

# **Reléová identifikace modelu tepelného procesu s vnitřním zpožděním**

Milan Plachtovič

---

Bakalářská práce  
2022



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky

---

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně  
Fakulta aplikované informatiky  
Ústav automatizace a řídicí techniky

Akademický rok: 2021/2022

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Milan Plachtovič**  
Osobní číslo: **A18661**  
Studijní program: **B3902 Inženýrská informatika**  
Studijní obor: **Informační a řídicí technologie**  
Forma studia: **Prezenční**  
Téma práce: **Reléová identifikace modelu tepelného procesu s vnitřním zpožděním**  
Téma práce anglicky: **Relay-Based Identification of a Thermal Process with Internal Delays**

## Zásady pro vypracování

1. Uvedte popis laboratorního modelu tepelného procesu a jeho ovládání.
2. Popište obecný princip metod identifikace parametrů lineárního dynamického modelu pomocí relé ve zpětné vazbě.
3. Popište metodu identifikace s využitím asymetrického relé se saturací a exponenciálního útlumu.
4. Zvolte a uveďte další (jinou) metodu identifikace parametrů lineárního dynamického modelu pomocí relé ve zpětné vazbě.
5. S využitím literatury uveďte matematický model tepelného procesu získaný dříve jinou metodou bez využití relé.
6. Pro obě reléové identifikační metody proveďte simulační experimenty s využitím matematického modelu.
7. Tytéž experimenty proveďte na laboratorním modelu tepelného procesu.

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

1. BALÁTĚ, Jaroslav. Automatické řízení. 2., přeprac. vyd. Praha: BEN – technická literatura, 2004, 663 s. ISBN 8073001489.
2. KORBEL, Jiří. Metody pro automatické nastavování a ladění parametrů spjitých regulátorů. Zlín, 2011. disertační práce (Ph.D.). Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Fakulta aplikované informatiky.
3. PEKAŘ, Libor a Roman PROKOP. Saturation relay vs. relay transient identification tests for a TDS model. In: Proceedings 27th European Conference on Modelling and Simulation ECMS 2013 [online]. Alesund: European Council for Modelling and Simulation (ECMS), 2013, s. 446-452. [cit. 2020-11-24]. Dostupné z: <http://www.scs-europe.net/dlib/2013/2013-0446.htm>.
4. PROKOP, Roman a Jiří KORBEL. Autotuning – automatické ladění jednoduchých regulátorů. In Proceedings the 6th International Scientific – Technical Conference Proces Control. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2004. s.1-9, ISBN 80-7194-662-1.
5. YU, Cheng-Ching. Autotuning of PID Controllers: A Relay Feedback Approach. 2nd ed. London: Springer-Verlag, 2006. ISBN 978-1-84628-036-8.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Libor Pekař, Ph.D.**  
Ústav automatizace a řídicí techniky

Datum zadání bakalářské práce: **15. ledna 2022**  
Termín odevzdání bakalářské práce: **20. května 2022**

**doc. Mgr. Milan Adámek, Ph.D. v.r.**  
děkan



**prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc. v.r.**  
ředitel ústavu

Ve Zlíně dne 15. ledna 2022

### **Prohlašuji, že**

- beru na vědomí, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen připouští-li tak licenční smlouva uzavřená mezi mnou a Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně s tím, že vyrovnání případného přiměřeného příspěvku na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše) bude rovněž předmětem této licenční smlouvy;
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

### **Prohlašuji,**

- že jsem na bakalářské práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval. V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.
- že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

Ve Zlíně, dne 19.5.2022

Milan Plachtovič v.r.  
podpis studenta

## **ABSTRAKT**

Cílem této práce je identifikace tepelného modelu pomocí několika identifikačních metod založených na reléovém testu. Konkrétně se jedná o využití saturačního relé a relé s exponenciálního útlumem. Obdržené výsledky jsou srovnány s jinou metodou identifikace parametrů lineárního dynamického modelu s využitím relé ve zpětné vazbě a matematické-fyzikální metodou. Všechny metody byly ověřeny jak pomocí numerických simulací, tak i experimentálním měření na laboratorním modelu.

Klíčová slova: reléový test, saturační relé, relé s exponenciálním útlumem

## **ABSTRACT**

The aim of this work is to identify heat exchanger plant using several identification methods based on relay test. Specifically, it is the use of a saturation relay and relay transient. The obtained results are compared with another method identifying the parameters of a linear dynamic model using relay feedback and mathematical-physical method. All methods were verified both by numerical simulations and experimental measurements on laboratory model.

Keywords: relay feedback test, saturation relay, relay transient

Poděkování, motto a čestné prohlášení, že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická, nahraná do IS/STAG jsou totožné ve znění:

Prohlašuji, že odevzdaná verze bakalářské práce a verze elektronická nahraná do IS/STAG jsou totožné.

## OBSAH

ÚVOD.....	8
<b>I TEORETICKÁ ČÁST.....</b>	<b>9</b>
<b>1 LABORATORNÍ MODEL TEPELNÉ SOUSTAVY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM .....</b>	<b>10</b>
1.1 POPIS LABORATORNÍHO MODELU .....	10
1.2 KOMUNIKAČNÍ ROZHRANÍ .....	11
<b>2 SYSTÉMY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM .....</b>	<b>13</b>
<b>3 RELÉ VE ZPĚTNÉ VAZBĚ.....</b>	<b>15</b>
3.1 RELÉOVÝ TEST .....	15
3.1 POUŽITÍ UMĚLÉHO ZPOŽDĚNÍ VE ZPĚTNÉ VAZBĚ.....	16
<b>4 OBECNÝ PRINCIP VYUŽITÍ EXPONENCIÁLNÍHO ÚTLUMU .....</b>	<b>18</b>
<b>5 OBECNÝ PRINCIP VYUŽITÍ SATURAČNÍHO RELÉ .....</b>	<b>20</b>
<b>6 NESYMETRICKÉ RELÉ .....</b>	<b>23</b>
6.1 VYUŽITÍ .....	23
<b>7 MATEMATICKÝ MODEL BEZ VYUŽITÍ RELÉ .....</b>	<b>26</b>
7.1 MATEMATICKÝ POPIS .....	26
<b>II PRAKTICKÁ ČÁST .....</b>	<b>28</b>
<b>8 SIMULAČNÍ EXPERIMENT.....</b>	<b>29</b>
8.1 EXPERIMENT S VYUŽITÍM SATURAČNÍHO RELÉ .....	32
8.2 EXPERIMENT S VYUŽITÍM EXPONENCIÁLNÍHO ÚTLUMU .....	33
<b>9 LABORATORNÍ EXPERIMENT .....</b>	<b>35</b>
9.1 MĚŘENÍ S POUŽITÍM RELÉ ON/OFF .....	35
9.2 MĚŘENÍ S POUŽITÍM SATURAČNÍHO RELÉ .....	37
<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>40</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....</b>	<b>41</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>43</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>44</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>45</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>	<b>46</b>

## ÚVOD

Téma práce jsem si zvolil z důvodu zájmu o oblast automatizace a její aplikaci v reálných systémech.

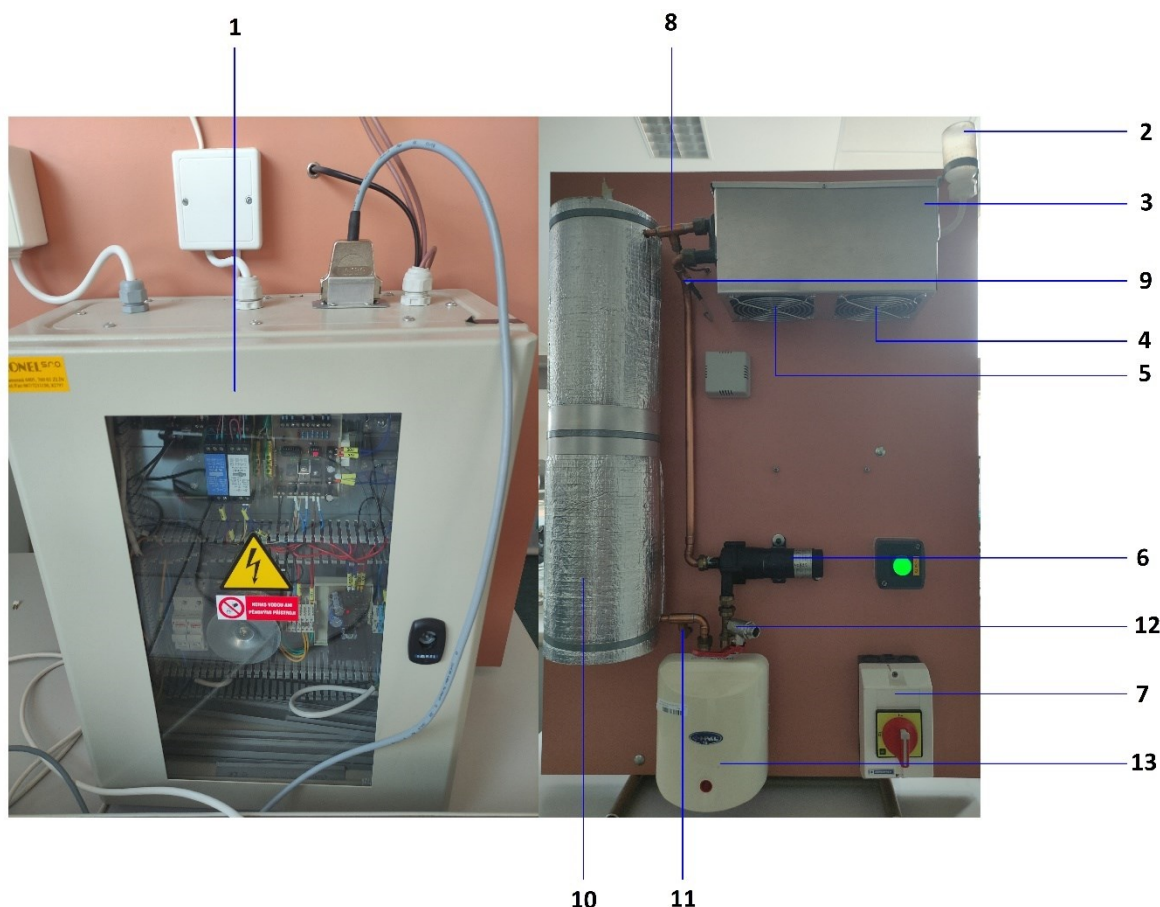
Teoretická část práce obsahuje popis laboratorního modelu tepelné soustavy a jeho komunikační rozhraní. Následuje hlavní část, kde je uveden popis reléového testu a jeho aplikace pro saturační relé a relé s exponenciálním útlumem. Dále je uvedeno matematické srovnání s jinou metodou identifikace parametrů lineárního dynamického modelu s využitím relé ve zpětné vazbě. Poslední kapitola teoretické části je matematický popis modelu bez využití relé.

