Komparace dvourotorových laboratorních soustav

Bc. Filip Brenn

Diplomová práce
2006

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Ústav automatizace a řídicí techniky
akademický rok: 2005/2006

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Bc. Filip BRENN**
Studijní program:	**N 3902 Inženýrská informatika**
Studijní obor:	**Automatické řízení a informatika**
Téma práce:	**Komparace dvourotorových laboratorních soustav**

Zásady pro vypracování:

1.Zpracujte literární rešerši zabývající se identifikací lineárních a nelineárních soustav s ohledem na použití diskrétních signálů pro identifikaci spojité soustavy.
2.Na základě měření na reálných modelech vyhodnoťte statické a dynamické vlastnosti dvou laboratorních dvourotorových soustav:
modelu CE 150 helikoptéra firmy TQ / Humusoft,
modelu 33-007 Twin Rotor MIMO System firmy Feedback.
3.Přehledně zhodnoťte významné rozdíly mezi uvedenými dvourotorovými soustavami.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1.Bobál, V.: Identifikace systémů, Vysoké učení technické v Brně, 1990.
2.Balátě, J.: Automatické řízení, BEN, 2003, ISBN 80-7300-020-2.
3.Bobál, V.: Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace, VUTIUM, 1999, ISBN: 80-214-1299-2
4.Juang, Jer-Nan: Applied System Identification, Prentice Hall, 1994, ISBN 978013079211
5.Bobál, V., J. Böhm, J. Fessl and J. Macháček: Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications, Springer, 2005, ISBN 1852339802

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Petr Chalupa, Ph.D.**
Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **14. února 2006**

Termín odevzdání diplomové práce: **26. května 2006**

Ve Zlíně dne 14. února 2006

UNIVERZITA TOMÁŠE BATI VE ZLÍNĚ
Fakulta aplikované informatiky
L.S.

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
pověřený děkan

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.
ředitel ústavu

ABSTRAKT

V této diplomové práci je hlavním cílem vyhodnotit na základě měření na reálných modelech statické a dynamické vlastnosti dvou laboratorních dvourotorových soustav. Soustavy se liší v mnoha aspektech, které byly rozebrány a vyhodnoceny z různých hledisek. V závěru této práce je provedena identifikace, pomocí knihovny samočinně se nastavujících regulátorů, vybraných naměřených dat u kterých jsou porovnány jejich rozdílné průběhy parametrů modelu při použití třech metod, které jsou používány pro průběžnou identifikaci parametrů modelu soustavy.

Klíčová slova: dvourotorové soustavy, samočinně se nastavující regulátory, průběžná identifikace, parametry modelu.

ABSTRACT

The main aim of this graduation paper is to evaluate static and dynamic characteristics of two laboratorian double rotor systems by measuring on the real models. There are a lot of differences, which were dismantled and evaluated from various points of view, between these two systems. There is an identification at the end of this thesis of the choosen measured data with the asistance of the STC toolbox. There are compared their different coureses of parameters of the model with using three methods, which are used for recursive identification of parameters of the model of the system.

Keywords: double rotor systems , STC toolbox, recursive identification, parameters of the model

Děkuji Ing. Petru Chalupovi Ph.D. za odborné vedení, cenné informace a konzultace, které mi poskytl během mé diplomové práce.

Souhlasím s tím, že s výsledky mé diplomové práce může být naloženo podle uvážení vedoucího diplomové práce a ředitele ústavu a Institutu. V případě publikace budu uveden jako spoluautor.

Prohlašuji, že na celé diplomové práci jsem pracoval samostatně a použitou literaturu citoval

Ve Zlíně 26.června 2006 ……..…….

Bc. Filip Brenn

OBSAH

ÚVOD **8**

I TEORETICKÁ ČÁST **10**

1.1 MODELY VE SPOJITÉ VERSUS V DISKRÉTNÍ OBLASTI 11

1.2 LINEÁRNÍ VERSUS NELINEÁRNÍ MODELY 13

1.3 CHARAKTERISTIKY SOUSTAV 14

1.3.1 Přechodová charakteristika (funkce) ve spojité oblasti 14
1.3.2 Přechodová charakteristika (funkce) v diskrétní oblasti 15
1.3.3 Impulsní charakteristika (funkce) ve spojité oblasti 15
1.3.4 Impulsní charakteristika (funkce) v diskrétní oblasti 16
1.3.5 Statická charakteristika (funkce) ve spojité oblasti 17
1.3.6 Statická charakteristika (funkce) v diskrétní oblasti 17
1.3.7 Kmitočtová charakteristika ve spojité oblasti 18

1.4 ALGORITMY IDENTIFIKACE 19

1.4.1 Princip metody nejmenších čtverců 21
1.4.2 Projekční algoritmus 22
1.4.3 Ortogonalizovaný projekční algoritmus 24
1.4.4 Algoritmus rekurzívní metody nejmenších čtverců 26
1.4.4.1 Selektivní vážení dat 27
1.4.4.2 Exponenciální zapomínání dat 28
1.4.4.3 Adaptivní směrové zapomínání 29

II PRAKTICKÁ ČÁST **32**

2 POPIS POUŽITÝCH MODELŮ **33**

2.1.1 1. Model 33-007 Twin Rotor MIMO Systém od firmy Feedback 33
2.1.2 2. Model CE 150 helikoptéra od firmy Humusoft 34
2.1.3 Popis fyzikálního kyvadla 36

3 ZHODNOCENÍ VÝZNAMNÝCH ROZDÍLŮ MEZI UVEDENÝMI DVOUROTOROVÝMI SOUSTAVAMI **38**

3.1 SROVNÁNÍ POUŽITÝCH SOUSTAV Z HLEDISKA KONSTRUKCE 38

3.2 POROVNÁNÍ SOUSTAV Z HLEDISKA STABILITY 38

4 VYHODNOCENÍ STATICKÝCH A DYNAMICKÝCH VLASTNOSTÍ LABORATORNÍCH DVOUROTOROVÝCH SOUSTAV **39**

4.1 VYHODNOCENÍ NAMĚŘENÝCH STATICKÝCH CHARAKTERISTIK U MODELU „ 33-077 “ 39

4.2 VYHODNOCENÍ NAMĚŘENÝCH DAT U MODELU „ CE150 “ 42

4.3 IDENTIFIKACE NAMĚŘENÝCH HODNOT 44

4.3.1 Identifikace výstupních hodnot u modelu „33-077“ naměřených při elevaci 45
4.3.2 Identifikace výstupních hodnot u modelu „33-077“ naměřených při azimutu 48
4.3.3 Identifikace výstupních hodnot u modelu „CE 150“ 49

ZÁVĚR **51**
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY **52**
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK **53**
SEZNAM OBRÁZKŮ **56**
SEZNAM TABULEK **58**
SEZNAM PŘÍLOH **59**

ÚVOD

Výzkumná činnost v oblasti automatického řízení se v několika posledních desetiletích zaměřila především na metody identifikace v diskrétní časové oblasti. Metody pracující s modely ve spojité časové oblasti se tak dostaly do stínu pozornosti. Přesto byly vyvinuty metody umožňující identifikaci ve spojité časové oblasti, ale jejich použití je často spojeno se značnými omezeními (viz. metoda prof. Strejce s omezením na přechodové charakteristiky). S masivním rozvojem digitálních počítačů se zdá být logické, že byly vyvinuty metody hledání modelů pracující s daty v diskrétní formě (tedy stejně jak jsou prezentována data v digitálních počítačích). Tato podobnost umožnila vyvinout numericky velice efektivní algoritmy. Současně ale se zvyšováním výkonnosti komerčně využívaných počítačů můžeme dosáhnout vzorkovacích period tak malých (vzorkovací perioda několikanásobně menší než nejmenší časová konstanta identifikované technologie), že diskrétně nasnímaná data mohou nahradit spojitý signál. A společně s metodami identifikace ve spojité časové oblasti můžeme těžit z výhod spojitých modelů v porovnání s diskrétními: u diskrétních modelů jsme omezeni vzorkovací periodou, v jejichž násobcích je počítán výstup modelu. S tím souvisí, že diskrétní systémy v sobě mohou skrývat oscilace korespondujícího spojitého systému. A konečně parametry diskrétních systémů nemívají konkrétní význam a závisí na vzorkovací periodě. Nutno ještě podotknout, že vlastnosti spojitých a diskrétních systémů nejsou vždy analogické. V diskrétní oblasti můžeme např. realizovat oscilující soustavu prvního řádu, zatímco ve spojité oblasti to možné není. Z toho také vyplývá obtížnost plnohodnotné transformace diskrétního popisu na spojitý.

Jednou z možností jak zvýšit kvalitu řízení procesů, s nimiž se setkáváme v průmyslové praxi, je použití adaptivních řídících systémů, jejichž nasazování umožnil vývoj moderních číslicových automatizačních prostředků založených na mikroprocesorové technice. Předpokladem je ovšem také vývoj a zdokonalování adaptivních řídících algoritmů, poznání jejich možností, předností a omezení.

Oblast adaptivního řízení procházela v uplynulých letech významným rozvojem. Cílem tohoto přístupu bylo řešit problematiku návrhu regulátorů v případech, kdy charakteristiky řízeného procesu nejsou dostatečně známy, nebo se v průběhu mění. Postupem času vznikli různé směry řešení této problematiky. Jedním s perspektivních směrů jsou tzv. samočinně

se nastavující regulátory. Myšlenka těchto regulátorů je založena na průběžné identifikaci vhodného modelu řízeného procesu s následnou syntézou regulátoru.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Modely ve spojité versus v diskrétní oblasti

Modelované soustavy převážně existují ve spojité časové oblasti. Proto také tradiční přístup k modelování je popis systémů diferenciálními rovnicemi, zvláště pak stavovými modely:

$$\dot{x}(t) = A(p)\,x(t) + B(p)\,u(t),\ x(0) = x_0(p) \tag{1}$$

$$y_m(t) = C(p)\,x(t) + D(p)\,u(t) \tag{2}$$

Z tohoto typu popisu pak můžeme snadno přejít na popis pomocí přenosových matic:

$$y_m(s,p) = H_1(s,p)\,u(s) + H_2(s,p)\,x_0(p) \tag{3}$$

$$H_1(s,p) = C(p)\left[sI - A(p)\right]^{-1} B(p) + D(p) \tag{4}$$

$$H_2(s,p) = C(p)\left[sI - A(p)\right]^{-1} \tag{5}$$

kde *s* je Laplaceův operátor a *I* jednotková matice. A konečně se můžeme vrátit do časové oblasti a přejít na popis pomocí soustavy diferenciálních rovnic:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \overset{(i)}{y}_m = \sum_{i=0}^{m} b_i \overset{(i)}{u} \tag{6}$$

Masové používání číslicových počítačů znamenalo veliký rozmach teorie řízení v diskrétní časové oblasti. Simulace diskrétních modelů na číslicových počítačích je mnohem rychlejší a jednodušší než u spojitých modelů, což je předurčuje pro řízení v reálném čase. Avšak používání diskrétních modelů může způsobit ztrátu některých informací o chování modelovaného spojitého systému .

Podobně jak jsme to provedli ve spojité oblasti, tak i v diskrétní oblasti zavedeme stavový popis:

$$x(t+1) = A(p)x(t) + B(p)u(t)\,;\, x(0) = x_0(p) \tag{7}$$

. $$y_m(t) = C(p)\,x(t) + D(p)\,u(t) \tag{8}$$

A analogicky můžeme přejít na popis pomocí přenosových matic:

$$y_m(z, p) = H_1(z, p)u(z) + H_2(z, p)x_0(p) \tag{9}$$

$$H_1(z, p) = C(p)[zI - A(p)]^{-1}B(p) + D(p) \tag{10}$$

$$H_2(z, p) = C(p)[zI - A(p)]^{-1}z\,. \tag{11}$$

Tento popis můžeme jednoduše přepsat ve tvaru soustavy rekurentních diferenčních rovnic:

$$\sum_{i=-1}^{n-1} a_i y_m(t-i) = \sum_{k=0}^{m-1} b_i u(t-k)\,. \tag{12}$$

Diferenční rovnice se často píší ve zhuštěnější formě, kde se používá operátor zpoždění

$$q^{-1}x(t) = x(t-1): \tag{13}$$

$$A(q^{-1})y_m(t+1) = B(q^{-1})u(t+1) \tag{14}$$

Z důvodu snadnější simulace diskrétních systémů lze posunout hranice experimentálního studování jejich vlastností podstatně dále. Na druhou stranu jsme omezeni vzorkovací periodou, v jejichž násobcích je počítán výstup modelu. Navíc v sobě mohou diskrétní systémy skrývat oscilace přidruženého spojitého systému. A konečně parametry diskrétních systémů nemívají konkrétní význam (závisí na vzorkovací periodě) a vlastnosti spojitých a diskrétních systémů nejsou vždy analogické.Vlastnosti těchto dvou skupin modelů jsou shrnuty v následující tabulce

Tab. 1. Porovnání modelů ve spojité a diskrétní oblasti

MODELY		
	Spojitá oblast	***Diskrétní oblast***
Parametry	nezávisí na vzorkovací periodě	závisí na vzorkovací periodě
Simulace	vyžaduje diskretizaci	jednoduchá
Fyzikální informace o systému	mohou být zahrnuty viditelně	většinou nebrány v úvahu (zesílení výjimkou)
Časy vzorkování	nezávisle vybírány	dané vzorkovací periodou

1.2 Lineární versus nelineární modely

Rozlišme dva typy linearit:

- modely lineární ve vstupech
- modely lineární v parametrech

Model je lineární ve vstupech, jestliže jeho výstupy splňují princip superpozice s ohledem na jeho vstupy, což znamená jestliže platí:

$$y_m(t, p, \lambda u_1 + \mu u_2) = \lambda y_m(t, p, u_1) + \mu y_m(t, p, u_2) \tag{15}$$

kde $y_m(t, p, u)$ je výstup modelu v čase t, s parametry p, se vstupy u a s nulovými počátečními podmínkami. Když inženýři pracující v oblasti technické kybernetiky hovoří o lineárních modelech mají většinou na mysli tento typ linearity. Navíc ještě většinou předpokládají, že se jedná o model časově nezávislý, což znamená, že jeho parametry nejsou závislé na posunu časové osy.

