

Číslicové regulátory pre riadenie procesov vyšších rádov – algoritmy a implemetácia

Digital controllers for control of higher order processes – algorithms and implementation

Bc. Martin Mitták

Diplomová práce
2009



Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky

Ústav automatizace a řídicí techniky

akademický rok: 2008/2009

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Martin MITTÁK**

Studijní program: **N 3902 Inženýrská informatika**

Studijní obor: **Automatické řízení a informatika**

Téma práce: **Číslíkové regulátory pro řízení procesů vyšších řádů
- algoritmy a implementace**

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární rešerši na dané téma.
2. Na základě literární rešerše vyberte vhodné algoritmy pro identifikaci a řízení pro řízení technologických procesů vyšších řádů.
3. Vybrané a modifikované algoritmy ověřte simulačním způsobem pro řízení lineárních systémů vyšších řádů. Pro simulační účely použijte programový systém MATLAB/Simulink.
4. Simulačně ověřené algoritmy použijte pro řízení laboratorního modelu tří hydraulických válců Amira DTS200.
5. Ověření navržených algoritmů proveďte v reálném čase použitím Real Time Toolboxu.
6. Vyhodnoťte získané výsledky laboratorního ověřování a proveďte jejich diskusi.

Rozsah práce:

Rozsah příloh:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. V. Bobál, **Adaptivní a prediktivní řízení. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Academia centrum, Zlín, 2008.**
2. V. Bobál, and P. Chalupa, **Self-tuning Controllers Simulink Library. Available: <http://www.utb.cz/stctool/>, 2003.**
3. K. J. Aström, and B. Wittenmark, **Adaptive Control. Second edition Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1995.**
4. P. E. Welstead, and M. B. Zarrop, **Self-Tuning Systems: Control and Signal Processing. John Wiley: Chichester, 1991.**
5. I. D. Landau, R. Lozano, and M'Saad, **Adaptive Control. Springer-Verlag: London, 1998.**
6. V. Bobál, J. Böhm J. Fessler, and J. Macháček, **Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications. Springer-Verlag: London, 2005.**
7. N. M. Filatov, and H. Unbehauen, **Adaptive Dual Control. Theory and Application. Springer-Verlag: Berlin Heidelberg New York, 2004.**
8. J. Mikleš, and M. Fikar, **Process Modelling, Optimisation and Control, Springer-Verlag: Berlin, 2008.**
9. V. Bobál, P. Chalupa, P. Dostál, **Adaptive dual control of three tank system. AT&P journal plus 2, 2007, 99-104.**

Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Vladimír Bobál, CSc.**

Ústav řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **27. února 2009**

Termín odevzdání diplomové práce: **20. května 2009**

Ve Zlíně dne 27. února 2009

prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.

děkan



prof. Ing. Vladimír Vašek, CSc.

ředitel ústavu

ABSTRAKT

Táto diplomová práca sa zaoberá riadením sústav vyšších rádov, a to konkrétne sústavy troch prepojených nádrží od firmy AMIRA DTS200. Sústava je pripojená k PC pomocou vstupno-výstupnej karty Advantech PCI-1711. Riadenie a vizualizácia je zaistená pomocou programového prostredia MATLAB/SIMULINK® pomocou Real-time Toolboxu.

Riadený proces je popísaný systémom tretieho rádu. Pre riadenie a identifikáciu boli použité samočinne sa nastavujúce regulátory pre riadenie systémov s jedným vstupom a jedným výstupom. Regulovanou veličinou je výška hladiny v nádrži.

Kľúčové slová: ARX model, PID regulátor, odhady parametrov, identifikácia systému, statická charakteristika, kvalita regulácie

ABSTRACT

This thesis deals with the control of higher order systems, namely the system of three interconnected tanks AMIRA DTS200. The system is connected to a PC using the I/O card Advantech PCI-1711. Control and visualization is ensured through the programming environment MATLAB / SIMULINK ® using Real-time toolbox.

The controlled process is described by the third order system. For control and identification were used Self-tuning controllers desired for control of systems with one input and one output. Controlled variable is the water level of the tank.

Keywords: ARX model, PID controller, parameters estimates, identification of the system, static characteristic, control quality

Týmto by som rád poďakoval vedúcemu mojej diplomovej práce pánovi prof. Ing. Vladimírovi Bobálovi CSc. za odborné vedenie, rady a pripomienky, ktoré mi poskytol behom štúdia a vedenia počas písania mojej diplomovej práce. Ďalej by som rád poďakoval pánovi Ing. Petrovi Chalupovi Ph.D. za cenné rady pri oboznamovaní sa so zariadením.

Prohlašuji, že

- beru na vědomí, že odevzdáním diplomové/bakalářské práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších právních předpisů, bez ohledu na výsledek obhajoby;
- beru na vědomí, že diplomová/bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitním informačním systému dostupná k prezenčnímu nahlédnutí, že jeden výtisk diplomové/bakalářské práce bude uložen v příruční knihovně Fakulty aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně a jeden výtisk bude uložen u vedoucího práce;
- byl/a jsem seznámen/a s tím, že na moji diplomovou/bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších právních předpisů, zejm. § 35 odst. 3;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 1 autorského zákona má UTB ve Zlíně právo na uzavření licenční smlouvy o užití školního díla v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- beru na vědomí, že podle § 60 odst. 2 a 3 autorského zákona mohu užít své dílo – diplomovou/bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití jen s předchozím písemným souhlasem Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že pokud bylo k vypracování diplomové/bakalářské práce využito softwaru poskytnutého Univerzitou Tomáše Bati ve Zlíně nebo jinými subjekty pouze ke studijním a výzkumným účelům (tedy pouze k nekomerčnímu využití), nelze výsledky diplomové/bakalářské práce využít ke komerčním účelům;
- beru na vědomí, že pokud je výstupem diplomové/bakalářské práce jakýkoliv softwarový produkt, považují se za součást práce rovněž i zdrojové kódy, popř. soubory, ze kterých se projekt skládá. Neodevzdání této součásti může být důvodem k neobhájení práce.

Prohlašuji,

že jsem na diplomové práci pracoval samostatně a použitou literaturu jsem citoval.

V případě publikace výsledků budu uveden jako spoluautor.

Ve Zlíně

.....
Podpis diplomanta

OBSAH

ÚVOD	9
I TEORETICKÁ ČASŤ	10
1 ADAPTÍVNE RIADENIE	11
1.1 PROBLÉM ADAPTÍVNEHO RIADENIA.....	11
1.2 KLASIFIKÁCIA ADAPTÍVNYCH SYSTÉMOV	13
2 MODELOVANIE A IDENTIFIKÁCIA PROCESOV	15
2.1 MODELY STOCHASTICKÝCH PROCESOV.....	15
2.1.1 Diskrétny model	15
2.1.2 Prediktor	16
3 IDENTIFIKÁCIA PROCESOV	19
3.1 PRINCÍP METÓDY NAJMENŠÍCH ŠTVORCOV.....	19
3.2 PRIEBEŽNÁ METÓDA NAJMENŠÍCH ŠTVORCOV SO SMEROVÝM ZABÚDANÍM.....	20
4 SAMOČINNE SA NASTAVUJÚCE PID REGULÁTORY	23
4.1 ČÍSLICOVÉ PID REGULÁTORY ZALOŽENÉ NA METÓDE PRIRADENIA PÓLOV	23
4.1.1 Štruktúra regulačného obvodu PID – A.....	23
4.1.1.1 Regulátor PID – A1.....	25
4.1.2 Štruktúra regulačného obvodu PID – B.....	26
4.1.2.1 Regulátor PID – B1	28
4.2 ČÍSLICOVÉ PID REGULÁTORY ZALOŽENÉ NA MODIFIKOVANOM ZIEGLER-NICHOLSOVOM KRITÉRIU	28
4.2.1 Číslícové regulátory typu PID	29
4.2.2 Výpočet kritického zosilnenia pre model tretieho rádu.....	33
4.3 METÓDY ZALOŽENÉ NA KRITÉRIU KONEČNÉHO POČTU KROKOV	34
4.3.1 Silná verzia metódy konečného počtu krokov.....	34
4.4 METÓDY ZALOŽENÉ NA PRIRADENÍ PÓLOV.....	38
4.4.1 Vplyv polohy pólov na priebeh regulačného pochodu	38
4.4.2 Odvodenie algoritmu	41
II PRAKTICKÁ ČASŤ	43
5 ZOZNÁMIE SO ZARIADENÍM	44
5.1 POPIS REGULOVANEJ SÚSTAVY	44
5.2 RIADIACE PRVKY SÚSTAVY	46
5.2.1 Čerpadlo Č1.....	46
5.2.2 Ventil V6.....	47
5.2.3 Kalibrácia nádrže N2.....	47
5.3 STATICKÁ CHARAKTERISTIKA SÚSTAVY.....	49
5.4 IDENTIFIKÁCIA SÚSTAVY.....	50
6 RIADENIE SÚSTAVY V REÁLNOM ČASE	53
6.1 NÁVRH REGULÁTOROV ZALOŽENÝCH NA METÓDE PRIRADENIA PÓLOV.....	54
6.1.1 Návrh regulátoru so štruktúrou A1	54

UTB ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky, 2009	8
6.1.2 Návrh regulátoru so štruktúrou B1	59
6.2 NÁVRH ČÍSLICOVÝCH PID REGULÁTOROV ZALOŽENÝCH NA MODIFIKOVANOM ZIEGLER-NICHOLSOVOM KRITÉRIU	65
6.2.1 DOBD regulátor	65
6.2.2 ZOBD regulátor	67
6.3 NÁVRH REGULÁTOROV ZALOŽENÝCH NA KRITÉRIU KONEČNÉHO POČTU KROKOV	68
6.3.1 Silná verzia	68
6.4 METÓDY ZALOŽENÉ NA PRIRADENÍ PÓLOV	72
7 VYHODNOTENIE KVALITY REGULÁCIA JEDNOTLIVÝCH TYPOV REGULÁTOROV	78
8 DISKUSIA VÝSLEDKOV	80
ZÁVER	82
ZÁVER V ANGLIČTINE	84
ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY	86
ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK	87
ZOZNAM OBRÁZKOV	90
ZOZNAM TABULIEK	92
ZOZNAM PRÍLOH	93

ÚVOD

Snaha o regulátory iného, vyššieho typu, ktoré budú schopné prispôbovať a modifikovať svoje chovanie podľa meniacich sa podmienok alebo dôsledkov stochastických porúch sa prvýkrát objavili v päťdesiatych rokoch minulého storočia. Od počiatku bol rozvoj adaptívnych systémov nesmierne rôznorodý a bohatý. Bol závislý na úrovni teoretickej i na prístrojovej a výpočtovej technike. Po túto dobu bolo v oblasti adaptívneho riadenia venované značné úsilie a bolo vyvinuté množstvo algoritmov, ktoré sú funkčné nielen v simulačných výpočtoch, ale i v konkrétnych reálnych procesoch. Takýmto prípadom môžu byť samočinne sa nastavujúce regulátory (STC – Self-Tuning Controllers).

Hlavnou myšlienkou samočinne sa nastavujúcich regulátorov (Ziegler-Nichols, priradenie pólov, rozloženie pólov) je priebežná identifikácia riadeného procesu, pri ktorej sa určujú odhady parametrov sústavy s následným výpočtom parametrov regulátora.

Pri dnešnom rozvoji adaptívnych metód riadenia sú tieto metódy riadenia prepracované a opierajú sa o matematický základ. Mylná je i predstava, že riadenie pomocou adaptívnych riadiacich systémov je oveľa jednoduchšie ako klasické spätno-väzobné riadenie. Väčšina používaných regulátorov aplikovaných v priemysle sú PID regulátory, ktoré podávajú veľmi dobrú kvalitu riadenia. Stačí iba vhodným spôsobom nastaviť ich parametre.

Adaptívne systémy majú neustále rezervy v masovom aplikačnom využití, i keď popredné firmy využívajú adaptívne prístupy k „auto-tuningu“, ojedinele i k on-line riadeniu. V niektorých procesoch je možná iba adaptívna regulácia, ktorú doposiaľ vykonával ľudský faktor.

Táto diplomová práca chce poukázať na to, že použitím adaptívnych regulátorov sa dajú riadiť rôzne procesy, ako napríklad riadenie výšky hladiny v zásobníkoch tekutín. V teoretickej časti sú popísané metódy identifikácie systémov a následná aplikácia adaptívneho riadenia na reálny systém. V praktickej časti je ukázané, ako bol systém identifikovaný a riadený v reálnom čase.

I. TEORETICKÁ ČASŤ

1 ADAPTÍVNE RIADENIE

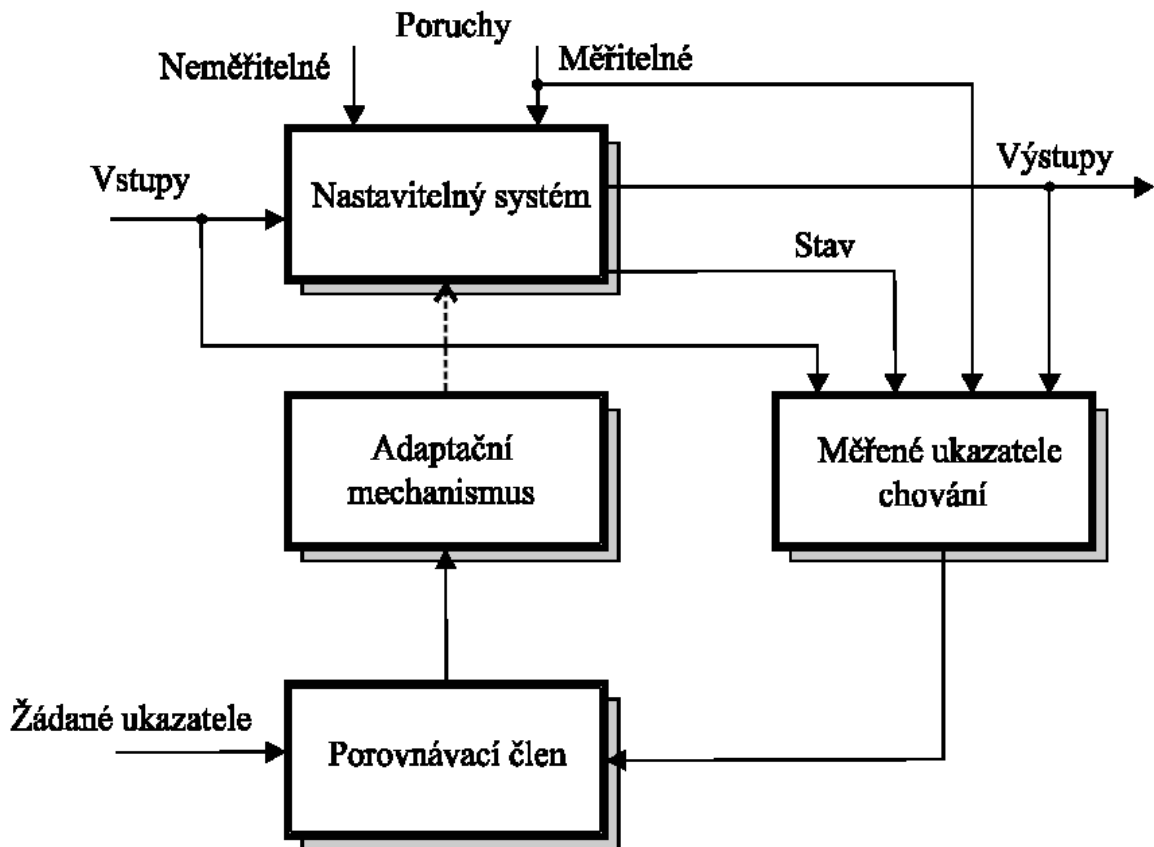
Prevažná väčšina procesov, s ktorými sa v priemyselnej praxi stretávame má stochastický charakter a vykazuje nelineárne chovanie. Klasické regulátory s pevne nastavenými parametrami často nevyhovujú pre riadenie takýchto procesov, lebo pri zmenách parametrov procesu je riadenie neoptimálne a dochádza ku stratám materiálu, energie, znižovaniu životnosti riadenia atd.

Jedna z možností zvýšenia kvality riadenia takýchto procesov je použitie adaptívnych riadiacich systémov, ktorých nasadzovanie umožnilo vývoj moderných číslicových automatizačných prostriedkov založených na mikroprocesorovej technike [1].

1.1 Problém adaptívneho riadenia

Adaptácia je jav vlastný živej hmote, u ktorej sa tiež prejavuje v najúplnejšej podobe a s najväčšou mnohotvárnosťou. Je to vlastnosť organizmov prispôbovať svoje chovanie zmenám okolitého prostredia, i keď sú nepriaznivé.

Každá adaptácia predstavuje pre organizmus istú stratu, buď sa jedná o materiál, energiu alebo informáciu. Opakovanie adaptácie je v podstate akumulácia skúsenosti, ktorú organizmus vyhodnocuje tak, že postupne minimalizuje straty vynaložené na adaptáciu. Tento jav sa nazýva učenie [6].



Obr. 1. Všeobecná bloková schéma adaptívneho riadiaceho systému

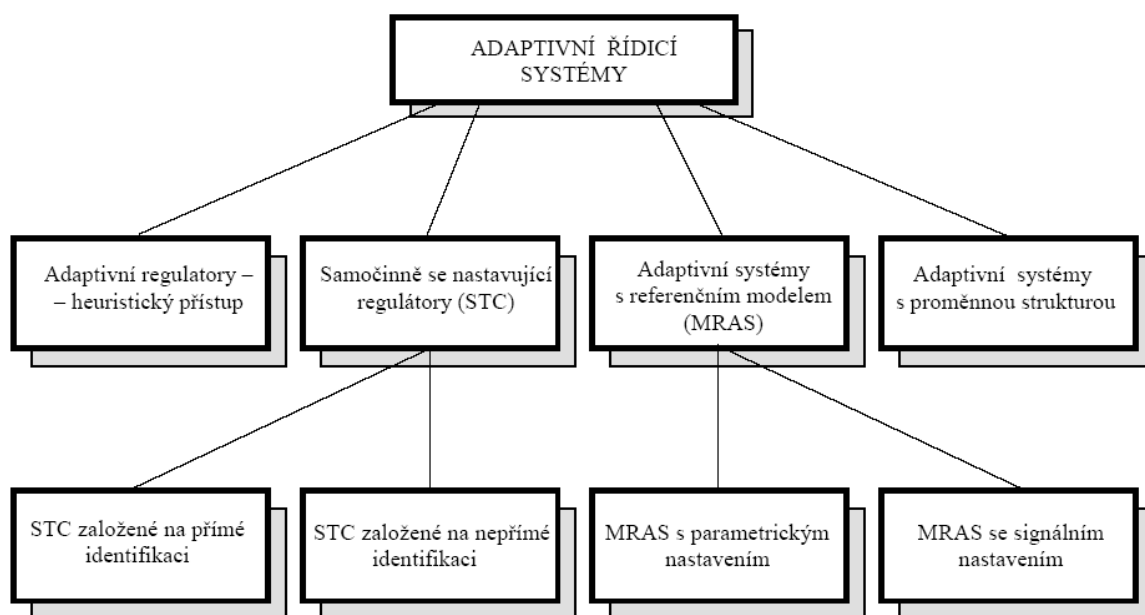
Adaptívne systémy merajú určité ukazovatele chovania daného nastaviteľného systému pomocou jeho vstupov, stavov alebo výstupov. Na základe porovnania týchto merných ukazovateľov a množín požadovaných ukazovateľov modifikuje parametre alebo štruktúru nastaviteľného obvodu alebo generuje vstup tak, aby merané ukazovatele chovania sa udržiavali na hodnotách čo najbližším k žiadaným ukazovateľom [2].

Adaptívne riadiace systémy prispôsobujú parametre alebo štruktúru jednej časti systému (regulátoru) zmenám parametrov alebo štruktúry inej časti systému (regulovanej sústavy) tak, aby celý systém mal neustále optimálne chovanie podľa zvoleného kritéria nezávisle na zmenách, ktoré nastali [2].

- vhodnou zmenou staviteľných parametrov regulátoru,
- zmenou štruktúry regulátoru,
- generovaním vhodného prídavného vstupného signálu (adaptácia vstupným signálom).

1.2 Klasifikácia adaptívnych systémov

Rozdiel medzi klasickým spätno-väzobným regulátorom a regulátorom adaptívnym spočíva v tom, že klasický regulátor využíva princíp spätnej väzby k tomu, aby kompenzoval neznáme poruchy a stavy v procese. Spätaná väzba je pevne nastavená a zosilňuje či inak upravuje regulačnú odchýlku $e = w - y$ (w je žiadaná hodnota regulovanej veličiny y), čím je určená hodnota výstupného signálu (akčné veličiny) u do sústavy. V každej situácii je spôsob spracovania regulačnej odchýlky rovnaký. Podstatou adaptívneho systému je, že mení spôsob spracovania regulačnej odchýlky, t.j. adaptuje riadiaci zákon na neznáme podmienky a rozširuje oblasť praktických prípadov, v ktorých sa dá dosiahnuť kvalitná regulácia. Adaptivita sa dá chápať ako spätaná väzba vyššej úrovne, ktorá mení parametre regulátora podľa kvality regulačného pochodu [1].



Obr. 2. Klasifikácia adaptívneho riadiaceho systému

Teória adaptívneho riadenia zaznamenala v posledných rokoch značný rozvoj. Samozrejme ako v každej novo sa rozvíjajúcej disciplíne, ani v teórii adaptívneho riadenia nie je jednotný prístup ku klasifikácii systémov pracujúcich na tomto princípe [1].

Adaptívne systémy založené na heuristickom prístupe, adaptívne systémy s referenčným modelom (Model Adaptive Reference Systems - MRAS) a samočinne sa nastavujúce regulátory (Self-tuning Controllers - STC) sú tri základné prístupy k problému adaptívneho

riadenia v súčasnej dobe. U adaptívnych systémov s premennou štruktúrou sa zámerne podľa stanovených pravidiel mení ich štruktúra [1].

2 MODELOVANIE A IDENTIFIKÁCIA PROCESOV

Návrh adaptívnych regulátorov, ktoré budeme uvažovať, sa opierajú o znalosť regulovanej sústavy. Pretože je však znalosť iluzórna, hovoríme o znalosti modelu sústavy či riadeného procesu [2].

Cieľom modelu je „verne“ napodobovať chovanie procesu. Pritom pojem „verne“ býva interpretovaný veľmi rôzne v závislosti na tom, k akému účelu sa model použije. Vernosť modelu sa chápe tak, že regulátor navrhnutý pre uvažovaný model bude pracovať aj pre reálnu sústavu [2].

2.1 Modely stochastických procesov

Pri tvorbe modelu sa snažíme nájsť funkciu f , ktorá popisuje chovanie výstupu sústavy $y(t)$ ako funkciu vstupných veličín, typicky akčnú veličinu $u(t)$, prípadne ďalších meraných veličín, ktoré môžu ovplyvňovať výstup ako napr. merané poruchové veličiny $v(t)$. Teda predpokladáme

$$y(t) = f[u(t), v(t), t] \quad (1)$$

Výstup reálnej sústavy je však zriedka deterministickou funkciou vstupných merateľných veličín. Na výstupe sústavy sa prejavujú poruchy reprezentujúce nemerateľné vplyvy okolia procesu, zmeny pracovného bodu, zmeny v zložení surovín a pod. Tieto vplyvy, ktoré obyčajne býva veľmi komplikované presne popísať zahrňame medzi náhodné – stochastické vplyvy. Všeobecnejší tvar modelu sa dá charakterizovať vzťahom

$$y(t) = f[u(t), v(t), t] + n(t) \quad (2)$$

kde $n(t)$ je člen rešpektujúci stochastické vplyvy [2].

2.1.1 Diskrétny model

Zatiaľ čo pri popise spojitých dynamickej sústavy sa nevyhneme práci s deriváciami meraných signálov, je pri konštrukcii diskrétnych modelov opierajúcich sa o hodnoty signálov meraných len v pravidelných periódach vzorkovania T_0 je situácia podstatne jednoduchšia. V prípade riadenia spojitých technologických procesov je zrejmé, že pri syntéze riadiaceho obvodu musíme uvažovať model spojitého objektu a diskrétny

regulátor. Aby taký model mohol byť funkčný, je treba vhodne zabezpečiť rozhranie medzi týmito dvoma odlišne pracujúcimi dynamickými systémami. Pre toto rozhranie sa používa analógovo-číslícový prevodník, ktorého súčasťou je vzorkovač, ktorý vzorkuje v popred určených časových okamžikoch spojité signál $y(t)$, ktorý je meraný na výstupe procesu [2].

Ak $G(s)$ je obrazový prenos spojitého dynamického systému, tak pre diskretný prenos s tvarovačom nultého rádu platí

$$G(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ L^{-1} \frac{G(s)}{s} \right\}_{T_0} \quad (3)$$

Vzniknutý stupňovitý prenos je racionálne lomenou funkciou polynómov s komplexnou premennou z . Na tomto mieste je vhodné pripomenúť, že komplexná premenná z má význam dopredného posunu a z^{-1} spätného posunu v postupnosti, teda platí

$$z \ y(k) = y(k+1) \quad z^{-1} \ y(k) = y(k-1) \quad (4)$$

K prednostiam diskretného prenosu patrí jednoduchá štruktúra modelu, jeho vhodnosť pre experimentálnu identifikáciu prostredníctvom nameraných dát spolu aj s modelovaním porúch a konštrukciou stochastických modelov [2].

2.1.2 Prediktor

Veľmi všeobecný diskretný popis dynamického systému sa dá zapísať ako funkcia predchádzajúcich hodnôt meraných veličín, teda

$$y(k) = f[y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-na), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-nb), v(k-1), v(k-2), \dots, v(k-nd), k] + n(k) \quad (5)$$

kde $y(k)$ je hodnota výstupnej veličiny v k -tom okamžiku vzorkovania, t.j. v čase $t = kT_0$ (v rovnici (5) uvažujeme $T_0 = 1$) [1].