Praktická část se rozděluje na dvě části. V první části se provádí simulační experimenty v programu Matlab pro saturační relé a relé s exponenciálním útlumem a následná aplikace vzorců pro provedení příslušných výpočtů. Druhá část se skládá z měření, které bylo provedeno v Ústavu automatizace a řídicí techniky. V první řadě bylo provedeno měření za pomoci relé on/off. Za druhé byla provedena měření, nahrazením relé on/off za saturačního relé a přidání kritického zesílení a následnou aplikaci saturačního reléového testu na naměřené data.



## **I. TEORETICKÁ ČÁST**

## 1 LABORATORNÍ MODEL TEPELNÉ SOUSTAVY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM

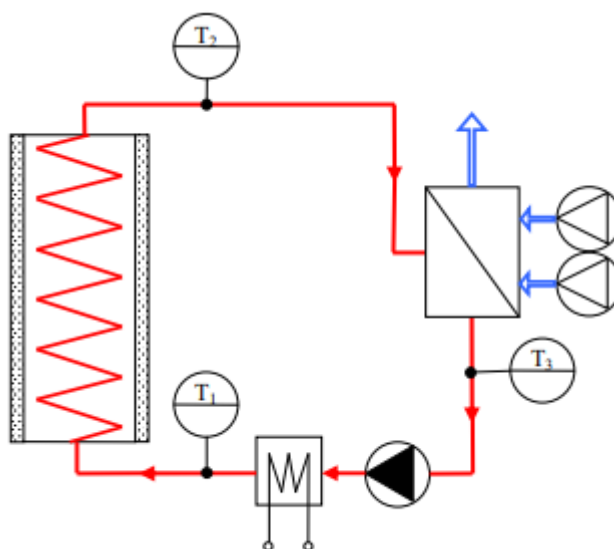


Obr. 1 - Laboratorní model tepelné soustavy

### 1.1 Popis laboratorního modelu

Výukový tepelný model s dopravním zpožděním využívá principu přenosu tepla pomocí teplotnosného média prostřednictvím potrubního systému. Laboratorní model tepelné soustavy s dopravním zpožděním je zobrazen na (obr. 1). Rozvaděč s elektroinstalací (1.) je umístěn na zadní straně modelu. Správné zapnutí modely zajišťuje dvoupolohový hlavní vypínač (7.). Teplotnosné médium (pro praktickou část jsme zvolili destilovanou vodu) je dopravováno pomocí spojitě regulovaného čerpadla (13.) do průtokového ohříváče, který má výkon 750 W. Teplota vody  $T_1$  (11.) odcházející z ohříváče je měřena platinovým teploměrem. Do měděné potrubní cívky o délce 15 m (10.), která je tepelně izolovaná vstupuje ohřátá voda. Podle zvolených otáček čerpadla 50 až 200 s vzniká dopravní zpoždění. Spotřebič tepelné energie představuje výměník tepla typu voda/vzduch (3.), který předává tepelnou energii teplotnosného média do okolního prostředí. Podle dvou regulovatelných

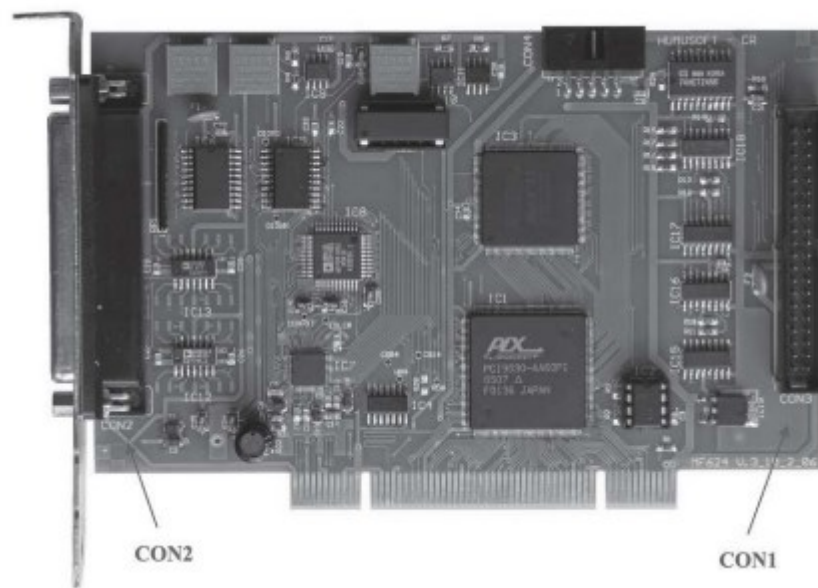
ventilátorů (4,5) lze nastavit úroveň spotřeby tepla. Ventilátor (5.) lze nastavit pouze dvoustavově (stav Zapnuto/ Vypnuto), ventilátor (4.) je řízen spojitě a jeho primární funkce je generování poruchové veličiny při ověřování vlastností navržených regulátorů. Teplota vody vstupující do výměníků a vystupující z výměníků je měřena platinovými teploměry  $T_2$  (8.) a  $T_3$  (9.). Z výměníků se voda vrací zpět do čerpadla a celý koloběh teplotnosného média se opakuje. Vliv tepelné roztažnosti vody se kompenzuje pomocí expanzní nádoby (2.), která je umístěna na nejvyšším bodě tepelného modelu. Schéma tepelného modelu s dopravním zpožděním je zobrazeno na (obr. 2). [6] [7]



Obr. 2 - Laboratorní model tepelné soustavy [6]

## 1.2 Komunikační rozhraní

Kabelové propojení je realizováno pomocí konektoru CANON25M, které přivádí signál k multifunkční kartě MF 624 od firmy Humosoft, která je umístěna v počítači. Karta obsahuje dva konektory, CON1 a CON2 znázorněné na (obr. 3). Karta využívá D/A a A/D převodníky, společně s digitálními vstupy a výstupy (8 a 14 bitů). Nastavení rozlišení se nastavuje pomocí portu X1, kde se také nachází časovače a čítače. Inkrementální enkodér je umístěn na portu X2. Pouze port X1 je připojen do smyčky modelu a zajišťuje zpracování všech potřebných měření a úloh. [5]



Obr. 3 - Multifunkční karta MF 624 [5]

## 2 SYSTÉMY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM

U Systémů s dopravním zpožděním ("TIME DELAY SYSTEMS" TDS) se obvykle předpokládá, že prvek zpoždění je pouze ve tvaru vstupně-výstupního vztahu. Proto byla dynamika systému modelovaná, pomocí několika bodů a ty byly vyjádřeny prostřednictvím obecných diferenciálních rovnic. Výsledkem Laplaceovy transformace je přenosová funkce, která má tvar součinu dvou složek. První člen obsahuje systém bez zpoždění a druhý člen je samotné zpoždění. Nicméně tato koncepce může být limitující, pro popis reálného dynamického systému, protože vnitřní procesy systému mohou být ovlivněny časem nebo můžou mít přirozené zpoždění.

Anisochronní (nebo také dědičné) TDS modely, které mohou nabídnout univerzálnější popis dynamiky systému použitím obou složek, jak integrační složky, tak složky zpoždění ve formě soustředěné nebo distribuované. Zpoždění by se mělo objevit v levé části diferenciální rovnice, čímž se změní obecná diferenciální rovnice na funkční diferenciální rovnici.

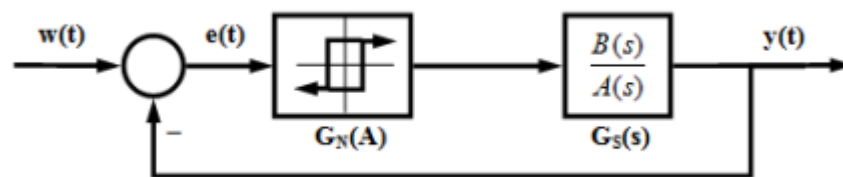
Lineární časově-invariantní TDS charakterizujeme jako přenosovou funkci ve formě poměru tzv. "kvazipolynomů".

$$G_s(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \quad (1)$$

Poměr kvazipolynomů, kde  $a(s)$  je kvazipolynom stupně  $n$  a  $b(s)$  může být faktorizován jako  $b(s) = b_0(s) \exp(-\tau s)$ ,  $\tau \geq 0$  kde  $b_0(s)$  je (kvazi)polynom stupně  $l \leq n$  obecného stavu:

$$b_0(s) = s^l + \sum_{i=0}^l \sum_{j=1}^{h_1} b_{ij} s^i \exp(-\vartheta_{ij} s), \vartheta_{ij} \geq 0 \quad (2)$$

Je zřejmé, že takový systém (model) je nekonečně rozměrný díky nekonečnému spektru, které se ve většině případů rovná množině kořenů jmenovatele. [3]



Obr. 4 - Relé ve zpětné vazbě [3]