Model je lineární v parametrech, jestliže jeho výstupy splňují princip superpozice s ohledem na jeho parametry, to znamená jestliže platí:

$$y_m(t, \lambda p_1 + \mu p_2, u) = \lambda y_m(t, p_1, u\ ) + \mu y_m(t, p_2, u\ ) \tag{16}$$

Pro lepší názornost se podívejme na několik příkladů:

$y_m(t+1, p) = pu(t)$ je lineární jak v parametrech tak i ve vstupech,

$y_m(t+1, p) = py_m(t, p) + u(t)$ je lineární ve vstupech, ale ne v parametrech,

$y_m(t+1, p) = pu^2(t)$ je lineární v parametrech, ale ne ve vstupech,

$y_m(t+1, p) = py_m^2(t, p) + u(t)$ není lineární ani vstupech ani v parametrech.

Tam, kde to jde se při modelování preferují lineární struktury před nelineárními. Pro modely lineární ve vstupech existuje rozsáhlá matematická teorie (stabilita, optimální řízení, robustní řízení, adaptivní řízení, atd..) Nalezení parametrů modelů lineárních v parametrech je většinou jednoduché a mnohdy je možné použít explicitního vztahu a tím

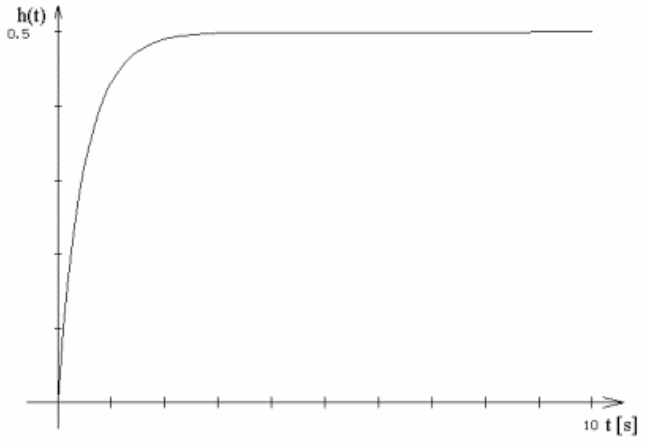
se vyhnout iterování při hledání „nejlepšího“ modelu z množiny kandidátů .Na druhou stranu se v praxi těžko setkáme se systémem, který by byl lineární v celém rozsahu vstupně-výstupních veličin a proto mají lineární struktury jen omezenou oblast použitelnosti. Proto nemůžeme nelineární struktury úplně vyloučit z okruhu našeho zájmu. Osvědčí se např. tam, kde řízení navrhneme na linearizovaném modelu, ale simulaci chování provádíme na modelu nelineárním.

1.3 Charakteristiky soustav

1.3.1 Přechodová charakteristika (funkce) ve spojité oblasti

Přechodová charakteristika (funkce) systému je jeho odezva na vstup ve tvaru Heavisideova jednotkového skoku. Je to tedy časový průběh výstupní veličiny systému a značí se *h(t)* (viz obr.1.) Přechodovou funkci můžeme určit analyticky z diferenciální rovnice nebo z obrazového přenosu systému *G(s).* Pokud máme určit přechodovou charakteristiku z přenosu systém *G(s)*, pak vyjdeme z definice přenosu - jako poměru Laplaceových obrazů výstupní a vstupní veličiny při nulových počátečních podmínkách, funkce je definována vztahem

$$h(t) = L^{-1}\{H(s)\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s}G(s)\right\} \tag{17}$$

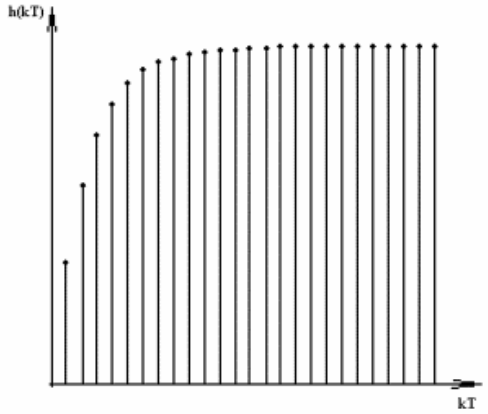


Obr. 1 Příklad přechodové charakteristiky ve spojité oblasti

1.3.2 Přechodová charakteristika (funkce) v diskrétní oblasti

Diskrétní přechodová charakteristika (funkce) systému je jeho odezva na vstup ve tvaru diskrétního Heavisideova jednotkového skoku $\eta(kT)$ (viz obr.2.) Značí se *h(kT)*. Přechodovou funkci můžeme určit analyticky z diferenční rovnice nebo z obrazového přenosu systému *G(z)*. Pokud máme určit přechodovou charakteristiku z přenosu systému *G(z)*, pak vyjdeme z definice přenosu - jako poměru Z-obrazů výstupní a vstupní veličiny při nulových počátečních podmínkách, funkce je definována vztahem

$$h(kT) = Z^{-1}\{H(z)\} = L^{-1}\left\{\frac{z}{z-1}G(z)\right\} \tag{18}$$



Obr. 2 Příklad přechodové charakteristiky v diskrétní oblasti

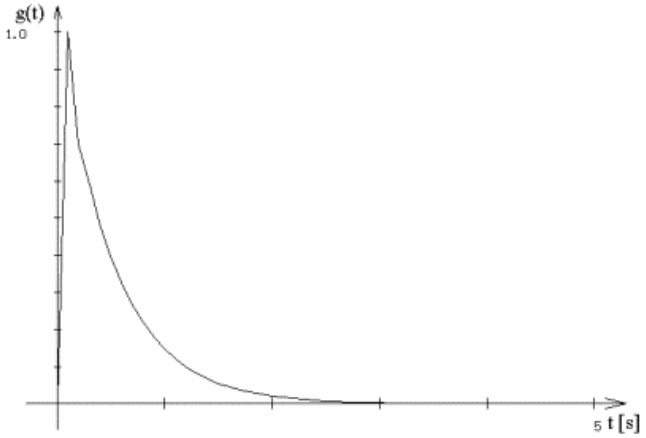
1.3.3 Impulsní charakteristika (funkce) ve spojité oblasti

Impulsní (někdy též váhová) funkce *g(t)* je odezva systému na vstup ve tvaru Diracova impulsu (viz obr.3.) Diracův nebo též jednotkový impuls *δ(t)* se nedá fyzikálně realizovat. Při jeho přibližné realizaci se udává, že musí mít co největší amplitudu a co nejkratší dobu trvání. Matematicky je $\delta(t) = 0$ pro $t \neq 0$ přičemž *δ(t)* není definováno pro $t = 0$, ale platí

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,dt = 1 \tag{19}$$

Impulsní funkce je dána vztahem

$$g(t) = L^{-1}\{G(s)\} \tag{20}$$



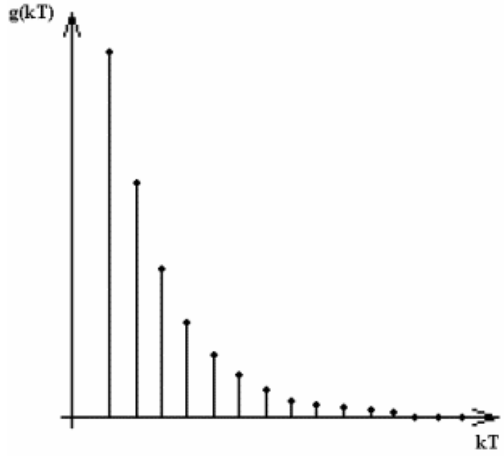
Obr. 3 Příklad impulsní charakteristiky ve spojité oblasti

1.3.4 Impulsní charakteristika (funkce) v diskrétní oblasti

Impulsní funkce *g(kT)* je odezva systému na vstup ve tvaru diskrétního Diracova impulsu (viz obr. 4.)

Impulsní funkce je dána vztahem

$$g(kT) = Z^{-1}\{G(z)\} \tag{21}$$



Obr. 4 Příklad impulsní charakteristiky v diskrétní oblasti

1.3.5 Statická charakteristika (funkce) ve spojité oblasti

Statické vlastnosti lineárních spojitých dynamických systémů popisují systém v ustáleném stavu, což je stav, kdy se vstupy a výstupy v čase nemění, tzn. $t \to \infty$.Statická charakteristika je znázorněna na obr.5. Vyjdeme-li z popisu systému definovaného diferenciální rovnicí ve tvaru

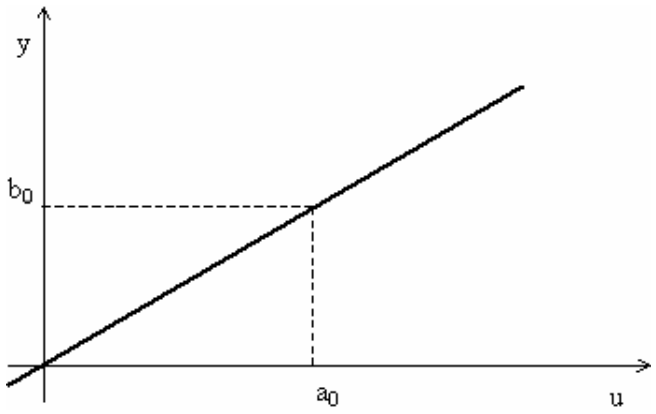
$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + ... + a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t) + ... + b_0 u(t) \qquad (22)$$

kde a_i, b_j jsou konstantní koeficienty, *u(t)* - vstupní veličina, *y(t)* - výstupní veličina.

Z definice statické charakteristiky (závislost výstupní veličiny na vstupní veličině v ustáleném stavu) dostaneme statickou funkci ve tvaru

$$y(\infty) = \frac{b_0}{a_0} u(\infty) \qquad (23)$$

kde $\frac{b_0}{a_0}$ je směrnice přímky procházející počátkem.



Obr. 5 Příklad statické charakteristiky ve spojité oblasti

1.3.6 Statická charakteristika (funkce) v diskrétní oblasti

Statické vlastnosti lineárních spojitých dynamických systémů popisují systém v ustáleném stavu, tzn. $k \to \infty$. Vyjdeme-li z popisu systému definovaného diferenční rovnicí ve tvaru

$$a_n y\left[(k+n)T\right] + a_{n-1} y\left[(k+n-1)T\right] + ... + a_0 y(kT) = b_m u\left[(k+m)T\right] + ... + b_0 u(kT) \quad (24)$$

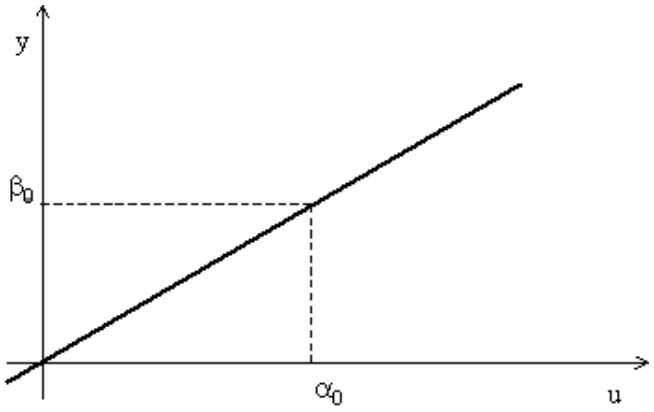
kde je a_i, b_j - konstantní koeficienty, *u(kT)* - vstupní veličina, *y(kT)* - výstupní veličina.

Z definice statické charakteristiky dostaneme statickou funkci ve tvaru

$$y(\infty) = \frac{b_m + b_{m-1} + ... + b_0}{a_n + a_{n-1} + ... + a_0} u(\infty) = \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i}{\sum_{j=0}^{n} a_j} u(\infty) = \frac{\beta_0}{\alpha_0} u(\infty) \qquad (25)$$

kde $\frac{\beta_0}{\alpha_0} = k_1$ je směrnice přímky procházející počátkem a říkáme ji koeficient přenosu.

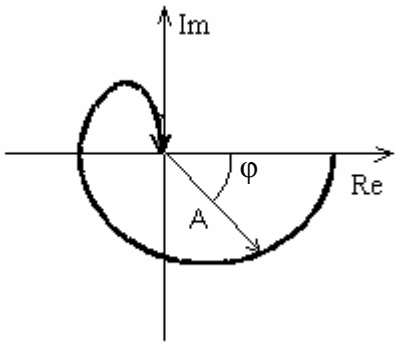
Průběh statické charakteristiky je znázorněn na obr.6.