Problém je, ako bližšie špecifikovať stochastický člen. Poruchu $n(k)$ je možné modelovať tak, že ju budeme reprezentovať signálom, ktorý vznikne prechodom šumu známych vlastností určitým filtrom. Vlastnosti poruchy sú potom charakterizované týmto filtrom. Filter, podobne ako sústavu, je možné popísať závislosťou oneskorených vstupných a výstupných veličín. Dostávame tak

$$y(k) = f[y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-na), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-nb), v(k-1), v(k-2), \dots, v(k-nd), e_s(k), e_s(k-1), e_s(k-2), \dots, e_s(k-nc), k] \quad (6)$$

kde $e_s(k)$ je náhodná, meraniu neprístupná zložka.

Pokiaľ sa obmedzíme na lineárnu funkciu f dostávame známy model ARMAX:

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{na} a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{nb} b_i u(k-i) + \sum_{i=1}^{nd} d_i v(k-i) + e_s(k) + \sum_{i=1}^{nc} c_i e_s(k-i) \quad (7)$$

alebo v známejšej forme pomocou operátora oneskorenia z^{-1}

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + D(z^{-1})v(k) + C(z^{-1})e_s(k) \quad (8)$$

kde jednotlivé polynómy rovnice (8) majú tvar

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= 1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{nc} z^{-nc} \\ D(z^{-1}) &= 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_{nd} z^{-nd} \end{aligned} \quad (9)$$

Pre adaptívne riadenie však model ARMAX nie je úplne vhodný. Pokiaľ chceme jeho parametre (koeficienty polynómov A , B , C , D) identifikovať z nameraných dát, narazíme na problém identifikovať koeficient polynómu $C(z^{-1})$, pretože fiktívny šum $e_s(k)$ nie je merateľný. Existujú identifikačné procedúry (napr. rozšírená metóda najmenších štvorcov), ktoré umožňujú identifikovať i $C(z^{-1})$, ale ich konvergentné vlastnosti sú výrazne horšie [2].

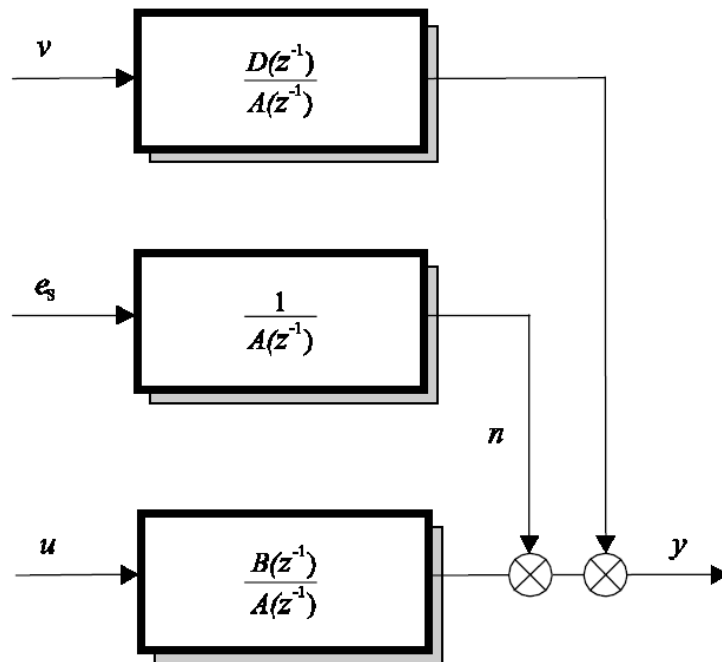
Preto sa pri návrhoch adaptívnych regulátorov vychádza väčšinou z regresného (ARX) modelu sústavy, ktorý modeluje výstup sústavy podľa vzťahu

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{na} a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{nb} b_i u(k-i) + \sum_{i=1}^{nd} d_i v(k-i) + e_s(k) \quad (10)$$

alebo

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + D(z^{-1})v(k) + e_s(k) \quad (11)$$

Jeho bloková schéma je znázornená na Obr. 3



Obr. 3. Bloková schéma regresného systému

Regresný model ARX sa často zapisuje v kompaktnej vektorovej forme

$$y(k) = \Theta^T(k)\Phi(k-1) + e_s(k) \quad (12)$$

kde

$$\Theta^T(k) = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{na} \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{nd} \ d_1 \ d_2 \ \dots \ d_{nd}] \quad (13)$$

je vektor parametrov vyšetřovaného modelu a

$$\Phi^T(k-1) = [-y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-na), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-nb), v(k-1), v(k-2), \dots, v(k-nd)] \quad (14)$$

je vektor dát, tzv. regresor.

Kvalitu použitého regresného modelu posudzujeme primárne podľa chyby predikcie, t.j. odchýlky

$$\hat{e}(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (15)$$

kde pre výpočet predikovanej výstupnej veličiny $\hat{y}(k)$ sa použije vzťah (10) pre $e_s(k) = 0$.

Chyba predikcie hrá významnú úlohu pri identifikácii parametrov regresného modelu z nameraných dát.

3 IDENTIFIKÁCIA PROCESOV

3.1 Princíp metódy najmenších štvorcov

Metóda najmenších štvorcov patrí medzi metódy regresnej analýzy, ktoré sú vhodné pre vyšetrovanie statických i dynamických vzťahov medzi veličinami vo vyšetrovanom objekte. Uvažujeme jednorozmerný stochastický proces popísaný modelom ARX (12), kde pre vektor parametrov (11) a vektor dát (12) predpokladáme $na = nb = n$, $nb = 0$, tzn., že ich rozmer je $nz = 2n$

$$\Theta^T(k) = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n] \quad (16)$$

$$\Phi^T(k-1) = [-y(k-1) \ -y(k-2) \ \dots \ -y(k-n) \ u(k-1) \ u(k-2) \ \dots \ u(k-n)] \quad (17)$$

Potom generovanie výstupnej veličiny $y(k)$ v jednotlivých časových okamžikoch môžeme vyjadriť maticovou rovnicou

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\Theta + \mathbf{e} \quad (18)$$

kde matica \mathbf{F} s rozmerom $N-n;2n$ a vektory \mathbf{y} , \mathbf{e} s rozmermi $N-n$ majú tvar

$$\mathbf{y}^T = [y(n+1) \ y(n+2) \ \dots \ y(N)] \quad (19)$$

$$\mathbf{e}^T = [e_s(n+1) \ e_s(n+2) \ \dots \ e_s(N)] \quad (20)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -y(n) & -y(n-1) & \dots & -y(1) & u(n) & u(n-1) & \dots & u(1) \\ -y(n+1) & -y(n) & \dots & -y(2) & u(n+1) & u(n) & \dots & u(2) \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & \dots & -y(N-n) & u(N-1) & u(N-2) & \dots & u(N-n) \end{bmatrix} \quad (21)$$

N je počet súborov nametaných vstupných a výstupných dát.

Z rovnice (18) určíme chybu

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{F}\Theta \quad (22)$$

a zavedieme kritérium

$$J = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\mathbf{y} - \mathbf{F}\Theta)^T (\mathbf{y} - \mathbf{F}\Theta) \quad (23)$$

ktorého minimum získame, keď deriváciu (23) podľa vektora parametrov Θ položíme rovnú 0, t.j.

$$\left. \frac{\partial J}{\partial \Theta} \right|_{\Theta=\hat{\Theta}} = 0 \quad (24)$$

Riešením rovnice (24) získame maticový tvar pre odhad parametrov modelu metódou najmenších štvorcov v tvare

$$\hat{\Theta} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{y} \quad (25)$$

Vzťah (25) slúži pre jednorazový výpočet odhadov parametrov modelu procesu použitím N súborov nameraných dát. Výpočtovo je táto metóda pomerne náročná z hľadiska veľkosti pamäte počítača, kde je treba uchovávať všetky namerané údaje [1].

3.2 Priebežná metóda najmenších štvorcov so smerovým zabúdaním

Pre použitie samočinne sa nastavujúceho regulátoru nie je možné použiť pre výpočet odhadov parametrov modelu procesu vzťah (24), ale musíme použiť jeho rekurzívnu verziu vhodnú pre identifikáciu v reálnom čase. Pri tejto modifikácii sa používajú novo namerané hodnoty iba pre opravu (korekciu) pôvodných odhadov, čím klesá výpočtová zložitosť identifikačných algoritmov a teda i náročnosť na použitú výpočtovú techniku. Rekurzívne algoritmy umožňujú sledovať zmeny vlastností (parametrov) procesu v reálnom čase a preto sú základom samočinne sa nastavujúcich regulátorov [2].

Našou úlohou je priebežne odhadovať neznáme parametre Θ modelu (11) na základe vstupov a výstupov k časovému okamžiku k , $\{y(i), u(i), i = k, k-1, k-2, \dots, k_0\}$ (k_0 je počiatočný čas identifikácie). Hľadáme taký vektor $\hat{\Theta}$ s rozmerom $nz = 2n$, ktorý minimalizuje kritérium

$$J_k(\Theta) = \sum_{i=1}^k (y_i - \Theta_k^T \Phi_i)^2 \quad (26)$$

Vektor odhadov parametrov sa aktualizuje podľa rekurzívneho vzťahu

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \frac{\mathbf{C}(k-1)\Phi(k)}{1+\xi} \hat{e}(k-1) \quad (27)$$

kde

$$\xi = \Phi(k)^T \mathbf{C}(k-1) \Phi(k) \quad (28)$$

je pomocný skalár a

$$\hat{e}(k) = y(k) - \hat{\Theta}(k-1)^T \Phi(k) \quad (29)$$

je chyba predikcie. Ak $\xi > 0$, potom štvorcová kovariačná matica s rozmerom $n \times n$ je aktualizovaná podľa vzťahu

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) - \frac{\mathbf{C}(k-1)\Phi(k)\Phi(k)^T\mathbf{C}(k-1)}{\varepsilon^{-1} + \xi} \quad (30)$$

kde

$$\varepsilon = \varphi(k-1) - \frac{1 - \varphi(k-1)}{\xi} \quad (31)$$

Zabúdaci algoritmus sa potom počíta, ak je splnená podmienka $\xi(k-1) = 0$, potom

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) \quad (32)$$

Hodnota adaptívneho smerového zabúdania $\varphi(k)$ je potom počítaná v každej perióde vzorkovania podľa vzťahu

$$\varphi(k) = \frac{1}{1 + (1 + \rho) \left\{ \ln(1 + \xi) + \left[\frac{(\nu(k)+1)\eta}{1 + \xi + \eta} - 1 \right] \frac{\xi}{1 + \xi} \right\}} \quad (33)$$

kde

$$\nu(k) = \varphi(k-1)(\nu(k-1)+1) \quad (34)$$

$$\eta = \frac{\hat{e}^2(k)}{\lambda(k)} \quad (35)$$

$$\lambda(k) = \varphi(k-1) \left[\lambda(k-1) + \frac{\hat{e}^2(k)}{1 + \xi} \right] \quad (36)$$

sú pomocné premenné. Pre voľbu počiatkových podmienok, pre štart algoritmu, sa osvedčilo vhodne zvolit' nasledujúce počiatkové podmienky. Prvky hlavnej diagonály kovariačnej matice $C_{ii}(0) = 10^3$, počiatková hodnota faktoru smerového zabúdania $\varphi(0) = 1$, $\lambda(0) = 0.001$, $\nu(0) = 10^{-6}$, $\rho = 0.99$. Voľba počiatkových odhadov vektora parametrov $\hat{\Theta}(0)$ sa prevedie na základe apriórnej informácie a vo väčšine simulačného

i laboratorneho overovania samočinne sa nastavujúcich regulátorov táto voľba nerobila problém [2].

4 SAMOČINNE SA NASTAVUJÚCE PID REGULÁTORY

4.1 Číslicové PID regulátory založené na metóde priradenia pólov

I keď sú tieto regulátory odvodené pre riadenie sústav druhého rádu v adaptívnej forme sa osvedčili i na riadenie procesov vyšších rádov pomocou aproximácie dynamiky modelom tretieho rádu a priebežne sa použili pre syntézu regulátorov priebežné odhady parametrov modelu tretieho rádu. V praktickej časti budú tieto štruktúry regulačných obvodov modifikované pre návrh regulátorov pre riadenie procesov popísaných modelom tretieho rádu. V tom prípade sa už ale nebude jednať o PID regulátory.

Regulátor založený na priradení pólov uzavretého spätno-väzobného regulačného obvodu je navrhnutý tak, aby stabilizoval uzavretý regulačný uzol, pričom charakteristický polynóm má mať vopred zadané póly. Mimo požiadavky na stabilitu je možné vhodnou konfiguráciou pólov získať pomerne jednoducho priebeh prechodového deja uzavretého regulačného obvodu (ako napr. maximálny prechyt, tlmenie apod.) [2].

Návrh číslicového PID regulátora, ktorý by zabezpečoval požadované dynamické chovanie regulačného obvodu zvoleným umiestnením pólov charakteristického polynómu sa uvádza v literatúre v spojitosti s rôznou blokovou štruktúrou obvodov [8].

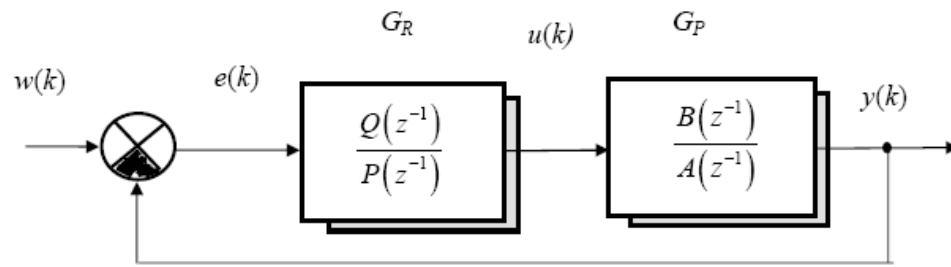
4.1.1 Štruktúra regulačného obvodu PID – A

Návrh tohto regulátora vychádza zo všeobecnej blokovej schémy uzavretého regulačného obvodu podľa Obr. 4, kde

$$G_p(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (37)$$

je diskretný prenos regulovanej sústavy s polynómami [3]

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \\ B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (38)$$



Obr. 4. Bloková schéma regulačního obvodu s regulátorem PID – A

$$G_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (39)$$

je prenos regulátora s polynómami [3]

$$\begin{aligned} P(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})(1 + \gamma z^{-1}) \\ Q(z^{-1}) &= q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (40)$$

Z rovnice (39) určíme operátorovú rovnicu regulátoru v tvare [2]

$$U(z) = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} E(z) \quad (41)$$

a po dosadení polynómov (40) do rovnice (41) získame vzťah pre výpočet akčného zásahu

$$U(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 + (\gamma - 1)z^{-1} - \gamma z^{-2}} E(z) \quad (42)$$

alebo diferenčnú rovnicu v tvare

$$u(k) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) + (1 + \gamma)u(k-1) + \gamma u(k-2) \quad (43)$$

Pre prenos riadenia uzavretého regulačního obvodu podľa Obr. 4 získame vzťah

$$G_w(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{B(z^{-1})Q(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} \quad (44)$$

kde v menovateli (44) je charakteristický polynóm. Voľbou určujúceho charakteristického polynómu

$$D(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n_d} d_i z^{-i}, n_d \leq 4 \quad (45)$$

v podmienkovej rovnici polynomiálnej rovnice

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}) \quad (46)$$

je zadané predpísané rozloženie pólov prenosovej funkcie (44). Toho dosiahneme vhodnou voľbou parametrov polynómov regulátora (42), ktoré sú riešením polynomiálnej rovnice (46) [2].

Charakteristický polynóm (45) je možné nadefinovať na základe rôznych metód. Najviac sa používajú metódy, ktoré majú splňať nasledujúce požiadavky:

- požiadavok na priebeh prechodového deja spojitej sústavy 2. rádu,
- požiadavok na priebeh prechodového deja diskretnej sústavy 2. rádu,
- požiadavok konečného počtu krokov regulácie,
- požiadavok kvadraticky optimálnej regulácie,
- požiadavok na konkrétny priebeh prechodového deja podľa zadania užívateľa.

4.1.1.1 Regulátor PID – A1

Tento typ regulátora je odvodený na základe použitia metódy a), kedy požadované chovanie prechodového deja uzavretého regulačného obvodu môžeme dosiahnuť voľbou vlastnej kruhovej frekvencie ω_n a pomerného tlmenia ξ v charakteristickej rovnici spojitej sústavy 2. rádu

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (47)$$

Ak volíme polynóm $D(z^{-1})$ v tvare

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \quad (48)$$

potom pre periódu T_0 je možné odvodiť nasledujúce vzťahy pre výpočet jeho koeficientov

$$\begin{aligned} d_1 &= -2 \exp(-\xi\omega_n T_0) \cos(\omega_n T_0 \sqrt{1-\xi^2}), \text{ pre } \xi \leq 1 \\ d_2 &= -2 \exp(-\xi\omega_n T_0) \cosh(\omega_n T_0 \sqrt{\xi^2-1}), \text{ pre } \xi > 1 \\ d_2 &= \exp(-2\xi\omega_n T_0) \end{aligned} \quad (49)$$

Aby polynóm (47) mal stabilné póly, musí platiť $\xi > 0$, $\omega_n > 0$. Pomerný koeficient tlmenia ξ môžeme voliť podľa toho, či je požadovaný nekmitavý, prípadne kmitavý

priebeh regulačného pochodu. Doporučuje sa voliť hodnotu vlastnej kruhovej frekvencie tak, aby platila nerovnosť $0.45 \leq \omega_n T_0 \leq 0.90$ [2].

Nevýhodou tejto metódy je skutočnosť, že charakteristický polynóm štvrtého stupňa (47) je aproximovaný polynómom (48), ktorý je druhého stupňa

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})(1 + (\gamma - 1)z^{-1} - \gamma z^{-2}) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}$$

s neznámymi parametrami regulátora, ktorú po úprave môžeme riešiť porovnávaním koeficientov s rovnakými mocninami z . Tým získame sústavu štyroch algebraických lineárnych rovníc so štyrmi neznámymi, ktoré môžeme zapísať v maticovom tvare

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 1 \\ b_2 & b_1 & 0 & a_1 - 1 \\ 0 & b_2 & b_1 & a_2 - a_1 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Prvá matica na ľavej strane systému (50) je závislá iba na parametroch regulovanej sústavy, vedľajší vektor obsahuje neznáme parametre navrhnutého regulátora, ktoré sú riešením systému (50) a vektor na pravej strane závisí na počte pólov n_d a ich rozloženia v komplexnej rovine. V tomto prípade sú zložky vektora pravej strany dané vzťahmi

$$\begin{aligned} x_1 &= d_1 + 1 - a_1 \\ x_2 &= d_2 + a_1 - a_2 \\ x_3 &= a_2 \\ x_4 &= 0 \end{aligned} \quad (51)$$

4.1.2 Štruktúra regulačného obvodu PID – B

Bloková schéma štruktúry tohto regulačného obvodu je znázornená na Obr. 5 [8]. V tomto prípade má operátorová rovnica regulátora tvar

$$U(z) = \left[\beta E(z) - Q'(z^{-1})Y(z) \right] \frac{1}{P(z^{-1})} \quad (52)$$

pričom polynóm $P(z^{-1})$ má rovnaký tvar ako polynóm (40) u regulátoru (41), druhý polynóm $Q'(z^{-1})$ je v tvare

$$Q'(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(q'_0 - q'_2 z^{-1}) = q'_0 - (q'_0 + q'_2)z^{-1} + q'_2 z^{-2} \quad (53)$$

Po dosadení polynómov (40) a (53) do rovnice (52) dostaneme tvar

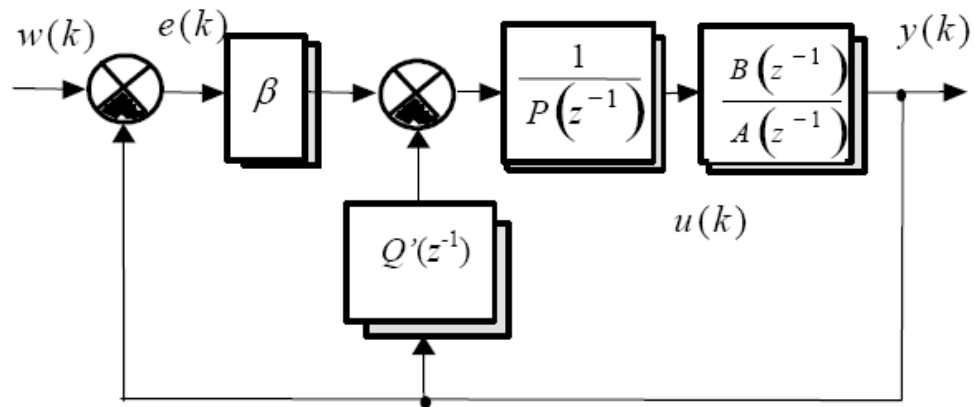
$$U(z)(1 + (\gamma - 1)z^{-1} - \gamma z^{-2}) = \beta E(z) - [q'_0 - (q'_0 + q'_2)z^{-1} + q'_2 z^{-2}]Y(z) \quad (54)$$

Výsledná rovnica regulátora je daná vzťahom

$$u(k) = -[(q'_0 + \beta)y(k) - (q'_0 + q'_2)y(k-1) + q'_2 y(k-2)] - (\gamma - 1)u(k-1) + \gamma u(k-2) + \beta w(k) \quad (55)$$

Pre prenos riadenia uzavretého regulačného obvodu podľa Obr. 5 získame vzťah

$$G_w(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{\beta B(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})[Q'(z^{-1}) + \beta]} \quad (56)$$



Obr. 5. Bloková schéma regulačného obvodu s regulátorom PID – B

takže podmienková rovnica má tvar

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})[Q'(z^{-1}) + \beta] = D(z^{-1}) \quad (57)$$

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})(1 + (\gamma - 1)z^{-1} + \gamma z^{-2}) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})[q'_0 - (q'_0 - q'_2)z^{-1} + q'_2 z^{-2} + \beta] = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}$$

Podmienková rovnica (57) v prípade polynómov regulovanej sústavy v tvare (38) definuje systém štyroch lineárnych algebraických rovníc so štyrmi neznámymi parametrami regulátora q'_0 , q'_2 , β a γ

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_1 & 1 \\ b_2 - b_1 & b_1 & b_2 & a_1 - 1 \\ b_2 & b_2 - b_1 & 0 & a_2 - a_1 \\ 0 & b_2 & 0 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q'_0 \\ q'_2 \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (58)$$

4.1.2.1 Regulátor PID – B1

Tento typ regulátora získame, ak do podmienkovej rovnice (57) dosadíme za polynóm $D(z^{-1})$ vzťah (48), pričom zložky vektora pravej strany systému rovníc (58) sú

$$\begin{aligned}x_1 &= d_1 + 1 - a_1 \\x_2 &= d_2 + a_1 - a_2 \\x_3 &= a_2 \\x_4 &= 0\end{aligned}\tag{59}$$

Potom získame riešením systému rovníc (58) vzťahy pre výpočet parametrov regulátora, veličiny d_1 a d_2 sa vypočítajú podľa vzťahu (49) [2].

4.2 Číslicové PID regulátory založené na modifikovanom Ziegler-Nicholsovom kritériu

Pri tomto veľmi známom a obľúbenom experimentálnom prístupe sú parametre PID regulátora počítané z kritického proporcionálneho zosilnenia K_{PK} a kritickej periódy kmitov T_K uzavretého regulačného obvodu. Tieto kritické parametre sa získajú postupným zvyšovaním zosilnenia proporcionálneho regulátora, až výstupná veličina uzavretého regulačného obvodu je na medzi stability. V tomto prípade sú póly uzavretého regulačného obvodu umiestnené na imaginárnu os komplexnej s -roviny. Potom sa zistí kritická perióda kmitov T_K . Konštanty PID regulátora sa určia zo vzťahov

$$\begin{aligned}K_P &= 0.6K_{PK} \\T_I &= 0.5T_K \\T_D &= 0.125T_K\end{aligned}\tag{60}$$

Nevýhoda experimentálneho určenia kritických parametrov spočíva v tom, že sústava môže byť uvedená do nestabilného stavu a že vyhľadávanie medze stability môže byť u sústav s veľkými časovými konštantami časovo náročné. Tieto nevýhody nemá nižšie navrhnutá modifikovaná metóda pre navrhovanie PID regulátorov [2].

Pri diskretizácii regulačného obvodu sa spojité akčná veličina upraví pomocou vzorkovača a tvarovača na stupňovú funkciu, ktorú je možné aproximovať pôvodnou spojitou funkciou oneskorenou o polovicu vzorkovacieho intervalu T_0 [2].

4.2.1 Číslicové regulátory typu PID

Spojité idealizovaný PID regulátor je bežne popisovaný v tvare

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (61)$$

alebo v tvare

$$u(t) = r_0 e(t) + r_{-1} \int_0^t e(\tau) d\tau + r_1 \frac{de(t)}{dt} \quad (62)$$

pričom $e(t) = w(t) - y(t)$ a prevod medzi nimi (60) a (61) je

$$K_p = r_0; T_I = \frac{K_p}{r_{-1}}; T_D = \frac{r_1}{K_p} \quad (63)$$

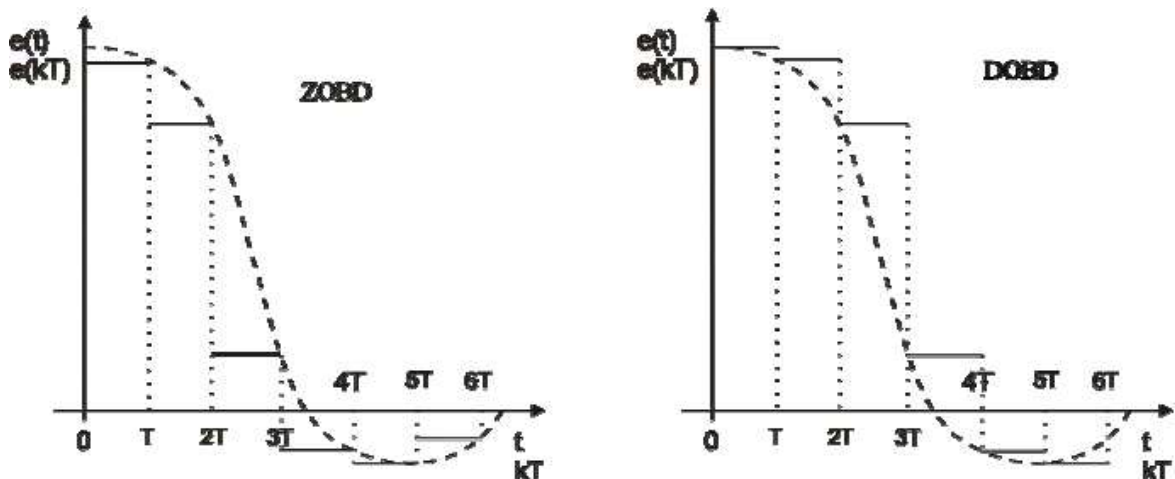
kde $u(t)$ je akčný zásah, $y(t)$ je regulovaná veličina, $e(t)$ je regulačná odchýlka a $w(t)$ je žiadaná hodnota regulovanej veličiny. Parametre PID regulátora (61) sú proporcionálne zosilnenie K_p , integračná časová konštanta T_I a derivačná časová konštanta T_D . Parametre (62) sú proporcionálne zosilnenie r_0 , integračná časová konštanta r_{-1} a derivačná časová konštanta r_1 [1].