### 3 RELÉ VE ZPĚTNÉ VAZBĚ

#### 3.1 Reléový test

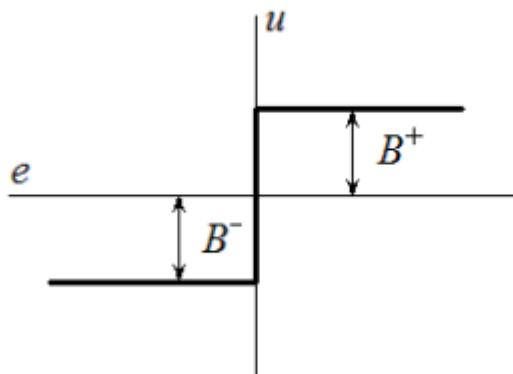
Uvažujme jednoduché zpětnovazební relé on/off, které je zobrazené na (obr. 4). Jestliže je proces říditelný (stabilizovatelný) a má fázový posun alespoň  $\pi$  radiánů, vstup  $u(t)$  a výstup  $y(t)$  systému jsou zaznamenávány do doby, kdy systém dosáhne oscilace kolem stacionárního bodu. Amplituda  $e(t)$  dále značená  $A$  je rovná amplitudě  $y(t)$  a jejich vzájemný fázový posun je  $-\pi$ . Celkovou periodu  $T_u$  získáme z oscilace, což nám dá informace o kritickém bodu společně s kritickým zesílením, které můžeme aproximovat jako:

$$k_u = \frac{4B}{\pi A} \quad (3)$$

Hodnota  $B$  je amplituda relé. Kritická frekvence je blízko hodnotě  $\omega_u = 2\pi/T_u$ . Vzorec (3) vychází z linearizace reléového výstupu pomocí aproximace Fourierovou řadou, kdy vyšší harmonické frekvence jsou ze signálu potlačeny. Asymetrické relé při odstranění stejnosměrné složky umožní vyjádření statického zesílení systému (4)

$$k = \frac{\int_t^{t+T_u} y(\theta) d\theta}{\int_t^{t+T_u} u(\theta) d\theta} \quad (4)$$

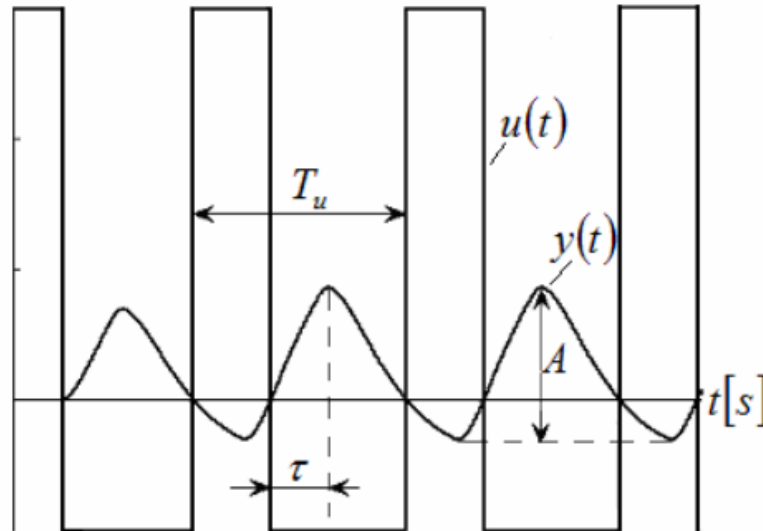
Statická charakteristika asymetrického relé je zobrazena na (obr. 5), kde  $B^+ \neq B^-$



Obr. 5 - Statická charakteristika asymetrického relé [3]

Nicméně toto vyjádření  $k$  může být nepřesné, vzhledem k nelinearitě modelu nebo k posunu pracovního bodu. Dominantní vstupní-výstupní zpoždění nazveme ji ( $\tau$ ) může

být odhadnuto ze změny  $u(t)$  a dosažení maximální (minimální) hodnoty  $y(t)$  za danou periodu, což je zobrazeno na (obr. 6).



Obr. 6 - Odhad zpoždění vstupu-výstupu [3]

$G(s)$  je přenosová funkce řízeného systému a  $R(a)$  je náhradní přenos relé (nebo obecného nelineárního členu), poté pro ustálenou oscilaci platí  $R(A)G(j\omega_u) = -1 + 0j$ , nebo to můžeme vyjádřit jako:

$$|R(A)G(j\omega_u)| = 1, \arg[R(A)G(j\omega_u)] = -\pi$$

(5)

Což popisuje jeden bod na otevřené Nyquistově křivce, jenž odhaduje dva parametry řízeného modelu. [8] [3] [10]

### 3.1 Použití umělého zpoždění ve zpětné vazbě

Standardní zpětnovazební test umožňuje identifikovat pouze jeden z bodů na Nyquistově křivce, tedy dva neznámé parametry modelu, a pro odhad dalších parametrů je vyžadována speciální technika. Jedna z možností je použití "ATV+". Prvním krokem "ATV+" je standardní reléový test (viz. kapitola 3.1) a druhým krokem je zavedením umělého zpoždění  $\tau^+$  mezi relé a samotný proces. Celkový fázový posun je  $-\pi$ , nicméně část tohoto fázového zpoždění způsobuje samotný proces a část je způsobena umělým zpožděním  $\tau^+$ , která je



charakterizováno pomocí fázového zpoždění  $\phi_D = \tilde{\omega}_u \tau^+$ , kde  $\tilde{\omega}_u$  je nová kritická frekvence, která má fázové posunutí procesu  $-\pi + \varphi_D$ . Na výstupu můžeme změřit novou amplituda  $\tilde{A}$ . Při každém dalším nastavení  $\tau^+$  je určen další bod Nyquistovy křivky, Pro získání další hodnoty  $\tau^+$ , v rozsahu hodnot  $[n/2 - 1]$ , jako variace hodnoty  $\tau^+$ , kde  $n$  je počet neznámých parametrů modelu pro jeden reléový test musí být  $n=3$ . V roce 1991 byl navrhnutý následující vztah.

$$\tau^+ = \frac{5\pi}{12\omega_u} \tag{6}$$

Hodnota  $\omega_u$  je kritická frekvence bez zpoždění. [3]

#### 4 OBECNÝ PRINCIP VYUŽITÍ EXPONENCIÁLNÍHO ÚTLUMU

V roce 1995 byla vyvinuta “technika“, která může odhadnout několik podezřelých bodů frekvenční odezvy systému v reléovém testu pomocí odstranění stacionárních bodů a následně aplikací diskrétní Fourierovy transformace (“Discrete Fourier Transform“ DFT), Fourierovy transformace v diskrétním čase (“Discrete-Time Fourier Transform DTFT“), anebo rychlé Fourierovy transformace (“Fast Fourier Transform“ FFT) na zbytek signálu. Postup byl vylepšen v roce 1997, kde metoda může nalézt několik bodů najednou prostřednictvím jednoho reléového testu. Použitím reléového testu se zaznamenají hodnoty  $u(t)$  a  $y(t)$ , dokud systém nedosáhne oscilace kolem stacionárního bodu a jsou podrobeny exponenciálnímu útlumu. Vzorec je následující:

$$\bar{u}(t) = u(t) \exp(-at), \bar{y}(t) = y(t) \exp(-at) \quad (7)$$

Ze vzorce je zřejmé že  $\bar{u}(t)$  a  $\bar{y}(t)$  bude směřovat k nule pro  $a > 0$  a  $t > \infty$ .

Aplikujeme Fourierovu transformaci:

$$\bar{U}(j\omega) = \int_0^{\infty} \bar{u}(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (8)$$

$$\bar{U}(j\omega) = \int_0^{\infty} u(t) \exp(-at) \exp(-j\omega t) dt = U(j\omega + a) \quad (9)$$

$$\bar{Y}(j\omega) = \int_0^{\infty} \bar{y}(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (10)$$

$$\bar{Y}(j\omega) = \int_0^{\infty} y(t) \exp(-at) \exp(-j\omega t) dt = Y(j\omega + a) \quad (11)$$

Z toho nám vyplývá:

$$G(j\omega + a) = \frac{\bar{Y}(j\omega)}{\bar{U}(j\omega)} = \frac{Y(j\omega + a)}{U(j\omega + a)} \quad (12)$$

$\bar{U}(j\omega)$  a  $\bar{Y}(j\omega)$  může být také vypočítána pomocí diskrétní frekvence s DTFT:

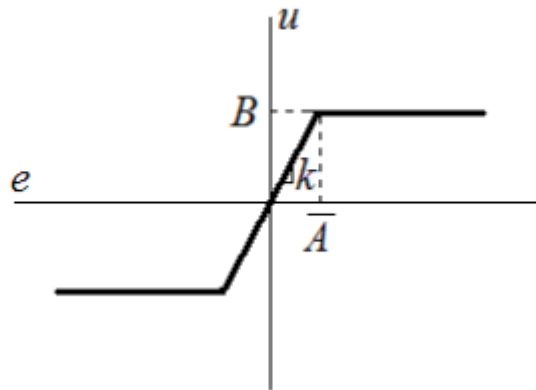
$$\bar{U}(j\omega) = DTFT(\bar{u}(t)) = T \sum_{k=0}^{N-1} \bar{u}(kT) \exp(-j\omega_l kT), l = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

$$\bar{Y}(j\omega) = DTFT(\bar{y}(t)) = T \sum_{k=0}^{N-1} \bar{y}(kT) \exp(-j\omega_l kT), l = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

Kde  $T$  je perioda vzorkování,  $N$  je počet vzorků a  $t_f = (N - 1)T$  vyjadřuje výsledný čas pro, který  $\bar{u}(t)$  nebo  $\bar{y}(t)$  je zanedbatelně malá hodnota. Typicky  $m = N/2$  a  $\omega_l = 2\pi l / (NT)$ . Pokud,  $N = 2^n, n \in \mathbb{N}$ , pak může být použita standartní FFT pro urychlení výpočtu. [3]

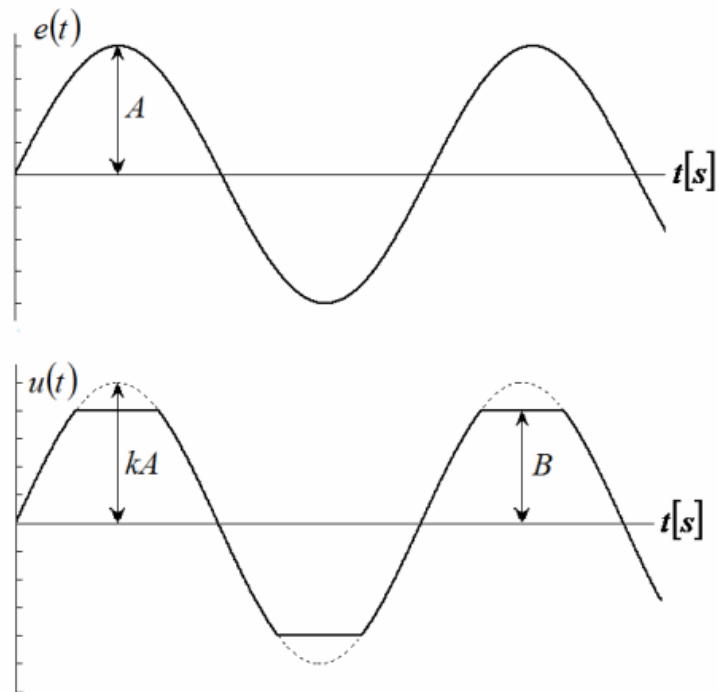
## 5 OBECNÝ PRINCIP VYUŽITÍ SATURAČNÍHO RELÉ

Odhad parametrů modelu lze zlepšit pomocí saturačního relé, jehož statické charakteristiky je znázorněna na (obr. 7.)