Obr. 6. Příklad statické charakteristiky v diskrétní oblasti

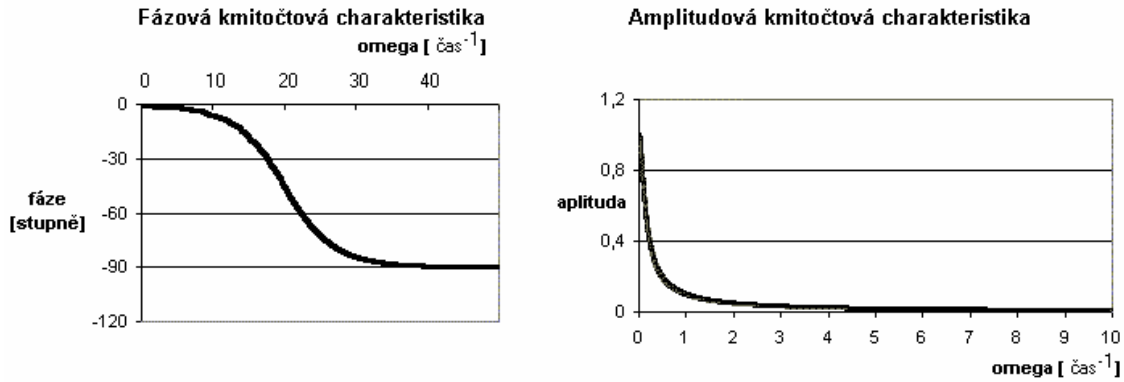
1.3.7 Kmitočtová charakteristika ve spojité oblasti

Kmitočtová charakteristika je grafické znázornění kmitočtového přenosu, v Gaussově rovině jako Re{$G(j\omega)$} a Im{$G(j\omega)$}, přičemž proměnným parametrem je úhlová frekvence ω, která se mění od $\omega = 0$ do $\omega = \infty$, tímto obdržíme amplitudo-fázovou kmitočtovou charakteristiku (viz obr.7.)



Obr. 7. Amplitudo - fázová kmitočtová charakteristika

Amplitudo - fázovou kmitočtovou charakteristiku lze však rozložit do dvou charakteristik - amplitudové a fázové (viz br. 8.) získáme tak další možnost zobrazení kmitočtových charakteristik.



Obr. 8. Amplitudová a fázová kmitočtová charakteristika

Třetí možností je zobrazit kmitočtovou charakteristiku v logaritmických souřadnicích, kde na ose nezávislé proměnné je vynesen kmitočet ω v logaritmické stupnici a na ose závislé proměnné se vynáší buď logaritmická amplituda (vynáší se v dB) nebo fáze (vynáší se v rad) kmitočtového přenosu. Dostáváme tak logaritmické kmitočtové charakteristiky.

1.4 Algoritmy identifikace

Z hlediska identifikace parametrů regresního modelu není třeba rozlišovat parametry a_i či b_i, ale je možné pracovat s vektorem neznámých parametrů $\Theta(k)$ a vektorem dat $\phi(k-1)$ [1]. Pro odhadování parametrů v reálném čase jsou nejvhodnější průběžné (rekurzivní) procedury, kde odhady v kroku k se získají tak, že novými daty opravíme staré odhady $\hat{\Theta}(k-1)$ v čase $k-1$. V této práci jsou však použity průběžné procedury se zapomínáním proto, že jsou využity lineární modely pro nelineární soustavy.

Nejznámější jsou následující rekurzivní procedury [1] :

- Pro odhady parametrů modelu ARX:
    1. Rekurzivní metoda nejmenších čtverců.
    2. Rekurzivní metoda instrumentální proměnné.
    3. Metoda stochastické proměnné.

- Pro odhady parametrů modelu ARMAX:
    1. Rekurzivní rozšířená metoda nejmenších čtverců.
    2. Rekurzivní metoda maximální věrohodnosti.

Struktury modelů:

Jedním ze základních kroků při identifikaci se rozumí výběr vhodného typu modelu. Struktura modelu by měla co nejlépe vystihovat vlastnosti reálného systému a také účel pro který je model určen.

Obecný lineární model má následující tvar:

$$y(k)=\frac{B(q)}{A(q)F(q)}u(k)+\frac{C(q)}{A(q)D(q)}n(k) \tag{26}$$

kde

$$\begin{aligned} A(q)&=1+a_1q^{-1}+....+a_{na}q^{-na}\\ B(q)&=b_1q^{-1}+b_2q^{-2}+....+a_{nb}q^{-nb}\\ C(q)&=1+c_1q^{-1}+....+c_{nc}q^{-nc}\\ D(q)&=1+d_1q^{-1}+....+d_{nd}q^{-nd}\\ F(q)&=1+f_1q^{-1}+....+f_{nf}q^{-nf} \end{aligned} \tag{27}$$

jsou jednotlivé polynomy a $y(k)$, $u(k)$ jsou výstupní a vstupní signály. Bílý šum $n(k)$ má nulovou střední hodnotu a konstantní rozptyl.Všechny lineární modely mohou být odvozeny z výše uvedeného obecného lineárního modelu na základě jeho zjednodušování.

ARX model (C=D=F=1): $$y(k)=\frac{B(q)}{A(q)}u(k)+\frac{1}{A(q)}n(k) \tag{28}$$

ARMAX model (D=F=1): $$y(k)=\frac{B(q)}{A(q)}u(k)+\frac{C(q)}{A(q)}n(k) \tag{29}$$

1.4.1 Princip metody nejmenších čtverců

Metoda nejmenších čtverců patří mezi metody regresní analýzy, které jsou vhodné pro vyšetřování statických a dynamických vztahů mezi veličinami ve vyšetřovaném objektu.Uvažujeme jednorozměrový stochastický proces popsaný ARX modelem, kde pro vektor parametrů a vektor dat předpokládáme $na = nb = n,\ nd = 0,$ tzn. Že jejich rozměr je $nz = 2n$

$$\theta^T(k) = [a_1, a_2, ...a_n, b_1, b_2, ..., b_n] \tag{30}$$

$$\varphi^T(k-1) = [-y(k-1), -y(k-2), ..., y(k-n), u(k-1), (k-2), ..., u(k-n)] \tag{31}$$

Potom generování výstupní veličiny $y(k)$ v jednotlivých časových okamžicích můžeme vyjádřit maticovou rovnicí

$$y = F\theta + e \tag{32}$$

Kde matice F o rozměru $(N-n;2n)$ a vektory y, e o rozměru $(N-n)$ mají tvar

$$y^T = [y(n+1), y(n+2), ..., y(N)] \tag{33}$$

$$e^T = [e_s(n+1), e_s(n+2), ..., e_s(N)] \tag{34}$$

$$F = \begin{bmatrix} -y(n) & -y(n-1) & .. & -y(1) & u(n) & u(n-1) & .... & u(1) \\ -y(n-1) & -y(n) & .. & -y(2) & u(n+1) & u(n) & .. & u(2) \\ : & & & & & & & : \\ -y(N-1) & -y(N-2) & .. & -y(N-n) & u(N-1) & u(N-2) & .. & u(N-n) \end{bmatrix} \tag{35}$$

N je počet souboru naměřených vstupních a výstupních dat.

Z rovnice (32) určíme chybu

$$e = y - F\theta \tag{36}$$

a zavedeme kriterium

$$J = e^T e = (y - F\theta)^T (y - F\theta) \tag{37}$$

jehož minimum získáme, když derivaci (37) podle vektoru parametrů θ položíme rovnu 0, tj.

$$\frac{\partial J}{\partial \theta}\Big|_{\theta=\hat{\theta}} = 0 \tag{38}$$

Řešením rovnice (38) získáme základní maticový tvar pro odhad parametrů modelu metodou

nejmenších čtverců ve tvaru

$$\hat{\theta} = \left(F^T F\right)^{-1} F^T y \tag{39}$$

Vztah (39) slouží pro jednorázový výpočet odhadů parametrů modelu procesu použitím N souborů naměřených dat.

1.4.2 Projekční algoritmus

Při zavedeném označení můžeme projekční algoritmus (známý též pod názvem Kaczmarzův algoritmus) pro odhad parametrů modelu

$$y(k) = \Theta^T \phi(\mathrm{k}) \tag{40}$$

zapsat ve tvaru

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \frac{\phi(k)}{\phi^T(k)\phi(k)}\left(\phi(k) - \hat{\Theta}^T(k-1)\phi(k)\right) \tag{41}$$

při zadaném počátečním odhadu $\hat{\Theta}(0)$. Algoritmus má tvar

$$\hat{\Theta}(\mathrm{k}) = \hat{\Theta}(\mathrm{k\text{-}1}) + \mathrm{M(k)}\ \phi(\mathrm{k\text{-}d})\ \mathrm{e^T(k)} = \Theta(\mathrm{k\text{-}1}) + \mathrm{K(k)}\ \mathrm{e^T(k)} \tag{42}$$

kde e(k) = y(k) – Θ^T (k-1) ϕ(k) a matice M(k) se zjednodušuje na skalár

$$M(k) = \frac{1}{\phi^T(k)\phi(k)} \tag{43}$$

Algoritmus je řešením následující optimalizační úlohy:

je dán odhad $\hat{\Theta}$(k-1) a hodnota výstupní veličiny y(k), máme určit odhad Θ(k) tak, aby kritérium

$$J = \frac{1}{2} (\hat{\Theta}(k) - \hat{\Theta}(k-1)) (\hat{\Theta}(k) - \hat{\Theta}(k-1)) \tag{44}$$

nabývalo minimum při podmínce

$$y(k) = \hat{\Theta}^T(k)\, \phi(k) \tag{45}$$

Zavedením Lagrangeova multiplikátoru λ pro omezení (45) optimalizační úloha přechází na úlohu nalézt minimum modifikovaného kritéria

$$J_c = \frac{1}{2} (\hat{\Theta}(k) - \hat{\Theta}(k-1))^T (\hat{\Theta}(k) - \hat{\Theta}(k-1)) + \lambda \left[y(k) - \hat{\Theta}^T(k) \phi(k) \right] \tag{46}$$

Z nutných podmínek minima pro (46)

$$\frac{\partial J_c}{\partial \hat{\Theta}(k)} = 0 \qquad \frac{\partial J_c}{\partial \lambda} = 0 \tag{47}$$

získáme vztahy

$$\hat{\Theta}(k) - \hat{\Theta}(k-1) - \lambda\, \phi(k) = 0 \tag{48}$$

$$y(k)\ \ \Theta^T(k)\, \phi(k) = 0 \tag{49}$$

Po dosazení (48) do (49) obdržíme

$$y(k) - \phi^T(k)\,(\hat{\Theta}(k-1) + \lambda\,\phi(k)) = 0 \tag{50}$$

odkud získáme vztah

$$\lambda = \frac{y(k) - \hat{\Theta}^T(k-1)\phi(k)}{\phi^T(k)\phi(k)} \tag{51}$$

jestliže dosadíme (51) nazpět do (48), obdržíme algoritmus (41).

K možným problémům algoritmu (41) patří i nebezpečí dělení nulou. Toto nebezpečí můžeme překonat přidáním jedničky jako složky vektoru $\phi(k)$, tj. zavedením absolutního členu do příslušného modelu, čímž vlastně eliminujeme nesoulad mezi referenčními (středními) hodnotami vstupů a výstupů. Alternativní, často používaná úprava základního algoritmu zabraňující dělení nulou je přidání malé konstanty c do jmenovatele. Touto úpravou obdržíme modifikovaný tvar projekčního algoritmu

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \frac{a\phi(k)}{c + \phi^T(k)\phi(k)}\left(y(k) - \hat{\Theta}^T(k-1)\phi(k)\right) \tag{52}$$

kde $c > 0$ a konstantu a volíme v mezích $0 < a < 2$.

1.4.3 Ortogonalizovaný projekční algoritmus

Tento algoritmus má schopnost rychlejší konvergence (zvýšení rychlosti přibližování) odhadů $\hat{\Theta}(k)$ ke správným reálným hodnotám. Ortogonalizovaný projekční algoritmus můžeme uvést ve tvaru

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \frac{c(k-1)\phi(k)}{\phi^T(k)C(k-1)\phi(k)}\left(y(k) - \hat{\Theta}^T(k-1)\phi(k)\right) \tag{53}$$

kde matice C(k) je generovaná vztahem

$$C(k) = C(k-1) - \frac{C(k-1)\phi(k)\phi^T(k)C(k-1)}{\phi^T(k)C(k-1)\phi(k)} \tag{54}$$

Algoritmus startuje z daného počátečního odhadu $\Theta(0)$ a C(0) = I. Jestliže nastane ve vztazích (53) a (54) dělení nulou, tj. že ϕ^T(k) C(k-1) ϕ(k) = 0, potom položíme

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) \text{ a } C(k) = C(k-1)$$

Matice C(k) vyvíjející se podle vztahu (54) má význam projekčního operátoru zabezpečujícího ortogonálnost vektoru C(k-1) ϕ(k) ke všem předešlým vektorům ϕ(k). Vektor C(k-1) ϕ(k), normovaný kvadratickou formou ϕ^T(k) C(k-1) ϕ(k), má význam vektoru zesílení. Nevyhnutelnost kontroly nenulovosti kvadratické formy ϕ^T(k) C(k-1) ϕ(k) můžeme obejít zavedením konstanty c > 0 do jmenovatele výrazů (53) a (54). Takto modifikovaný algoritmus má potom tvar

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \frac{C(k-1)\phi(k)}{c + \phi^T(k)C(k-1)\phi(k)}\left(y(k) - \hat{\Theta}^T(k-1)\phi(k)\right) \tag{55}$$

$$C(k) = C(k-1) - \frac{C(k-1)\phi(k)\phi^T(k)C(k-1)}{c + \phi^T(k)C(k-1)\phi(k)} \tag{56}$$

Jestliže položíme *c* = 1, obdržíme známý algoritmus rekurzívní metody nejmenších čtverců.