Rovnicu (61) môžeme pomocou Laplaceovej transformácie previesť na tvar

$$U(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right] E(s) \quad (64)$$

kde s označuje operátor Laplaceovej transformácie. Z rovnice (64) môžeme určiť prenos PID regulátora

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right] \quad (65)$$



Obr. 6. Metódy diskretizácie integračnej zložky

K získaniu číslicovej verzie spojitého PID regulátora je potrebné, aby sme diskretizovali integračnú a derivačnú zložku rovnice (61). Pre malú periódu vzorkovania T_0 v prípade účinného odfiltrovaní šumov zo signálu regulovanej veličiny, dostaneme najjednoduchší algoritmus, ak nahradíme deriváciu diferenciou 1. rádu (dvojbodovou, spätnou diferenciou)

$$\frac{de}{dt} \approx \frac{e(k) - e(k-1)}{T_0} = \frac{\Delta e(k)}{T_0} \quad (66)$$

kde $e(k)$ je hodnota regulačnej odchýlky v k -tom okamžiku vzorkovania, t.j. v čase $t = kT_0$. Integrál aproximujeme najjednoduchšou sumáciou tak, že spojitú funkciu aproximujeme po úsekoch T_0 konštantnou funkciou (stupňovou funkciou, obdĺžniky) [1]. Pomocou tzv. doprednej obdĺžnikovej metódy (DOBD), t.j. využitím ľavej súradnice $e(k)$ získame

$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_0 \sum_{i=1}^k e(i-1) \quad (67)$$

a potom rovnice diskrétného PID regulátora bude v tvare

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^k e(i-1) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (68)$$

Ak však diskretizujeme spojitý signál pomocou tzv. spätnej obdĺžnikovej metódy (ZOBD), t.j. využitím pravej súradnice, dostaneme vzťah

$$\int_0^t e(\tau) d\tau \approx T_0 \sum_{i=1}^k e(i) \quad (69)$$

a rovnica (68) sa zmení na tvar

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^k e(i) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (70)$$

Hodnota akčného zásahu $u(k)$ sa väčšinou počíta z predchádzajúcej zapamätanej hodnoty $u(k-1)$ a z korekčného prírastku $\Delta u(k)$. Prípadne je možné pre PID regulátor s číslicovými výstupmi počítať len prírastok (zmenu) $\Delta u(k)$. Algoritmy počítajúce prírastok (zmenu) $\Delta u(k)$ sú označované ako prírastkové alebo rýchlostné. Z rovnice (70), získané použitím ZOBD, po kroku k a $k-1$, dostaneme rekurzívny vzťah

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1) \quad (71)$$

$$\Delta u(k) = K_p \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right\} \quad (72)$$

a všeobecne v tvare

$$u(k) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) + u(k-1) \quad (73)$$

Parametre regulátoru q_0 , q_1 a q_2 v rovnici (73) sú uvedené v Tab. 1.

Rekurzívny vzťah (73) získaný zo vzťahu (70) (ZOBD), môžeme zapísať v tvare

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right\} + u(k-1) \quad (74)$$

čo je v podstate tvar (71)

Ďalej môžeme uviesť prírastkový algoritmus, odvodený z rovnice (68) (DOBD)

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k-1) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right\} + u(k-1) \quad (75)$$

Tab. 1. Parametre prírastkových PID regulátorov

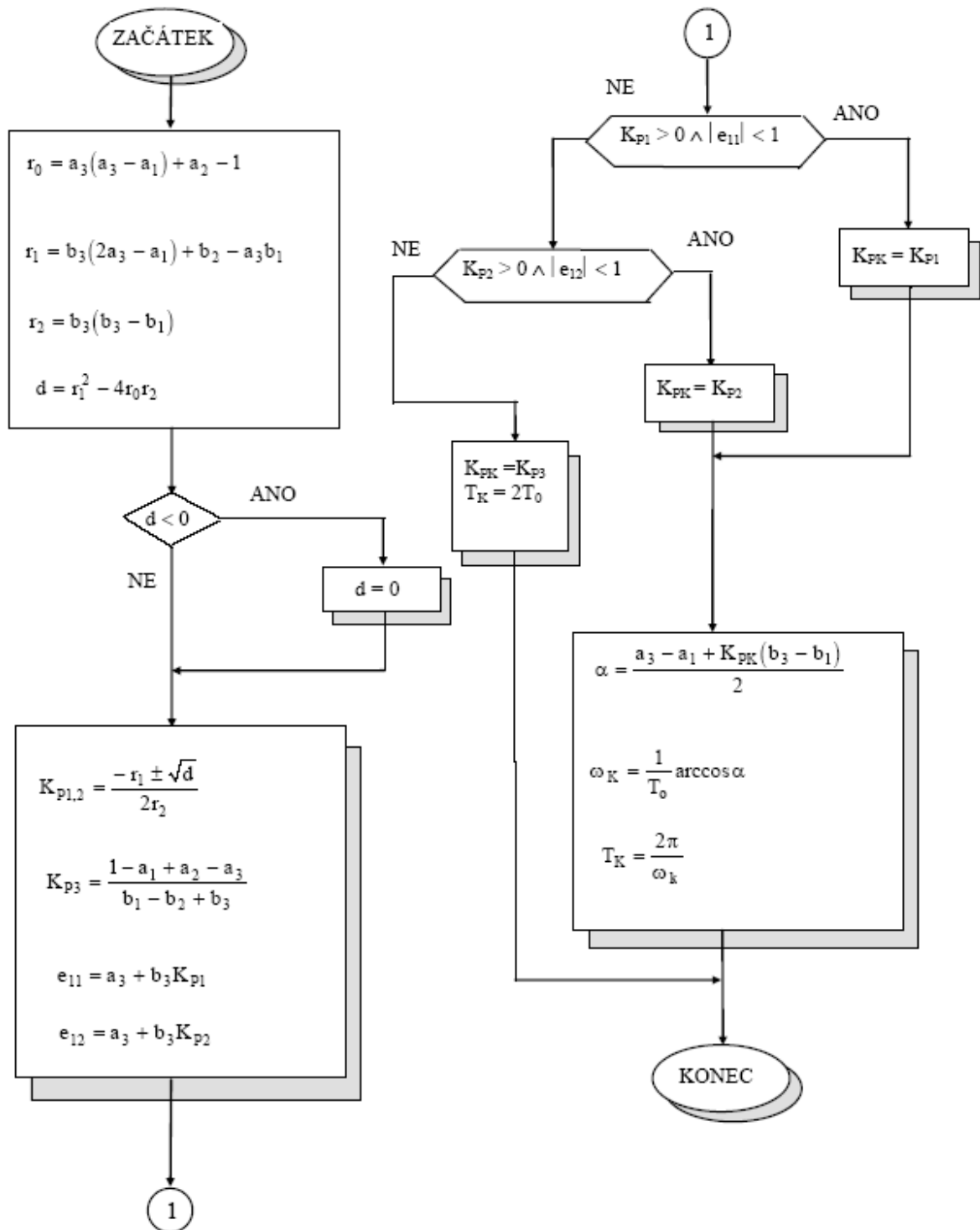
Regulátor Parametre	DOBD	ZOBD
q_0	$K_P \left(1 + \frac{T_D}{T_0} \right)$	$K_P \left(1 + \frac{T_0}{T_I} + \frac{T_D}{T_0} \right)$
q_1	$-K_P \left(1 + \frac{T_0}{T_I} + 2 \frac{T_D}{T_0} \right)$	$-K_P \left(1 + 2 \frac{T_D}{T_0} \right)$
q_2	$K_P \frac{T_D}{T_0}$	$K_P \frac{T_D}{T_0}$

Z Tab. 1 vyplýva, že parametre prírastkových regulátorov q_0 , q_1 a q_2 sú funkciou proporcionálneho zosilnenia K_P , integračnej časovej konštanty T_I a derivačnej časovej konštanty T_D , periódy vzorkovania T_0 a metódy diskretizácie, t.j. platí funkčný vzťah [2]

$$q_0, q_1, q_2 = f(K_P, T_I, T_D, T_0) \quad (76)$$

Parametre číslicového PID regulátora sa vypočítajú pomocou kritického proporcionálneho zosilnenia K_{PK} a kritickej periódy kmitov T_K . Kritické proporcionálne zosilnenie K_{PK} a kritickú periódu kmitov T_K vypočítame pomocou vývojového diagramu zobrazeného na Obr. 7 a jednotlivé parametre číslicového PID regulátora vypočítame, ak dosadíme vypočítané parametre K_{PK} a T_K do rovnice (60).

4.2.2 Výpočet kritického zesílenia pre model tretieho rádu



Obr. 7. Vývojový diagram pre výpočet kritického zesílenia a kritickej periódy kmitov pre sústavu tretieho rádu

4.3 Metódy založené na kritériu konečného počtu krokov

Rozlišuje sa silná a slabá verzia tohto kritéria podľa toho, či zhoda regulovanej veličiny s riadiacou veličinou nastáva pre ľubovoľný časový okamžik, alebo či k nej dochádza len v okamžikoch vzorkovania. Z toho plynie rozdiel v priebehu akčnej veličiny, ktorá sa po zmene buď ustáli (silná verzia), alebo sa asymptoticky blíži k ustálenej hodnote (slabá verzia) [1].

4.3.1 Silná verzia metódy konečného počtu krokov

Algoritmus odvodíme s nasledujúcimi zjednodušeniami. Na sústavu nepôsobí porucha ani šumový signál, sústava neobsahuje dopravné oneskorenie a polynóm $K(z^{-1})=1$. Budeme vychádzať z rovnice [1]

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z^{-1}) \quad (77)$$

$$U(z^{-1}) = \frac{R(z^{-1})}{P(z^{-1})} W(z^{-1}) - \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} Y(z^{-1}) \quad (78)$$

kde $U(z^{-1})$, $Y(z^{-1})$ a $W(z^{-1})$ sú polynómy príslušných signálov. Po dosadení za $U(z^{-1})$ z rovnice (78) do rovnice (77) a úprave získame

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} W(z^{-1}) \quad (79)$$

Opačným postupom, keď sa z rovnice (78) vylúči $Y(z^{-1})$, získame pre vstupný signál

$$U(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} W(z^{-1}) \quad (80)$$

Polynóm regulačnej odchýlky je po dosadení z rovnice (79) rovný

$$E(z^{-1}) = W(z^{-1}) - Y(z^{-1}) = \left[1 - \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} \right] W(z^{-1}) \quad (81)$$

Ak požadujeme, aby po zmene riadiacej veličiny sa regulačná odchýlka vynulovala v konečnom počte regulačných krokov, musí byť polynóm $E(z^{-1})$ čo najjednoduchší. Táto podmienka je splnená, pokiaľ polynóm nie je v tvare zlomku, t.j. pokiaľ platí

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = 1 \quad (82)$$

Rovnica (82) má minimálne riešenie, pokiaľ pre stupeň polynómov $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ platí

$$\begin{aligned} \partial P(z^{-1}) &= \partial B(z^{-1}) - 1 \\ \partial Q(z^{-1}) &= \partial A(z^{-1}) - 1 \end{aligned} \quad (83)$$

a pokiaľ sú polynómy $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$ nesúdeľné. Výraz (82) je súčasne podmienkou stability uzavretého regulačného obvodu. Rovnica (81) sa po dosadení do rovnice (82) zjednoduší na tvar

$$E(z^{-1}) = [1 - B(z^{-1})R(z^{-1})]W(z^{-1}) \quad (84)$$

Postupnosť $W(z^{-1})$, popisujúca časový priebeh riadiacej veličiny $w(k)$, sa dá všeobecne vyjadriť ako podiel polynómov

$$W(z^{-1}) = \frac{N_w(z^{-1})}{D_w(z^{-1})} \quad (85)$$

Ďalšie zjednodušenie polynómu $E(z^{-1})$ je možné, pokiaľ polynóm $D_w(z^{-1})$ delí výraz $1 - B(z^{-1})R(z^{-1})$. Označíme tento podiel ako polynóm $S(z^{-1})$

$$S(z^{-1}) = \frac{1 - B(z^{-1})R(z^{-1})}{D_w(z^{-1})} \quad (86)$$

a rovnicu (86) upravíme na tvar

$$D_w(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = 1 \quad (87)$$

Podobne ako pri riešení polynomiálnej rovnice (82), i táto rovnica má minimálne riešenie pokiaľ pre stupne polynómov platí

$$\begin{aligned} \partial R(z^{-1}) &= \partial D_w(z^{-1}) - 1 \\ \partial S(z^{-1}) &= \partial B(z^{-1}) - 1 \end{aligned} \quad (88)$$

Polynóm $S(z^{-1})$ je pomocný a nie je treba ho pri výpočte parametrov regulátoru vyčíslovať. Môže byť ale využitý pri výpočte regulačnej odchýlky

$$E(z^{-1}) = S(z^{-1})N_w(z^{-1}) \quad (89)$$

ako vyplýva z rovnice (84) až (86) [2].

Polynomiálne rovnice (82) a (87) sa obyčajne riešia metódou neurčitých koeficientov (porovnaním členov s rovnakými mocninami premennej z). Uvedený algoritmus sa využíva pre úlohu sledovania premennej riadiacej veličiny, ktorej priebeh musí byť známy, aby regulátor mohol byť na ňu „naladený“. V praxi prichádzajú najčastejšie v úvahu skokové zmeny riadiacej veličiny, ktoré je možné vyjadriť v tvare obrazu skokovej funkcie s veľkosťou w_1

$$W(z^{-1}) = \frac{N_w(z^{-1})}{D_w(z^{-1})} = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (90)$$

Pre zjednodušenie budeme ďalej uvažovať, že skok riadiacej veličiny je jednotkový ($w_1 = 1$). Rovnica (87) sa potom zjednoduší na tvar

$$(1 - z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = 1 \quad (91)$$

Podľa rovnice (88) je polynóm $R(z^{-1})$ nultého rádu a riešením rovnice (91) je vzťah

$$R(z^{-1}) = r_0 \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} \quad (92)$$

Návrh regulátora sa potom zjednoduší na výpočet koeficientov polynómov $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ z rovnice (82) a koeficientu r_0 z rovnice (92). Keďže predpokladáme, že polynóm $N_w(z^{-1}) = 1$, potom vzhľadom k rovnici (86) je polynóm regulačnej odchýlky pre jednotkové skoky zmeny riadiacej veličiny rovný

$$E(z^{-1}) = S(z^{-1}) = [1 - B(z^{-1})r_0] \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (93)$$

a má n nenulových koeficientov. Postupnosť hodnôt regulovanej veličiny popisuje rovnica

$$Y(z^{-1}) = W(z^{-1}) - E(z^{-1}) = 1 - [1 - B(z^{-1})r_0] \frac{1}{1 - z^{-1}} = B(z^{-1})r_0 \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (94)$$

ktorá sa dá po vydelení polynómov zapísať ako

$$Y(z^{-1}) = r_0 [b_1 z^{-1} + (b_1 + b_2)z^{-2} + \dots + (b_1 + b_2 + \dots + b_n)z^{-n} + (b_1 + b_2 + \dots + b_n)z^{-(n+1)} + \dots] \quad (95)$$

Začiatkom n -tého kroku sú koeficienty rovné 1, t.j. $y(k) = w(k)$. Akčná veličina $U(z^{-1})$ je podľa rovnice (77) a (94) rovná

$$U(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} Y(z^{-1}) = A(z^{-1}) r_0 \frac{1}{1-z^{-1}} \quad (96)$$

a po rozpísaní

$$U(z^{-1}) = r_0 [1 + (1+a_1)z^{-1} + \dots + (1+a_1+a_2+\dots+a_n)z^{-n} + (1+a_1+a_2+\dots+a_n)z^{-(n+1)} + \dots] \quad (97)$$

Hodnota akčnej veličiny je od n -tého kroku konštantná a je rovná prevrátenej hodnote zosilnenia sústavy. Prenos riadenia pre skokové zmeny riadiacej veličiny odvodíme použitím rovníc (90) a (94)

$$G_w(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{\frac{B(z^{-1})r_0}{1-z^{-1}}}{\frac{1}{1-z^{-1}}} B(z^{-1})r_0 \quad (98)$$

ktorého menovateľ je rovný 1. Po prevode (98) na prenosovú funkciu s argumentom z , čo prevedieme ak vynásobíme čitateľ a menovateľ výrazom z^n , má charakter rovnice n -násobný nulový koreň (pól). Nulové póly zaistujú najrýchlejšie ustálenie regulačného pochodu [2].

Algoritmus s konečným počtom krokov bol navrhnutý pre sledovanie riadiacej veličiny a neobsahuje integračnú (v diskkrétnej verzii sumačnú) zložku. Nie je teda vhodný pre elimináciu porúch, alebo pre regulátor s jedným stupňom voľnosti, pretože zanecháva trvalú regulačnú odchýlku. Integračný charakter regulátora obsahuje člen $K(z^{-1}) = 1 - z^{-1}$. Z prenosu riadenia (98) vychádza modifikovaná podmienková rovnica (82) v tvare

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = 1 \quad (99)$$

Stupeň polynómu $Q(z^{-1})$ sa zvýši o 1, t.j.

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial A(z^{-1}) + \partial K(z^{-1}) - 1 = \partial A(z^{-1}) \quad (100)$$

Podmienka (87) pre výpočet polynóm $R(z^{-1})$ sa mení a sledovanie riadiacej veličiny člen $K(z^{-1})$ neovplyvňuje [2].

4.4 Metódy založené na priradení pólov

Regulátor založený na priradení pólov uzavretého regulačného obvodu je navrhnutý tak, aby charakteristický polynóm mal vopred zadané póly. Mimo požiadavku na stabilitu je možné vhodnou voľbou pólov získať požadovaný priebeh prechodového deja uzavretého regulačného obvodu, ako napr. maximálny prekmit, tlmenie a pod [2].

4.4.1 Vplyv polohy pólov na priebeh regulačného pochodu

Súvislosť polohy pólov s priebehom regulačného pochodu ukážeme na spojitom prenose 2. rádu v tvare

$$G_w(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} \frac{1}{T^2} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (101)$$

kde ξ je pomerný koeficient tlmenia a ω_n je vlastná kruhová frekvencia kmitov. Skutočné tlmenie je rovné $\xi\omega_n$ a skutočná frekvencia kmitov je $\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$. Charakteristická rovnica prenosu (101) [1]

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (102)$$

má korene

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (103)$$

Aby bol regulačný pochod stabilný, musia korene ležať v ľavej časti roviny s a musí platiť, že $\xi > 0$ a $\omega_n > 0$. Kmitavý tlmený regulačný pochod nastane, pokiaľ sú korene komplexné, t.j. pokiaľ je tlmenie v rozsahu $0 < \xi < 1$. Amplitúda kmitov (v absolútnej hodnote) klesá podľa exponenciály $\exp(-\xi\omega_n t)$. V tomto prípade prechodová funkcia je v tvare [2]

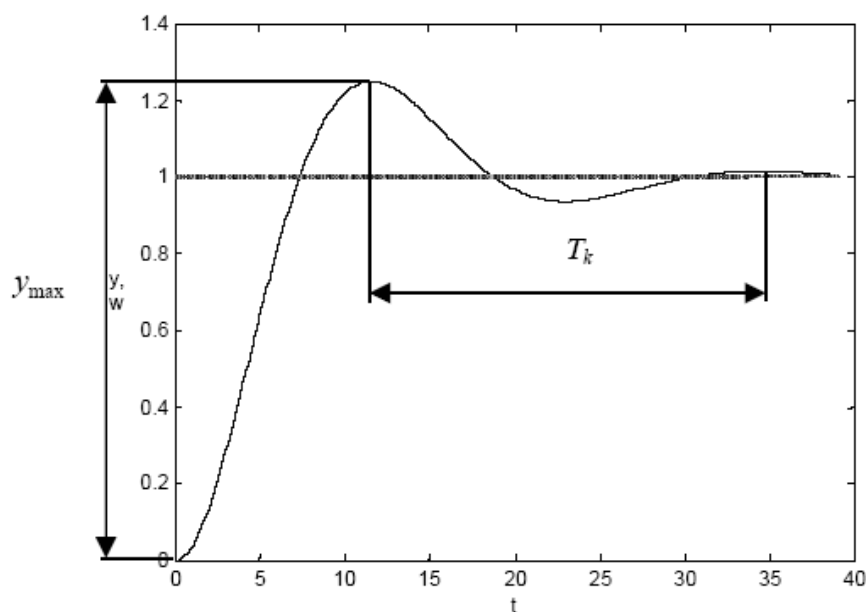
$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[\sin(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t) + \sqrt{1-\xi^2} \cos(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t) \right] \quad (104)$$

Ako je vidno z rovnice (103), frekvencia kmitov je $\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$ a odtiaľ plynie vzťah pre periódu kmitov

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \quad (105)$$

Prvý (maximálny) prekmit regulovanej veličiny nastane v čase rovnom pol roviny doby kmitu, ktorá je daná skutočnou frekvenciou kmitov T_k . Veľkosť regulovanej veličiny v tomto čase je počítaná dosadením $t = T_k / 2$ do rovnice (104)

$$y_{\max} = y\left(\frac{T_k}{2}\right) = 1 + e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (106)$$



Obr. 8. Kmitavý tlmný regulačný pochod (plná čiara – regulovaná veličina y , čiarkovaná čiara – riadiaca veličina w)

Veľkosť maximálneho prekmitu regulovanej veličiny v percentách je potom daný vzťahom

$$\Delta y = 100e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (107)$$

Na základe vyššie uvedeného rozboru je možné voliť parametre ξ a ω_n tak, aby priebeh regulačného pochodu odpovedal požadovaným vlastnostiam. Reálne korene ($\xi \geq 1$) predstavujú prevrátené hodnoty časových konštánt prenosu a vedú na aperiodický priebeh odozvy [2].

Po prevode prenosu (101) do diskrétného tvaru je v menovateli prenosu polynóm $D(z^{-1})$ druhého stupňa vo všeobecnom tvare

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \quad (108)$$

Korene prenosu sa prevádzajú do diskkrétnej oblasti podľa vzťahu $z_i = \exp(s_i T_0)$, $i = 1, 2$. Koeficienty polynómu $D(z^{-1})$ vyplývajú z porovnania obrazov časovej funkcie $e^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t)$ v L a Z transformácii. Pretože platí

$$L\left\{e^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t)\right\} = \frac{s + \xi\omega_n}{(s + \xi\omega_n)^2 + (\omega_n \sqrt{1-\xi^2})^2}$$

$$L\left\{e^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t)\right\}_{t=T_0} = \frac{z(z - e^{-\xi\omega_n T_0} \cos(\omega_n T_0 \sqrt{1-\xi^2}))}{z^2 - 2e^{-\xi\omega_n T_0} \cos(\omega_n T_0 \sqrt{1-\xi^2}) + e^{-2\xi\omega_n T_0}}$$

môžeme za koeficienty polynómu (108) dosadiť

$$\begin{aligned} d_1 &= -2 \exp(-\xi\omega_n T_0) \cos(\omega_n T_0 \sqrt{1-\xi^2}), \text{ pre } \xi \leq 1 \\ d_2 &= -2 \exp(-\xi\omega_n T_0) \cosh(\omega_n T_0 \sqrt{\xi^2 - 1}), \text{ pre } \xi > 1 \\ d_2 &= \exp(-2\xi\omega_n T_0) \end{aligned} \quad (109)$$

Umiestnenie pólov diskrétného prenosu závisí na zvolenej perióde vzorkovanie T_0 [2].

Niektoré možnosti voľby polohy pólov diskrétného prenosu uzavretého regulačného obvodu:

- pre regulačný pochod s prekmitom sa volí dvojica komplexne združených koreňov,
- pre aperiodický regulačný pochod sa volia reálne póly na kladnej ose,
- pre konečný počet krokov regulácie sa póly umiestňujú do nuly,
- póly sa odvodzujú z prenosu sústavy, napr. spektrálnou faktorizáciou čitateľa a menovateľa.

Vyššie uvedené metódy je možné ďalej vzájomne kombinovať [2].

4.4.2 Odvodenie algoritmu

Odvodenie algoritmu pre výpočet parametrov regulátora je podobné ako pre regulátor s konečným počtom krokov. V podmienkovej rovnici (82) sa nahradí jednotka na pravej strane rovnice, ktorá umiestňuje póly do nuly polynómom $D(z^{-1})$ so zvolenými pólami

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}) \quad (110)$$

Podobne sa zmení i rovnica (99) v prípade, že sa využíva polynóm $K(z^{-1})$

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}) \quad (111)$$

Pokiaľ platí nerovnosť

$$\partial D(z^{-1}) \leq \partial A(z^{-1}) + \partial B(z^{-1}) + \partial K(z^{-1}) - 1 \quad (112)$$

sú vzťahy pre určenie minimálneho stupňa polynómov $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ rovnaké, ako podiel kritéria konečného počtu krokov regulácie. Ak nie je podmienka (112) splnená, nedá sa jednoznačne určiť stupeň polynómov $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$. Napríklad pre rovnicu (110) je počet určovaných parametrov rovný $\partial P(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 2$, lebo polynóm n -tého stupňa má $n+1$ parametrov. Počet rovníc, ktoré získame porovnaním členov s rovnakými mocninami je buď $\partial A(z^{-1}) + \partial P(z^{-1}) + 1$, alebo $\partial B(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 1$ - vyberie sa väčšia hodnota. Platí teda rovnica

$$\partial P(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 2 = \partial A(z^{-1}) + \partial P(z^{-1}) + 1 \quad (113)$$

alebo rovnica

$$\partial P(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 2 = \partial B(z^{-1}) + \partial Q(z^{-1}) + 1 \quad (114)$$

Riešením prvej varianty: z rovnice (113) vypočítame

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial A(z^{-1}) - 1 \quad (115)$$

a z podmienky, že prvý člen na ľavej strane rovnice (110) má vyšší stupeň než druhý, vychádza stupeň polynómu $P(z^{-1})$

$$\partial P(z^{-1}) = \partial D(z^{-1}) - \partial A(z^{-1}) \quad (116)$$

Riešením druhej varianty: z rovnice (114) vypočítame stupeň polynómu $P(z^{-1})$

$$\partial P(z^{-1}) = \partial B(z^{-1}) - 1 \quad (117)$$

a z rovnice (110) stupeň polynómu $\partial Q(z^{-1})$

$$\partial Q(z^{-1}) = \partial D(z^{-1}) - \partial B(z^{-1}) \quad (118)$$

II. PRAKTICKÁ ČASŤ

5 ZOZNÁMIE SO ZARIADENÍM

Problém regulácie výšky hladiny v zásobníkoch tekutín sa vyskytuje v mnohých oblastiach priemyslu. Príkladom môžu byť vodojemy a studne slúžiace k zásobovaniu obyvateľstva pitnou vodou, zásobníky s chemikáliami a iné [5].