Obr. 7 - Statická charakteristiky saturačního relé [3]

Hlavní výhodou saturačního relé je, že výstup není skokový (tj. s náhlou změnou sklonu v nulovém bodě), ale poskytuje hladký přechod kolem nulového bodu. Vstupní signál relé  $e(t)$  je násoben hodnotou  $k$  až do mezní hodnoty  $B = k\bar{A}$  z  $u(t)$ , takže  $u(t)$  je (ideálně) ve tvaru harmonického (sinusového) signálu s omezenou amplitudou. Výstup nelineárního složky  $u(t)$ , je zkreslený sinusový signál (obr. 8.). Z obrázku je zřejmé, že ideální případ je tehdy, když  $u(t)$  má stejný průběh jako  $e(t)$  a z toho vyplývá, že  $\bar{A} = A$ , kde  $A$  je amplitudou  $e(t)$ . V tomto případě je kritické zesílení přesně rovno hodnotě  $k$ . Jiný případ vzniká, když  $k \rightarrow \infty$ , tím se charakteristika mění na standardním relé on/off. [3]



Obr. 8 - Vstupní a výstupní signály pro saturační relé [3]

Náhradní přenos lze získat z rozšířené Fourierovy řady  $u(t)$  a  $e(t)$ :

$$R(A) = k_u = \frac{2B}{\pi \bar{A}} \left( \arcsin \left( \frac{\bar{A}}{A} \right) + \frac{\bar{A}}{A} \sqrt{1 - \left( \frac{\bar{A}}{A} \right)^2} \right) \quad (15)$$

Ze vzorce je zřejmé že hledáme hodnotu  $k$  nebo  $\bar{A}$ , takový že  $\bar{A} = A$  pro dané  $B$ , které poskytuje přesný odhad kritického zesílení. Na druhou stranu je zde potenciální problém, který může způsobit selhání testu. Pokud je strmost statické charakteristiky  $k$  příliš malá, nebo rovna nule, pokud  $\bar{A} > A$ , mezní kmity nenastanou. Aby se tomu zabránilo, byl navržen dvoukrokový postup, který odhadne spodní hranice  $k$ , nazveme ji  $k_{min}$ , po kterém bude následovat saturační reléový test.

Algoritmus reléového testu se saturačním relé lze shrnout do následujících pěti kroků:

- 1) Zvolíme limitní hodnotu výstupu z relé  $B$  (Akční zásah)
- 2) Použijte ideální relé k odhadu  $k_u$ . Nastavíme  $k_{min} = k_u$ .
- 3) Vypočítáme strmost saturačního relé  $k=1.4k_{min}$ .

- 4) Použijeme saturační relé s vypočítaným  $k$ .
- 5) Najdeme  $\omega_u$  z testu zpětné vazby relé a vypočítáme konečný výsledek ze vztahu (15).

## 6 NESYMETRICKÉ RELÉ

### 6.1 Využití

Využití nesymetrického relé pro identifikaci tří parametrového modelu. Pro srovnání byla zvolena přenosová funkce prvního řádu s dopravním zpožděním (16).

$$G(s) = \frac{K}{\theta s + 1} \cdot e^{-\tau s} \quad (16)$$

Jestliže ve zpětnovazebním relé (obr. 4), je použito nesymetrické relé s hysterezí, to nám umožní určit statické zesílení  $K$  během jednoho reléového experimentu. Typický reléový experiment je zobrazen na (obr. 9), který zobrazuje vstupní a výstupní veličiny. Z obrázku můžeme pozorovat, že v rámci jedné periody osciluje výstupní veličina. Tyto oscilace je možné popsat následujícími rovnicemi.

$$A_u = (\mu_0 + \mu) \cdot K \cdot \left(1 - e^{\frac{\tau}{\theta}}\right) + \varepsilon \cdot e^{\frac{\tau}{\theta}} \quad (17)$$

$$A_d = (\mu_0 + \mu) \cdot K \cdot \left(1 - e^{\frac{\tau}{\theta}}\right) - \varepsilon \cdot e^{\frac{\tau}{\theta}} \quad (18)$$

$$\theta_{u1} = \theta \cdot \ln \frac{2\mu K e^{\frac{\tau}{\theta}} + \mu_0 K - \mu K + \varepsilon}{\mu K + \mu_0 K - \varepsilon} \quad (19)$$

$$\theta_{u2} = \theta \cdot \ln \frac{2\mu K e^{\frac{\tau}{\theta}} - \mu_0 K - \mu K + \varepsilon}{\mu K - \mu_0 K - \varepsilon} \quad (20)$$

Hodnotu  $K$  lze vypočítat, jako podíl integrálu výstupní a vstupní veličiny v rámci jedné periody.

$$K = \frac{\int_0^{T_{u1}+T_{u2}} y(t) dt}{\int_0^{T_{u1}+T_{u2}} u(t) dt}$$

(21)

Řešením rovnic (17) nebo (18) získáme normalizované zpoždění  $L = \tau/T$  ve tvaru:

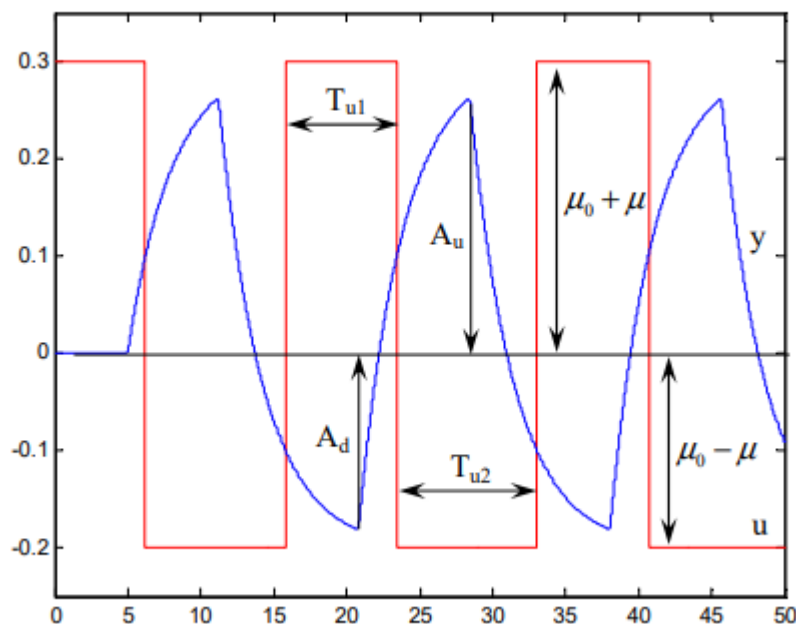
$$L = \ln \frac{(\mu_0 + \mu) \cdot K - \varepsilon}{(\mu_0 + \mu) \cdot K - A_d}$$
(22)

$$L = \ln \frac{(\mu_0 - \mu) \cdot K - \varepsilon}{(\mu_0 - \mu) \cdot K + A_d}$$
(23)

Potom z rovnice (19) nebo (20) dostaneme následující rovnice:

$$\theta = T_{u1} \cdot \left( \ln \frac{2\mu K e^L + \mu_0 K - \mu K + \varepsilon}{\mu K - \mu_0 K - \varepsilon} \right)^{-1}$$
(24)

$$\theta = T_{u2} \cdot \left( \ln \frac{2\mu K e^L - \mu_0 K - \mu K + \varepsilon}{\mu K - \mu_0 K - \varepsilon} \right)^{-1}$$
(25)



Obr. 9 - Oscilace Vstupní a výstupní veličiny



Vztah pro Dopravní zpoždění je následující: [2]

$$\tau = L \cdot \theta$$

(26)

## 7 MATEMATICKÝ MODEL BEZ VYUŽITÍ RELÉ

### 7.1 Matematický popis

Pomocí matematicko-fyzikálního modelování byly odvozeny bilanční rovnice pro nominální hodnoty pracovního bodu:

$$[u_p^s, u_c^s, P_H^s, \vartheta_{H0}^s, T_1, T_2, T_3]^T = [5,3,300,43.22,43.00,34.92,24]^T \quad (27)$$

Přenosová funkce má tvar:

$$G_0(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0 + b_{0,d}e^{-\tau_0 s}}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 + a_{0,d}e^{-\tau_s}} e^{-\tau_b s} \quad (28)$$

Nominální hodnoty parametrů jsou uvedeny v (tab.1).  $\tau_b$  je vstupně-výstupní zpoždění a  $\tau_b$  nám vyjadřuje vnitřní (stavové) zpoždění systému. [5]

Parametr	Jednotka	Hodnota
$b_0$	-	$-2.496 \cdot 10^{-7}$
$b_{0,d}$	-	$2.273 \cdot 10^{-6}$
$a_0$	-	$1.298 \cdot 10^{-4}$
$a_{0,d}$	-	$-7.222 \cdot 10^{-5}$
$a_1$	-	$8.509 \cdot 10^{-3}$
$a_2$	-	0.1722
$\tau_0$	s	1,5
$\tau_b$	s	141

$\tau$	s	151
--------	---	-----

Tabulka 1. Nominální hodnoty přenosové funkce [5]

## **II. PRAKTICKÁ ČÁST**

## 8 SIMULAČNÍ EXPERIMENT

Pro obě metody provedeme simulaci v programu Matlab, kde použijeme jednoduchý model systému, který je popsán rovnicí (28) s hodnotami operačního bodu (27). Z diferenciální rovnice odvodíme přenosu systému:

$$\begin{aligned} \Delta\vartheta_{co}''(t) + 0.1722 \cdot \Delta\vartheta_{co}''(t) + 8,509 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta\vartheta_{co}'(t) + 1,298 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta\vartheta_{co}(\tau) - 7,222 \\ \cdot 10^{-5} \Delta\vartheta_{co}(\tau - 151) \\ = -2,496 \cdot 10^{-7} \Delta P_H(\tau - 141) + 2.8 \cdot 10^{-6} \Delta P_H(\tau - 142.5) \end{aligned} \quad (29)$$