1.4.4 Algoritmus rekurzívní metody nejmenších čtverců

Jako kritérium při tomto algoritmu se používá suma druhých mocnin veličin y(k) – $\Theta^T \phi(k)$, tj. odchylek mezi skutečnou pozorovanou hodnotou y(k) a hodnotou předikovanou modelem s parametry Θ. Algoritmus je výsledkem minimalizace uvedeného kvadratického kritéria a použití věty o inverzi matic.

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \frac{C(k-1)\phi(k)}{1+\phi^T(k)C(k-1)\phi(k)}\left(y(k) - \Theta(k-1)\phi^T(k)\right) \tag{57}$$

$$C(k) = C(k-1) - \frac{C(k-1)\phi(k)\phi^T(k)C(k-1)}{1+\phi^T(k)C(k-1)\phi(k)} \tag{58}$$

se zadanými počátečními hodnotami vektoru $\Theta(0)$ a matice C(0), kde C(0) je pozitivně definitivní matice. Matice C(k) má význam kovarianční matice odhadu. Aplikováním věty o inverzi matic nahradíme operaci inverze matice

$$C^{-1}(k) = C^{-1}(k-1) + \phi(k)\,\phi^T(k) \tag{59}$$

modifikované postupným připočítáváním součinu vektorů, operací dělení skalárem (viz vztah (58)).

Rychlost konvergence metody nejmenších čtverců, hlavně v počátečním stadiu, je obecně vyšší než při projekčním algoritmu. Z teoretického hlediska je nejvyšší při ortogonalizovaném projekčním algoritmu. Tento algoritmus je však extrémně citlivý na přítomnost náhodných vlivů a poruch. Na druhé straně ale vysoká rychlost počáteční konvergence algoritmu metody nejmenších čtverců je spojená s prudkým poklesem zesílení algoritmu až

postupně k nulovým hodnotám, které způsobuje „vypnutí“ algoritmu. Proto tento algoritmus v základní verzi daný rovnicemi (57) a (58) je nevhodný pro časově proměnlivé objekty a situace. Byla navržena řada modifikací základního algoritmu zachovávající více anebo méně vysokou počáteční úroveň konvergence algoritmu a nenulovost zesílení. Takto modifikované algoritmy jsou schopny sledovat parametry objektu měnící se předem neznámým způsobem v čase.

V kapitolách 1.2.4.1, 1.2.4.2 a 1.2.4.3 budeme analyzovat nejčastěji používané modifikace metody nejmenších čtverců.

1.4.4.1 Selektivní vážení dat

Selektivní vážení dat je metoda založená na výběru dat dle jejich hodnoty. Jako výchozí kritérium uvažujeme výraz

$$J = \sum_{k=1}^{N} \varphi(k)\left[y_{\delta}(k) - \hat{\Theta}^{T}\phi(k-1)\right]^{2} \tag{60}$$

kde $\varphi(k)$ je posloupnost vážících koeficientů, kterými jsou vážena data podle jejich aktuálního informačního obsahu. Výsledný vztah pro výpočet odhadů parametrů nabývá tvaru

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k\text{-}1) + \frac{j(k)C(k\text{-}1)\phi(k\text{-}1)}{1+\varphi(k)\phi^{T}(k\text{-}1)C(k\text{-}1)\phi(k-1)}\left[y(k) - \hat{\Theta}^{T}(k\text{-}1)\phi(k\text{-}1)\right] \tag{61}$$

$$C(k) = C(k-1) - \frac{\varphi(k)C(k-1)\phi(k-1)\phi^{T}(k-1)C(k-1)}{1+\varphi(k)\phi^{T}(k-1)C(k-1)\phi(k-1)} \tag{62}$$

Vlastnosti algoritmu závisí od konkrétní volby posloupnosti hodnot φ(k), k = 1,2,….

Jestliže uvažujeme chyby měření veličiny $y(k)$, jednou z možností jak tvořit posloupnost hodnot φ(k), by bylo vybírat φ(k) úměrně převrácené hodnotě střední chyby měření. Zvyšováním váhy měření φ(k) přechází algoritmus (61), (62) v limitním případě na ortogonalizovaný projekční algoritmus,viz. [1]. Takový výběr vah je extrémní případ. Byly navrženy některé reálnější způsoby vážení dat na základě veličiny ϕ^{T} (k-1) C(k-1) ϕ (k-1).

$$\varphi(k)=\begin{cases}\varphi_1 \quad pro \quad \phi^T(k-1)C(k-1)\phi(k-1)\geq\varepsilon \\ \\ \varphi_2 \quad pro \quad \phi^T(k-1)C(k-1)\phi(k-1)<\varepsilon\end{cases} \tag{63}$$

pro zvolené $\varepsilon > 0 \quad a \quad \varphi_1 >> \varphi_2 > 0.$

nebo

$$\varphi(k)=\begin{cases}\dfrac{\phi^T(k-1)C(k-1)\phi(k-1)}{\phi^T(k-1)\phi(k-1)} \qquad Jestliže \quad \phi^T(k-1)\phi(k-1)\neq 0 \\ \\ libovolná \quad hodnota\end{cases} \tag{64}$$

Z předešlého vztahu vyplývá, že veličina $\phi^T(k-1)C(k-1)\phi(k-1)$ je v podstatě indikátor informace obsažené ve vektoru $\phi(k-1)$, chápané podle míry ortogonality $\phi(k-1)$ k předcházejícím datům. Uvedené dva způsoby vážení jsou úsilím o vážení dat podle jejich aktuálního informačního obsahu.

1.4.4.2 Exponenciální zapomínání dat

Při selektivním vážení dat posuzujeme informativnost jednotlivých dat na základě specifikovaného kritéria. Uvažujme nyní případ, kdy předpokládáme, že nová čerstvá data vystihují aktuální dynamiku objektu dokonaleji než data starší, která považujeme za méně informativní. Tato situace je charakteristická pro časově proměnlivé objekty, ve kterých se parametry v čase mění. Tehdy je účelné násobit starší data menšími váhovými koeficienty tak, aby nejnovější data co nejvíce ovlivňovala aktuální odhady parametrů. Princip takového vážení tkví v zapomínání (potláčení) starší, tedy méně spolehlivé informace. Takový způsob vážení dosáhneme zavedením tzv. exponenciálního zapomínání, kdy jako kritérium identifikace uvažujeme kvadratické kritérium.

$$J=\sum_{i=k_0}^{k}\left[\varphi^{k-i}\left(\ y(k)-\hat{\Theta}^T\phi(k-1)\ \right)\right]^2 \tag{65}$$

kde φ^2 je tzv. faktor exponenciálního zapomínání,

k_o je počáteční krok identifikace.

Hodnota φ^2 se volí z intervalu <0,1>, ale blízko k horní hranici.

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \frac{C(k-1)\phi(k-1)}{\varphi^2 + \phi^T(k-1)C(k-1)\phi(k-1)}\left[y(k) - \phi^T(k-1)\hat{\Theta}(k-1)\right] \qquad (66)$$

$$C(k) = \frac{1}{\varphi^2}\left(C(k-1) - \frac{C(k-1)\phi(k-1)\phi^T(k-1)C(k-1)}{\varphi + \phi^T(k-1)C(k-1)\phi(k-1)}\right) \qquad (67)$$

Pro $\varphi^2 = 1$ všechna data mají stejnou váhu a algoritmus (66), (67) se zjednoduší na obecnou metodu nejmenších čtverců. Velká hodnota φ^2 (blízká jedničce) zlepšuje kvalitu identifikačního procesu v případě, že neznámé parametry jsou konstanty. Použití exponenciálního zapomínání umožňuje zapomínat měnící se parametry řízeného objektu, a tím dosahovat adaptivitu identifikace.

1.4.4.3 Adaptivní směrové zapomínání

Vektor odhadu parametrů se aktualizuje podle rekurzivního vztahu

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \frac{C(k-1)\varphi(k-1)}{1+\xi(k-1)}\hat{e}(k-1) \qquad (68)$$

kde

$$\xi(k) = \varphi^T(k-1)C(k-1)\varphi(k-1) \qquad (69)$$

je pomocný skalár a

$$\hat{e}(k) = y(k) - \hat{\Theta}^T(k)\varphi(k-1) \qquad (70)$$

je chyba predikce. Jestliže $\xi(k) > 0$, potom čtvercová kovarianční matice o rozměru *nz* je aktualizována podle vztahu

$$C(k) = C(k-1) - \frac{C(k-1)\varphi(k-1)\varphi^T(k-1)C(k-1)}{\varepsilon^{-1}(k) + \xi(k-1)} \tag{71}$$

kde

$$\varepsilon(k) = \varphi(k) - \frac{1-\varphi(k)}{\xi(k-1)} \tag{72}$$

Jestliže $\xi(k-1) = 0$, potom

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) \tag{73}$$

Hodnota adaptivního směrového zapomínání $\varphi(k)$ je potom počítána v každé periodě vzorkování podle vztahu

$$\varphi(k) = \left\{1 + (1+\rho)[\ln(1+\xi(k-1))] + \left[\frac{(\upsilon(k-1)+1)\eta(k-1)}{1+\xi(k-1)+\eta(k-1)} - 1\right]\frac{\xi(k-1)}{1+\xi(k-1)}\right\}^{-1} \tag{74}$$

kde

$$\eta(k) = \frac{\hat{e}^2(k)}{\lambda(k)} \qquad\qquad \upsilon(k) = \varphi(k)[(\upsilon(k-1)+1] \tag{75}$$

$$\lambda(k) = \varphi(k)\left[\lambda(k-1) + \frac{\hat{e}^2(k-1)}{1+\xi(k-1)}\right] \tag{76}$$

jsou pomocné proměnné. Pro start algoritmu se osvědčilo vhodné zvolit následující počáteční podmínky: Prvky hlavní diagonály kovarianční matice $C_{ii}(0) = 10^3$, počáteční

hodnota faktoru směrového zapomínání $\varphi(0) = 1$, $\lambda(0) = 0.001$, $\upsilon(0) = 10^{-6}$, $\rho = 0.99$. Volba počátečních odhadů vektoru parametrů $\hat{\Theta}(0)$ se provede na základě apriorní informace. Výše uvedené vztahy lze přímo naprogramovat jako S-funkci v programovém systému MATLAB, aniž bychom brali zřetel na numerické aspekty, tj. bez použití numerických filtrů.

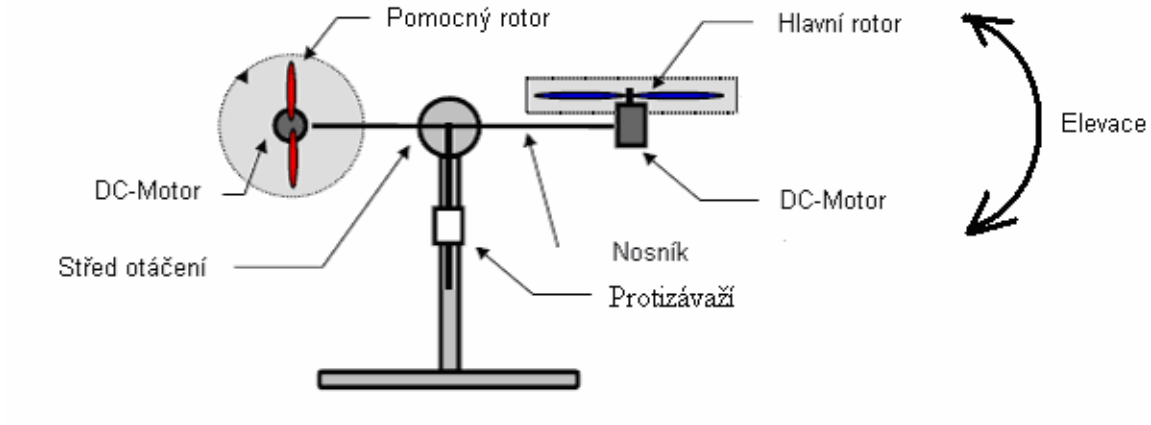
II. PRAKTICKÁ ČÁST

2 POPIS POUŽITÝCH MODELŮ

2.1.1 1. Model 33-007 Twin Rotor MIMO Systém od firmy Feedback

Obr. 9 Model „vrtulníku" 33-007
Twin Rotor MIMO Systém Feedback

Jedná se o aero-dynamický systém podobný helikoptéře. Model představuje soustavu o dvou vstupech a dvou výstupech. Základem modelu je pohyblivá část skládající se ze dvou vrtulí vzájemně otočených o 90°, jejichž středy otáčení jsou spojeny nosníkem. Další částí modelu je stojan sloužící mimo jiné k měření výchylky pohyblivé části kolem vodorovné a svislé osy. Vrtule jsou umístěny na koncových bodech nosníku a opatřeny krytem a jsou poháněny DC-motorem. Protizávaží upevněné k nosníku zabezpečuje stabilní rovnovážnou polohu celého modelu. Model je také opatřen dorazy a to jak ve směru elevace tak i ve směru azimutu.