Pri regulácii výšky hladiny je možné použiť rozličné prístupy – napr. využitie samočinne sa nastavujúcich regulátorov [5].

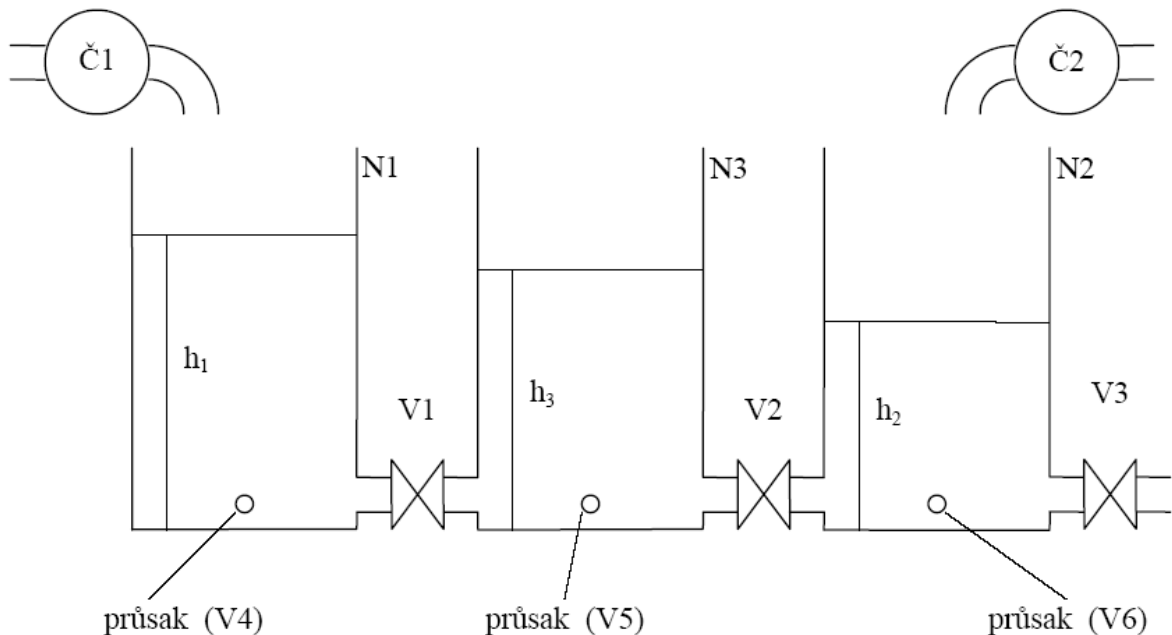


Obr. 9. Sústava troch valcových zásobníkov

5.1 Popis regulovanej sústavy

Fotografia regulovanej sústavy je na Obr. 9 a jej schematické znázornenie je na Obr. 10. Sústava sa skladá z troch valcových nádrží N1, N2 a N3. Nádoba N1 je prepojená s nádobou N3 ventilom V1 a nádoba N3 je ďalej prepojená s nádobou N2 ventilom V2. Tekutinu je možné dopravovať do nádrže N1 pomocou čerpadla Č1 a čerpadlo Č2 plní nádrž N2. Množstvo tekutiny vytekajúcej z nádrže N2 je možné ovplyvniť ventilom V3.

prípadne V6. Model tiež dovoľuje simulovať riadenie odtoku tekutiny z jednotlivých nádrží, a to pomocou ventilov V3 až V6 [5].



Obr. 10. Schéma regulovanej sústavy

Sústava je pripojená k riadiacemu PC pomocou vstupno-výstupnej karty Advantech PCI-1711. Čerpadlá Č1 a Č2 sú riadené pomocou analógových výstupov, výšky hladín sú prenášané pomocou analógových vstupov. Rovnako tak aj aktuálne polohy ventilov sú do PC predávané pomocou analógových vstupov. Pomocou digitálnych vstupov je navyše predávaná informácia o úplne otvorenom, prípadne úplne uzatvorenom ventile. Polohu každého ventilu je tiež možné ovládať pomocou dvoch analógových výstupov. Pre monitorovanie a ovládanie sústavy sú teda využité nasledujúce vstupy a výstupy:

- Analógové vstupy: 3x aktuálna pozícia hladiny v jednotlivých nádržiach,
- Digitálne vstupy: 6x indikácia úplne otvoreného ventilu, 6x indikácia úplne uzatvoreného ventilu,
- Analógové výstupy: 2x ovládanie čerpadla,
- Digitálne výstupy: 6 dvojíc pre ovládanie ventilov, zo 4 kombinácií pre každý ventil sú platné 3: otvárať ventil, uzatvárať ventil, nemeniť polohu.

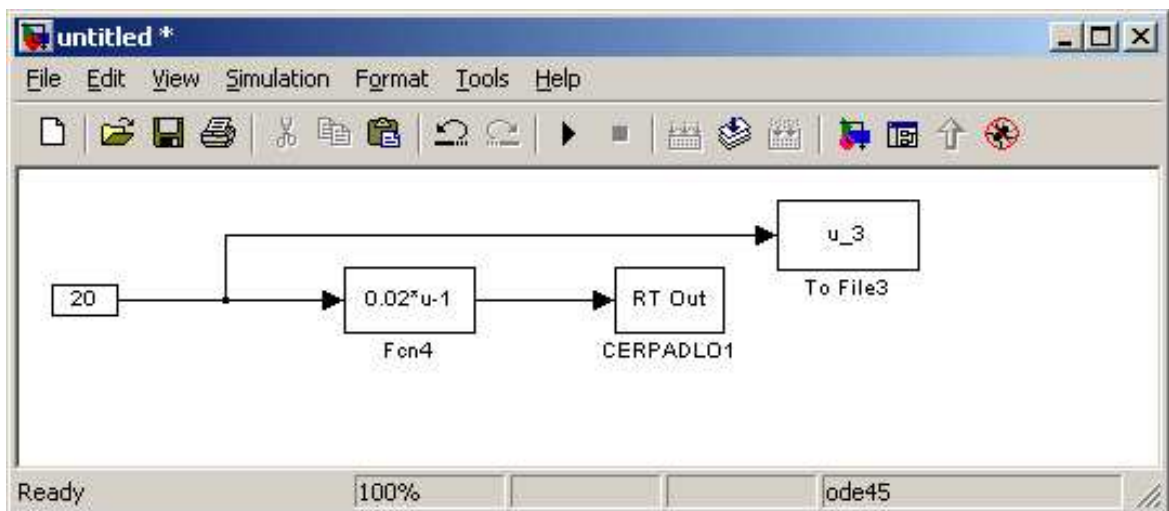
Sústava teda disponuje tromi veličinami, ktoré je možné regulovať (výšky hladín). Pre reguláciu je možné použiť až 8 riadiacich prvkov (2 čerpadlá a 6 ventilov) [5].

5.2 Riadiace prvky sústavy

Keďže riadime výšku hladiny v nádrži N2 a čerpadlom Č1 napúšťame nádrž N1 voda preteká cez 2 nádrže. Keďže budeme riadiť výšku hladiny v nádrži N2, ktorá má tiež kapacitu, jedná sa o sústavu 3. rádu. Aby sme mohli sústavu riadiť ako sústavu tretieho rádu je potrebné, aby sme nastavili odtok z nádrže N2 pomocou ventilu V6, ktorý je čiastočne pootvorený na konštantnú hodnotu počas celého merania. Ventily V1 a V2 sú úplne otvorené a ventily V4 až V5 sú uzatvorené.

5.2.1 Čerpadlo Č1

V SIMULINKu je možné výkon čerpadla riadiť zmenou hodnoty napätia v rozsahu -1V až 1V, čomu odpovedá výkon čerpadla: -1V – vypnuté; 1V – zapnuté na plný výkon. Pre zjednodušenie vložíme pred čerpadlo blok „Function“ pomocou ktorého môžeme nastavovať výkon čerpadla v rozsahu 0 – 100%, ako je znázornené na Obr. 11.



Obr. 11. MATLAB/SIMULINKová schéma pre nastavovanie výkonu čerpadla Č1

Problém nastal v okamžiku, keď je výkon čerpadla Č1 väčší ako 39%. Pri takomto výkone čerpadla Č1 rýchlo stúpala hladina v nádrži N1, až pokiaľ výška hladiny nepresiahla maximálny povolený limit. Keď výška hladiny dosiahla maximálnu možnú výšku, čerpadlo Č1 sa automaticky vyplo, pokiaľ výška hladiny neklesla pod určitú povolenú hranicu. Táto situácia (vypínanie a zapínanie čerpadla v závislosti od prekročenia max. výšky hladiny) má za dôsledok zmenu parametrov regulovanej sústavy.

Ale naopak, ak by bol výkon čerpadla Č1 nižší ako 22%, senzor výšky hladiny nádrže N2 ukazoval nestále rovnakú výšku hladiny ako pri nastavenom výkone čerpadla Č1 22%.

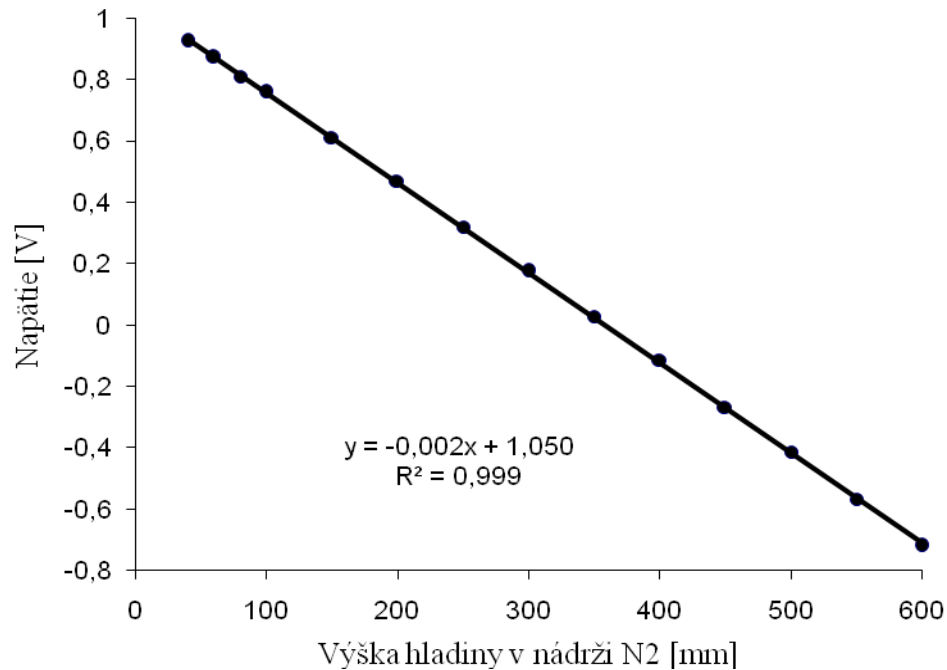
5.2.2 Ventil V6

Odtok kvapaliny je zabezpečený pomocou ventilu V6, ktorý bol pootvorený na konštantnú hodnotu počas celého merania. Pootvorenie ventilu V6 bolo nastavené v závislosti na experimentálnych pokusoch a to v závislosti na výkone čerpadla, aby bolo dosiahnuté čo najväčšieho rozsahu výšok hladín v nádrži N2.

5.2.3 Kalibrácia nádrže N2

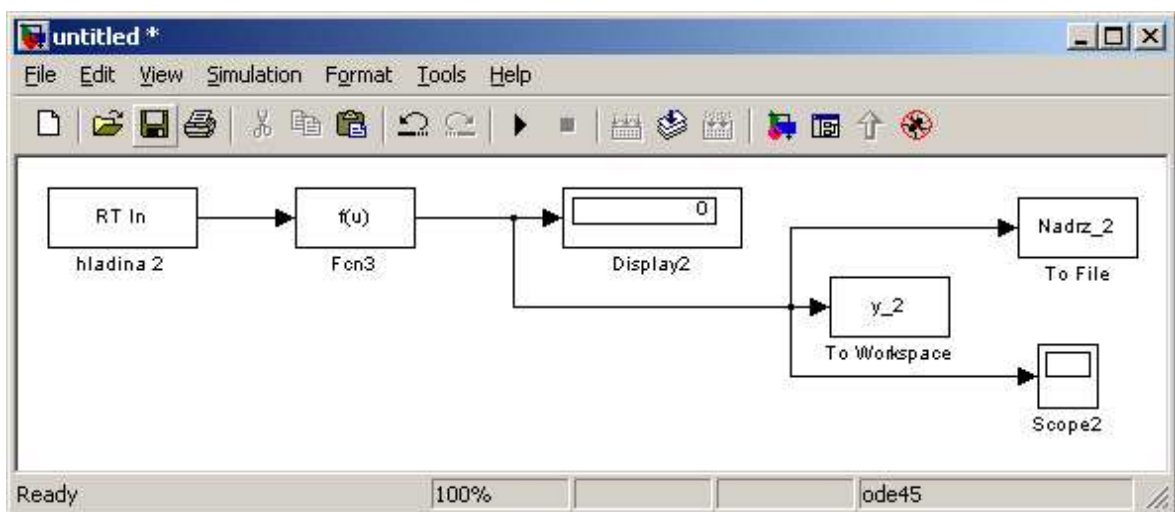
Tab. 2. Závislosť napätia na senzore od výšky hladiny v nádrži N2

Kalibrácia nádrže N2	
Výška hladiny [mm]	Hodnota napätia na senzore [V]
600	-0.7192
550	-0.567
500	-0.4124
450	-0.2685
400	-0.1134
350	0.0289
300	0.1757
250	0.3207
200	0.4687
150	0.611
100	0.7597
80	0.8086
60	0.8731
40	0.9251



Obr. 12. Závislosť napätia od výšky hladiny v nádrži N2

Pred samotným meraním je nutné, aby sme najskôr urobili kalibráciu meracieho senzora, ktorým budeme merať výšku hladiny v nádrži N2. Kalibrácia v tomto prípade znamená, prepočet medzi výškou hladiny v nádrži N2 a hodnotou výstupného napätia na senzore. Kalibráciou dostaneme presnú výšku hladiny v mm, ktorá odpovedá výške hladiny v nádrži N2, ktorá je zobrazená na Obr. 12 a k nemu prislúchajúca Tab. 2. Pomocou lineárnej regresie určíme funkciu priamky, ktorú preložíme nameranými dátami. Túto funkciu vložíme do bloku „function“ v MATLAB/SIMULINKovej schémy, ktorá je zobrazená na Obr. 13.



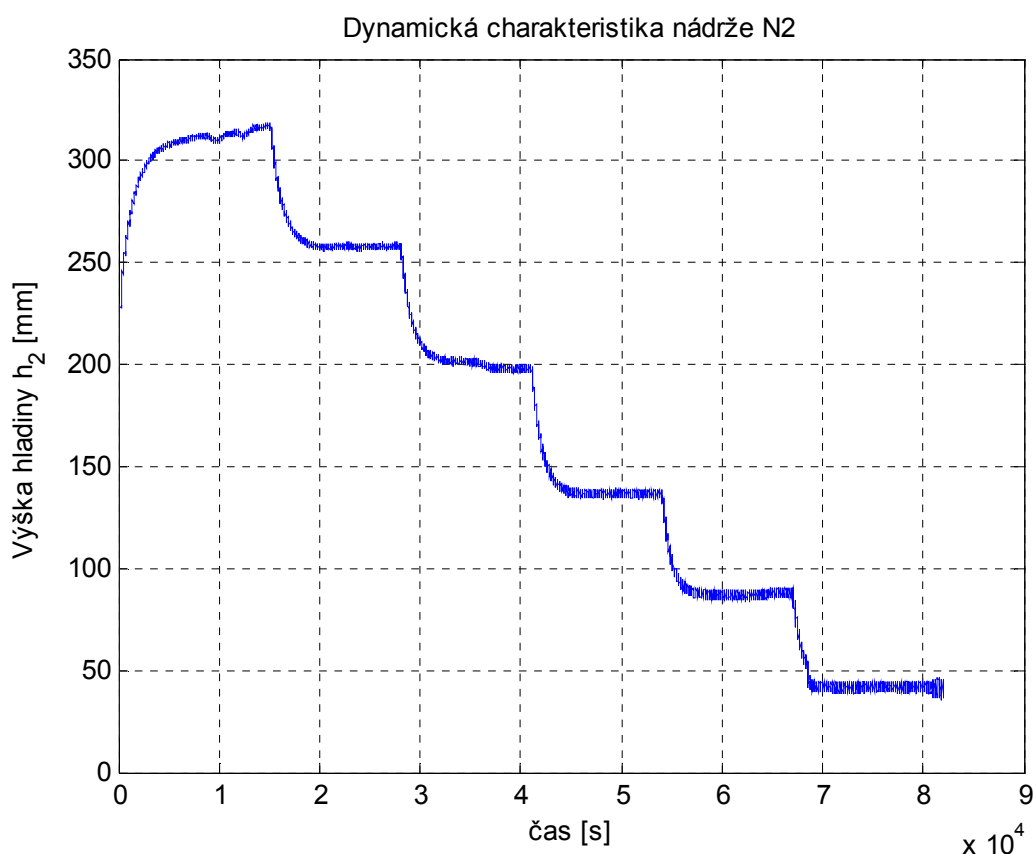
Obr. 13. SIMULINKová schéma pre výpočet reálnej výšky hladiny v nádrži N2

5.3 Statická charakteristika sústavy

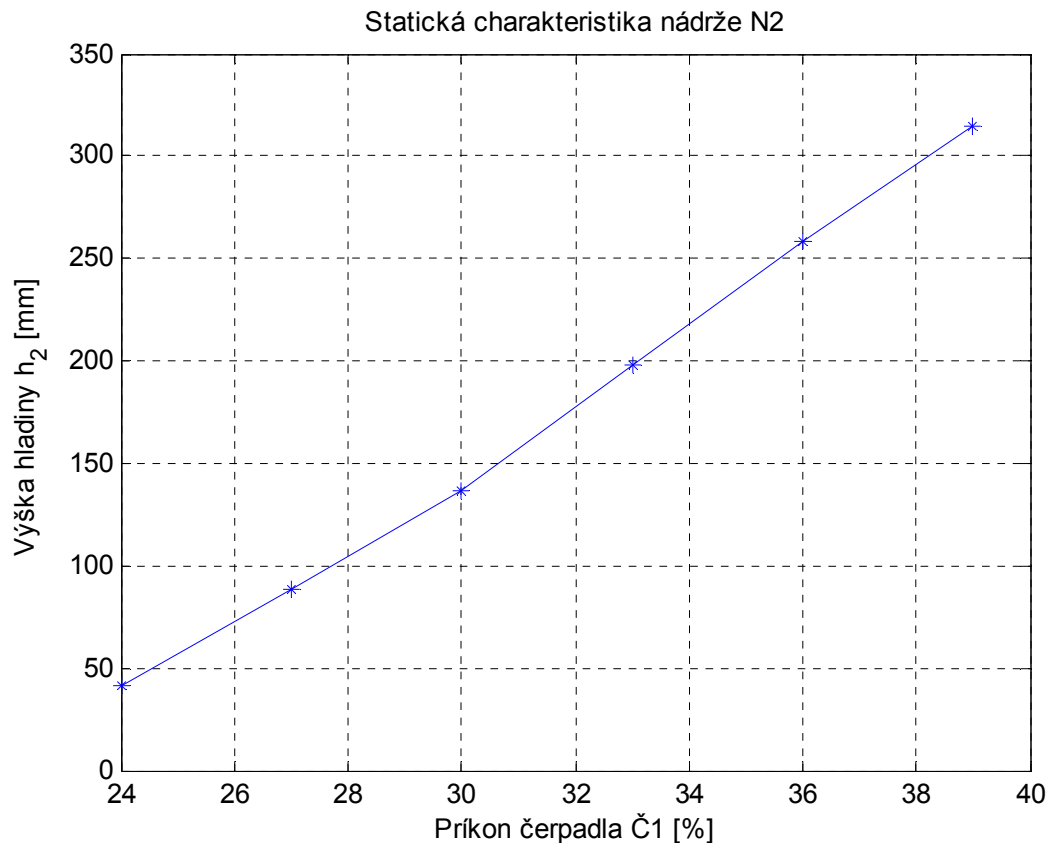
Jednotlivé body statickej charakteristiky bolo potrebné merať z napustených nádrží. Pokiaľ by bolo meranie spustené z nulových počiatkových podmienok (vypustené nádrže), vznikali by prechodové deje, ktoré sú s najväčšou pravdepodobnosťou spôsobené vzduchovými bublinami usadenými vo ventiloch, ktoré sa po určitej dobe vyplavujú.

Statická charakteristika bola meraná v pracovných bodoch čerpadla. V prvom bode bol nastavený maximálny povolený výkon čerpadla Č1 39%, ktorý sme s konštantným krokom 3% v rovnakých časových intervaloch znižovali až po minimálny povolený výkon 24%.

Pre získanie jednotlivých bodov statickej charakteristiky sme z každej prechodovej charakteristiky zobrali 1% posledných ustálených hodnôt a pomocou týchto nameraných dát sme vypočítali priemernú hodnotu výšky hladiny a tú priradili k odpovedajúcemu výkonu čerpadla Č1.



Obr. 14. Dynamická charakteristika nádrže N2

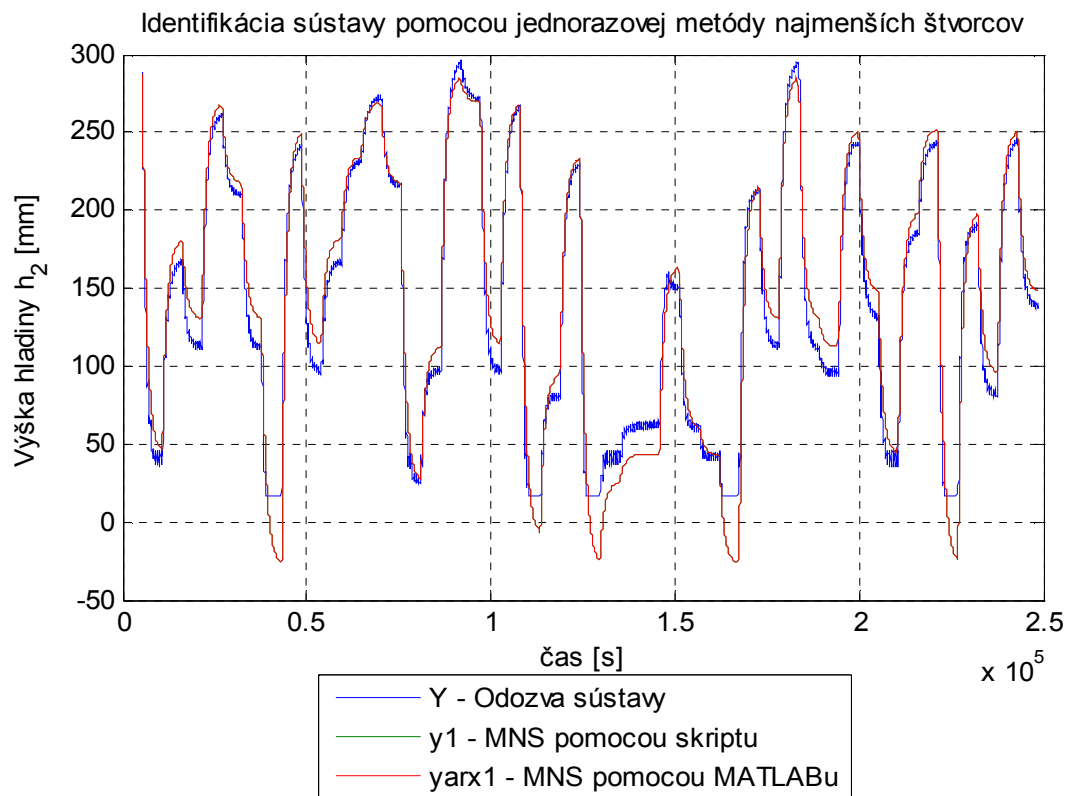


Obr. 15. Statická charakteristika nádrže N2

Na Obr. 14 je vykreslená dynamická charakteristika nádrže N2. Každéj výške hladiny odpovedá určitý výkon čerpadla Č1, čo je zrejmé aj zo statickej charakteristiky, ktorá je zobrazená na Obr. 15. Zo statickej charakteristiky je zrejmé, že sa jedná o lineárny systém.

5.4 Identifikácia sústavy

Na identifikáciu sústavy bola použitá jednorazová metóda najmenších štvorcov. Na vstup sústavy bol privedený pseudonáhodný signál (PNS), ktorý bol tvorený výkonom čerpadla Č1 (v rozsahu 24 – 39%). Výstupom bola odozva sústavy na tento signál (výška hladiny v nádrži N2). Na Obr. 16 je zobrazená odozva sústavy na vstupný signál.



Obr. 16. Jednorazová identifikácia sústavy metódou najmenších štvorcov

Pri identifikácii musíme dávať pozor na vhodnú voľbu periódy vzorkovania, ktorá má značný vplyv na elimináciu šumu. Takže experimentálnym spôsobom odhadneme vhodnú periódu vzorkovania, ktorá bola v našom prípade $T_0 = 20s$. Sústava bola identifikovaná ARX modelom, a najviac vyhovoval nameraným dátam model tretieho rádu.