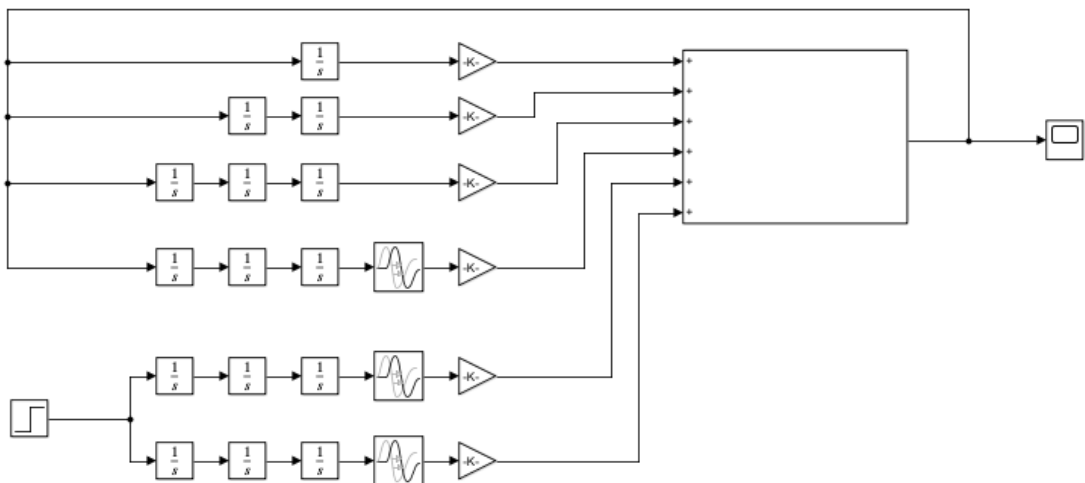
Poté dvakrát zintegrujeme rovnici:

$$\begin{aligned} \Delta\vartheta_{co}(t) + 0.1722 \cdot \int \Delta\vartheta_{co}(t) dt + 8,509 \cdot 10^{-3} \cdot \iint \Delta\vartheta_{co}(t) dt + 1,298 \cdot 10^{-4} \\ \cdot \iiint \Delta\vartheta_{co}(\tau) dt - 7,222 \cdot 10^{-5} \cdot \iiint \Delta\vartheta_{co}(\tau - 151) \\ = -2,496 \cdot 10^{-7} \iiint \Delta P_H(\tau - 141) + 2.8 \cdot 10^{-6} \iiint \Delta P_H(\tau - 142.5) \end{aligned} \quad (30)$$

Výsledná rovnice pro výstup je následující:

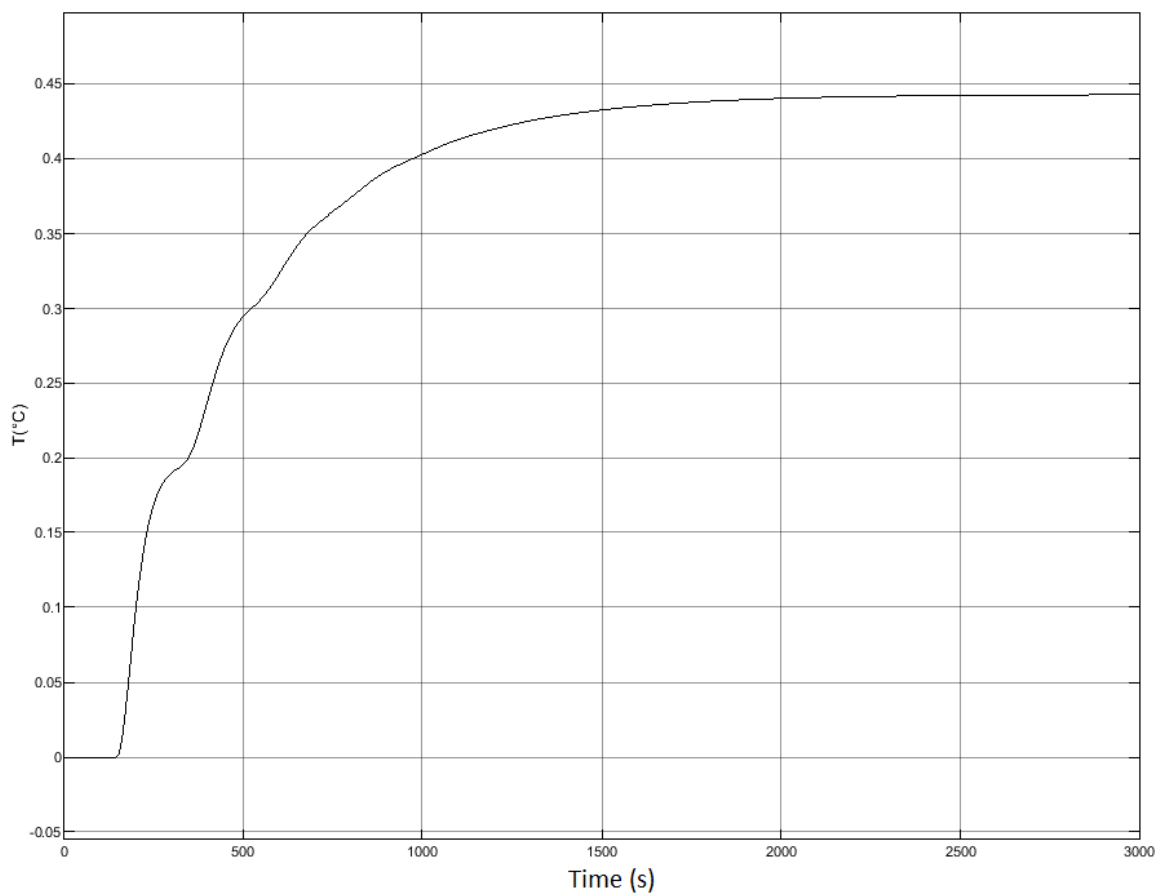
$$\begin{aligned} \Delta\vartheta_{co}(t) = -0.1722 \cdot \int \Delta\vartheta_{co}(t) dt - 8,509 \cdot 10^{-3} \cdot \iint \Delta\vartheta_{co}(t) dt - 1,298 \cdot 10^{-4} \\ \cdot \iiint \Delta\vartheta_{co}(\tau) dt + 7,222 \cdot 10^{-5} \cdot \iiint \Delta\vartheta_{co}(\tau - 151) - 2,496 \\ \cdot 10^{-7} \iiint \Delta P_H(\tau - 141) + 2.8 \cdot 10^{-6} \iiint \Delta P_H(\tau - 142.5) \end{aligned} \quad (31)$$

Tento vztah, potom v Simulinku namodelujeme pomocí integračních, součtových (rozdílových), zpožďujících členů a bloků zesílení (obr. 11).



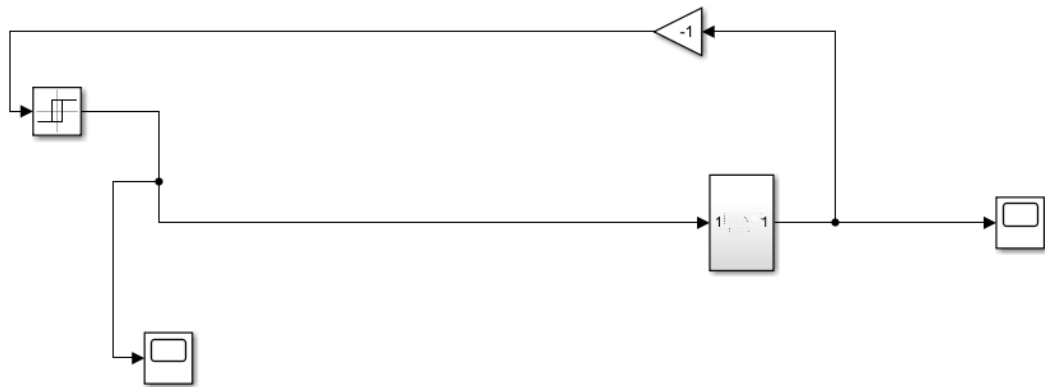
Obr. 10 - Model systému

Z grafu na (obr.11) je znázorněné dopravní zpoždění systému.



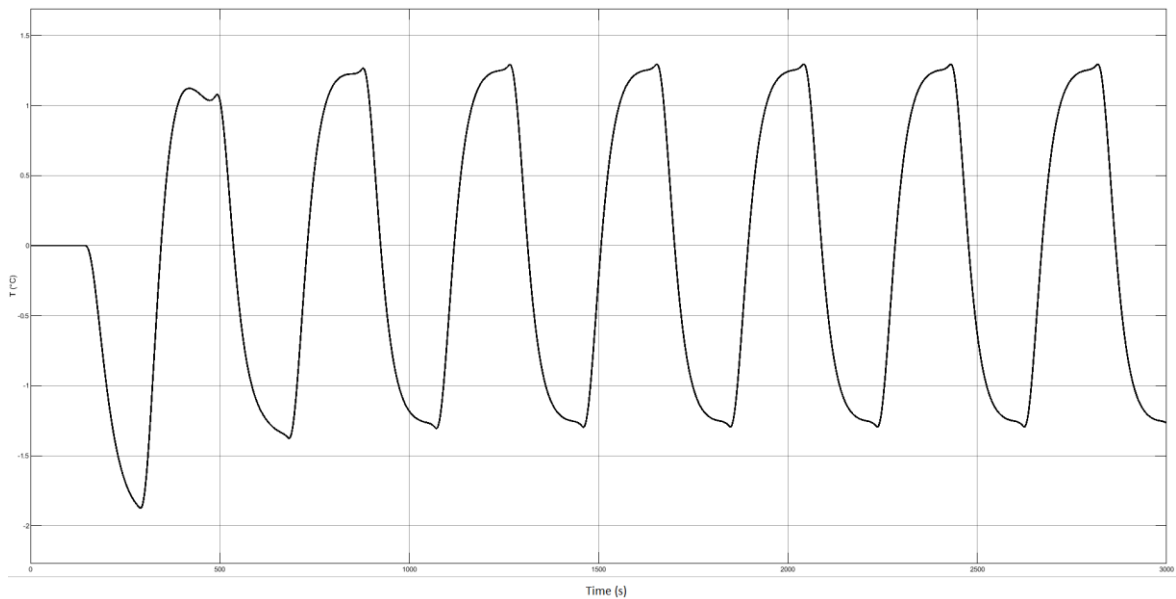
Obr. 11 – dopravní zpoždění systému

Do záporné zpětné vazby systému, přidáme relé on/off.