Obr. 10 Popis „vrtulníku" 33-007 Twin Rotor MIMO Systém Feedback

2.1.2 2. Model CE 150 helikoptéra od firmy Humusoft

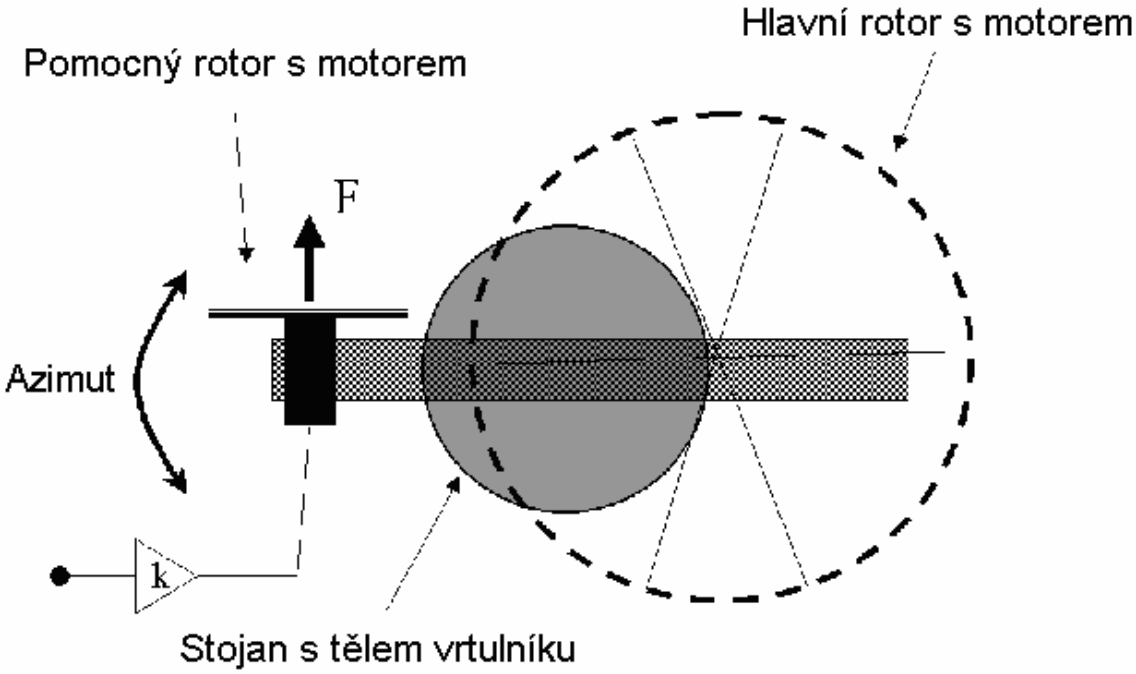
Obr. 11 Model „vrtulníku" CE 150

Model helikoptéry je fyzikální systém vyrobený firmou HUMUSOFT.

Systém je složen z:

- vlastní helikoptéry (pohyblivá část)
- dvou stejnosměrných motorů s dvoulistými vrtulemi
- IRC snímačů polohy (azimut a elevace)

- stojanu
- řídící jednotky se zesilovači

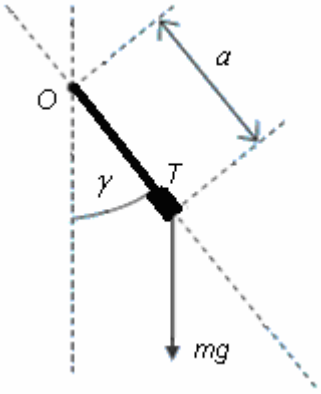


Obr. 12 Popis „vrtulníku" CE 150

Soustava má celkem tři vstupy a dva výstupy. Vstupem jsou napětí na hlavní a vedlejší motor, pomocným vstupem je binární vstup pro změnu polohy těžiště (signál je přiveden na stejnosměrný motor, který přes šnekový převod posouvá uvnitř modelu závažím).Výstupem je poloha vrtulníku daná napětím na snímači azimutu a elevace pohyblivé části helikoptéry. Model je připojen k PC přes I/O kartu a je možné jej řídit z prostředí Matlab + RealTime toolbox. Z matematického pohledu jde o MIMO systém se dvěmi vstupy a dvěmi výstupy (posun těžiště většinou považujeme za poruchovou veličinu popř. pomocí polohy těžiště mírně měníme statické parametry modelu). Při popisu jej můžeme rozdělit na tři základní části. První částí jsou stejnosměrné motory (vstup - napětí, výstup - otáčky). Druhou část tvoří vrtule, která staticky převádí otáčky na moment síly (tah). Připojení modelu k PC je přes I/O kartu MC 101HEL.

2.1.3 Popis fyzikálního kyvadla

Oba popisované modely se z hlediska obecného popisu jeví jako modely fyzikálního kyvadla v 1D, které se navíc může otáčet v horizontální rovině.



Kyvadlem nazýváme libovolné těleso, které se může otáčet kolem vodorovné osy neprocházející těžištěm. Vychýlíme-li těleso z rovnovážné polohy (poloha, kdy těžiště T se nachází na svislici pod osou otáčení O), působí na něj moment tíhy, který se snaží výchylku zmenšit (vratný moment). Dosadíme-li tento moment pohybové rovnice pro rotaci, dostaneme následující vztah:

$$J\frac{d^2\gamma}{dt^2} = -mga\sin\gamma \tag{77}$$

ve kterém znaménko minus vyjadřuje vratnost kyvadla. Získanou rovnici upravíme na standardní tvar

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} + \frac{mga}{J}\sin\gamma = 0 \tag{78}$$

Řešení této diferenciální rovnice budeme hledat ve speciálním případě malých výchylek γ z rovnovážné polohy. Tehdy můžeme nahradit funkci sinus lineární funkcí ($\sin\gamma \doteq \gamma$).

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} + \frac{mga}{J}\gamma = 0 \tag{79}$$

uvedenou rovnici řeší funkce

$$\gamma(t) = A\cos(\omega t + \alpha) \tag{80}$$

a dosazením do rovnice (79) a po úpravě dostaneme

$$\omega = \sqrt{\frac{mga}{J}} \tag{81}$$

výsledkem je tedy harmonické kývání kyvadla s kruhovou frekvencí ω, danou výše uvedeným vztahem. Kruhová frekvence určuje periodu kývání podle vztahu

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_0 + ma^2}{mga}} \tag{82}$$

kde m je hmotnost tělesa a a je vzdálenost středu otáčení od těžiště a J_0 moment setrvačnosti, který je vztažen k těžišťové ose.

3 ZHODNOCENÍ VÝZNAMNÝCH ROZDÍLŮ MEZI UVEDENÝMI DVOUROTOROVÝMI SOUSTAVAMI

3.1 Srovnání použitých soustav z hlediska konstrukce

Výrazným rozdílem mezi oběma porovnávanými soustavami , které zásadním způsobem ovlivňovali různé odlišnosti při měření, je jejich rozdílná konstrukce a hlavně rozdílné umístění vyvažovacího členu (těžiště) na každém z nich. U modelu 33-007 Twin Rotor MIMO Systém dále jen „ 33-077 “ je protizávaží konstruováno jako fyzikální kyvadlo, jehož těžiště se pohybuje pod horizontální osou středu otáčení. Toto umístění dokonale vyvažuje model a značně usnadňuje měření různých charakteristik. U druhého modelu „ CE 150 “ je těžiště umístěno přímo v těle reálného modelu a je dosti obtížné ho nějakým způsobem nastavovat z toho důvodu nebylo možno vyhodnotit stejné charakteristiky naměřené u modelu „33-077“, které by byly porovnány.

3.2 Porovnání soustav z hlediska stability

Podle chování modelu „ 33-077 “ při měření se dá usoudit, že se jedná o systém stabilní. U druhého modelu „ CE 150 “ má ne příliš vhodné umístění vyvažovacího členu za následek to , že se model chová jako nestabilní systém.

4 VYHODNOCENÍ NAMĚŘENÝCH DAT U LABORATORNÍCH DVOUROTOROVÝCH SOUSTAV

4.1 Vyhodnocení naměřených statických charakteristik u modelu „ 33-077 “

Dalším hlediskem, ze kterého byly modely srovnávány, byly statické charakteristiky. V prvním kroku byly u modelu „ 33-077 “ měřeny pro celý rozsah *uE* v elevaci a různých hodnotách *uA*. Tyto průběhy jsou zobrazeny na obr. 13. Rozsah *uE, uA* je od -1 do 1. Z grafu lze usoudit, že pomocná vrtule výrazným způsobem neovlivňovala pohyb hlavní vrtule v elevaci. Minimální rozdíly v jednotlivých průbězích statických charakteristik (viz.obr.14) mohly vzniknout např. odrazem vztlakového proudu vzduchu od některého z předmětů v laboratoři, kde se měření provádělo. Dále můžeme vypozorovat z grafu na obr.14, že zprůměrovaný náběh všech naměřených statických charakteristik z hodnoty -1 do -0.8 je 39 dílků v elevaci a z 0.8 do 1 je náběh mnohem větší a to 105 dílků v elevaci. Naměřené data i s vyhodnocením statických charakteristik pro elevaci jsou uvedeny v příloze PI.

Kde:

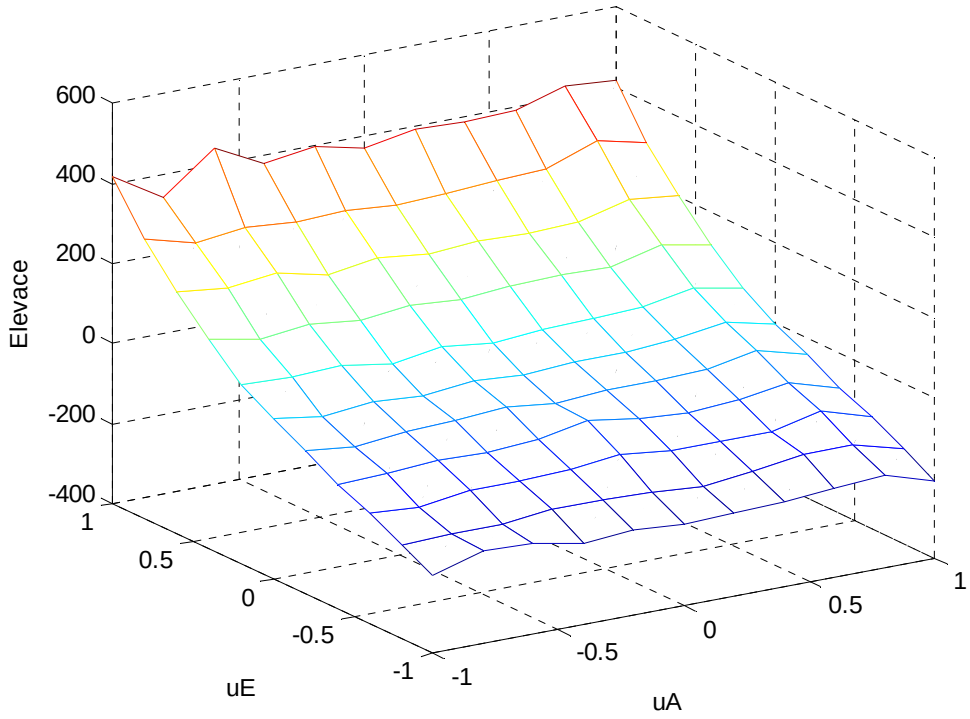
uA je napětí na motoru u pomocné vrtule

uE je napětí na motoru u hlavní vrtule

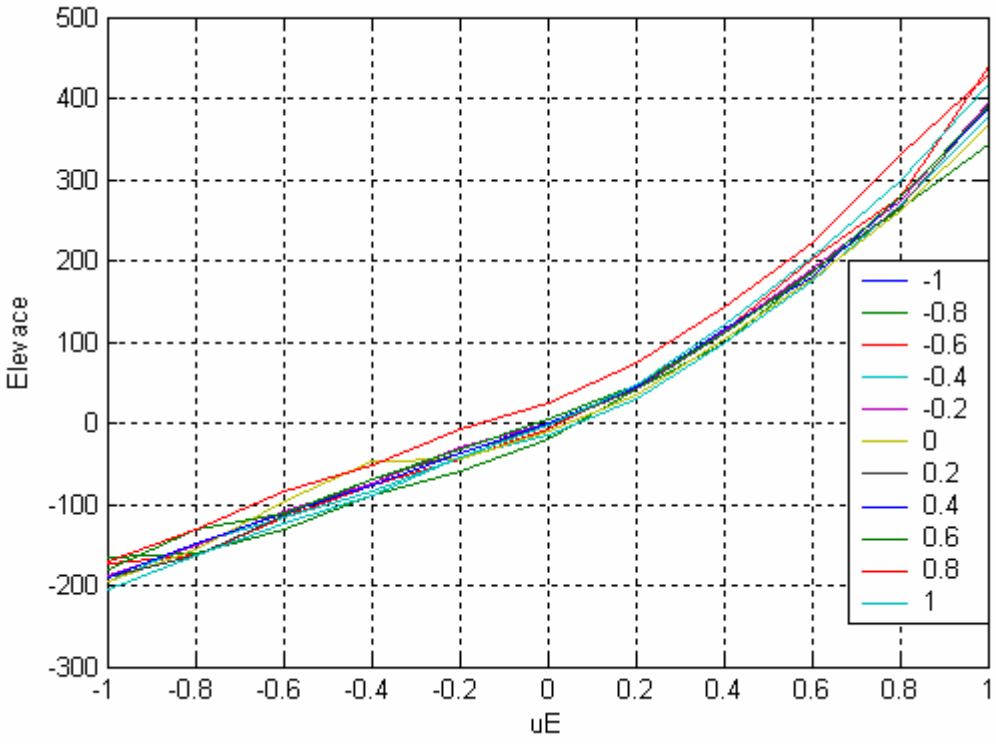
Elevace jsou dílky udávající polohu nosníku v elevaci (úhel vertikálního pohybu modelu)

Azimut jsou dílky udávající polohu nosníku v azimutu (úhel horizontálního pohybu modelu)