Prenos sústavy má tvar

$$G(z) = \frac{0.05034z^2 + 0.08447z + 0.3803}{z^3 - 0.4569z^2 - 0.3096z - 0.2039} \quad (119)$$

Získaný Z - prenos prevedieme do spojitého prenosu, ktorý je v tvare

$$G(s) = \frac{0.05126s^2 - 0.003249s + 0.0002023}{s^3 + 0.0795s^2 + 0.01357z + 0.00001161} \quad (120)$$

z ktorého si vypočítame korene menovateľa

$$\begin{aligned} s_1 &= -0.0393 + 0.1093i \\ s_2 &= -0.0393 - 0.1093i \\ s_3 &= -0.0009 \end{aligned} \quad (121)$$

Ako je vidno, sústava má 2 komplexne združené korene a jeden reálny koreň, takže sa jedná sa o kmitavú sústavu. Časovú konštantu sústavy vypočítame z reálneho koreňa podľa

$$\text{vzťahu } T_1 = \frac{1}{s_3} = 1111.$$

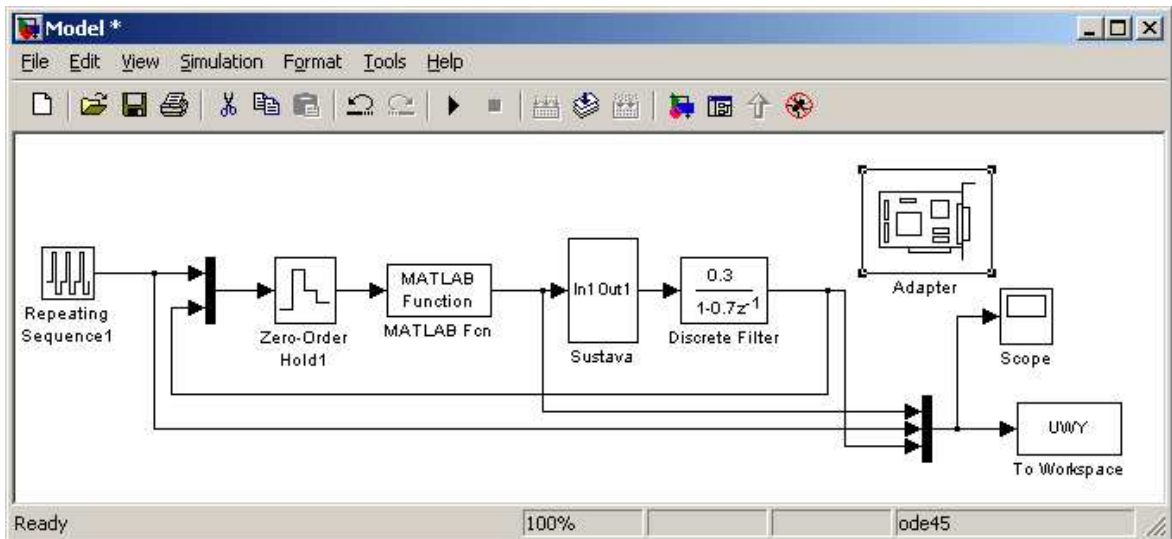
Na voľbu periódy vzorkovania neexistuje žiadne pravidlo, iba odporúčenie, tak použijeme vzťah:

$$T_0 = \frac{T_1}{15} = \frac{1111}{15} = 74.0667s \quad (122)$$

Pre reálne merania volíme periódu vzorkovania $T_0 = 80s$.

6 RIADENIE SÚSTAVY V REÁLNO M ČASE

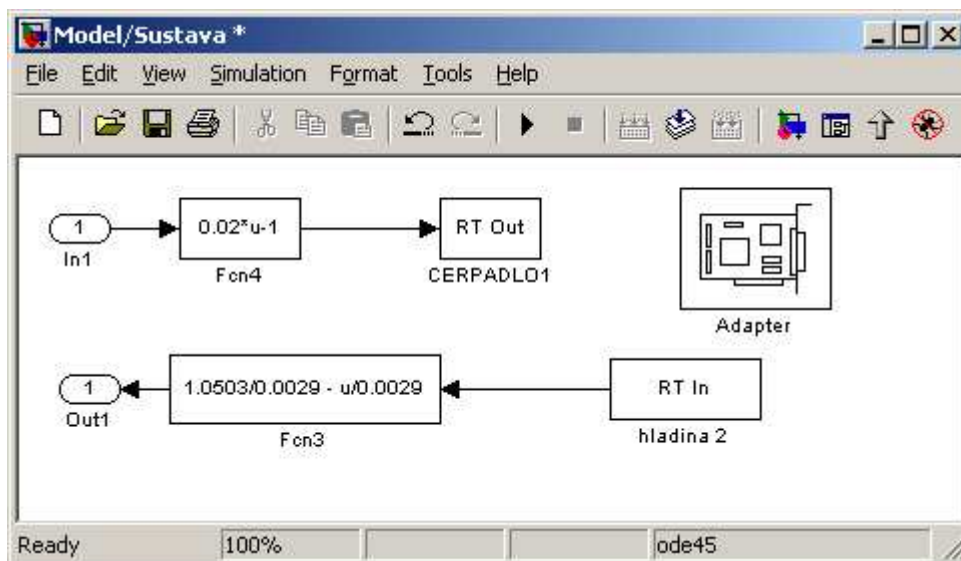
V identifikačnej časti sme zistili, že sa jedná o sústavu tretieho rádu a preto je potrebné, aby sme odvodili vhodné regulátory na riadenie sústavy 3. rádu. Na riadenie jednotlivých častí sústavy budeme používať MATLAB/SIMULINK®, ktorý má v sebe nainštalovaný REAL TIME TOOLBOX.



Obr. 17. Bloková schéma uzatvoreného regulačného obvodu

Na Obr. 17 je zobrazená bloková schéma uzatvoreného regulačného obvodu, pomocou ktorej prebieha regulácia danej sústavy. Regulátor je daný blokom *MATLAB Fcn* (*MATLAB Function*), a parametre regulátora sa vypočítajú pomocou skriptu.

Sústava je interpretovaná blokom *Sustava* (*In1 Out1*), ktorý sa skladá z jedného vstupu a jedného výstupu, keďže sa jedná o jednorozmerný systém čo je zobrazené na Obr. 18.



Obr. 18. Bloková schéma bloku „Sustava“

Výstupný signál je ďalej filtrovaný pridaním filtra, ktorý predstavuje blok „Discrete Filter“. Filter bol zvolený na základe experimentálnych pokusov tak, aby výstupná veličina zo sústavy bola čo najmenej zašumená. Pre všetky druhy použitých regulátorov bola použitá rovnaká bloková schéma regulačného obvodu.

6.1 Návrh regulátorov založených na metóde priradenia pólov

6.1.1 Návrh regulátoru so štruktúrou A1

Nižšie uvedený regulátor bol navrhnutý na základe blokovej schémy regulátora so štruktúrou A1 (obvod s jedným stupňom voľnosti) – vid'. Obr. 4.

Pri návrhu tohto typu regulátora vychádzame z diofantickkej rovnice, ktorá má tvar:

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}) \quad (123)$$

kde polynóm $D(z^{-1})$ volíme v tvare:

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \quad (124)$$

a pre periódu vzorkovania T_0 sa dajú odvodiť nasledujúce vzťahy pre výpočet koeficientov

$$\begin{aligned} d_1 &= -2 \exp(-\xi \omega_n T_0) \cos(\omega_n T_0 \sqrt{1 - \xi^2}), \text{ pre } \xi \leq 1 \\ d_2 &= -2 \exp(-\xi \omega_n T_0) \cosh(\omega_n T_0 \sqrt{\xi^2 - 1}), \text{ pre } \xi > 1 \\ d_2 &= \exp(-2\xi \omega_n T_0) \end{aligned} \quad (125)$$

Kde ξ je pomerné tlnenie, ktorým určujeme, či chceme kmitavý prípadne nekmitavý regulačný pochod. Ak zvolíme $\xi \leq 1$ regulačný pochod bude kmitavý, a ak zvolíme $\xi > 1$ regulačný pochod bude nekmitavý.

Voľbou vlastnej kruhovej frekvencie ω_n určujeme rýchlosť regulačného pochodu. Čím je ω_n vyššia, tým je regulačný pochod rýchlejší. A naopak, čím je ω_n nižšia, tým je regulačný pochod pomalší. Hodnota vlastnej kruhovej frekvencie sa odporúča voliť tak, aby platila nerovnosť $0.45 \leq \omega_n T_0 \leq 0.90$. Čo v našom prípade pri perióde vzorkovania $T_0 = 80$ je hodnota vlastnej kruhovej frekvencie v rozmedzí $0.006 \leq \omega_n \leq 0.01$.

Systém je daný prenosom, ktorý má tvar:

$$G(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}} \quad (126)$$

takže polynómy $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$ majú tvar

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} \\ B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} \end{aligned} \quad (127)$$

a polynómy $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ majú tvar

$$\begin{aligned} P(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})(1 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2}) \\ Q(z^{-1}) &= q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3} \end{aligned} \quad (128)$$

Polynómy (127) a (128) dosadíme do rovnice (123), dostaneme polynomiálnu rovnicu, ktorá má tvar

$$\begin{aligned} &(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3})(1 - z^{-1})(1 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2}) + \\ &+ (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (129)$$

a po roznásobení jednotlivých polynómov dostaneme tvar

$$\begin{aligned} &1 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2} - z^{-1} - \gamma_1 z^{-2} - \gamma_2 z^{-3} + a_1 z^{-1} + a_1 \gamma_1 z^{-2} + a_1 \gamma_2 z^{-3} - a_1 z^{-2} \\ &- a_1 \gamma_1 z^{-3} - a_1 \gamma_2 z^{-4} + a_2 z^{-2} + a_2 \gamma_1 z^{-3} + a_2 \gamma_2 z^{-4} - a_2 z^{-3} - a_2 \gamma_1 z^{-4} - a_2 \gamma_2 z^{-5} \\ &+ a_3 z^{-3} + a_3 \gamma_1 z^{-4} + a_3 \gamma_2 z^{-5} - a_3 z^{-4} - a_3 \gamma_1 z^{-5} - a_3 \gamma_2 z^{-6} + b_1 q_0 z^{-1} + b_1 q_1 z^{-2} \\ &+ b_1 q_2 z^{-2} + b_1 q_3 z^{-3} + b_2 q_0 z^{-2} + b_2 q_1 z^{-3} + b_2 q_2 z^{-4} + b_2 q_3 z^{-5} + b_3 q_0 z^{-3} + b_3 q_1 z^{-4} \\ &b_3 q_2 z^{-5} + b_3 q_3 z^{-6} = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (130)$$

Rovnicu (130) riešime porovnávaním koeficientov rovnakých mocnín z . Tým dostaneme sústavu štyroch algebraických lineárnych rovníc so štyrmi neznámymi

$$\begin{aligned}
 z^0 : 1 &= 1 \\
 z^{-1} : \gamma_1 - 1 + a_1 + b_1 q_0 &= d_1 \\
 z^{-2} : \gamma_2 - \gamma_1 + a_1 \gamma_1 - a_1 + a_2 + b_1 q_1 + b_2 q_0 &= d_2 \\
 z^{-3} : -\gamma_2 + a_1 \gamma_2 - a_1 \gamma_1 + a_2 \gamma_1 - a_2 + a_3 + b_1 q_2 + b_2 q_1 + b_3 q_0 &= d_3 \\
 z^{-4} : -a_1 \gamma_2 + a_2 \gamma_2 - a_2 \gamma_1 + a_3 \gamma_1 - a_3 + b_1 q_3 + b_2 q_2 + b_3 q_1 &= d_4 \\
 z^{-5} : -a_2 \gamma_2 + a_3 \gamma_2 - a_3 \gamma_1 + b_2 q_3 + b_3 q_2 &= d_5 \\
 z^{-6} : -a_3 \gamma_2 + b_3 q_3 &= d_6
 \end{aligned} \tag{131}$$

a takto získané rovnice môžeme zapísať v maticovom tvare

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_2 & b_1 & 0 & 0 & a_1 - 1 & 1 \\ b_3 & b_2 & b_1 & 0 & a_2 - a_1 & a_1 - 1 \\ 0 & b_3 & b_2 & b_1 & a_3 - a_2 & a_2 - a_1 \\ 0 & 0 & b_3 & b_2 & -a_3 & a_3 - a_2 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 & 0 & -a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 + 1 - a_1 \\ d_2 + a_1 - a_2 \\ d_3 + a_2 - a_3 \\ d_4 + a_3 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} \tag{132}$$

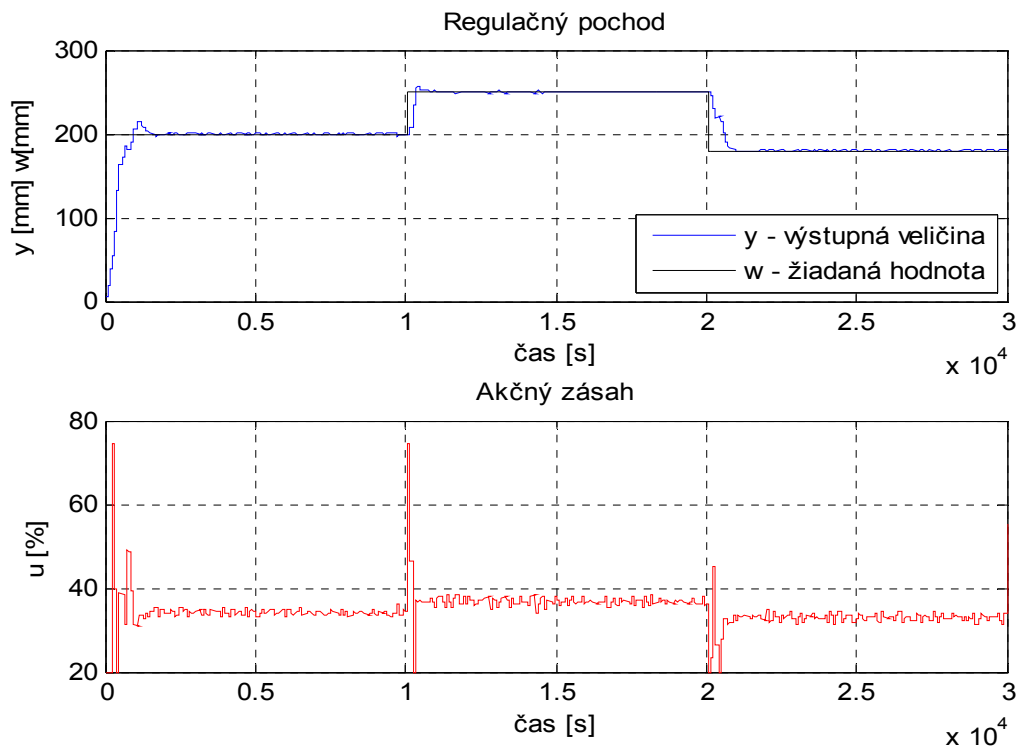
kde koeficienty $d_3 = d_4 = d_5 = d_6 = 0$.

Akčný zásah vypočítame ak dosadíme do rovnice (42), čím dostaneme tvar

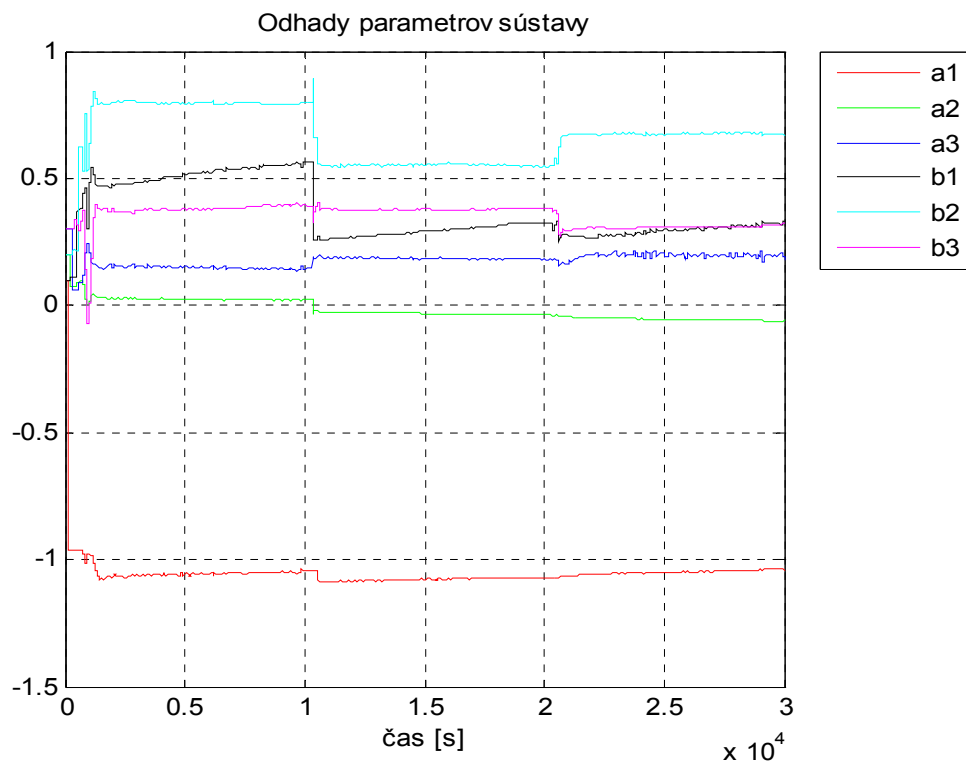
$$U(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3}}{(1 - z^{-1})(1 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2})} E(z) \tag{133}$$

kde po roznásobení získame rovnicu akčného zásahu, ktorý má tvar

$$\begin{aligned}
 u(k) &= q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) + q_3 e(k-3) + \\
 &+ (1 - \gamma_1) u(k-1) + (\gamma_1 - \gamma_2) u(k-2) + \gamma_2 u(k-3)
 \end{aligned} \tag{134}$$



Obr. 19. Regulačný pochod regulátora A1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$

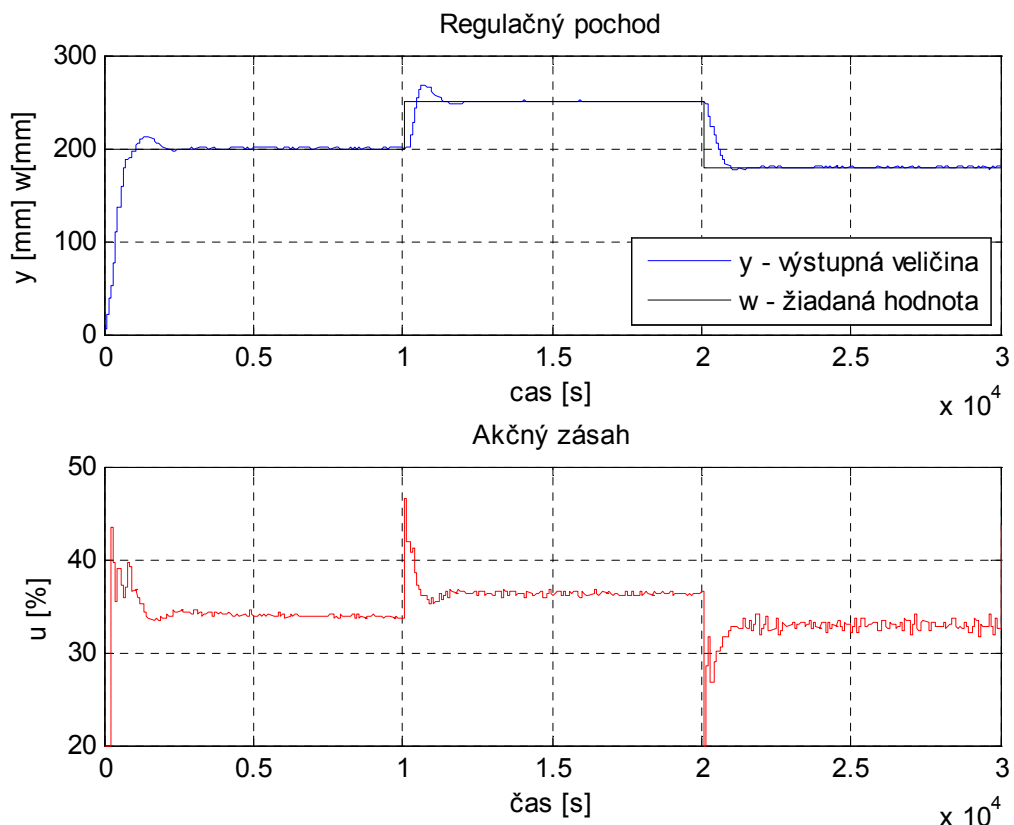


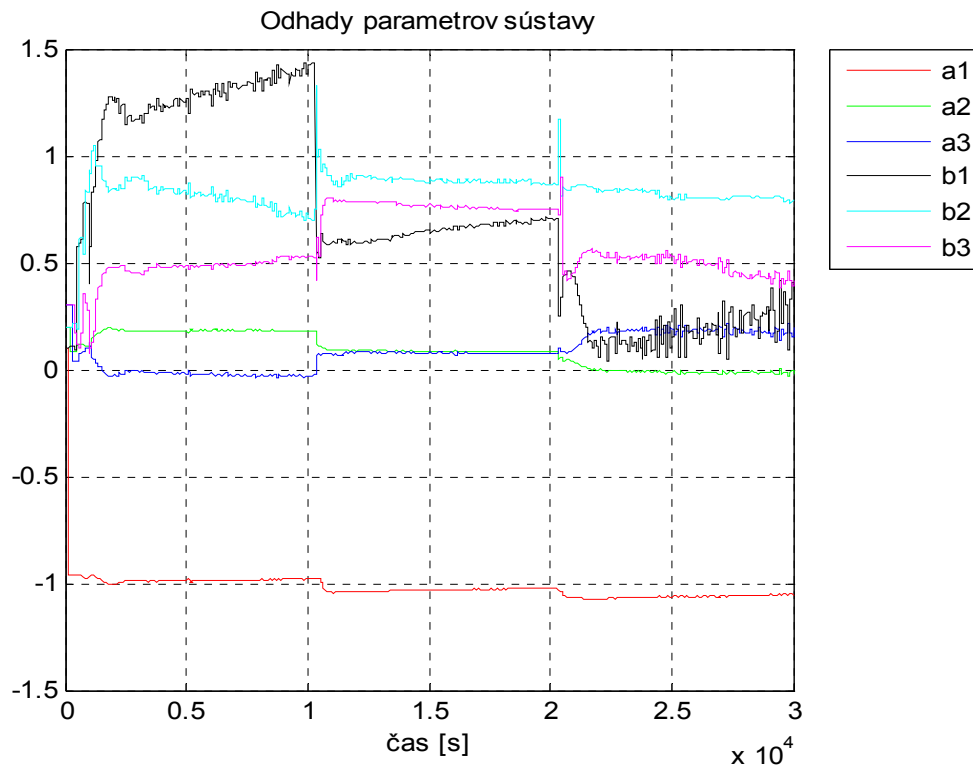
Obr. 20. Odhady parametrov sústavy regulátora A1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$

Tab. 3. Tabuľka odhadov parametrov sústavy regulátora A1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$

Odhady parametrov sústavy						Koeficient tlmenia	Kruhová frekvencia
a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3		
-1.0399	-0.0599	0.1787	0.3337	0.6709	0.3218	$\xi = 1$	$\omega = 0.01$
Výsledný prenos sústavy		$G(z^{-1}) = \frac{0.3337z^{-1} + 0.6709z^{-2} + 0.3218z^{-3}}{1 - 1.0399z^{-1} - 0.0599z^{-2} + 0.1787z^{-3}}$				Periódza vzorkovania	
						$T_0 = 80s$	

Na Obr. 20 sú zobrazené odhady parametrov sústavy regulátora so štruktúrou A1 pomocou ktorých bol zostavený výsledný prenos sústavy, ktorý je zobrazený v Tab. 3.


 Obr. 21. Regulačný pochod regulátora A1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$



Obr. 22. Odhady parametrov sústavy regulátora A1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$

Tab. 4. Tabuľka odhadov parametrov sústavy regulátora A1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$

Odhady parametrov sústavy						Koeficient	Kruhová
a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	tlmenia	frekvencia
-1.0539	-0.0222	0.1973	0.1970	0.7967	0.4144	$\xi = 1$	$\omega = 0.006$
Výsledný prenos sústavy		$G(z^{-1}) = \frac{0.1970z^{-1} + 0.7967z^{-2} + 0.4144z^{-3}}{1 - 1.0539z^{-1} - 0.0222z^{-2} + 0.1973z^{-3}}$				Periódá vzorkovania	
						$T_0 = 80s$	

Na Obr. 22 sú zobrazené odhady parametrov sústavy regulátora so štruktúrou A1 pomocou ktorých bol zostavený výsledný prenos sústavy, ktorý je zobrazený v Tab. 4.

6.1.2 Návrh regulátora so štruktúrou B1

Nižšie uvedený regulátor bol navrhnutý na základe blokovej schémy regulátora so štruktúrou B1 (obvod s dvoma stupňami voľnosti) – vid'. Obr. 5.