Obr. 12 - Model systému s přidáním relé on/off

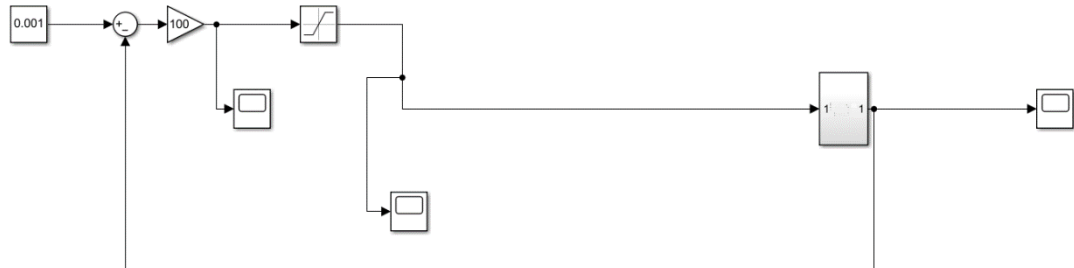
Nastavíme hodnotu relé na  $\pm 100\text{W}$  a pro bod zapnutí a vypnutí nastavíme na malou hodnotu například  $0.0001$ . Výsledný graf je zobrazen na (obr. 13.). Pomocí grafu zjistíme amplitudu systému, kterou budeme potřebovat pro simulaci saturačního relé.



Obr. 13 - charakteristika systéme pomocí relé on/off

## 8.1 Experiment s využitím saturačního relé

Místo relé on/off použijeme saturační relé s přidavným zesílením  $k$ . Model systému je zobrazeno na (obr. 14).



Obr. 14 - Model systému s přidáním saturačního relé a zesílení  $k$

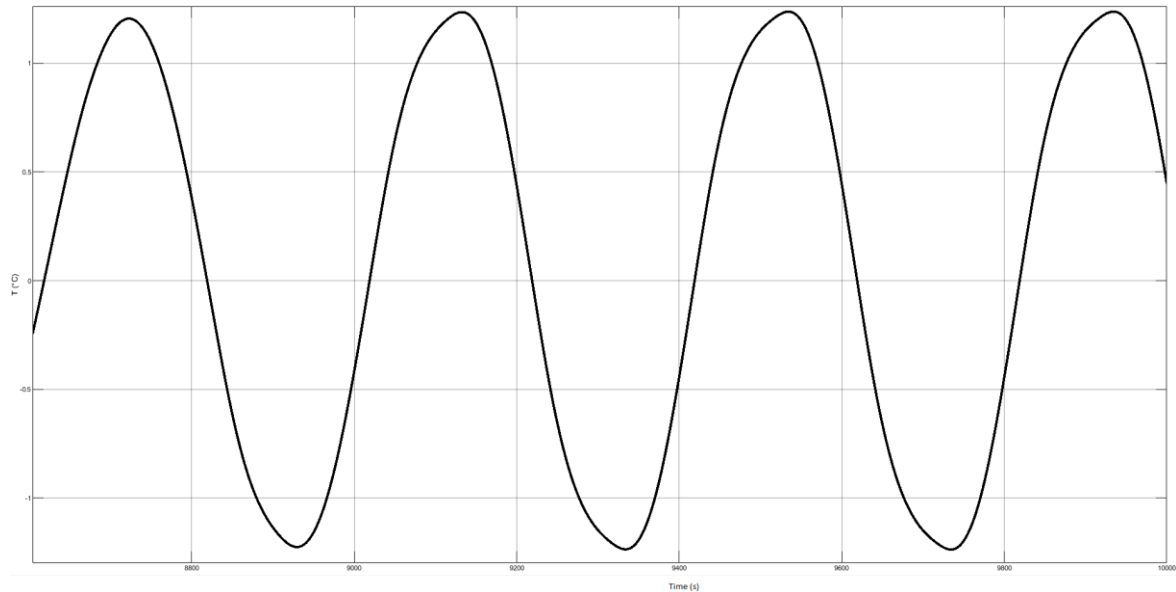
Z grafu na (obr. 15) je zřejmé, že systém kmitá kolem nuly to reprezentuje naši požadovanou teplotu (34.9 °C).

Provedeme reléový test pro saturační relé. Prvním krokem je zvolení hodnoty  $B=100$ , hodnotu  $k_u$  vypočítáme podle vzorce (3) a amplitudu  $A$  zjistíme z charakteristiky systému pomocí relé on/off, jenž je zobrazená na (obr. 13),  $A=1.236$ . Vypočítáme hodnotu  $k_u=48.9708$  a potom nastavíme hodnotu  $k_u = k_{min}$ . Strmost saturačního relé  $k$  je  $1.4k_{min}$ . Zvolíme hodnotu  $B = 100$ , protože minimální hodnota  $k = 68.55905241$ . Ustálený stav je zobrazen na (obr. 14), pak vypočítáme úhlovou frekvenci podle vzorce  $\omega_u = 2\pi/T$ . Periodu  $T$  zjistíme z grafu a dosadíme do vzorce,  $\omega_u = 0.0157$ . Amplitudu  $\bar{A}$  vypočítáme ze vzorce  $\bar{A} = \frac{B}{k}$ . Podle vzorce (15) vypočítáme  $k_u$ .

$$k_u = \frac{2 \cdot 100}{1\pi} \left( \arcsin \left( \frac{1}{1.236} \right) + \frac{1}{1.236} \sqrt{1 - \left( \frac{1}{1.236} \right)^2} \right)$$

$$k_u = 90.2764$$





Obr. 15 - charakteristika systéme pomocí saturačního relé

## 8.2 Experiment s využitím exponenciálního útlumu

Pro exponenciální útlum použijeme hodnoty  $u(t)$  a  $y(t)$  z relé on/off. Prvním krokem je zvolení exponenciálního útlumu  $a = 0.01$ . Dosadíme do vzorců (7) pro všechny hodnoty, dále použijeme program MATLAB a necháme vypočítat úhlové frekvence podle vzorce  $\omega_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot I}{N \cdot T}$  hodnota  $I$  reprezentuje počítadlo,  $T$  je perioda vzorkování a  $N$  je počet naměřených vzorků. Dále spočítáme přenosovou funkci podle vzorce  $G_{Wa} = U_x/Y_x$ . Hodnoty  $U_x$  a  $Y_x$  spočítáme pomocí vzorců (8) a (10), ale musíme je nejdřív upravit na tvary  $U_x = T \cdot \text{sum}(ux \cdot \exp(-j \cdot \omega_l \cdot t))$  a  $Y_x = T \cdot \text{sum}(yx \cdot \exp(-j \cdot \omega_l \cdot t))$ . Necháme vypočítat pomocí Matlabu, který nám vrátí vypočítané hodnoty pro reálnou a imaginární část. Byl zvolen model s dopravním zpožděním (32).

$$G_m(s) = \frac{b_0 \cdot \exp(-\tau_B s)}{s + a_0 + a_1 \cdot \exp(-\tau s)} \quad (32)$$

Upravíme model na tvar  $G(j \cdot \omega + a)$ :

$$G(j \cdot \omega + a) = \frac{b_0 \cdot \exp(-\tau_B \cdot (j \cdot \omega + a))}{(j \cdot \omega + a) + a_0 + a_1 \cdot \exp(-\tau \cdot (j \cdot \omega + a))} \quad (33)$$

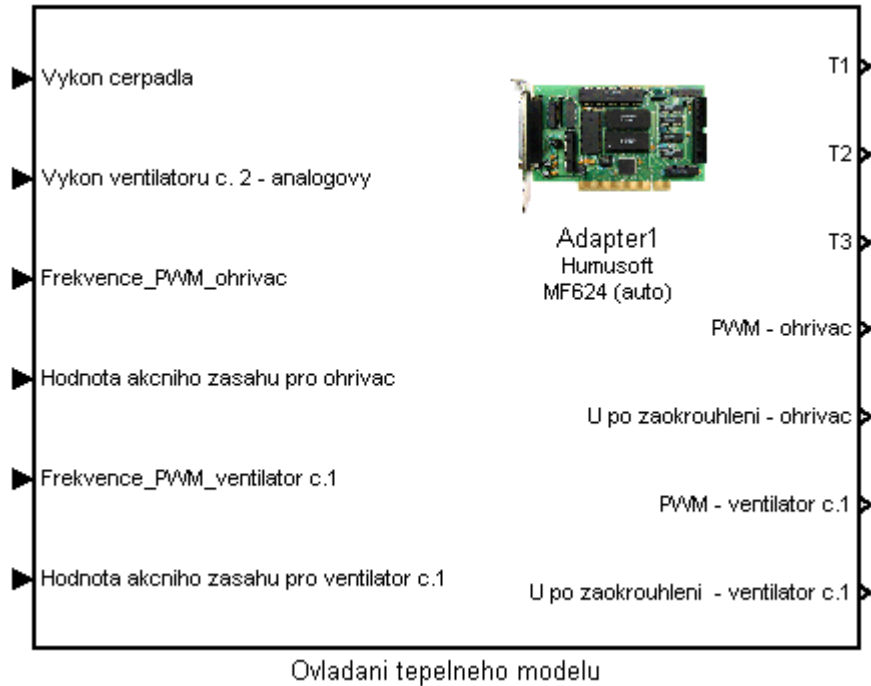
Koeficienty pro zadané hodnoty jsou uvedeny v (tab. 1). Pro každou jednu frekvenci  $\omega_x$  a pevně zvolené  $a_x$  dosadíme:

$$\frac{-2.496 \cdot 10^{-7} \cdot \exp(-141 \cdot (j \cdot \omega_x + a_x))}{(j \cdot \omega_x + a_x) + 1.298 \cdot 10^{-4} + 8.509 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-151 \cdot (j \cdot \omega_x + a_x))} = \frac{Y_x}{U_x}$$

Získáme nelineární rovnice, které poté zlinearizujeme.