Jednotky ve všech grafech jsou bezrozměrné simulinkové jednotky



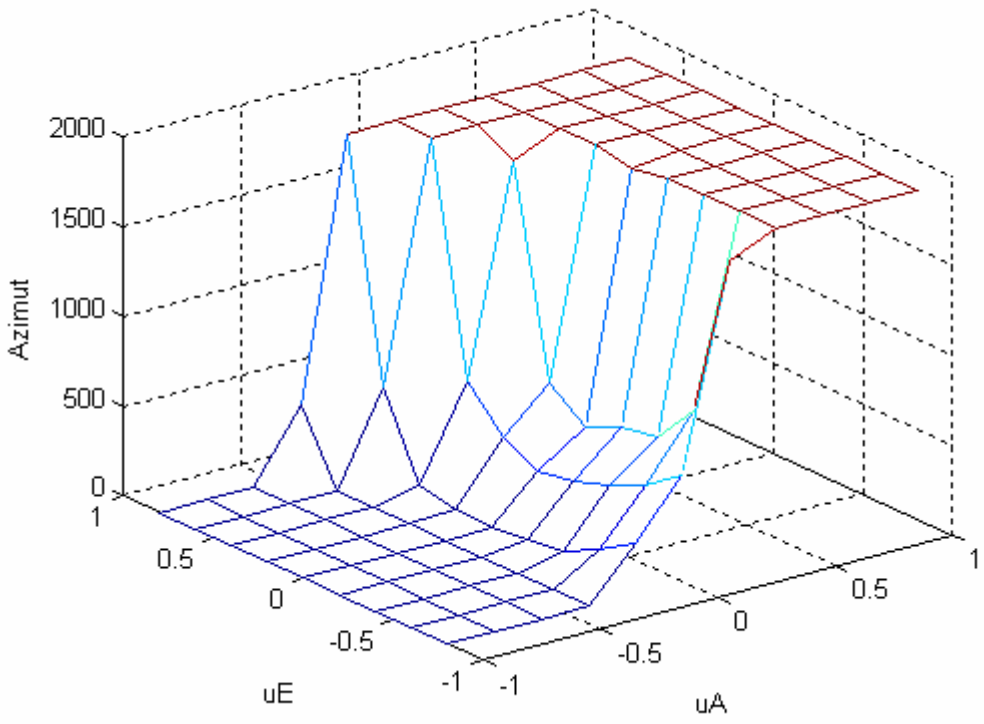
Obr. 13 Statické charakteristiky při Elevaci zobrazené ve 3D grafu.



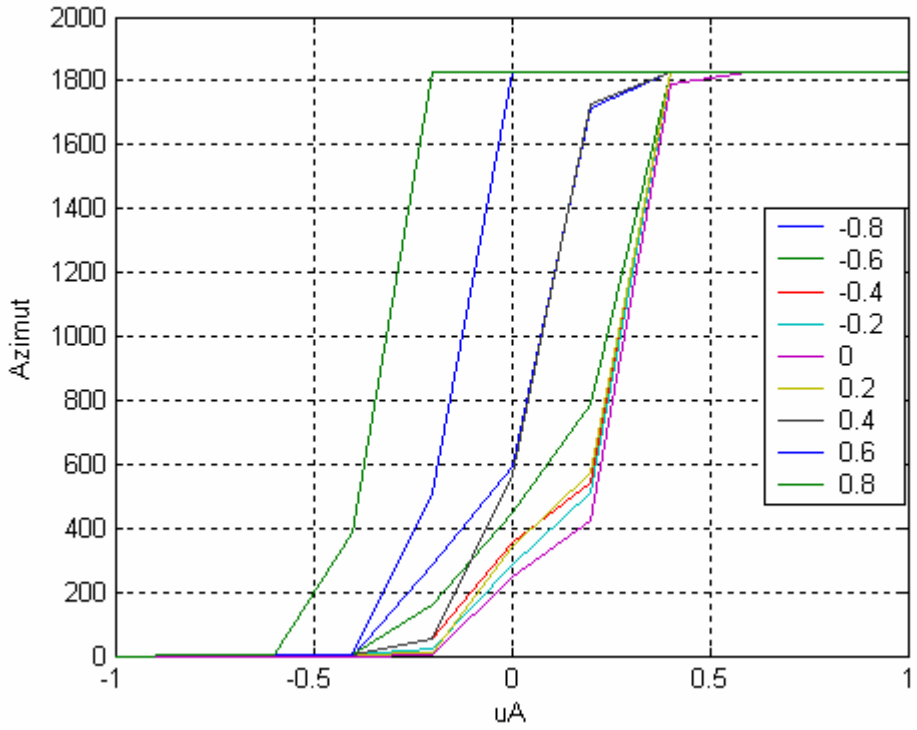
Obr. 14 Vertikální řez statickými charakteristikami pro různé hodnoty uA

V dalším kroku byly u téhož modelu tedy „ 33-077 “ měřeny statické charakteristiky pro celý rozsah *uA* v azimutu (úhel horizontálního pohybu modelu) a různých hodnotách *uE*, které jsou zobrazeny na obr. 15. Rozsah *uA* je od -1 do 1. Ale měření při různých hodnotách *uE* v elevaci se provádělo jen v rozmezí od -0,8 do 0,8 a to z toho důvodu, že při nastavení vyšších hodnot (od -0.8 do -1 a od 0.8 do 1) docházelo k přehřátí a k následnému vypnutí modelu. Z grafu na obr.15 lze usoudit, že čím menší je hodnota napětí motoru u hlavní vrtule, tím je pozvolnější přechod pomocné vrtule do krajního dorazu. Z toho je zřejmé, že závislost hlavní vrtule výrazně ovlivňuje vertikální pohyb pomocné vrtule při azimutu. Na obr.16 jsou tyto přechody a jejich rozdíly do krajních dorazů vidět lépe.

Naměřené data i s vyhodnocením statických charakteristik pro azimut jsou uvedeny v příloze PII.



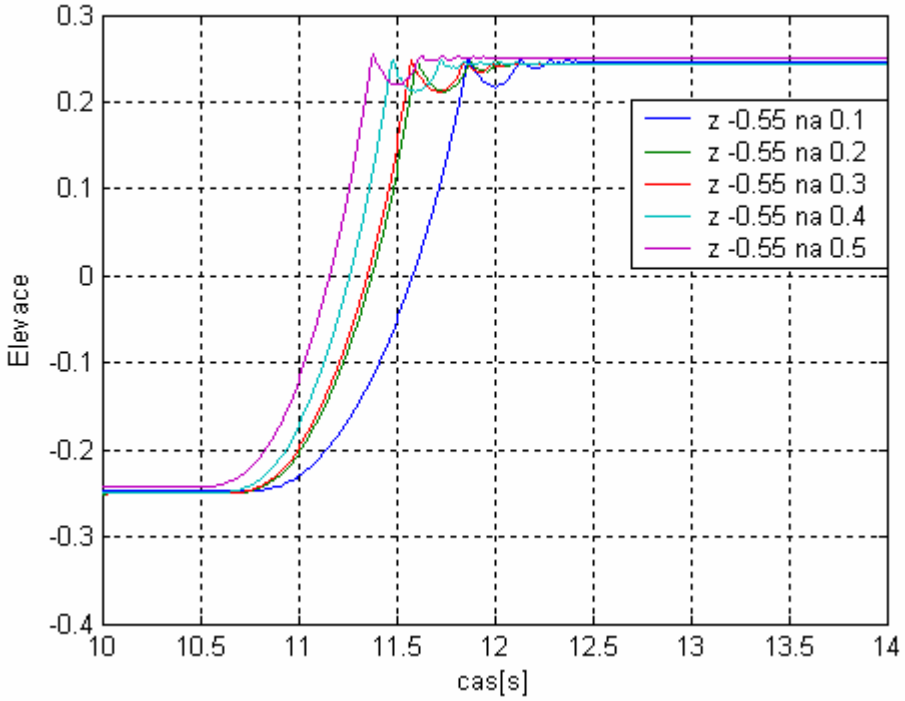
Obr. 15 Statické charakteristiky při Azimutu zobrazené ve 3D grafu.



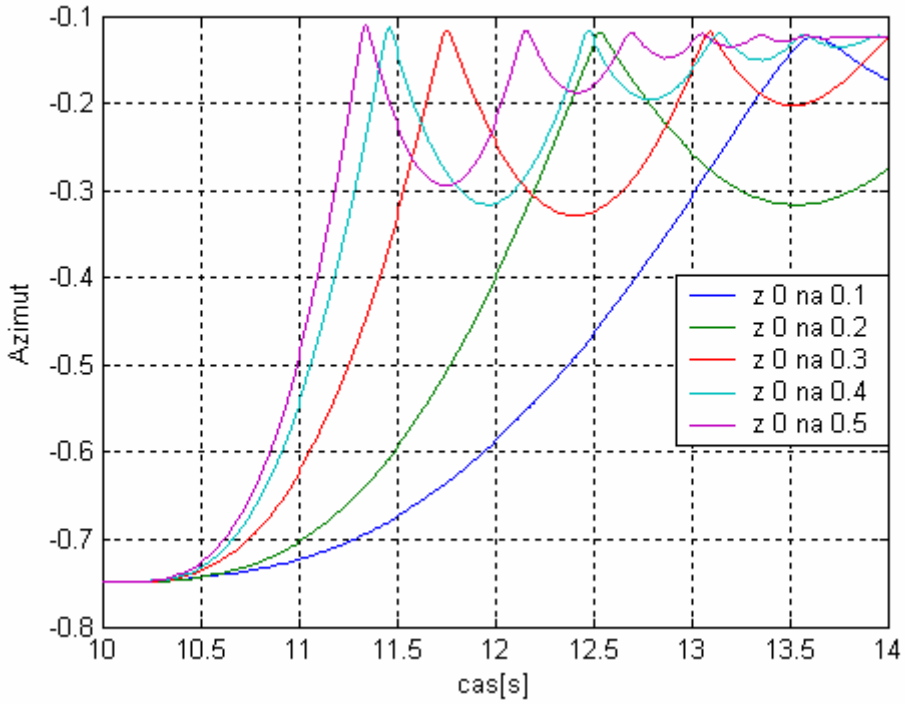
Obr. 16 Vertikální řez statickými charakteristikami pro různé hodnoty uE

4.2 Vyhodnocení naměřených dat u modelu „ CE150 “

Tyto dosud naměřené statické charakteristiky provedené na soustavě „ 33-077 “ se na modelu „CE 150“ nepodařily naměřit z toho důvodu, že se model choval spíše jako nestabilní systém. Nebylo možné ho udržet v rovnovážné poloze, jak tomu bylo u prvního modelu. Soustava se při měření pouze přemísťovala z dolního dorazu do horního a naopak. Na obr.17 jsou uvedeny rozdílné průběhy doby přechodu z dolního dorazu do horního dorazu při změně rychlosti otáček hlavní vrtule. Můžeme zde vypozorovat, že při nárůstu otáček hlavní vrtule se rychlost dosažení horního dorazu zvětšuje, což se dalo s velkou pravděpodobností očekávat. Doba přechodu z dolního dorazu do horního při nastavení akční veličiny u hlavní vrtule (*uE*) z -0.55 na 0.1 je 1.86s a při nastavení *uA* z -0.55 na 0.5 je 1.38s. Podobným způsobem se chovala při změně otáček i pomocná vrtule jejíž průběh je na obr.18. Doba přechodu z jednoho krajního dorazu do druhého krajního dorazu při nastavení akční veličiny u pomocné vrtule (*uA*) z 0 na 0.5 je 1.34s a při nastavení *uA* z 0 na 0.1 je 3.61s. Data, které byly naměřeny u tohoto modelu i s vyhodnocením dob přechodů jsou v příloze PIII.



Obr. 17 Rozdíly ve změně doby přechodu z dolního dorazu do horního při různých otáčkách hlav ní vrtule u modelu „CE 150“



Obr. 18 Rozdíly ve změně doby přechodu z jednoho krajního dorazu do druhého při různých otáčkách pomocné vrtule u modelu „CE 150“

4.3 Identifikace naměřených hodnot

Pro identifikace naměřených dat byla použita knihovna samočinně se nastavujících regulátorů. Tato knihovna obsahuje 30 jednorozměrových samočinně se nastavujících regulátorů, které pro průběžnou identifikaci řízeného procesu využívají diskrétní modely druhého a třetího řádu. Každý samočinně se nastavující regulátor obsažený v knihovně používá tři vstupní veličiny a poskytuje dvě veličiny výstupní. Pro identifikaci naměřených hodnot byla použita pouze identifikační část těchto regulátorů. Na vstup do regulátoru *u_in(k)* byly přivedeny hodnoty *uE* popř. *uA* a výstupní veličiny *y(k)* naměřené při elevaci a azimutu. Výstupem z regulátoru jsou aktuální hodnoty identifikovaných odhadů parametrů modelu. Pro identifikaci byl použit adaptivní regulátor založený na metodě přiřazení pólů využívající průběžnou identifikační metodu, která dává větší váhu novějším naměřeným datům. Při identifikaci jsou naměřené parametry porovnávány ve 3 metodách, které jsou používány pro průběžnou identifikaci parametrů modelu soustavy.