Pri návrhu tohto typu regulátora vychádzame z diofantickej rovnice, ktorá má tvar:

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})[Q'(z^{-1}) + \beta] = D(z^{-1}) \quad (135)$$

kde polynóm $D(z^{-1})$ má rovnaký tvar ako regulátor so štruktúrou A1

System je daný prenosom, ktorý má tvar:

$$G(z) = \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}} \quad (136)$$

takže polynómy $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$ majú tvar

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} \\ B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} \end{aligned} \quad (137)$$

a polynómy $P(z^{-1})$ a $Q'(z^{-1})$ majú tvar

$$\begin{aligned} P(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})(1 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2}) \\ Q'(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}) \end{aligned} \quad (138)$$

Polynómy (137) a (138) dosadíme do rovnice (135), dostaneme polynomiálnu rovnicu, ktorá má tvar

$$\begin{aligned} &(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3})(1 - z^{-1})(1 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2}) + \\ &+ (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3})(1 - z^{-1})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}) + \beta = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (139)$$

a po roznásobení jednotlivých polynómov dostaneme tvar

$$\begin{aligned} &1 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2} - z^{-1} - \gamma_1 z^{-2} - \gamma_2 z^{-3} + a_1 z^{-1} + a_1 \gamma_1 z^{-2} + a_1 \gamma_2 z^{-3} - a_1 z^{-2} \\ &- a_1 \gamma_1 z^{-3} - a_1 \gamma_2 z^{-4} + a_2 z^{-2} + a_2 \gamma_1 z^{-3} + a_2 \gamma_2 z^{-4} - a_2 z^{-3} - a_2 \gamma_1 z^{-4} - a_2 \gamma_2 z^{-5} \\ &+ a_3 z^{-3} + a_3 \gamma_1 z^{-4} + a_3 \gamma_2 z^{-5} - a_3 z^{-4} - a_3 \gamma_1 z^{-5} - a_3 \gamma_2 z^{-6} + b_1 q_0 z^{-1} + b_1 q_1 z^{-2} \\ &+ b_1 q_2 z^{-3} - b_1 q_0 z^{-2} - b_1 q_1 z^{-3} - b_1 q_2 z^{-4} + b_1 \beta z^{-1} + b_2 q_0 z^{-2} + b_2 q_1 z^{-3} + b_2 q_2 z^{-4} \\ &- b_2 q_0 z^{-3} - b_2 q_1 z^{-4} - b_2 q_2 z^{-5} + b_2 \beta z^{-2} + b_3 q_0 z^{-3} + b_3 q_1 z^{-4} + b_3 q_2 z^{-5} - b_3 q_0 z^{-4} \\ &- b_3 q_1 z^{-5} - b_3 q_2 z^{-6} + b_3 \beta z^{-3} = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (140)$$

Rovnicu (140) riešime porovnávaním koeficientov rovnakých mocnín z . Tým dostaneme sústavu štyroch algebraických lineárnych rovníc so štyrmi neznámymi

$$z^0 : 1 = 1$$

$$z^{-1} : \gamma_1 - 1 + a_1 + b_1 q_0 + b_1 \beta = d_1$$

$$z^{-2} : \gamma_2 - \gamma_1 + a_1 \gamma_1 - a_1 + a_2 + b_1 q_1 - b_1 q_0 + b_2 q_0 + b_2 \beta = d_2$$

$$z^{-3} : -\gamma_2 + a_1 \gamma_2 - a_1 \gamma_1 + a_2 \gamma_1 - a_2 + a_3 + b_1 q_2 - b_1 q_1 + b_2 q_1 - b_2 q_0 + b_3 q_0 + b_3 \beta = d_3$$

$$z^{-4} : -a_1 \gamma_2 + a_2 \gamma_2 - a_2 \gamma_1 + a_3 \gamma_1 - a_3 - b_1 q_2 + b_2 q_2 - b_2 q_1 + b_3 q_1 - b_3 q_0 = d_4$$

$$z^{-5} : -a_2 \gamma_2 + a_3 \gamma_2 - a_3 \gamma_1 - b_2 q_2 + b_3 q_2 - b_3 q_1 = d_5$$

$$z^{-6} : -a_3 \gamma_2 - b_3 q_2 = d_6$$

a takto získané rovnice môžeme zapísať v maticovom tvare

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & b_1 \\ b_2 - b_1 & b_1 & 0 & a_1 - 1 & 1 & b_2 \\ b_3 - b_2 & b_2 - b_1 & b_1 & a_2 - a_1 & a_1 - 1 & b_3 \\ -b_3 & b_3 - b_2 & b_2 - b_1 & a_3 - a_2 & a_2 - a_1 & 0 \\ 0 & -b_3 & b_3 - b_2 & -a_3 & a_3 - a_2 & 0 \\ 0 & 0 & -b_3 & 0 & -a_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 + 1 - a_1 \\ d_2 + a_1 - a_2 \\ d_3 + a_2 - a_3 \\ d_4 + a_3 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} \quad (141)$$

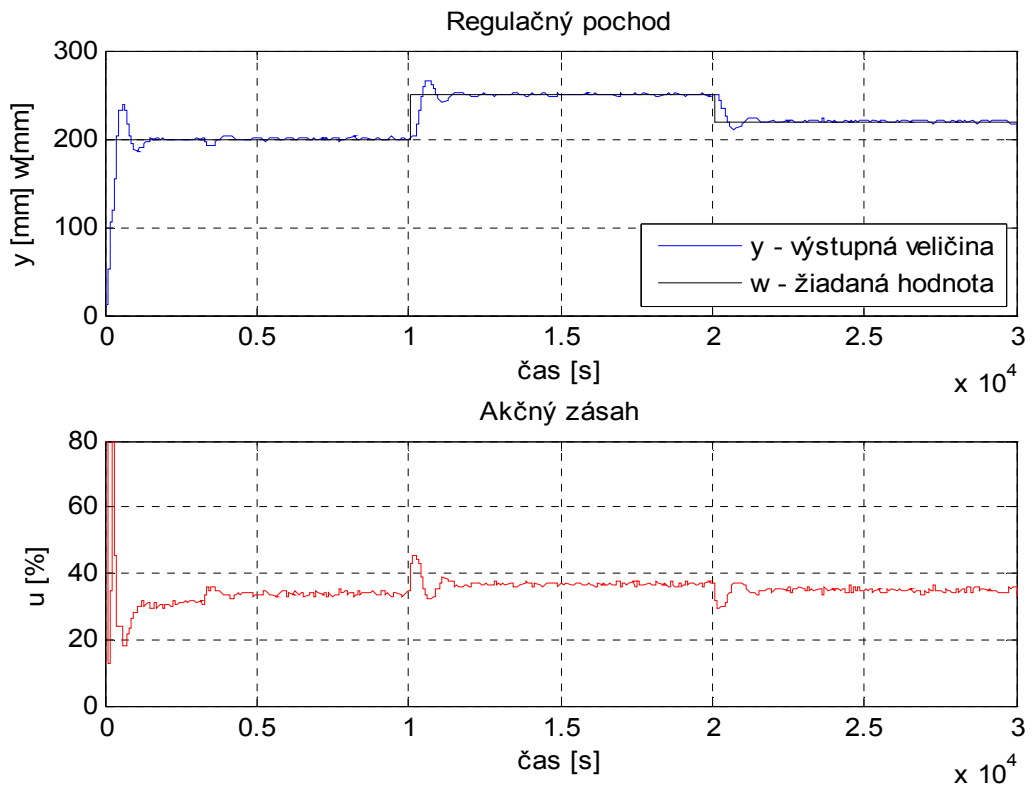
kde koeficienty $d_3 = d_4 = d_5 = d_6 = 0$.

Akčný zásah vypočítame ak dosadíme do rovnice (54), čím dostaneme tvar

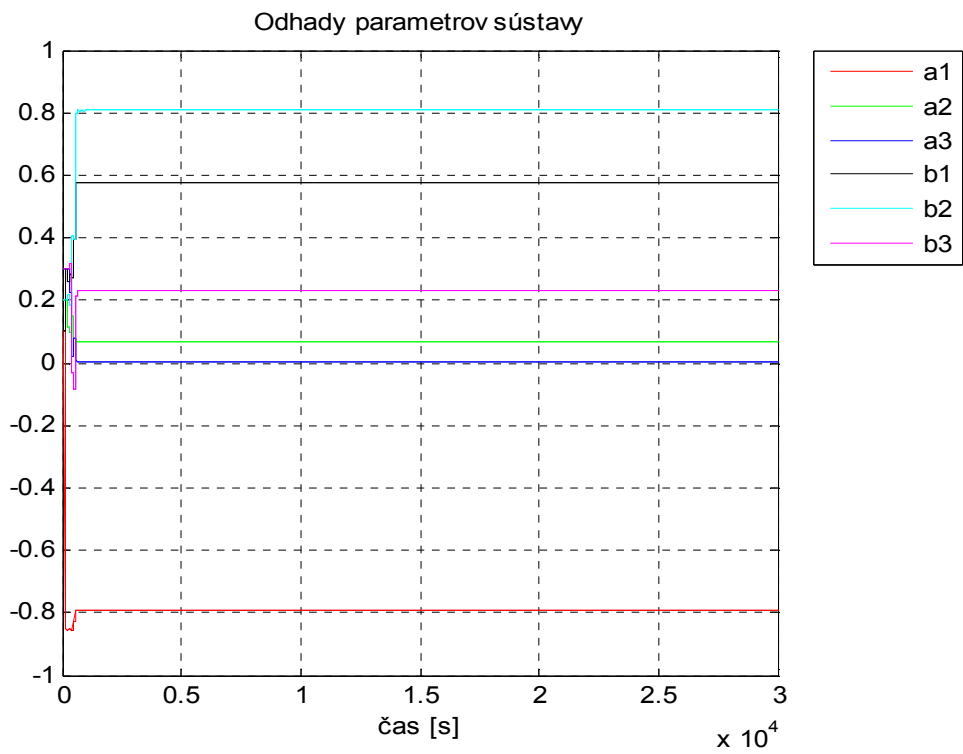
$$U(z)(1 + (\gamma - 1)z^{-1} - \gamma z^{-2}) = \beta E(z) - [q'_0 - (q'_0 + q'_2)z^{-1} + q'_2 z^{-2}] Y(z) \quad (142)$$

kde po roznásobení získame rovnicu akčného zásahu, ktorý má tvar

$$u(k) = -[(q_0 + \beta)y(k) - (q_0 - q_1)y(k-1) - (q_1 - q_2)y(k-2) - q_2 y(k-3)] - (\gamma_1 - 1)u(k-1) - (\gamma_2 - \gamma_1)u(k-2) + \gamma_2 u(k-3) + \beta w(k) \quad (143)$$



Obr. 23. Regulační pochod regulátora B1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$

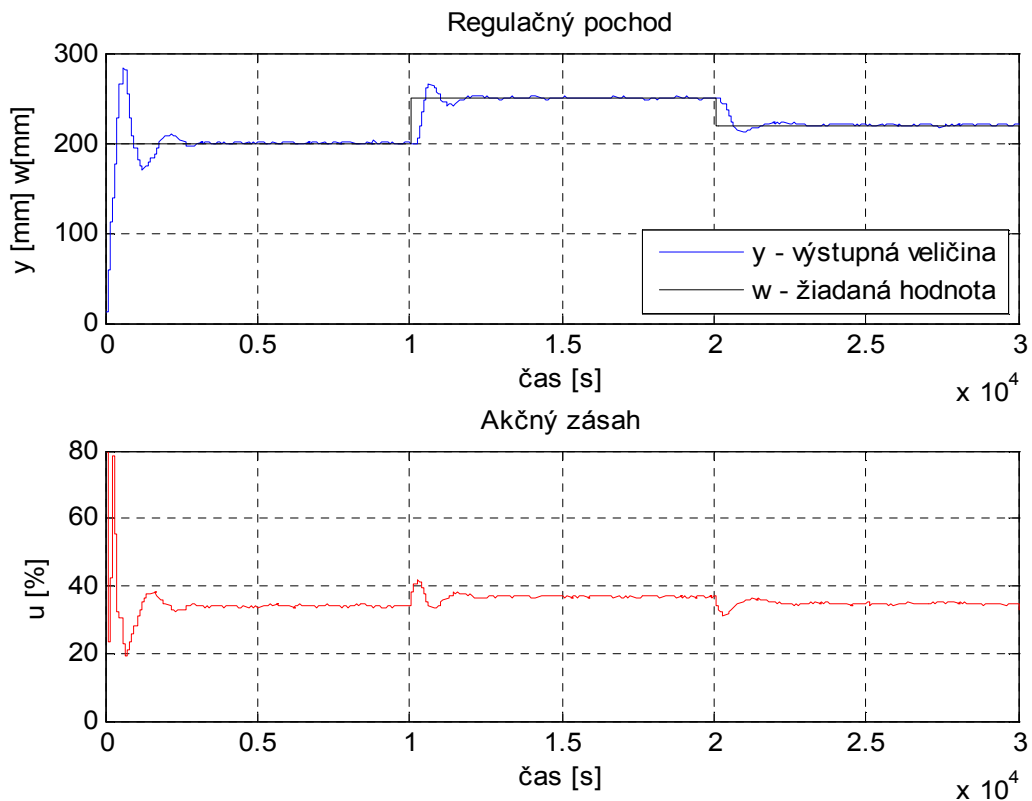


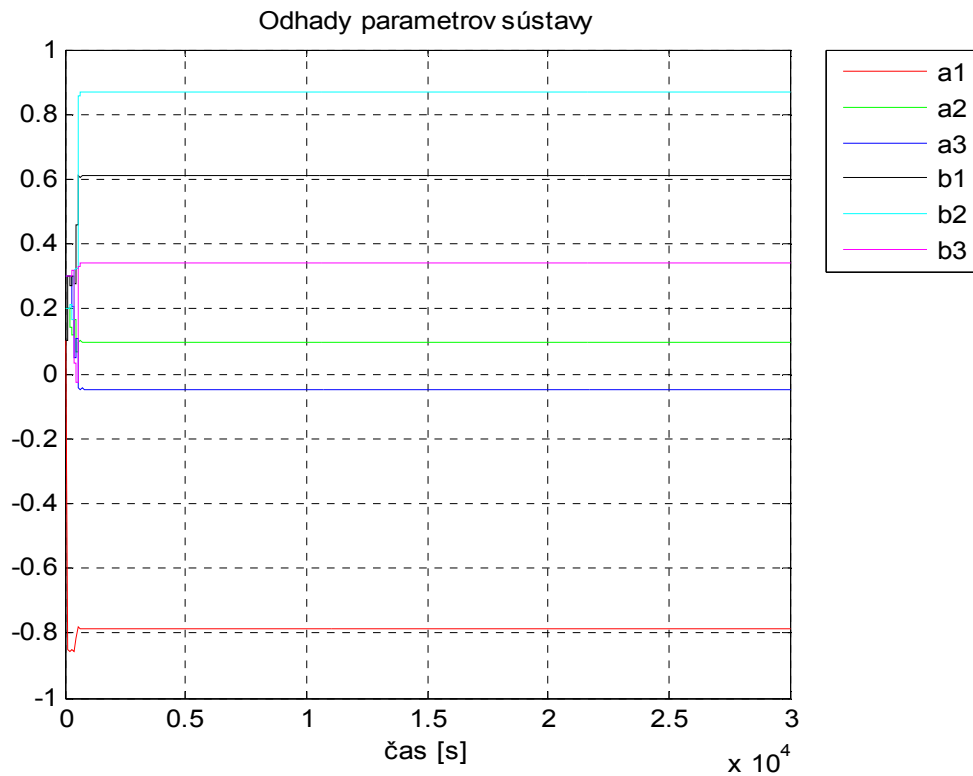
Obr. 24. Odhady parametrů soustavy regulátora B1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$

Tab. 5. Tabuľka odhadov parametrov sústavy regulátora B1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$

Odhady parametrov sústavy						Koeficient tlmenia	Kruhová frekvencia
a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3		
-0.7927	0.0681	0.0037	0.5742	0.0681	0.2299	$\xi = 1$	$\omega = 0.01$
Výsledný prenos sústavy		$G(z^{-1}) = \frac{0.5742z^{-1} + 0.0681z^{-2} + 0.2299z^{-3}}{1 - 0.7927z^{-1} + 0.0681z^{-2} + 0.0037z^{-3}}$				Periódá vzorkovania	
						$T_0 = 80s$	

Na Obr. 24 sú zobrazené odhady parametrov sústavy regulátora so štruktúrou B1 pomocou ktorých bol zostavený výsledný prenos sústavy, ktorý je zobrazený v Tab. 5.


 Obr. 25. Regulačný pochod regulátora B1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$



Obr. 26. Odhady parametrov sústavy regulátora B1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$

Tab. 6. Tabuľka odhadov parametrov sústavy regulátora B1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$

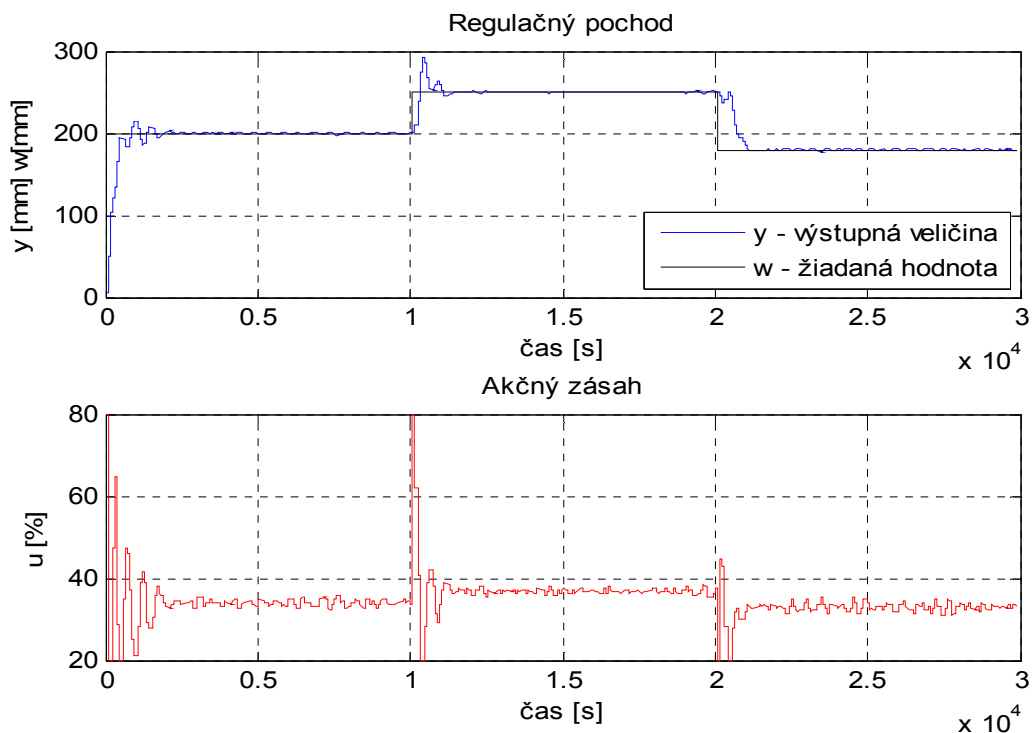
Odhady parametrov sústavy						Koeficient tĺmenia	Kruhov frekvencia
a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3		
-0.7849	0.0980	-0.0490	0.6110	0.8700	0.3412	$\xi = 1$	$\omega = 0.006$
Výsledný prenos sústavy		$G(z^{-1}) = \frac{0.6110z^{-1} + 0.8700z^{-2} + 0.3412z^{-3}}{1 - 0.7849z^{-1} + 0.0980z^{-2} - 0.0490z^{-3}}$				Perióda vzorkovania	
						$T_0 = 80s$	

Na Obr. 26 sú zobrazené odhady parametrov sústavy regulátora so štruktúrou B1 pomocou ktorých bol zostavený výsledný prenos sústavy, ktorý je zobrazený v Tab. 6.

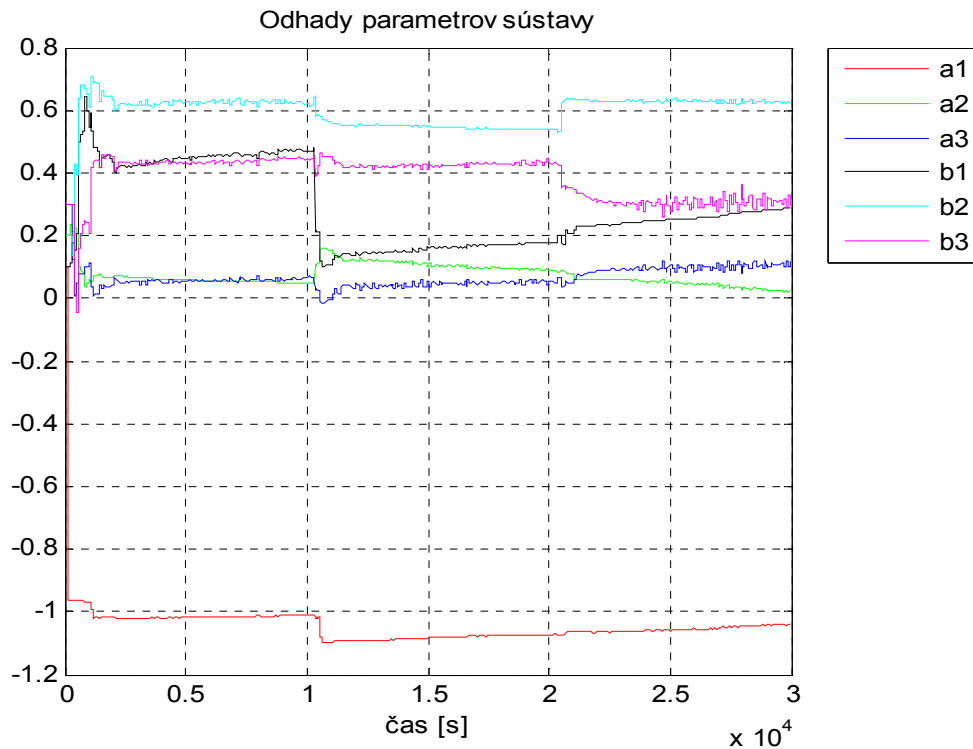
6.2 Návrh Číslicových PID regulátorov založených na modifikovanom Ziegler-Nicholsovom kritériu

Parametre regulátorov založených na modifikovanom Ziegler-Nicholsovom sa počítajú z kritického proporcionálneho zosilnenia K_{PK} a kritickej periódy kmitov T_K , ktoré sa vypočítajú pomocou vývojového diagramu, ktorý je zobrazený na Obr. 7.

6.2.1 DOBD regulátor



Obr. 27. Regulačný pochod DOBD regulátora



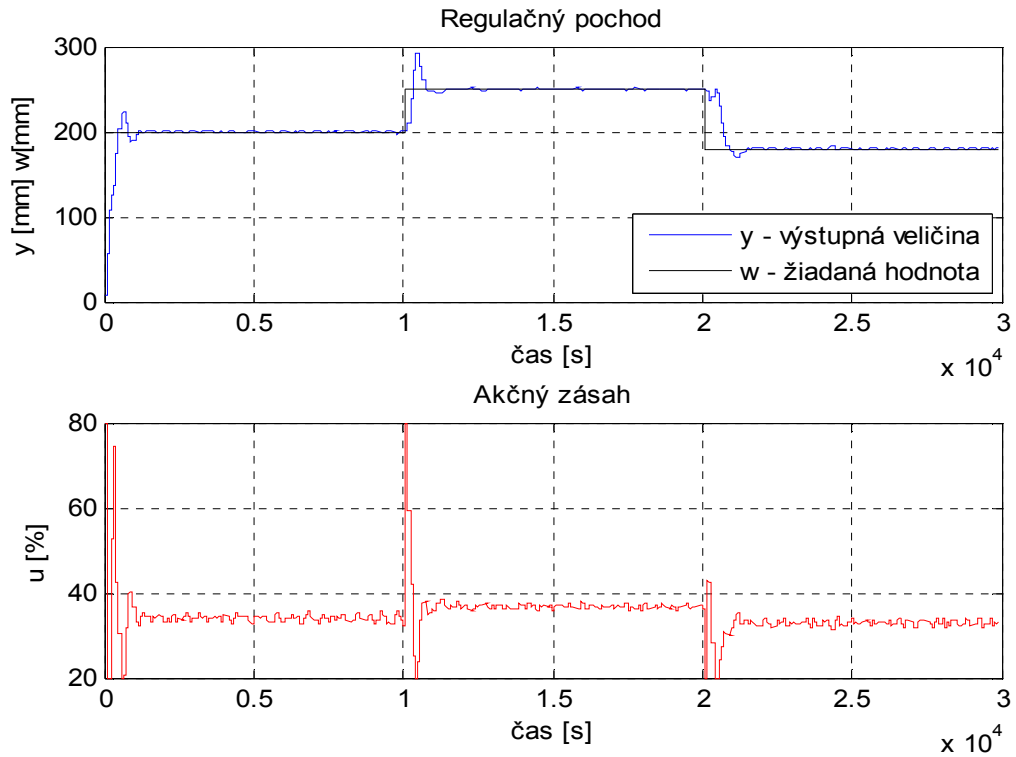
Obr. 28. Odhady parametrov sústavy DOBD regulátora

Tab. 7. Tabuľka odhadov parametrov sústavy DOBD

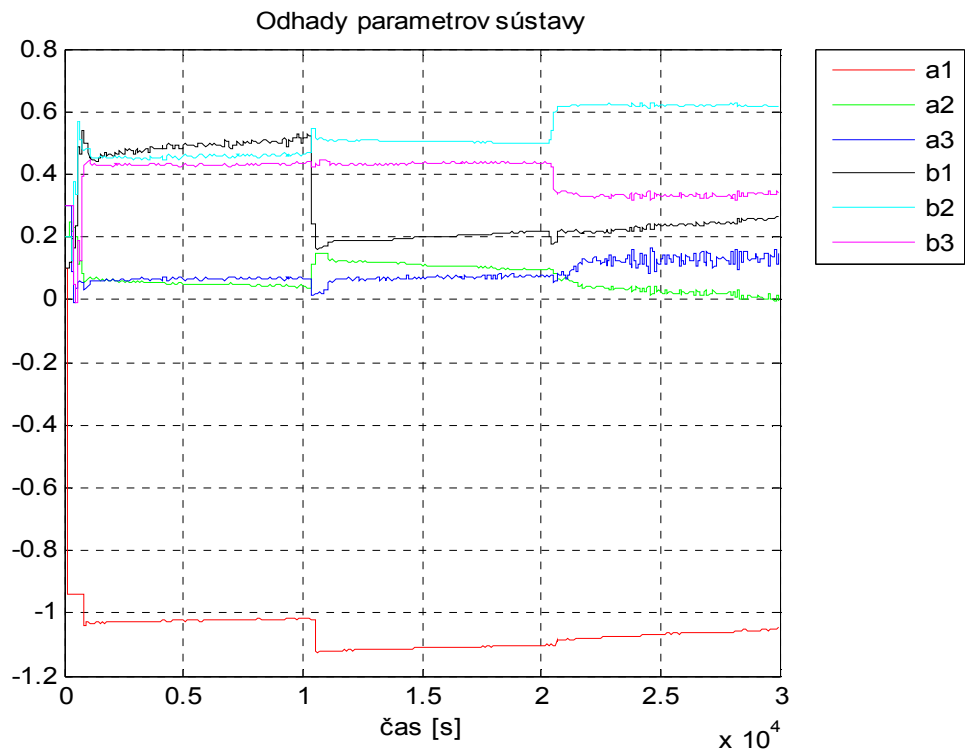
Odhady parametrov sústavy						Periód vzorkovania
a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	$T_0 = 80s$
-0.9948	-0.0387	0.1317	0.3177	0.6542	0.3230	
Výsledný prenos sústavy		$G(z^{-1}) = \frac{0.3177z^{-1} + 0.6542z^{-2} + 0.3230z^{-3}}{1 - 0.9948z^{-1} - 0.0387z^{-2} + 0.1317z^{-3}}$				

Na Obr. 28 sú zobrazené odhady parametrov sústavy regulátora DOBD pomocou ktorých bol zostavený výsledný prenos sústavy, ktorý je zobrazený v Tab. 7.