## 9 LABORATORNÍ EXPERIMENT

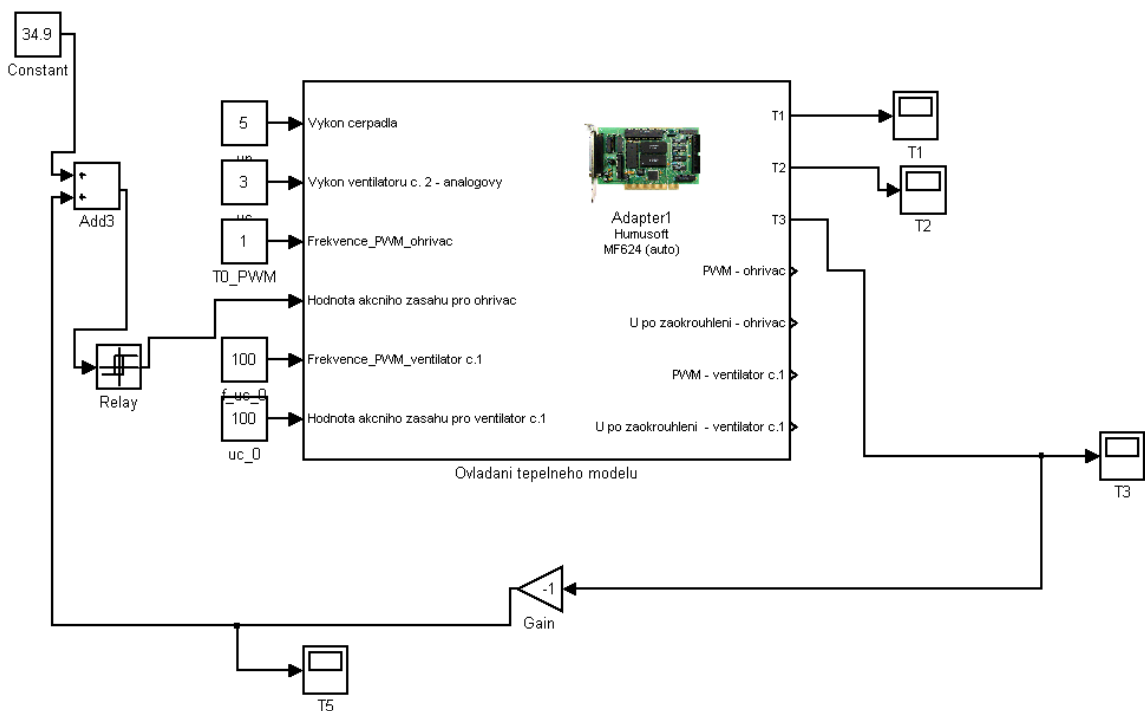
Na laboratorním modelu, který je zobrazený na (obr. 1), provedeme měření reléového testu, při použití relé on/off a saturačního relé. Hlavní blok pro ovládání tepelné soustavy je zobrazen na (obr. 16). Blok se skládá z několika subsystémů, které slouží pro zápis a čtení hodnot z konkrétních adres multifunkční karty.



Obr. 16 - Blok pro ovládání tepelné soustavy

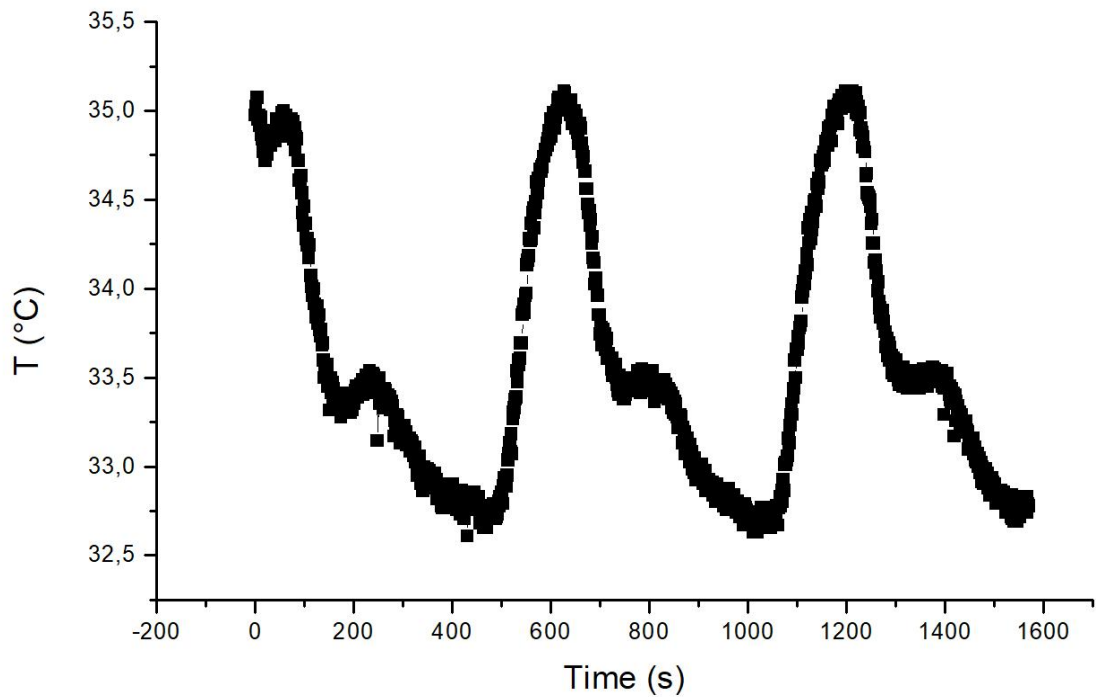
### 9.1 Měření s použitím relé on/off

Schéma zapojení relé do systému je zobrazeno na (obr.17). Analogové hodnoty (čerpadlo, ventilátor č.2 a frekvence ohřivače) jsou nastaveny podle operačního bodu (27), disktrétní ovládání topné spirály a disktrétní ovládání ventilátoru č.1 jsou nastaveny na hodnotu 100. Na vstup relé do součinu připojíme zápornou zpětnou vazbu a hodnotu ustálené teploty (34.9)., která byla nastavena podle operačního bodu (27). Střední hodnota relé jsme nastavili na 300 W s horním a spodním omezením na  $\pm 100$  W hodnoty pro relé se zadávají v procentech.



Obr. 17 - Připojení relé on/off do systému

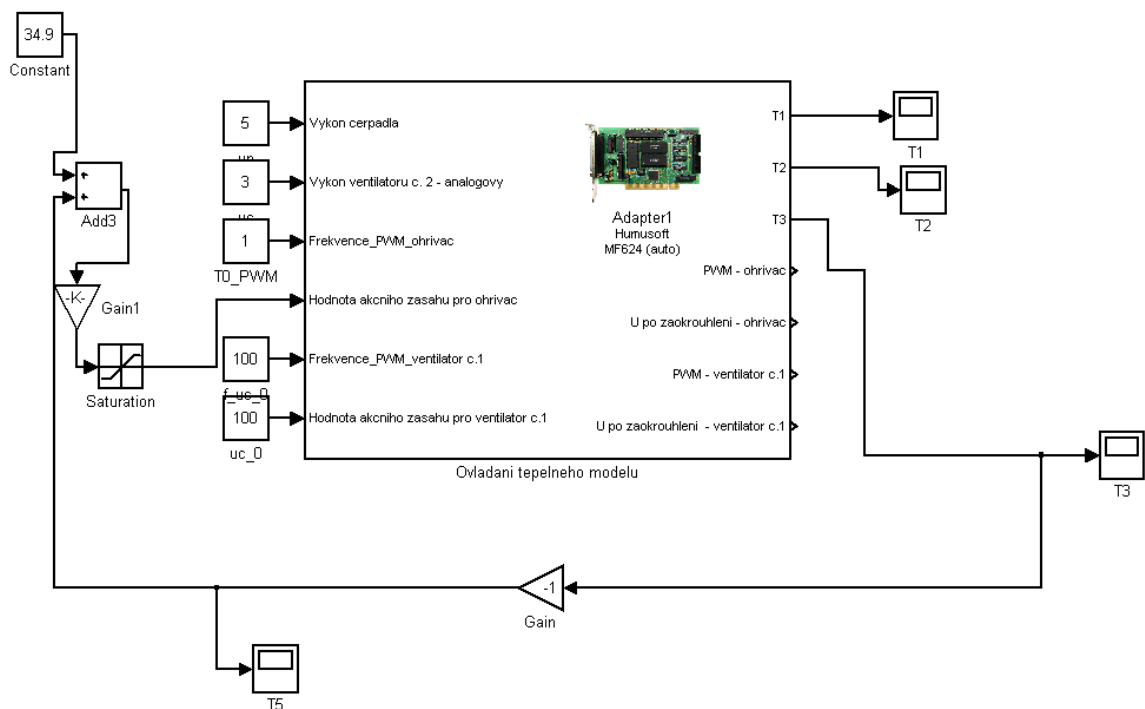
Závislost naměřené teploty na čase je zobrazeno na (obr. 18). Z grafu je zřejmé, že střední hodnota teploty je menší, než požadovaná teplota to mohlo být způsobené vlivem okolního prostředí na teplonosnou soustavu.



Obr. 18 – charakteristika systému pomocí relé on/off

## 9.2 Měření s použitím saturačního relé

Analogové a diskrétní hodnoty pro vstupy mají nastavené hodnoty, které jsme dříve použili (viz. kapitola 9.1). Relé on/off bylo nahrazeno saturačním relé a přidáno zesílení  $k$ . Hodnoty bodu zapnutí a vypnutí relé byly nastaveny na  $\pm 0.001$ .