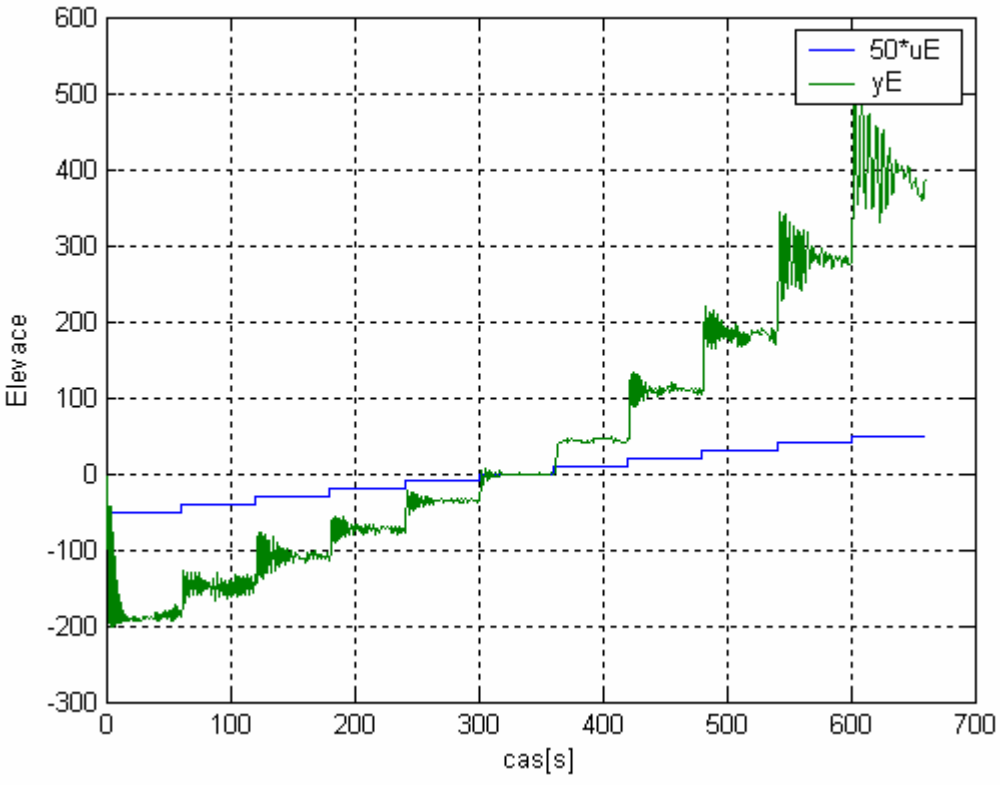
Jedná se o metody:

1) Metoda nejmenších čtverců, nejjednodušší metoda, kde všechny vstupy a výstupy ovlivňují počítané parametry modelu stejnou měrou.
2) Metoda nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním. Novější vstupy a výstupy ovlivňují počítané parametry více než starší vstupy a výstupy.Tato metoda je vhodná pro nelineární systémy a pro systémy s časově proměnnými parametry.
3) Metoda nejmenších čtverců s adaptivním směrovým zapomínáním. Míra, kterou aktuální dvojce vstup-výstup ovlivňuje počítané parametry, je určován na základě změn vstupního a výstupního signálu procesu. Tato metoda je vhodná pro nelineární systémy a pro systémy s časově proměnnými parametry.

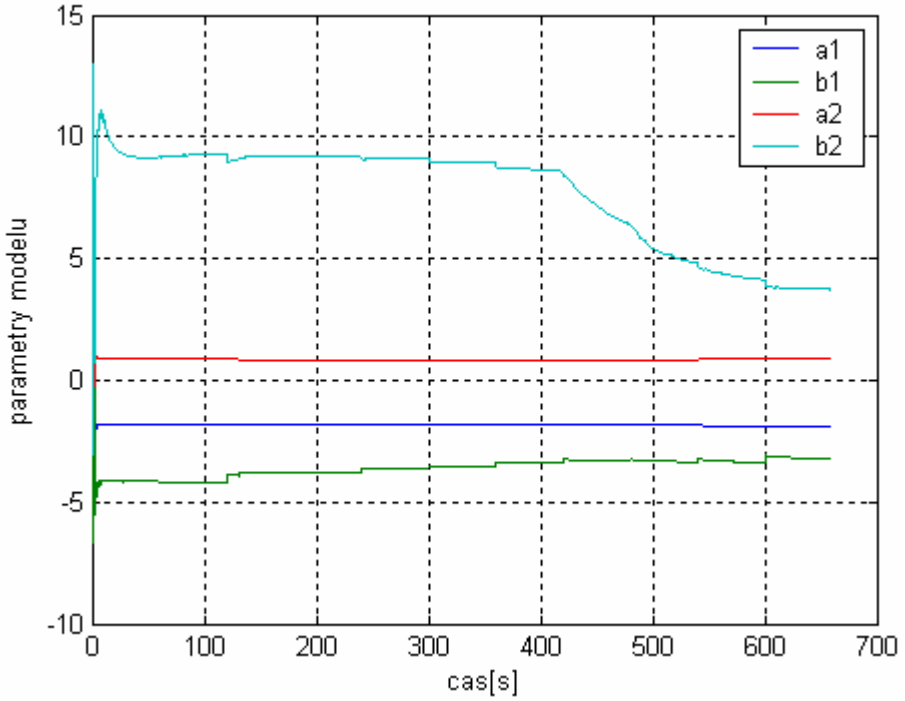
Počáteční odhady parametrů modelu byly zadány bez použití apriorních informací (a_1=*0.1, a*$_2$=*0.2, a*$_2$=*0.3, a*$_2$=*0.4*) a hodnota kovariační matice je $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ u exponenciálního zapomínání je hodnota koeficientu zapomínání $\varphi = 0.999$ stejná hodnota φ byla použita u adaptivního směrového zapomínání a počáteční hodnoty parametrů jsou nastaveny na $\lambda = 0.001$, $\upsilon = 10^{-6}$, $\rho = 0.1$ (viz. kapitola 1.5.1)

4.3.1 Identifikace výstupních hodnot u modelu „33-077“ naměřených při elevaci

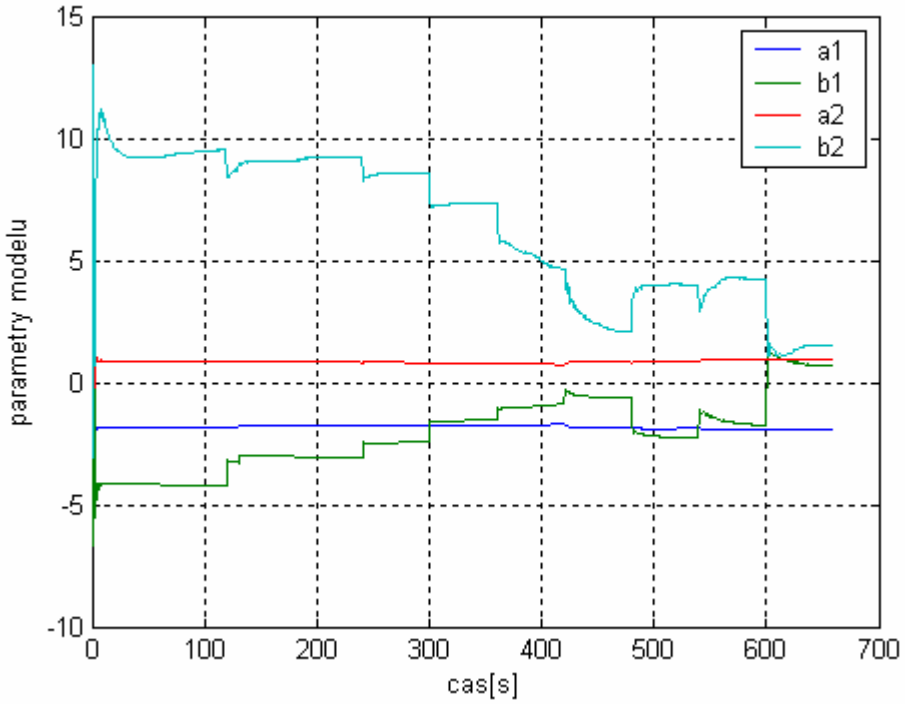
K této identifikaci byl vybrán naměřený průběh, který byl měřen pro celý rozsah *uE* v elevaci tj. od -1 do 1 a pro *uA = 0,6.* Jednotlivé průběhy parametrů modelu jsou uvedeny v příloze PIV.



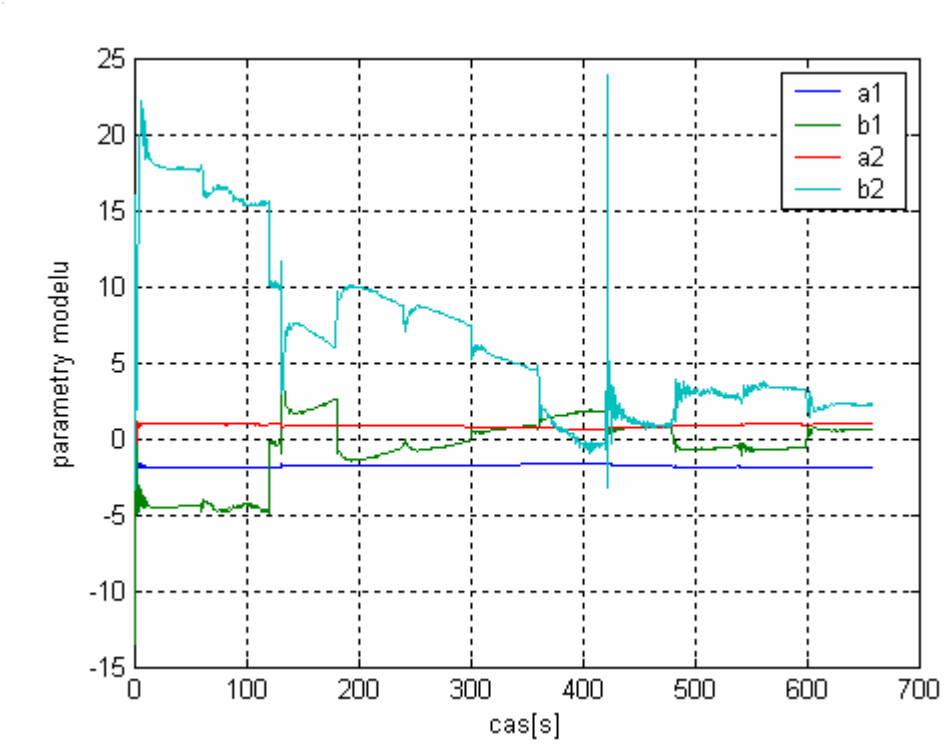
Obr. 19 Průběh uE a yE při elevaci



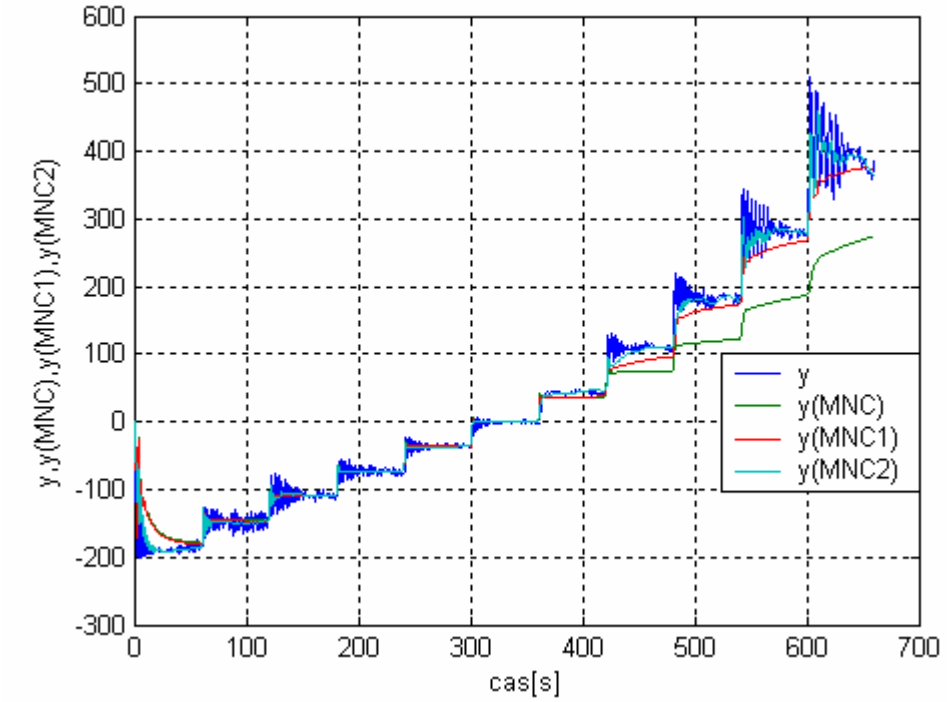
Obr. 20 Průběh parametrů modelu soustavy při regulaci při použití metody nejmenších čtverců



Obr. 21 Průběh parametrů modelu soustavy při regulaci při použití metody nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním



Obr. 22 Průběh parametrů modelu soustavy při regulaci při použití metody nejmenších čtverců s adaptivním směrovým zapomínáním



Obr. 23 Srovnání skutečného výstupu (y) s výstupy modelů (y(MNC), y(MNC1), y(MNC2))

Kde:

y je skutečný výstup reálné soustavy v celém rozsahu *uE* při různém nastavení *uA*

y(MNC) je výstup při aplikaci metody nejmenších čtverců

y(MNC1) je výstup při aplikaci metody nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínání

y(MNC2) je výstup při aplikaci metody nejmenších čtverců s adaptivním směrovým zapomínání