6.2.2 ZOBD regulátor



Obr. 29. Regulačný pochod pri ZOBD regulátora



Obr. 30. Odhady parametrov sústavy ZOBD regulátora

Tab. 8. Tabuľka odhadov parametrov sústavy ZOBD

Odhady parametrov sústavy						Periód vzorkovania
a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	$T_0 = 80s$
-1.0470	-0.0063	0.1504	0.2642	0.6150	0.3382	
Výsledný prenos sústavy		$G(z^{-1}) = \frac{0.2642z^{-1} + 0.6150z^{-2} + 0.3382z^{-3}}{1 - 1.0470z^{-1} - 0.0063z^{-2} + 0.1504z^{-3}}$				

Na Obr. 30 sú zobrazené odhady parametrov sústavy regulátora ZOBD pomocou ktorých bol zostavený výsledný prenos sústavy, ktorý je zobrazený v Tab. 8.

6.3 Návrh regulátorov založených na kritériu konečného počtu krokov

6.3.1 Silná verzia

Pri návrhu tohto typu regulátora vychádzame z diofantických rovníc, ktoré majú tvar:

$$\begin{aligned} A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) &= 1 \\ 1 - B(z^{-1})R(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})S(z^{-1}) \end{aligned} \quad (144)$$

System je daný prenosom, ktorý má tvar:

$$G(z) = \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} = \frac{b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3}} \quad (145)$$

takže polynómy $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$ majú tvar

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3} \\ B(z^{-1}) &= b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} \end{aligned} \quad (146)$$

polynómy $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ majú tvar

$$\begin{aligned} P(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})(1 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2}) \\ Q(z^{-1}) &= q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3} \end{aligned} \quad (147)$$

a polynómy $R(z^{-1})$ a $S(z^{-1})$ majú tvar

$$\begin{aligned} R(z^{-1}) &= r_0 \\ S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (148)$$

Polynómy (146) a (147) dosadíme do rovnice (144), dostaneme prvú polynomiálnu rovnicu v tvare

$$\begin{aligned} (1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3})(1 - z^{-1})(1 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2}) + \\ + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3}) = 1 \end{aligned} \quad (149)$$

A následne dosadíme rovnice (146) a (148) do rovnice (144), dostaneme druhú polynomiálnu rovnicu v tvare

$$1 - (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3})r_0 = (1 - z^{-1})(s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2}) \quad (150)$$

Pre výpočet parametrov regulátora a odvodenie akčného zásahu nám stačí vypočítať prvú polynomiálnu rovnicu (144)

Po roznásobení jednotlivých polynómov rovnice (144) dostaneme tvar

$$\begin{aligned} 1 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2} - z^{-1} - \gamma_1 z^{-2} - \gamma_2 z^{-3} + a_1 z^{-1} + a_1 \gamma_1 z^{-2} + a_1 \gamma_2 z^{-3} - a_1 z^{-2} \\ - a_1 \gamma_1 z^{-3} - a_1 \gamma_2 z^{-4} + a_2 z^{-2} + a_2 \gamma_1 z^{-3} + a_2 \gamma_2 z^{-4} - a_2 z^{-3} - a_2 \gamma_1 z^{-4} - a_2 \gamma_2 z^{-5} \\ + a_3 z^{-3} + a_3 \gamma_1 z^{-4} + a_3 \gamma_2 z^{-5} - a_3 z^{-4} - a_3 \gamma_1 z^{-5} - a_3 \gamma_2 z^{-6} + b_1 q_0 z^{-1} + b_1 q_1 z^{-2} \\ + b_1 q_2 z^{-2} + b_1 q_3 z^{-3} + b_2 q_0 z^{-2} + b_2 q_1 z^{-3} + b_2 q_2 z^{-4} + b_2 q_3 z^{-5} + b_3 q_0 z^{-3} + b_3 q_1 z^{-4} \\ b_3 q_2 z^{-5} + b_3 q_3 z^{-6} = 1 \end{aligned} \quad (151)$$

Rovnicu (151) riešime porovnávaním koeficientov rovnakých mocnín z . Tým dostaneme sústavu štyroch algebrických lineárnych rovníc so štyrmi neznámymi

$$\begin{aligned}
z^0 : 1 &= 1 \\
z^{-1} : \gamma_1 - 1 + a_1 + b_1 q_0 &= 1 \\
z^{-2} : \gamma_2 - \gamma_1 + a_1 \gamma_1 - a_1 + a_2 + b_1 q_1 + b_2 q_0 &= 0 \\
z^{-3} : -\gamma_2 + a_1 \gamma_2 - a_1 \gamma_1 + a_2 \gamma_1 - a_2 + a_3 + b_1 q_2 + b_2 q_1 + b_3 q_0 &= 0 \\
z^{-4} : -a_1 \gamma_2 + a_2 \gamma_2 - a_2 \gamma_1 + a_3 \gamma_1 - a_3 + b_1 q_3 + b_2 q_2 + b_3 q_1 &= 0 \\
z^{-5} : -a_2 \gamma_2 + a_3 \gamma_2 - a_3 \gamma_1 + b_2 q_3 + b_3 q_2 &= 0 \\
z^{-6} : -a_3 \gamma_2 + b_3 q_3 &= 0
\end{aligned} \tag{152}$$

a takto získané rovnice můžeme zapísať v maticovom tvare

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_2 & b_1 & 0 & 0 & a_1 - 1 & 1 \\ b_3 & b_2 & b_1 & 0 & a_2 - a_1 & a_1 - 1 \\ 0 & b_3 & b_2 & b_1 & a_3 - a_2 & a_2 - a_1 \\ 0 & 0 & b_3 & b_2 & -a_3 & a_3 - a_2 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 & 0 & -a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_1 \\ a_1 - a_2 \\ a_2 - a_3 \\ a_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{153}$$

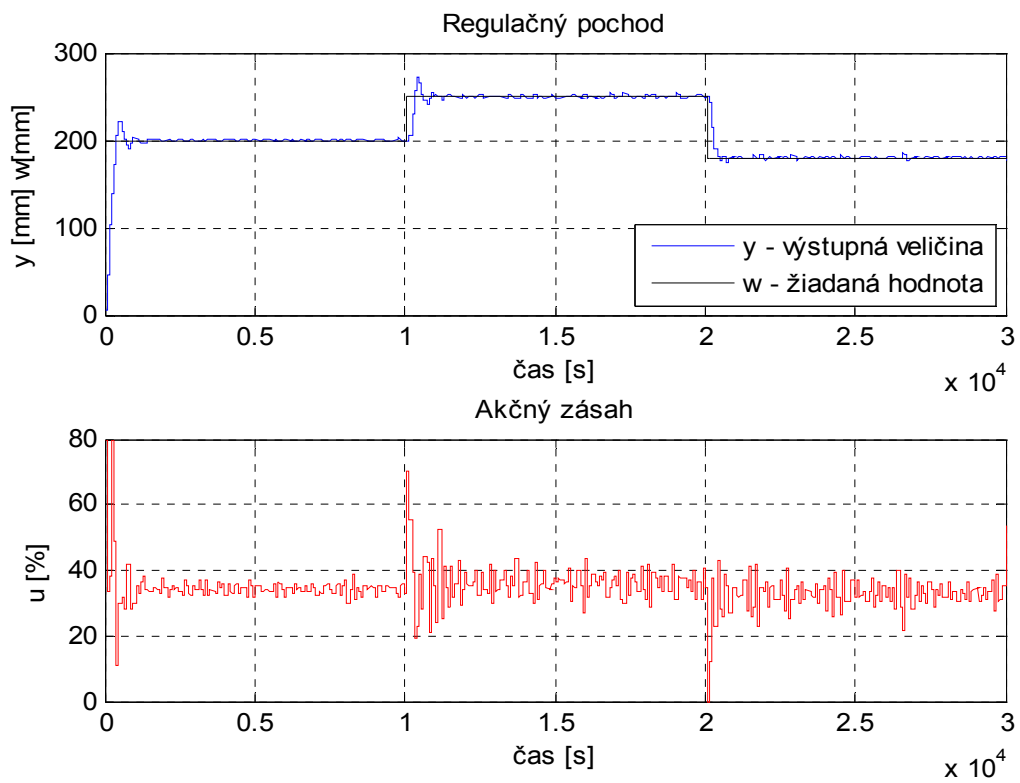
Akčný zásah vypočítame ak dosadíme do rovnice (80), čím dostaneme tvar

$$U(z) = \frac{A(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})} W(z^{-1}) \tag{154}$$

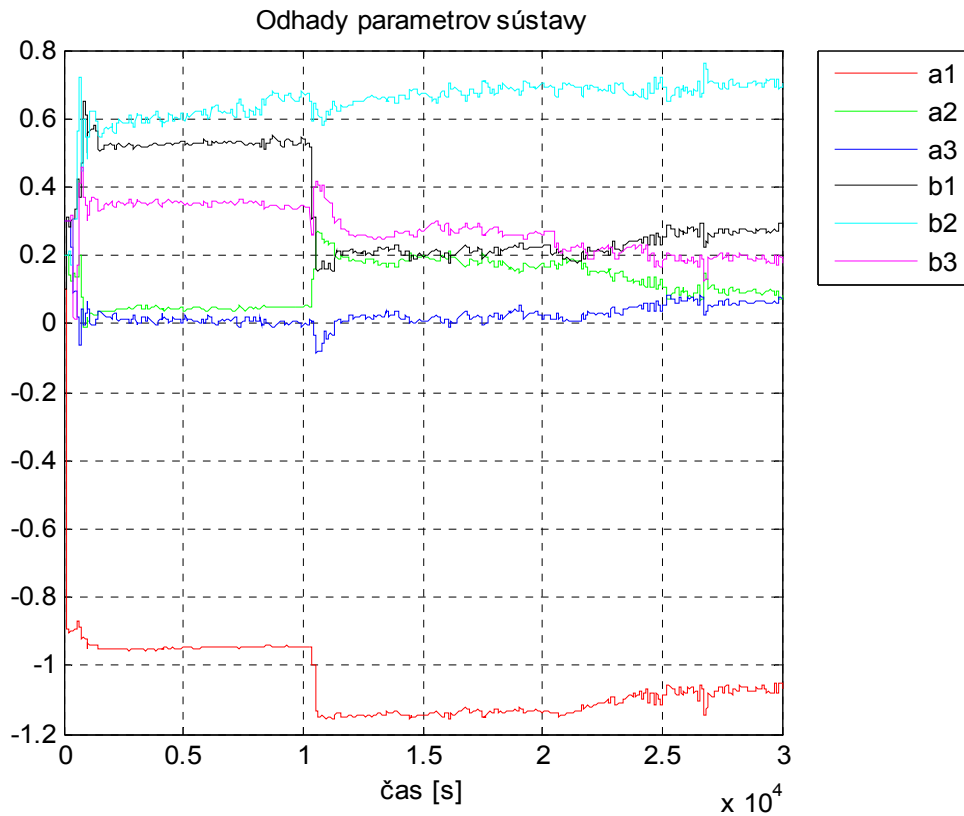
kde polynóm $R(z^{-1})$ vypočítame dosadením do vzťahu (92)

Po roznásobení získame rovnicu akčného zásahu, ktorý má tvar

$$\begin{aligned}
u(k) &= r_0 w(k) - q_0 y(k) - q_1 y(k-1) - q_2 y(k-2) - q_3 y(k-3) + \\
&+ (1 - \gamma_1) u(k-1) + (\gamma_1 - \gamma_2) u(k-2) + \gamma_2 u(k-3)
\end{aligned} \tag{155}$$



Obr. 31. Regulačný pochod Dead-beat regulátoru: Silná verzia



Obr. 32. Odhady parametrov sústavy Dead-beat regulátoru: Silná verzia

Tab. 9. Tabuľka odhadov parametrov sústavy Dead-beat: Silná verzia

Odhady parametrov sústavy						Periód vzorkovania
a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	$T_0 = 80s$
-1.0689	0.0812	0.0705	0.2849	0.7062	0.1744	
Výsledný prenos sústavy		$G(z^{-1}) = \frac{0.2849z^{-1} + 0.7062z^{-2} + 0.1744z^{-3}}{1 - 1.0689z^{-1} + 0.0812z^{-2} + 0.0705z^{-3}}$				

Na Obr. 32 sú zobrazené odhady parametrov sústavy regulátora Dead-beat (Silná verzia) pomocou ktorých bol zostavený výsledný prenos sústavy, ktorý je zobrazený v Tab. 9.

6.4 Metódy založené na priradení pólov

Táto metóda vychádza z metódy konečného počtu krokov, a preto výpočet parametrov regulátora je podobný. Tento typ regulátora sa počíta z dvoch diofantických rovníc, ale keďže budeme na riadenie využívať ako žiadanú hodnotu skok, nie je potrebné počítať s druhou diofantickou rovnicou.

Pri návrhu tohto typu regulátora vychádzame z diofantickej rovnice, ktorá má tvar:

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}) \quad (156)$$

kde polynóm $D(z^{-1})$ volíme v tvare:

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} \quad (157)$$

a pre periódu vzorkovania T_0 sa dajú odvodiť nasledujúce vzťahy pre výpočet koeficientov

$$\begin{aligned} d_1 &= -2 \exp(-\xi\omega_n T_0) \cos(\omega_n T_0 \sqrt{1-\xi^2}), \text{ pre } \xi \leq 1 \\ d_2 &= -2 \exp(-\xi\omega_n T_0) \cosh(\omega_n T_0 \sqrt{\xi^2-1}), \text{ pre } \xi > 1 \\ d_2 &= \exp(-2\xi\omega_n T_0) \end{aligned} \quad (158)$$

Kde ξ je pomerné tlmenie, ktorým určujeme, či chceme kmitavý prípadne nekmitavý regulačný pochod. Ak zvolíme $\xi \leq 1$ regulačný pochod bude kmitavý, a ak zvolíme $\xi > 1$ regulačný pochod bude nekmitavý.

A voľbou vlastnej kruhovej frekvencie ω_n určujeme rýchlosť regulačného pochodu. Čím je ω_n vyššia, tým je regulačný pochod rýchlejší. A naopak, čím je ω_n nižšia, tým je regulačný pochod pomalší.

System je daný prenosom, ktorý má tvar:

$$G(z) = \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}} \quad (159)$$

takže polynómy $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$ majú tvar

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} \\ B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} \end{aligned} \quad (160)$$

Určenie stupňa polynómu $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$

$$\begin{aligned} \partial P(z^{-1}) &= \partial B(z^{-1}) - 1 = 3 - 1 = 2 \\ \partial Q(z^{-1}) &= \partial D(z^{-1}) - \partial B(z^{-1}) = 6 - 3 = 3 \end{aligned} \quad (161)$$

a polynómy $P(z^{-1})$ a $Q(z^{-1})$ majú tvar

$$\begin{aligned} P(z^{-1}) &= 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} \\ Q(z^{-1}) &= q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3} \\ K(z^{-1}) &= 1 - z^{-1} \end{aligned} \quad (162)$$

Polynómy (160) a (162) dosadíme do rovnice (156), čím dostaneme polynomiálnu rovnicu

$$\begin{aligned} &(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3})(1 - z^{-1})(1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2}) + \\ &+ (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3})(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (163)$$

a po roznásobení jednotlivých polynómov dostaneme tvar

$$\begin{aligned}
& 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} - z^{-1} - p_1 z^{-2} - p_2 z^{-3} + a_1 z^{-1} + a_1 p_1 z^{-2} + a_1 p_2 z^{-3} - a_1 z^{-2} \\
& - a_1 p_1 z^{-3} - a_1 p_2 z^{-4} + a_2 z^{-2} + a_2 p_1 z^{-3} + a_2 p_2 z^{-4} - a_2 z^{-3} - a_2 p_1 z^{-4} - a_2 p_2 z^{-5} \\
& + a_3 z^{-3} + a_3 p_1 z^{-4} + a_3 p_2 z^{-5} - a_3 z^{-4} - a_3 p_1 z^{-5} - a_3 p_2 z^{-6} + b_1 q_0 z^{-1} + b_1 q_1 z^{-2} \\
& + b_1 q_2 z^{-2} + b_1 q_3 z^{-3} + b_2 q_0 z^{-2} + b_2 q_1 z^{-3} + b_2 q_2 z^{-4} + b_2 q_3 z^{-5} + b_3 q_0 z^{-3} + b_3 q_1 z^{-4} \\
& b_3 q_2 z^{-5} + b_3 q_3 z^{-6} = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}
\end{aligned} \quad (164)$$

Rovnicu (164) riešime porovnávaním koeficientov rovnakých mocnín z . Tým dostaneme sústavu štyroch algebrických lineárnych rovníc so štyrmi neznámymi

$$\begin{aligned}
z^0 : 1 &= 1 \\
z^{-1} : p_1 - 1 + a_1 + b_1 q_0 &= d_1 \\
z^{-2} : p_2 - p_1 + a_1 p_1 - a_1 + a_2 + b_1 q_1 + b_2 q_0 &= d_2 \\
z^{-3} : -p_2 + a_1 p_2 - a_1 p_1 + a_2 p_1 - a_2 + a_3 + b_1 q_2 + b_2 q_1 + b_3 q_0 &= d_3 \\
z^{-4} : -a_1 p_2 + a_2 p_2 - a_2 p_1 + a_3 p_1 - a_3 + b_1 q_3 + b_2 q_2 + b_3 q_1 &= d_4 \\
z^{-5} : -a_2 p_2 + a_3 p_2 - a_3 p_1 + b_2 q_3 + b_3 q_2 &= d_5 \\
z^{-6} : -a_3 p_2 + b_3 q_3 &= d_6
\end{aligned} \quad (165)$$

a takto získané rovnice môžeme zapísať v maticovom tvare

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_2 & b_1 & 0 & 0 & a_1 - 1 & 1 \\ b_3 & b_2 & b_1 & 0 & a_2 - a_1 & a_1 - 1 \\ 0 & b_3 & b_2 & b_1 & a_3 - a_2 & a_2 - a_1 \\ 0 & 0 & b_3 & b_2 & -a_3 & a_3 - a_2 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 & 0 & -a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 + 1 - a_1 \\ d_2 + a_1 - a_2 \\ d_3 + a_2 - a_3 \\ d_4 + a_3 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} \quad (166)$$

kde koeficienty $d_3 = d_4 = d_5 = d_6 = 0$.

Akčný zásah vypočítame pomocou vzťahu [3]

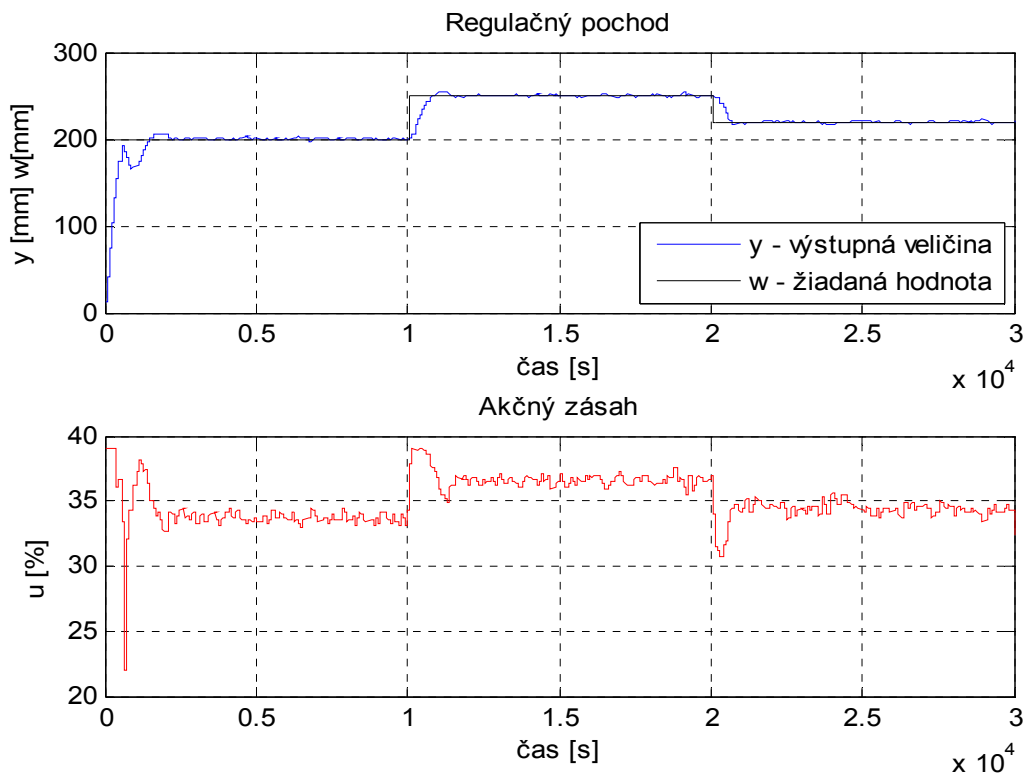
$$P(z^{-1})K(z^{-1})u(k) = R(z^{-1})w(k) - Q(z^{-1})y(k) \quad (167)$$

kde koeficient r_0 vypočítame podľa vzťahu

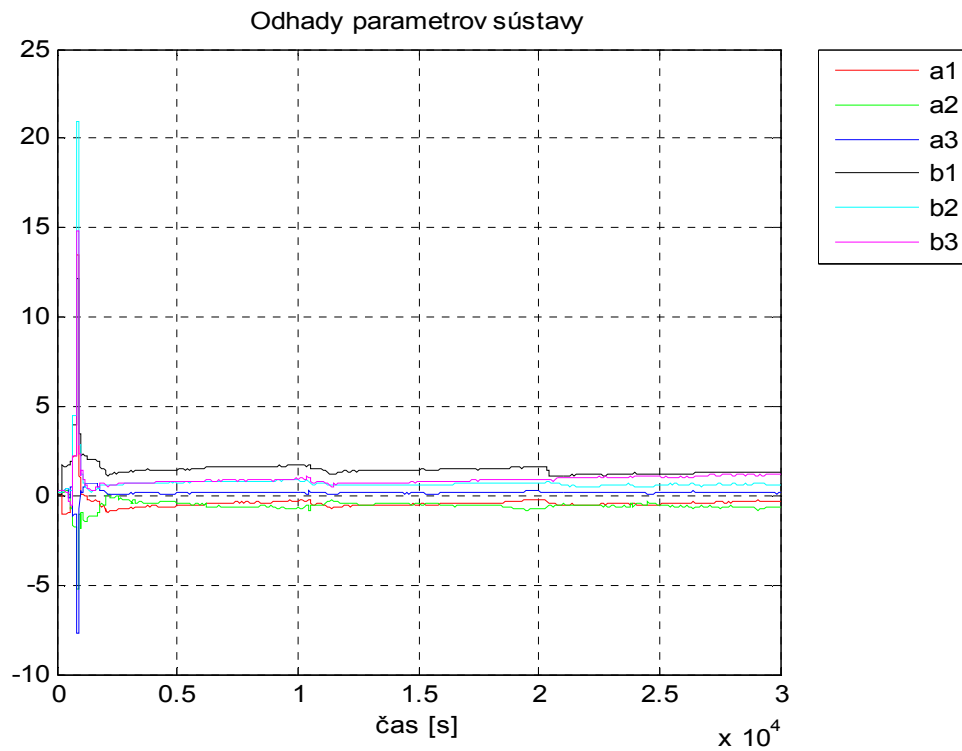
$$r_0 = \frac{1 + d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6}{b_1 + b_2 + b_3} \quad (168)$$

kde po dosadení a následnom roznásobení získame rovnicu akčného zásahu, ktorý má tvar

$$\begin{aligned}
u(k) &= r_0 w(k) - q_0 y(k) - q_1 y(k-1) - q_2 y(k-2) - q_3 y(k-3) + \\
& + (1 - \gamma_1) u(k-1) + (\gamma_1 - \gamma_2) u(k-2) + \gamma_2 u(k-3)
\end{aligned} \quad (169)$$



Obr. 33. Regulační pochod 2DOF regulátora: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$