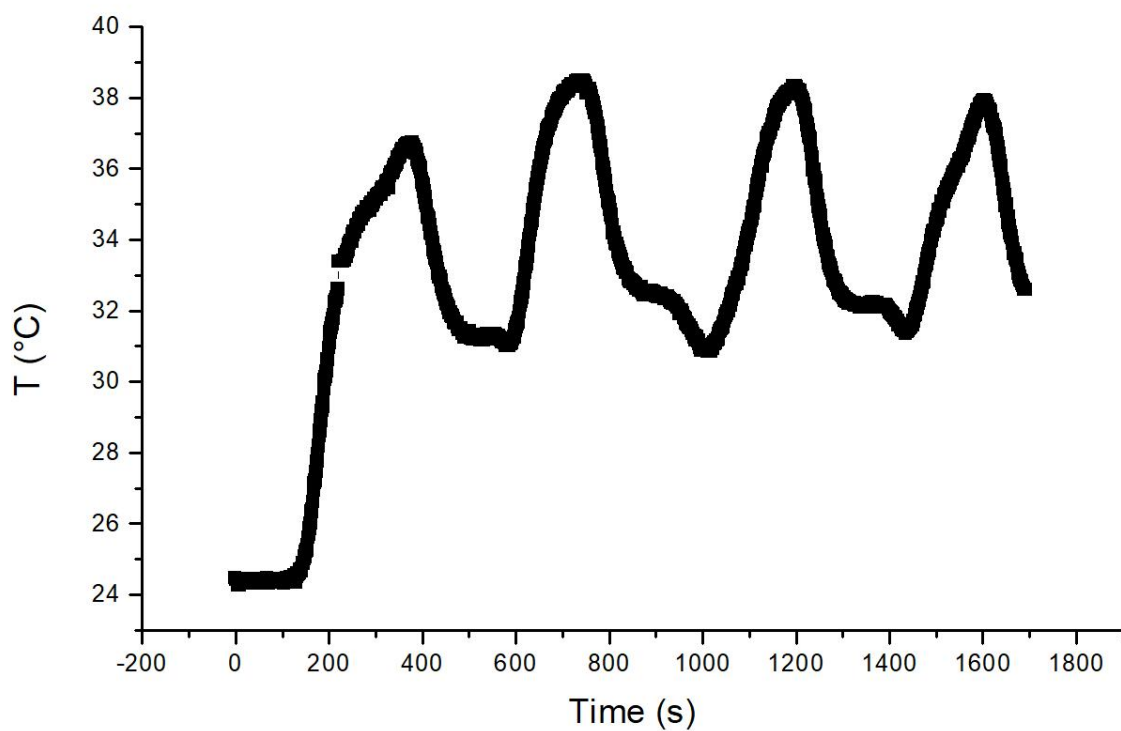
Obr. 19 - Připojení saturačního relé do systému

Závislost naměřené teploty na čase je zobrazeno na (obr. 19). Z grafu je zřejmé, že střední hodnota teploty je menší, než požadovaná teplota to mohlo být způsobené vlivem okolního prostředí na teplonosnou soustavu.

Provedeme reléový test pro změřené saturační relé. Prvním krokem je zvolení hodnoty  $B=100$ , Hodnotu  $k_u$  vypočítáme podle vzorce (3) a amplitudu  $A$  zjistíme z naměřené charakteristiky systému pomocí relé on/off, jenž je zobrazená na (obr. 17),  $A=1.25122$ . Vypočítáme Hodnotu  $k_u=50.8799$  a potom nastavíme hodnotu  $k_u = k_{min}$ . Strmost saturačního relé  $k$  je  $1.4k_{min}$ . Zvolíme hodnotu  $B = 100$ , protože minimální hodnota  $k = 71.2389$ . Ustálený stav je zobrazen na (obr. 20), pak vypočítáme úhlovou frekvenci podle vzorce  $\omega_u = 2\pi/T$ . Periodu  $T$  zjistíme z grafu a dosadíme do vzorce,  $\omega_u = 0.013512$ . Amplitudu  $\bar{A}$  vypočítáme ze vzorce  $\bar{A} = \frac{B}{k}$ . Podle vzorce (15) vypočítáme  $k_u$ .

$$k_u = \frac{2 \cdot 100}{1\pi} \left( \arcsin \left( \frac{1}{1.25122} \right) + \frac{1}{1.25122} \sqrt{1 - \left( \frac{1}{1.25122} \right)^2} \right)$$

$$k_u = 89.5316$$



Obr. 20 – charakteristika systéme pomocí saturačního relé

## ZÁVĚR

Tato práce se zabývala reléovým testem a jeho následnou aplikací. V první řadě byl představen laboratorní model tepelné soustavy, který byl použitý v laboratorním měření. Dále následuje obecné seznámení se systémy s dopravním zpožděním. Nejdůležitější část mé práce je reléový test a jeho následná aplikace na systémy s dopravním zpožděním. Pro odhad tří a více neznámých parametrů modelu se používají speciální techniky např. "ATV+", kde mimo standardního reléového testu se zavádí také umělého zpoždění do systému. Dalším použitím reléového testu je v exponenciálním útlumu, kde nám umožní identifikovat několik bodů zároveň, které po dosažení oscilace jsou podrobeny exponenciálnímu útlumu. Použitím saturačního relé, lze zlepšit odhad parametrů modelu, protože kritické zesílení nemá skokový tvar, ale poskytuje hladký přechod kolem nulového bodu. Algoritmus pro reléový test použitím saturačního relé byl modifikován a je popsán v pěti krocích. Pro srovnání jsem zvolil nesymetrické relé a poté matematicky popsal aplikaci reléového testu. Zakončením teoretické části je matematický popis modelu tepelné soustavy pomocí bilančních rovnic.

Pro praktickou část byly zvoleny relé on/off a saturační relé, pro které byly provedeny nejen numerické simulace, ale také bylo provedeno experimentální měření na laboratorním modelu. Z výsledných dat, se vypočítal exponenciální útlum za pomoci Matlabu pro relé on/off a provedení saturačního reléového testu pro saturační relé.

Výsledek práce je seznámení s reléovým testem a jeho správnou aplikaci na systémy s dopravním zpožděním.



**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] BALÁTĚ, Jaroslav. Technické prostředky automatického řízení. Praha: SNTL, 1986.
- [2] KORBEL, Jiří. Metody pro automatické nastavování a ladění parametrů spojitých regulátorů. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2011, 738004 bytes. Dostupné také z: <http://hdl.handle.net/10563/16502>. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Fakulta aplikované informatiky, Ústav automatizace a řídicí techniky. mám
- [3] PEKAŘ, Libor a Roman PROKOP. Saturation relay vs. relay transient identification tests for a TDS model. In: Proceedings 27th European Conference on Modelling and Simulation ECMS 2013 [online]. Alesund: European Council for Modelling and Simulation (ECMS), 2013, s. 446-452. [cit. 2022-04-28]. Dostupné z: <http://www.scs-europe.net/dlib/2013/2013-0446.htm>.
- [4] MACHŮ, Marek. Tepelný model s dopravním zpožděním. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2005, 103 s., 17 s. Dostupné také z: <http://hdl.handle.net/10563/35654>. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Fakulta technologická, Institut řízení procesů a aplikované informatiky. Vedoucí práce Vašek, Vladimír.
- [5] PEKAŘ, Libor. Advanced Analytic and Control Techniques for Thermal Systems with Heat Exchangers. 1. Zlín: Elsevier, 2020, 23-48. ISBN 9780128194225. Dostupné z: doi:10.1016/B978-0-12-819422-5.00002-5
- [6] VÝUKOVÝ MODEL TEPELNÉ SOUSTAVY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM. Zlín, 2006.
- [7] KRČMÁŘ, Jakub. Výukový model tepelné soustavy s dopravním zpožděním. Zlín, 2012.
- [8] HOFREITER, M. Relay feedback identification with additional integrator. IFAC-PapersOnLine [online]. 2019, (52), 1-6 [cit. 2022-05-18]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S240589631931081X>
- [9] PROKOP, R., J. KORBEL a R. MATUSU. Autotuning for delay systems: An algebraic approach. Proceedings of the 2014 15th International Carpathian Control Conference (ICCC), Control Conference (ICCC), 2014 15th International Carpathian [online]. 2014, 463-468 [cit. 2022-05-18]. ISBN 9781479935277. ISSN ed-see.IEEEConferenc. Dostupné z: doi:10.1109/CarpathianCC.2014.6843649

[10] TAYSOM, Brandon S. a Carl D. SORENSEN. Adaptive relay autotuning under static and non-static disturbances with application to friction stir welding. ISA Transactions [online]. 2020, 97, 474-484 [cit. 2022-05-18]. ISSN 00190578. Dostupné z: doi:10.1016/j.isatra.2019.08.014

[11]

**SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK**

$a(s)$	jmenovatel přenosu řízeného systému v polynomech
$b(s)$	čitatel přenosu řízeného systému v polynomech
$B$	amplituda kmitů relé
$A$	amplituda periodického signálu výstupu
$\bar{A}$	ořezaná amplituda saturačního relé
$G(j\omega)$	frekvenční přenos
$T$	časová konstanta řízeného systému
$T_1$	Teplota vody odcházející z ohřívače
$T_2$	Teplota vody vstupující do výměníků.
$T_3$	Teplota vody vystupující z výměníků
$k_u$	kritické zesílení
$u(t)$	časový průběh veličiny
$\omega_l$	úhlová frekvence
$\tau$	dopravní zpoždění

**SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obr. 1 - Laboratorní model tepelné soustavy .....	10
Obr. 2 - Laboratorní model tepelné soustavy [6].....	11
Obr. 3 - Multifunkční karta MF 624 [5] .....	12
Obr. 4 - Relé ve zpětné vazbě [3] .....	14
Obr. 5 - Statická charakteristika asymetrického relé [3] .....	15
Obr. 6 - Odhad zpoždění vstupu-výstupu [3] .....	16
Obr. 7 - Statická charakteristiky saturačního relé [3] .....	20
Obr. 8 - Vstupní a výstupní signály pro saturační relé [3].....	21
Obr. 9 - Oscilace Vstupní a výstupní veličiny .....	24
Obr. 10 - Model systému .....	30
Obr. 11 – dopravní zpoždění systému .....	30
Obr. 12 - Model systému s přidáním relé on/off.....	31
Obr. 13 - charakteristika systému pomocí relé on/off.....	31
Obr. 14 - Model systému s přidáním saturačního relé a zesílení $k$ .....	32
Obr. 15 - charakteristika systému pomocí saturačního relé .....	33
Obr. 16 - Blok pro ovládání tepelné soustavy .....	35
Obr. 17 - Připojení relé on/off do systému .....	36
Obr. 18 – charakteristika systému pomocí relé on/off .....	37
Obr. 19 - Připojení saturačního relé do systému.....	38
Obr. 20 – charakteristika systému pomocí saturačního relé .....	39

## SEZNAM TABULEK

Tabulka 1. Nominální hodnoty přenosové funkce.....	27
--	----

## SEZNAM PŘÍLOH

P1.....cd s elektronickou verzí