Porovnání výstupů byly srovnány podle kritéria

$$J = \sum \frac{(y(k) - \hat{y}(k))^2}{N} \tag{83}$$

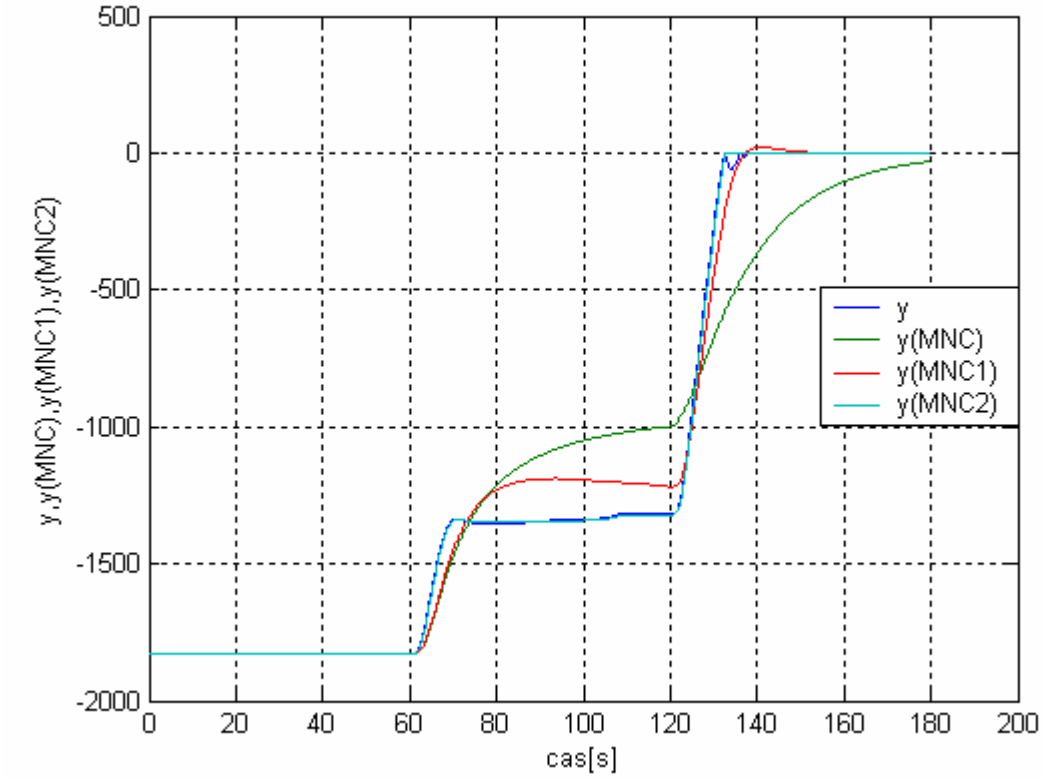
kde $\hat{y}$ jsou výstupy při použití zmiňovaných metod a k je krok identifikace a N je počet vzorků.

Tab. 2. Porovnání vypočtených hodnot dle kritéria

	Metoda nejmenších čtverců	s exponenciálním zapomínáním	s adaptivním směrovým zapomínáním
J	3.8166e+003	630.7512	247.3359

4.3.2 Identifikace výstupních hodnot u modelu „33-077“ naměřených při azimutu

U této identifikaci byl použit naměřený průběh, který byl měřen pro částečný rozsah *uA* v azimutu a pro *uE = 0,6.* Jednotlivé průběhy parametrů modelu jsou uvedeny v příloze PV.



Obr. 24 Srovnání skutečného výstupu (y) s výstupy modelů (y(MNC), y(MNC1), y(MNC2))

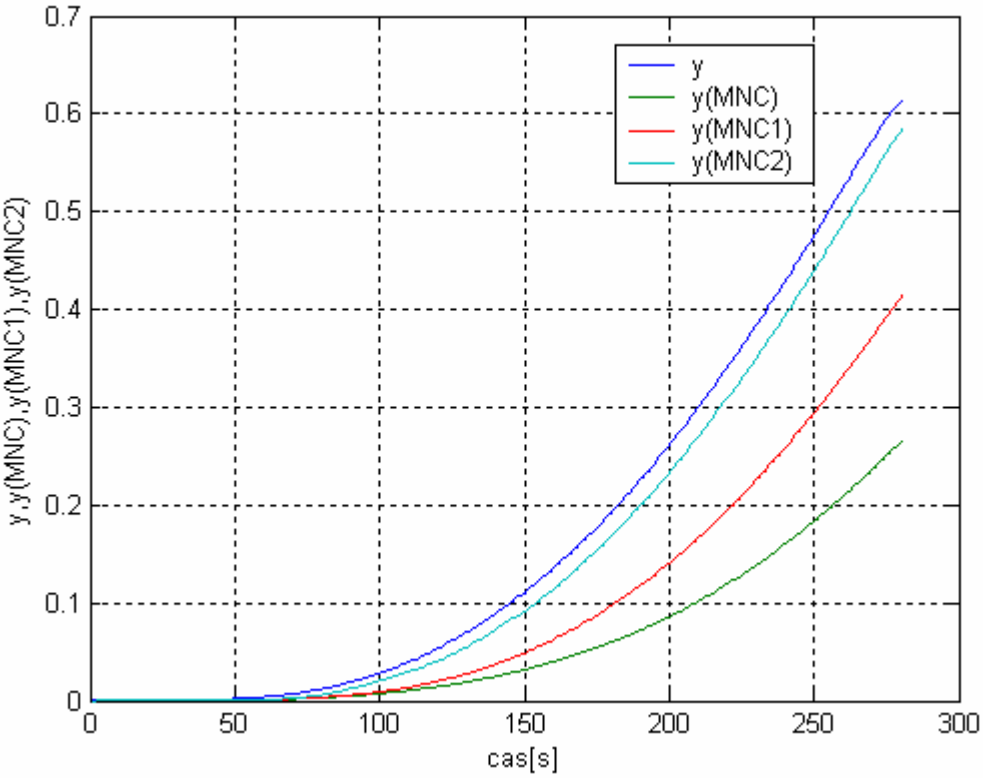
Při použití kriteria (83) získáme porovnávané hodnoty uvedené v tabulce 3

Tab. 3. Porovnání vypočtených hodnot dle kritéria

	Metoda nejmenších čtverců	s exponenciálním zapomínáním	s adaptivním směrovým zapomínáním
J	3.8591e+004	3.3926e+004	78.8119

4.3.3 Identifikace výstupních hodnot u modelu „CE 150“.

Tyto hodnoty byly měřeny při přechodu z jednoho krajního dorazu do druhého krajního dorazu**.** Při nastavení skoku napětí hlavní vrtule z nulového stavu do hodnoty 0.2. Průběhy parametrů modelu jsou v příloze PVI.



Obr. 25 Srovnání skutečného výstupu (y) s výstupy modelů (y(MNC), y(MNC1), y(MNC2))

Tab. 4. Porovnání vypočtených hodnot dle kritéria

	Metoda nejmenších čtverců	s exponenciálním zapomínáním	s adaptivním směrovým zapomínáním
J	0.0059	0.0054	5.2460e-004

ZÁVĚR

Předmětem této práce bylo vyhodnotit na základě měření na reálných modelech statické a dynamické vlastnosti dvou laboratorních dvourotorových soustav. Byly zde popsány významné rozdíly mezi oběma soustavami . Poté byly zpracovány data naměřené u modelu „33-077“ z kterých se vyhodnotili statické charakteristiky a na jejich základě byla zhodnocena závislost hlavní vrtule na pomocné vrtuli a naopak. Jelikož u modelu „CE150“ bylo zjištěno že se chová jako nestabilní systém nebylo možno vyhodnotit stejné charakteristiky naměřené u modelu „33-077“,které by byly porovnány. U tohoto modelu jsou pouze uvedeny rozdíly v době přechodu, kterou dosáhne model při přechodu z jednoho krajního dorazu do druhého. V závěru této práce je provedena identifikace, pomocí knihovny samočinně se nastavujících regulátorů, vybraných naměřených dat u kterých jsou porovnány jejich rozdílné průběhy parametrů modelu při použití třech metod, které jsou používány pro průběžnou identifikaci parametrů modelu soustavy. Prováděná identifikace byla naprogramována a odsimulována v programovém prostředí MATLAB. Při těchto identifikacích je zřejmé jak z grafů tak z hodnot použitého kritéria, že nejlepších výsledku je dosaženo při použití metody nejmenších čtverců s adaptivním směrovým zapomínáním.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

[1] Bobál, V. et al.(1999). Praktické aspekty samočinně se nastavujících rtegulátorů: Algoritmy a implementace. Brno, VUTIUM

[2] Bobál, V.: Identifikace systémů, Vysoké učení technické v Brně, 1990.

[3] Balátě, J.: Automatické řízení, BEN, 2003, ISBN 80-7300-020-2.

[4] Bobál, V., J. Böhm, J. Fessl and J. Macháček: Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications, Springer, 2005, ISBN 1852339802

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

$\dot{x}$	$\frac{dx}{dt}$
$\phi(k)$	vektor parametrů
$\hat{\Theta}$	predikovaná hodnota parametrů
$\varepsilon(k), e_s(k)$	náhodná složka
φ^2	faktor exponenciálního zapomínání
$\hat{e}(k)$	chyba predikce
$\varphi(k)$	adaptivní směrové zapomínání
$\nu(k), \eta(k), \lambda(k)$	pomocné proměnné
$\eta(kT)$	diskrétní Hevisideov jednotkový skok
$\delta(t)$	jednotkový impuls
$g(t)$	impulzní funkce
$h(t)$	přechodová charakteristika
$h(tT)$	diskrétní přechodová charakteristika

A,B,C,D	matice stavového popisu
ARX,ARMAX	autoregresní modely
a_x,b_x	koeficienty přenosu
Azimut	dílky udávající polohu nosníku v azimutu (úhel horizontálního pohybu modelu)
Elevace	dílky udávající polohu nosníku v elevaci (úhel vertikálního pohybu modelu)
I	jednotková matice
p	vektor hledaných parametrů
q^{-1}	operátor zpoždění
s	Operátor spojitého přenosu
t	nezávislá proměnná, často čas
u(t)	vstupní veličina
uA	napětí na motoru u pomocné vrtule
uE	napětí na motoru u hlavní vrtule
y(t)	výstupní veličina

y_m(t)	výstup modelu
z	operátor diskrétního Z-přenosu

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 Příklad přechodové charakteristiky ve spojité oblasti 14
Obr. 2 Příklad přechodové charakteristiky v diskrétní oblasti 15
Obr. 3 Příklad impulsní charakteristiky ve spojité oblasti 16
Obr. 4 Příklad impulsní charakteristiky v diskrétní oblasti 16
Obr. 5 Příklad statické charakteristiky ve spojité oblasti 17
Obr. 6. Příklad statické charakteristiky v diskrétní oblasti 18
Obr. 7. Amplitudo - fázová kmitočtová charakteristika 18
Obr. 8. Amplitudová a fázová kmitočtová charakteristika 19
Obr. 9 Model „vrtulníku" 33-007 Twin Rotor MIMO Systém Feedback 33
Obr. 10 Popis „vrtulníku" 33-007 Twin Rotor MIMO Systém Feedback 34
Obr. 11 Model „vrtulníku" CE 150 34
Obr. 12 Popis „vrtulníku" CE 150 35
Obr. 13 Statické charakteristiky při Elevaci zobrazené ve 3D grafu. 40
Obr. 14 Vertikální řez statickými charakteristikami pro různé hodnoty uA 40
Obr. 15 Statické charakteristiky při Azimutu zobrazené ve 3D grafu. 41
Obr. 16 Vertikální řez statickými charakteristikami pro různé hodnoty uE 42
Obr. 17 Rozdíly ve změně doby přechodu z dolního dorazu do horního při různých otáčkách hlav ní vrtule u modelu „CE 150" 43
Obr. 18 Rozdíly ve změně doby přechodu z jednoho krajního dorazu do druhého při různých otáčkách pomocné vrtule u modelu „CE 150" 43
Obr. 19 Průběh uE a yE při elevaci 45
Obr. 20 Průběh parametrů modelu soustavy při regulaci při použití metody nejmenších čtverců 46
Obr. 21 Průběh parametrů modelu soustavy při regulaci při použití metody nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním 46
Obr. 22 Průběh parametrů modelu soustavy při regulaci při použití metody nejmenších čtverců s adaptivním směrovým zapomínáním 47
Obr. 23 Srovnání skutečného výstupu (y) s výstupy modelů (y(MNC), y(MNC1), y(MNC2)) 47
Obr. 24 Srovnání skutečného výstupu (y) s výstupy modelů (y(MNC), y(MNC1), y(MNC2)) 49

Obr. 25 Srovnání skutečného výstupu (y) s výstupy modelů (y(MNC), y(MNC1), y(MNC2))..... 50

SEZNAM TABULEK

Tab. 1. Porovnání modelů ve spojité a diskrétní oblasti 12
Tab. 2. Porovnání vypočtených hodnot dle kritéria..... 48
Tab. 3. Porovnání vypočtených hodnot dle kritéria..... 49
Tab. 4. Porovnání vypočtených hodnot dle kritéria..... 50

SEZNAM PŘÍLOH

PŘÍLOHA P I: Naměřené data i s vyhodnocením statických charakteristik pro elevaci u modelu „33-077“.

PŘÍLOHA P II: Naměřené data i s vyhodnocením statických charakteristik pro azimut u modelu „33-077“.

PŘÍLOHA P III: Data, které byly naměřeny u modelu „CE150” i s vyhodnocením dob přechodů.

PŘÍLOHA PIV: Jednotlivé průběhy parametrů modelu při identifikaci výstupních hodnot u modelu „33-077“ naměřených pro elevaci.

.

PŘÍLOHA PV: Jednotlivé průběhy parametrů modelu při identifikaci výstupních hodnot u modelu „33-077“ naměřených pro azimut.

PŘÍLOHA PVI: Jednotlivé průběhy parametrů při identifikaci výstupních hodnot u modelu „CE 150“.

POZN: Všechny uvedené přílohy jsou na CD-ROMU, který je přiložen k diplomové práci.