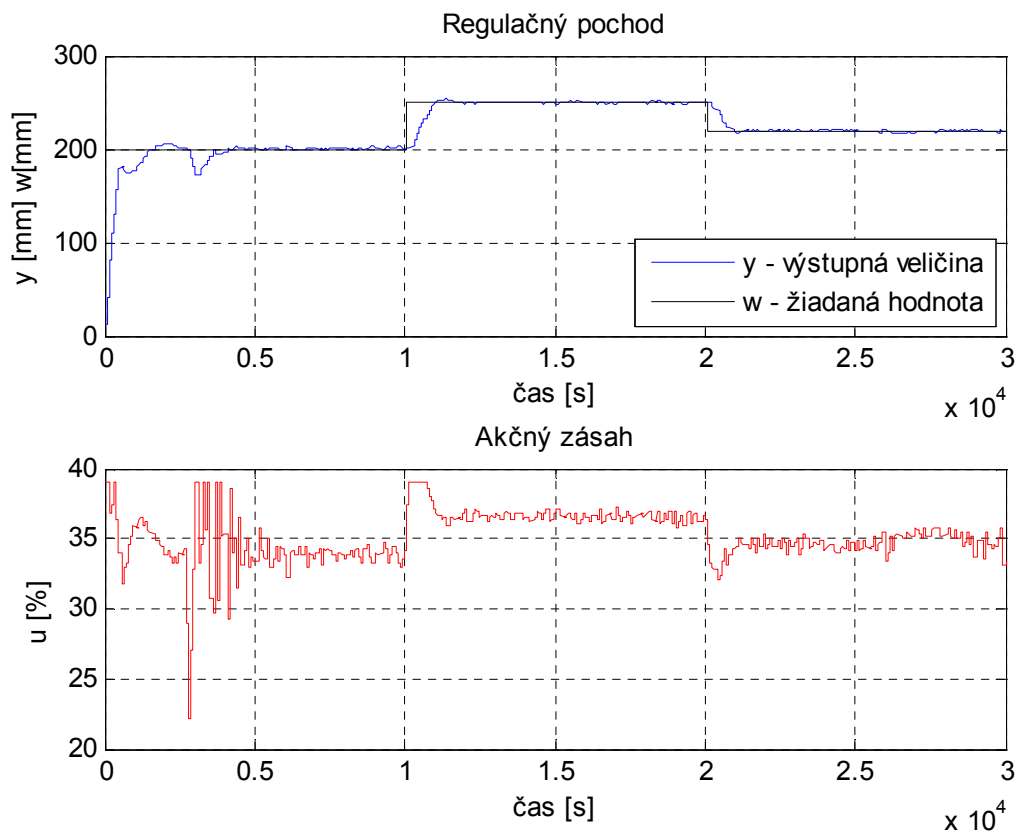


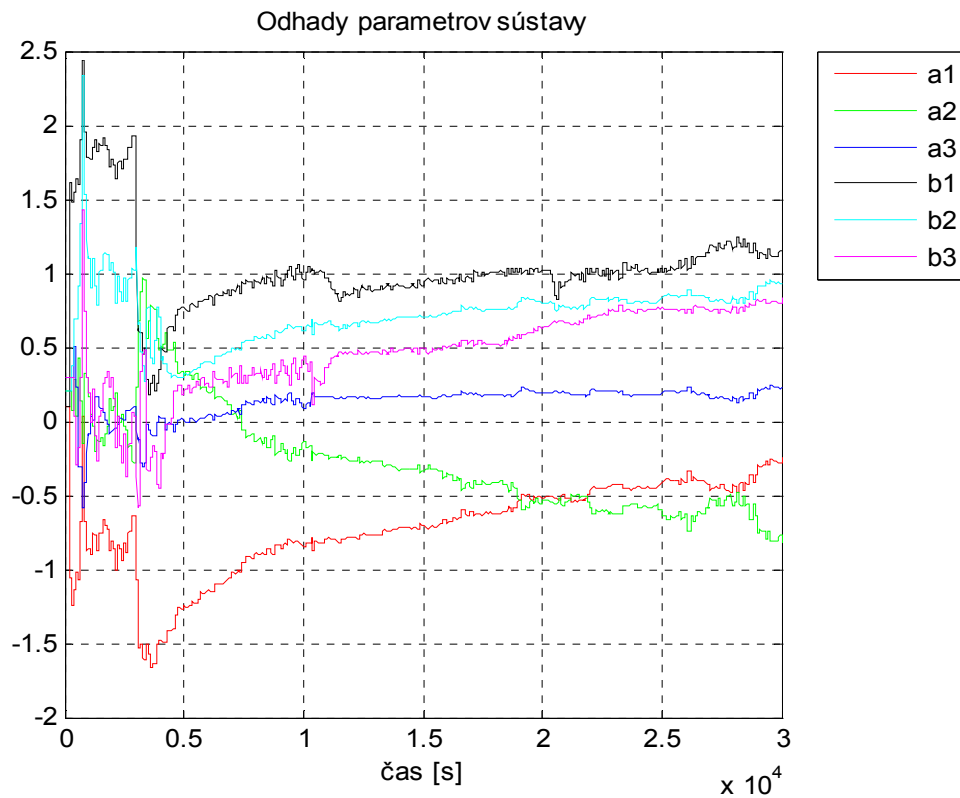
Obr. 34. Odhady parametrů soustavy 2DOF regulátora: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$

Tab. 10. Tabuľka odhadov parametrov sústavy 2DOF: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$

Odhady parametrov sústavy						Koeficient tlmenia	Kruhová frekvencia
a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3		
-0.3483	-0.6126	0.1385	1.3201	0.6259	1.2296	$\xi = 1$	$\omega = 0.01$
Výsledný prenos sústavy		$G(z^{-1}) = \frac{1.3201z^{-1} + 0.6259z^{-2} + 1.2296z^{-3}}{1 - 0.3483z^{-1} - 0.6126z^{-2} + 0.1385z^{-3}}$				Periódá vzorkovania	
						$T_0 = 80s$	

Na Obr. 34 sú zobrazené odhady parametrov sústavy regulátora 2DOF pomocou ktorých bol zostavený výsledný prenos sústavy, ktorý je zobrazený v Tab. 10.


 Obr. 35. Regulačný pochod 2DOF regulátora: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$



Obr. 36. Odhady parametrov sústavy 2DOF regulátora: $\xi = 1$,
 $\omega_n = 0.006$

Tab. 11. Tabuľka odhadov parametrov sústavy 2DOF: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$

Odhady parametrov sústavy						Koefficient tlmenia	Kruhovú frekvencia
a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3		
-0.2399	-0.8258	0.2332	1.1218	0.9498	0.8398	$\xi = 1$	$\omega = 0.006$
Výsledný prenos sústavy		$G(z^{-1}) = \frac{1.1218z^{-1} + 0.9498z^{-2} + 0.8398z^{-3}}{1 - 0.2399z^{-1} - 0.8258z^{-2} + 0.2332z^{-3}}$				Periódá vzorkovania	
						$T_0 = 80s$	

Na Obr. 36 sú zobrazené odhady parametrov sústavy regulátora 2DOF pomocou ktorých bol zostavený výsledný prenos sústavy, ktorý je zobrazený v Tab. 11.

7 VYHODNOTENIE KVALITY REGULÁCIA JEDNOTLIVÝCH TYPOV REGULÁTOROV

Tab. 12. Vyhodnotenie kvality regulácie použitých regulátorov

Typ regulátora	Vyhodnotenie kvality regulácie							
	k_1	k_2	S_y	S_u	y_{\min}	y_{\max}	k_{\min}	k_{\max}
A1 $\xi = 1; \omega_n = 0.01$	2	30000	4.3685	0.3521	5.2066	257.7602	6	10374
A1 $\xi = 1; \omega_n = 0.006$			4.7678	0.0430	5.2066	267.6059	6	10654
B1 $\xi = 1; \omega_n = 0.01$			1.9296	0.3056	12.1487	266.5275	6	10590
B1 $\xi = 1; \omega_n = 0.006$			2.5428	0.2027	12.1487	284.3937	6	598
DOBD			3.0054	0.4073	5.2066	292.6770	6	10414
ZOBD			2.8886	0.3831	8.6004	296.4937	6	10438
Dead-beat			2.0755	0.8663	5.2066	272.9772	6	10414
2DOF $\xi = 1; \omega_n = 0.01$			2.5950	0.0122	12.1487	256.9124	6	11118
2DOF $\xi = 1; \omega_n = 0.006$			2.7264	0.0310	13.0401	253.6456	6	11366

Pre určenie kvality regulácie použijeme kritérium založené na výpočte sumácie kvadrátov regulačnej odchýlky $e(k) = w(k) - y(k)$ a prírastkov akčnej veličiny $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ podľa vzťahov

$$S_y = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} e^2(k); S_u = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} \Delta u^2(k) \quad (170)$$

kde $\langle k_1, k_2 \rangle$ je zvolený interval pre určenie kvality regulácie. V tom istom intervale určíme minimálnu y_{\min} a maximálnu y_{\max} hodnotu regulovanej veličiny spolu s časovými okamžikmi k_{\min} a k_{\max} v ktorých boli tieto hodnoty dosiahnuté, čo je zobrazené v Tab. 11.

8 DISKUSIA VÝSLEDKOV

U všetkých použitých regulátorov v tejto diplomovej práci boli počiatočné parametre nastavené na hodnoty: $C_{ii}(0)=10^3$, $\varphi(0)=1$, $\lambda(0)=0.001$, $\nu(0)=10^{-6}$, $\rho=0.99$ a počiatočné odhady parametrov $\Theta(0)=[0.1;0.2;0.3;0.1;0.2;0.3]$.

U adaptívnych regulátorov (založených na metóde priradenia pólov: A1 a B1, založených na kritériu konečného počtu krokov: Dead-beat a založených na priradení pólov: 2DOF) sa parametre regulátora počítajú z polynómu $D(z^{-1})$. Výpočet parametrov regulátora bol závislý od nastavenia parametrov ξ a ω_n , kde parameter ξ je pomerné tlmenie a u všetkých použitých regulátorov bol počas každého merania nastavený na konštantnú hodnotu $\xi=1$. Parameter ω_n je vlastná kruhová frekvencia a tá bola nastavená na hodnotu $\omega_n=0.01$ a $\omega_n=0.006$.

Na Obr. 19, Obr. 23 a Obr. 33 sú zobrazené regulačné pochody regulátorov a k nim prislúchajúce hodnoty akčného zásahu. Tie mali parameter vlastnej kruhovej frekvencie ω_n nastavený na hodnotu $\omega_n=0.01$. Na Obr. 21, Obr. 25 a Obr. 35 sú zobrazené regulačné pochody regulátorov a k nim prislúchajúce hodnoty akčného zásahu. Tie mali parameter vlastnej kruhovej frekvencie ω_n nastavený na hodnotu $\omega_n=0.006$. Ako je z uvedených regulačných pochodov vidno, parameter vlastnej kruhovej frekvencie ω_n má vplyv na rýchlosť regulácie. Zvolením vyššej hodnoty vlastnej kruhovej frekvencie sa generoval vyšší akčný zásah a tým narastala rýchlosť regulácie, čo ale spôsobovalo kmitanie regulovanej hodnoty okolo žiadanej hodnoty. Naopak pri zvolení nižšej hodnoty ω_n je rýchlosť regulácie pomalšia, ale plynulejšia. Regulačný pochod je pokojnejší, bez výrazných kmitov.

Regulačné pochody číslicových PID regulátorov založených na modifikovanom Ziegler-Nicholsovom kritériu DOBD a ZOBD sú zobrazené na Obr. 64 a Obr. 66 a k nim prislúchajúce hodnoty akčného zásahu. Regulačné pochody sú si veľmi podobné, čo je spôsobené malými odlišnosťami pri výpočte akčného zásahu. Kde parametre regulátorov sa vypočítajú z kritického proporcionálneho zosilnenia K_{PK} a kritickej periódy kmitov T_K , ktoré vypočítame pomocou vývojového diagramu zobrazeného na Obr. 7.

Na Obr. 31 je zobrazený regulačný pochod Dead-beat (Silná verzia) regulátora a k nemu prislúchajúci akčný zásah. Ako je z regulačného pochodu zrejme, pre rýchle ustálenie regulovanej veličiny je potrebný veľký akčný zásah, ako je to vidno v prvom kroku regulácie, čo je zároveň i nevýhoda tohto druhu regulátora.

V Tab. 12 sú zobrazené vyhodnotenia kvality regulácie, ktoré boli počítané pre všetky použité regulátory v tejto diplomovej práci. Najlepšia kvalita regulácie bola dosiahnutá použitím regulátora založeného na priradení pólov s dvoma stupňami voľnosti – 2DOF. Druhým najlepším použitým regulátorom bol regulátor založený na metóde priradenia pólov so štruktúrou A1 s hodnotou parametra vlastnej kruhovej frekvencie $\omega_n = 0.006$. Ďalšie porovnateľné kvality regulácie boli dosiahnuté použitím regulátorov DOBD, ZOBD, B1. Najhoršiu kvalitu regulácie mal regulátor založený na kritériu konečného počtu krokov: Dead-beat (Silná verzia), ktorý i tak spĺňal požiadavky na kvalitu regulácie.

ZÁVER

Cieľom tejto diplomovej práce bolo oboznámenie sa s problematikou návrhu regulátorov na riadenie sústavy vyššieho rádu a zároveň oboznámenie sa s identifikáciou a následnou aplikáciou adaptívneho riadenia na reálny proces.

V prvom bode teoretickej časti sme sa zaoberali identifikáciou systému pomocou ARX modlu. V závere prvej časti bola uvedená kapitola zaoberajúca sa identifikačnými algoritmami, a to jednorazovou metódou najmenších štvorcov a rekurzívnou metódou najmenších štvorcov so smerovým zabúdaním.

V druhom bode teoretickej časti sme sa venovali algoritmom regulátorov, ktoré boli použité na riadenie procesu v reálnom čase. Všetky regulátory boli popísané takým spôsobom, aby ich bolo možné odvodiť pre riadenie sústavy akéhokoľvek rádu. Na reguláciu výšky hladiny boli aplikované samočinne sa nastavujúce regulátory: modifikované regulátory založené na metóde priradenia pólov s jedným stupňom voľnosti: A1 a B1, číslicové PID regulátory, regulátor založený na kritériu konečného počtu krokov: Dead-beat (Silná verzia) a regulátor založený na priradení pólov s dvoma stupňami voľnosti: 2DOF.

Praktická časť je zložená z viacerých častí. V prvej časti bola popísaná sústava, ktorú budeme riadiť. V druhej časti sme sa zaoberali nastavením jednotlivých riadiacich prvkov sústavy ako riadenie výkonu čerpadla Č1, pootvorenie ventilu V6 a v poslednom rade kalibráciou nádrže N2.

V tretej časti sme sa zaoberali meraním statickej charakteristiky nádrže N2, z ktorej sme určili pracovnú oblasť vhodnú pre riadenie systému. V ďalšej časti bola prevedená identifikácia sústavy pomocou pseudonáhodného signálu, ktorý bol privedený na vstup sústavy. Výsledkom bola odozva systému na tento signál. Z takto nameraných dát bola prevedená identifikácia pomocou jednorazovej metódy najmenších štvorcov, z ktorej bolo zrejmé, že sa jedná o sústavu tretieho rádu s periódou vzorkovania 20 sekúnd.

V ďalšej časti boli odvodené samočinne sa nastavujúce regulátory na riadenie výšky hladiny v nádrži N2. Použité boli číslicové PID regulátory a modifikované regulátory so štruktúrou A1, B1, 2DOF, Dead-beat (Silná verzia). Všetky navrhnuté regulátory boli testované na skokovej zmene žiadanej hodnoty. Regulačné pochody jednotlivých regulátorov boli podobné a dosahovali veľmi dobrú kvalitu regulácie.

Z uvedených meraní sa dá konštatovať, že adaptívne riadenie je vhodné používať pre riadenie reálnych sústav, v ktorých dochádza k zmenám modelu sústavy. A to či už vplyvom okolia, alebo jeho vlastnými vnútornými zmenami. Ako je vidno, použitím samočinne sa nastavujúcich regulátorov bola dosiahnutá veľmi dobrá kvalita regulácie, ktorej by sme pri použití klasických spätно-väzobných PID regulátorov nikdy nedosiahli.

ZÁVER V ANGLIČTINE

The aim of this thesis was introduction to controller design for control of higher order systems and their identification. The next aim was application of adaptive systems for control of the real process.

The first point of the theoretical part deals with the system identification using ARX model and identification algorithms, especially least square method and recursive least square method with directional forgetting.

The second point of the theoretical part deals controller algorithms, which were subsequently used to control of the real-time process. All controllers were described so that they can be derived for control of any order system. Following self-tuning controllers were applied to control of water level: modified pole placement controllers with one degree of freedom: A1 and B1, discrete PID controllers, controller based on the criterion of the final number of steps: Dead-beat (Strong version), a pole placement controller with compensator: 2DOF.

The practical part consists of several parts. Real process was described in the first part. In the second part we dealt with adjusting the particular control elements of the system as a pump delivery Č1 jar of valve V6 and lastly calibration of the tank N2.

In the third part we dealt with static characteristic measurement of tank N2. On the basis of this characteristic we can determine the working area suitable for control of the system. In the next section, system identification was done using pseudo-random signal which was input of the system. System response was the result. The measured data was the base for identification using least square method from which is clear that is a system of third order with 80 second sampling period.

In the following section self-tuning controllers were derived for control of the water level in the tank N2. The discrete PID controllers and controllers with the modified structure of A1, B1, 2DOF, Dead-beat (strong version) were used. All proposed controllers were tested for the step change of desired value. Time responses of the control for individual regulators were similar and achieved a very good control quality.

On the basis of these measurements it can be concluded that the adaptive control is appropriate to use for control of real-time systems in which model parameters are

changing. Changes of parameters are a cause of inner system changes and ambient influence. As can be seen, the use of self-tuning controllers can achieve very good control quality, which is not possible to reach by using conventional PID feedback controllers.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATURY

- [1] Bobál, V., Böhm, J., Prokop, R., Fessl, J.: Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace, VUT v Brně, 1999.
- [2] Bobál, V.: Adaptivní a prediktivní řízení. Zlín, Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Academia centrum, 2008.
- [3] Bobál, V, Chalupa, P.: Self-Tuning Controllers Simulink Library, Version 2. User's Manual, Zlín, Tomas Bata University, 2002, (see <http://www.utb.cz/stctool/>).
- [4] Balátě, J.: Adaptivní a prediktivní řízení. 1. vyd. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2008. ISBN 978-80-7318-662-3.
- [5] Chalupa, P. Použití real time toolboxu pro regulaci hladin v propojených válcových zásobnících. Zlín, Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, (see http://dsp.vscht.cz/konference_matlab/matlab05/prispevky/chalupa/chalupa.pdf).
- [6] Kotek, Z., Chalupa, V., Brůha, I., Jelínke, J.: Adaptivní a učící se systémy. Praha, SNTL 1980.
- [7] Mikleš, M., Fikar, M.: Process Modelling, Optimisation and Control, Springer-Verlag: Berlin, 2008.
- [8] Ortega, R., Kelly, R.: PID self-tuners: Some theoretical and practical aspects. IEEE Trans. Ind. Electron., IE-31, 1984, 332-338.
- [9] Welstead, P. E., Zarrop, M. B.: Self-Tuning Systems: Control and Signal Processing. John Wiley: Chichester, 1991.

ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV A SKRATIEK

STC	Self-tuning control – samočinne sa nastavujúci regulátor
ARX	Auto-Regressive with eXogenous input
ARMAX	Auto-Regressive Moving Average eXogenous
MNŠ	Jednorazová metóda najmenších štvorcov
PNS	Pseudonáhodný signál
MRAS	Model Adaptive Reference Systems - adaptívne systémy s referenčným modelom
WWW	Word wide web
2DOF	Regulačný obvod s dvoma stupňami voľnosti
DOBD	Dopredný prírastkový regulátor
ZOBD	Spätný prírastkový regulátor
∂	Stupeň polynómu
k	krok
k_1	minimálny zvolený interval pre určenie kvality regulácie
k_2	maximálny zvolený interval pre určenie kvality regulácie
y_{min}	minimálna hodnota regulovanej veličiny
y_{max}	maximálna hodnota regulovanej veličiny
k_{min}	minimálny časový okamžik
k_{max}	maximálny časový okamžik
S_y	Suma výstupných veličín
S_u	Suma akčných zásahov
C_{ii}	Štvorcová kovariačná matica
T_0	Periódna vzorkovania
\hat{e}	Chyba predikcie

φ	Faktor smerového zabúdania
Φ	Vektor dát
$\hat{\Theta}$	Vektor odhadov parametrov
w	Žiadaná hodnota
y	Výstupná veličina
u	Akčný zásah
e	Regulačná odchýlka
W	Vektor žiadanej hodnoty
U	Vektor akčných zásahov
E	Vektor regulačných odchýlok
Y	Vektor výstupných veličín
F	Matica integrátoru
ζ	Koeficient tlmenia
ω_n	Vlastná kruhová frekvencia
$A(z^{-1})$	Polynóm menovateľa sústavy Z-prenosu
$B(z^{-1})$	Polynóm čitateľa sústavy Z-prenosu
$a_1...a_6$	Koeficienty menovateľa sústavy Z-prenosu
$b_1...b_6$	Koeficienty čitateľa sústavy Z-prenosu
$D(z^{-1})$	Charakteristický polynóm
$d_1...d_6$	Koeficienty charakteristického polynómu
$G_S(z^{-1})$	Prenos sústavy, spojitý
$G_R(z^{-1})$	Prenos regulátoru
$G_W(z^{-1})$	Prenos riadenia
$P(z^{-1})$	Polynóm menovateľa regulátoru
$R(z^{-1})$	Polynóm čitateľa priamo-väzobnej časti regulátoru

$Q(z^{-1})$	Polynóm čitateľa spätно-vázobnej časti regulátoru
$K(z^{-1})$	Polynóm čitateľa spätно-vázobnej časti regulátoru
$E(z^{-1})$	Obraz odchýlky
$q_0 \dots q_2$	Koeficienty čitateľa spätно-vázobnej časti regulátoru
$p_0 \dots p_2$	Koeficienty menovateľa regulátoru
γ_1, γ_2	Koeficienty menovateľa regulátoru
β	Koeficient menovateľa regulátoru
K_{PK}	Kritické proporcionálne zosilnenie
T_K	Kritická perióda kmitov
K_P, r_0	Proporcionálne zosilnenie
T_I, r_{-1}	Integračná časová konštanta
T_D, r_1	Derivačná časová konštanta

ZOZNAM OBRÁZKOV

<i>Obr. 1. Všeobecná bloková schéma adaptívneho riadiaceho systému</i>	12
<i>Obr. 2. Klasifikácia adaptívneho riadiaceho systému</i>	13
<i>Obr. 3. Bloková schéma regresného systému</i>	18
<i>Obr. 4. Bloková schéma regulačného obvodu s regulátorom PID – A</i>	24
<i>Obr. 5. Bloková schéma regulačného obvodu s regulátorom PID – B</i>	27
<i>Obr. 6. Metódy diskretizácie integračnej zložky</i>	30
<i>Obr. 7. Vývojový diagram pre výpočet kritického zosilnenia a kritickej periódy kmitov pre sústavu tretieho rádu</i>	33
<i>Obr. 8. Kmitavý tlmený regulačný pochod (plná čiara – regulovaná veličina y, čiarkovaná čiara – riadiaca veličina w)</i>	39
<i>Obr. 9. Sústava troch valcových zásobníkov</i>	44
<i>Obr. 10. Schéma regulovanej sústavy</i>	45
<i>Obr. 11. MATLAB/SIMULINKová schéma pre nastavovanie výkonu čerpadla Č1</i>	46
<i>Obr. 12. Závislosť napätia od výšky hladiny v nádrži N2</i>	48
<i>Obr. 13. SIMULINKová schéma pre výpočet reálnej výšky hladiny v nádrži N2</i>	48
<i>Obr. 14. Dynamická charakteristika nádrže N2</i>	49
<i>Obr. 15. Statická charakteristika nádrže N2</i>	50
<i>Obr. 16. Jednorazová identifikácia sústavy metódou najmenších štvorcov</i>	51
<i>Obr. 17. Bloková schéma uzatvoreného regulačného obvodu</i>	53
<i>Obr. 18. Bloková schéma bloku „Sustava“</i>	54
<i>Obr. 19. Regulačný pochod regulátora A1: $\xi = 1, \omega_n = 0.01$</i>	57
<i>Obr. 20. Odhady parametrov sústavy regulátora A1: $\xi = 1, \omega_n = 0.01$</i>	57
<i>Obr. 21. Regulačný pochod regulátora A1: $\xi = 1, \omega_n = 0.006$</i>	58
<i>Obr. 22. Odhady parametrov sústavy regulátora A1: $\xi = 1, \omega_n = 0.006$</i>	59
<i>Obr. 23. Regulačný pochod regulátora B1: $\xi = 1, \omega_n = 0.01$</i>	62
<i>Obr. 24. Odhady parametrov sústavy regulátora B1: $\xi = 1, \omega_n = 0.01$</i>	62
<i>Obr. 25. Regulačný pochod regulátora B1: $\xi = 1, \omega_n = 0.006$</i>	63
<i>Obr. 26. Odhady parametrov sústavy regulátora B1: $\xi = 1, \omega_n = 0.006$</i>	64
<i>Obr. 27. Regulačný pochod DOBD regulátora</i>	65
<i>Obr. 28. Odhady parametrov sústavy DOBD regulátora</i>	66

<i>Obr. 29. Regulačný pochod pri ZOBD regulátora</i>	<i>67</i>
<i>Obr. 30. Odhady parametrov sústavy ZOBD regulátora.....</i>	<i>67</i>
<i>Obr. 31. Regulačný pochod Dead-beat regulátoru: Silná verzia</i>	<i>71</i>
<i>Obr. 32. Odhady parametrov sústavy Dead-beat regulátoru: Silná verzia</i>	<i>71</i>
<i>Obr. 33. Regulačný pochod 2DOF regulátora: $\xi = 1, \omega_n = 0.01$</i>	<i>75</i>
<i>Obr. 34. Odhady parametrov sústavy 2DOF regulátora: $\xi = 1, \omega_n = 0.01$</i>	<i>75</i>
<i>Obr. 35. Regulačný pochod 2DOF regulátora: $\xi = 1, \omega_n = 0.006$</i>	<i>76</i>
<i>Obr. 36. Odhady parametrov sústavy 2DOF regulátora: $\xi = 1, \omega_n = 0.006$</i>	<i>77</i>

ZOZNAM TABULIEK

<i>Tab. 1. Parametre prírastkových PID regulátorov</i>	32
<i>Tab. 2. Závislosť napätia na senzore od výšky hladiny v nádrži N2</i>	47
<i>Tab. 3. Tabuľka odhadov parametrov sústavy regulátora A1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$</i>	58
<i>Tab. 4. Tabuľka odhadov parametrov sústavy regulátora A1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$</i>	59
<i>Tab. 5. Tabuľka odhadov parametrov sústavy regulátora B1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$</i>	63
<i>Tab. 6. Tabuľka odhadov parametrov sústavy regulátora B1: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$</i>	64
<i>Tab. 7. Tabuľka odhadov parametrov sústavy DOBD</i>	66
<i>Tab. 8. Tabuľka odhadov parametrov sústavy ZOBD</i>	68
<i>Tab. 9. Tabuľka odhadov parametrov sústavy Dead-beat: Silná verzia</i>	72
<i>Tab. 10. Tabuľka odhadov parametrov sústavy 2DOF: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.01$</i>	76
<i>Tab. 11. Tabuľka odhadov parametrov sústavy 2DOF: $\xi = 1$, $\omega_n = 0.006$</i>	77
<i>Tab. 12. Vyhodnotenie kvality regulácie použitých regulátorov</i>	78

ZOZNAM PRÍLOH

1x CD-ROM