tedy vyvodit, že vzdálenost mezi jednotlivými body hraje velkou roli. Mluvíme-li o řádech tisíců jednotek, výstupy jsou relativně obdobné. Když však máme plánovat trasu na vzdálenosti přesahující deseti tisíce a sto tisíce, výsledek není spolehlivým zdrojem dat.

Osobně bych usoudil, že vhodný přístup pro odpadové hospodářství ve městě samotném je skrze body, kdy výstupní trasa je reálným vyobrazením.

Co se týče přístupu mezi obcemi, osvědčilo se vytvořit z každé z obcí zastupující bod. O to menšího zkreslení dojdeme, pokud obec samotná neobsahuje velké množství odpadních košů.

8.3 Nedostatky modelu

Každý model je možné zdokonalovat. Má to svá úskalí. Čím obsáhlejší matematický model bude, tím náročnější bude výpočetní schopnost. Proto je rozumné držet se jádra problému a zbytečně neodbíhat do rozšiřujícího odvětví, které není podstatné pro pozorovaný příklad.

Na vytvořeném modelu pro tuto práci je pár nedostatků, které by se daly vylepšit. Prvním je zadané omezení pro výpočet samotný. Chceme-li výsledky co nejspolehlivější, neměla by být časová náročnost omezena na tři hodiny. Toto kritérium je aplikováno spíše pro demonstraci problému a umožnění efektivnější práci na celém projektu.

Vstupem do tohoto modelu jsou data z tabulek, které byly ručně vypsány. Tomuto kroku se dá předejít například pomocí API, která generují tabulky dat na základě vytyčených bodů.

ZÁVĚR

V teoretické části je zprvu popsána problematika odpadového hospodářství. Co ho způsobuje, jak se k němu dá přistoupit a jaké kroky v dnešní době jsou pro něj vykonávány třeba i nadnárodními organizacemi.

Teorie grafů odhaluje základy pro řešení svozových úloh. Definuje graf v jiném světle, než je většina z nás zvyklých. V základě se jedná o jakousi "hru", která se s rostoucím počtem prvků překlápí v problematiku takového rozsahu, že se s ním i výkonné výpočetní stroje zabaví na několik hodin.

Optimalizace VRP je komplikované téma, které pojme spoustu odnoží. V této práci bylo vybráno jen pár podkapitol pro ilustraci a uvědomění čtenáře, do jaké míry se teorie grafů rozrostla.

Praktická část obsahuje pracovní postup při sestavování této práce.

Nejprve byl definován matematický model, na němž došlo k několika pokusným příkladům o pár bodech a hranách. Zároveň s tím se model rovnou přepisoval do optimalizačního prostředí. Jelikož se jednalo o prvotní zkušenosti s optimalizačním SW GAMS, trvalo to delší dobu. Nakonec se však podařilo vytvořit funkční projekt, který prezentoval přijatelná data. Na tomto se začalo stavět a model se postupně rozšířil do dnešní podoby.

Obstarání dat bylo dočasnou otázkou. Při seznamování s problematikou jsem zprvu data pouze vymýšlel na papíře s náčrtky ulic. Taková podoba je však nepřijatelná pro vysokoškolskou práci. Přesunul jsem tedy kroky ke spolehlivějším zdrojům na internetu. Jedním ze způsobů, jak zjistit vzdálenost dvou míst na mapě je GPS. Této myšlenky jsem se chytil a pro sběr dat mi nakonec pomohla internetová aplikace mapy.cz.

Před modelací problému přístupu bylo zapotřebí prvně promyslet, jaká data bude potřeba porovnat a jaké výstupy se dají očekávat. Nakonec hlavní myšlenkou bylo, jaký dopad na výpočet bude mít zvyšující se délka hran.

Po dosazení jednotlivých dat do modelu v GAMSu se ukázalo, jak se výstup shoduje s předpokladem. K mému překvapení rozdíl ve svozu mezi obcemi nebo v ulicích města je markantní. To jen potvrzuje, že celý proces měl smysl.

A konečně, výsledek se dostavil. Mohl by být komplexnější. Avšak si myslím, že takový úkon by více odpovídal případné diplomové práci.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

[1] CUMMINGS, Nigel. A brief History of the Travelling Salesman Problem [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://www.theorsociety.com/about-or/or-methods/heuristics/a-brief-history-of-the-travelling-salesman-problem/

[2] Ministerstvo životního protředí: Odpadové hospodářství. Ministerstvo životního protředí [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://www.mzp.cz/cz/odpadove-hospodarstvi

[3] Ministerstvo životního protředí: Plán odpadového hospodářství ČR. Ministerstvo životního protředí [online]. [cit. 2021-8-16]. Dostupné z: https://www.mzp.cz/cz/plan-odpadoveho-hospodarstvi-cr

[4] Ministerstvo životního protředí: Předcházení vzniku odpadů. Ministerstvo životního protředí [online]. [cit. 2021-8-16]. Dostupné z: https://www.mzp.cz/cz/predchazeni-vzniku-odpadu

[5] Worldometer: World Population [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://www.worldometers.info/world-population/

[6] OECD: Municipal waste [online]. 2021 [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: doi:10.1787/89d5679a-en

[7] European Commission: Enviroment. : Green growth and circular economy [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://ec.europa.eu/environment/green-growth/index-en.htm

[8] Beston: Making Fuel from Plastic [online]. [cit. 2021-8-16]. Dostupné z: https://bestonpyrolysisplant.com/making-fuel-plastic/

[9] Beston: Making Fuel from Plastic [online]. [cit. 2021-8-16]. Dostupné z: https://greenbeston.com/making-fuel-from-plastic/

[10] CARLSON, Stephan C. Encyclopedia Britannica: Graph theory [online]. 2020 [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://www.britannica.com/topic/graph-theory

[11] JIROVSKÝ, Lukáš. Teorie grafů [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://teorie-grafu.cz/zakladni-pojmy/matematicka-definice-grafu.php

[12] JIROVSKÝ, Lukáš. Teorie grafů [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://teorie-grafu.cz/zakladni-pojmy/vzdalenost-metrika.php

[13] My Route Online: What Is the Best Shortest Path Algorithm? [online]. 2020 [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://www.myrouteonline.com/blog/what-is-the-best-shortest-path-algorithm

[14] LIONG, C.-Y. a Khairuddin OMAR. ResearchGate Log in: Vehicle routing problem: Models and solutions. Journal of Quality Measurement and Analysis [online]. 2008 [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/313005083-Vehicle-routing-problem-Models-and-solutions

[15] Scientific Research: A Survey on the Vehicle Routing Problem and Its Variants [online]. 2012, , 9 [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: doi:10.4236/iim.2012.43010

[16] DIMACS: Capacitated Arc Routing [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: http://dimacs.rutgers.edu/programs/challenge/vrp/carp/

[17] TOTH, Paolo a Daniele VIGO. Vehicle Routing Problems, Methods, and Applications. Second Edition. 2014.

[18] DIMACS: Time Dependent Capacitated Arc Routing [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: http://dimacs.rutgers.edu/programs/challenge/vrp/tdcarp/

[19] BERA, Samiran. Medium: Formulate Vehicle Routing Problem— Using GAMS [online]. 2020 [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://medium.com/swlh/formulate-vehicle-routing-problem-using-gams-462afedfe98

[20] GAMS: Data Entry: Parameters, Scalars and Tables [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://www.gams.com/34/docs/UG-DataEntry.html?search=scalar

[21] GAMS: Equations [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://www.gams.com/34/docs/UG-Equations.html?search=equation

[22] GAMS: The Option Statement [online]. [cit. 2021-5-9]. Dostupné z: https://www.gams.com/34/docs/UG-OptionStatement.html?search=option

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

VRP	Vehicle routing problem
ARP	Arc routing problem
NRP	Node routing problem
OECD	The Organisation for Economic Co-operation and Development
TSP	Travelling Salesman Problem
GAMS	The General Algebraic Modeling System

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1.1. Rešerše ... 12
Obr. 2.1. Popelnice pro sběr různého odpadu ... 13
Obr. 2.2. Pyrolytický reaktor (převzato[9]) ... 15
Obr. 3.1. Königsbergské mosty (převzato[10]) ... 16
Obr. 6.1. Bodový přístup v obci z mapy.cz ... 25
Obr. 6.2. Hranový přístup v obci z mapy.cz ... 26
Obr. 6.3. Bodový přístup mezi obcemi z mapy.cz ... 27
Obr. 6.4. Hrany obcí z mapy.cz ... 28
Obr. 6.5. Shluky obcí z mapy.cz ... 29
Obr. 7.1. Scalar v prostředí GAMS ... 30
Obr. 7.2. Parameter v prostředí GAMS ... 31
Obr. 7.3. Proměnné v prostředí GAMS ... 31
Obr. 7.4. Definice rovnic v prostředí GAMS ... 32
Obr. 7.5. Tělo rovnic v prostředí GAMS ... 33
Obr. 7.6. Kritéria na výpočet v prostředí GAMS ... 33
Obr. 7.7. Definice pro solver v prostředí GAMS ... 34

SEZNAM TABULEK

Tab. 5.1. Parametry 22
Tab. 8.1. Výstup přístupů 37

SEZNAM PŘÍLOH

P I. Obsah CD

PŘÍLOHA P I. OBSAH CD

fulltext.pdf - obsahuje text samostatné práce v pdf formátu.

Složka - Přílohy - obsahuje data a výsledný přehled ve formátu tabulek xlsx a příslušné modely ve formátu .gms a .gdx spustitelné v softwaru GAMS